

LÓGICAS NO ESTÁTICAS: CONSTRUCCIÓN DE LOS 16 CONECTORES  
LÓGICOS USANDO EL AZAR

SAYDA YINETH QUIROGA CAMPOS  
STEFANY ALEJANDRA TIBOCHA PÉREZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
BOGOTÁ D.C.

2017

LÓGICAS NO ESTÁTICAS: CONSTRUCCIÓN DE LOS 16 CONECTORES  
LÓGICOS USANDO EL AZAR

SAYDA YINETH QUIROGA CAMPOS  
STEFANY ALEJANDRA TIBOCHA PÉREZ

Trabajo de grado presentado ante el Departamento de Matemáticas de la  
Universidad Pedagógica Nacional como requisito para optar por el título de  
Licenciado en Matemáticas.

Asesor:

WILLIAM ALFREDO JIMÉNEZ GÓMEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
BOGOTÁ D.C.

2017

## **Agradecimientos**

*A Dios por darme la oportunidad de formarme en la que se convirtió como en mi segunda casa la Universidad Pedagógica Nacional*

*A mis padres Beatriz Campos y Alfonso Quiroga por su apoyo incondicional, sus consejos, sus palabras de aliento, y por ser el mejor ejemplo a seguir.*

*Al profesor William Jiménez por su tiempo, su paciencia el apoyo constante en la elaboración de este trabajo y por ser un ejemplo como educador matemático*

*A Stefany Tibocho, por ser mi compañera en este trabajo, por su dedicación en el mismo y por todas las vivencias y recuerdos de estos 5 años.*

*A Steven Jaimes, por su compañía incondicional su apoyo, su tiempo, sus consejos, y por seguir paso a paso este trabajo como si fuese suyo.*

### **Sayda Quiroga**

*Agradezco infinitamente a Dios, por ser la guía de mis proyectos.*

*A mi madre, Celia Pérez por su apoyo constante en estos años, su amor incondicional y especialmente por ser esa mujer luchadora y emprendedora, un modelo de vida.*

*A mi hermano Juan Sebastián, por ser mi compañía y el motivo de mis alegrías.*

*A Uriel Pérez por ser como un papá, por su apoyo y cariño, los cuales han sido componentes fundamentales en mi vida.*

*Al profesor William Jiménez, por sus enseñanzas, su motivación permanente en la realización de este trabajo de grado, su confianza y en especial por ser un profesor modelo a seguir.*

*A Sayda Quiroga, por sus enseñanzas en estos 5 años, su amistad, gran cariño y compromiso en este trabajo de grado.*

### **Stefany Tibocho**

*En general a la Universidad Pedagógica Nacional por ser la Institución Educativa que nos permitió educarnos como futuras maestras.*

**Sayda Quiroga y Stefany Tibocho**

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Escuela de Pedagogía</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página 1 de 3</b>	

<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	Lógicas no Estáticas: construcción de los 16 conectores lógicos usando el azar
<b>Autor(es)</b>	Quiroga Campos, Sayda Yineth; Tibocho Pérez, Stefany Alejandra
<b>Director</b>	Jiménez Gómez, William Alfredo
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2017. P. 98
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Pedagógica Nacional UPN.
<b>Palabras Claves</b>	AZAR, CONECTORES LÓGICOS, LÓGICA, OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS, PIERCE, PROBABILIDAD, RETÍCULOS,.

<b>2. Descripción</b>
<p>Se presenta el siguiente trabajo de grado, dentro del marco del proyecto curricular de Licenciatura en Matemáticas; su objetivo principal subyace en la construcción de tres modelos de lógica no estática usando como herramienta el azar, con el fin de mostrar que estos responden al modelo de la lógica usual, esto mediante la definición de operaciones entre conjuntos, determinación de tautologías y la realización de un experimento programado en dos lenguajes distintos (Microsoft Excel y Python), con el fin de contrastar la probabilidad de éxito del mismo en el modelo de la lógica usual y los modelos de lógica no estática.</p>

<b>3. Fuentes</b>
<p>Di Castro, E. (2006), <i>Conocimientos fundamentales de Filosofía. Vol. I [en CD-ROM]</i>, México, UNAM/McGraw-Hill, Colección Conocimientos Fundamentales.</p>
<p>Gonzales O. (2010). Universidad señor de Sipán. <i>Curso Lógico Matemático</i>. Recuperado de <a href="https://goncaiw.les.wordpress.com/2010/02/logica-proposicional.pdf">https://goncaiw.les.wordpress.com/2010/02/logica-proposicional.pdf</a></p>
<p>López, C., Morera, J. &amp; Jiménez, W. (2016). <i>Historia y caracterización de las concepciones de la Probabilidad</i>. Editorial Académica Española.</p>
<p>Muñoz, J. (2012). <i>Introducción a la teoría de conjuntos</i>. Universidad Nacional de Colombia</p>
<p>Oostra, A., Gómez, F., &amp; García, M. (2001). <i>Simetría y lógica. La notación de Pierce para los 16 conectivos binarios</i>. Memorias del XII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.</p>
<p>Oostra, A. (2003). <i>Simetría en algunas tablas de C.S. Peirce</i>. Memorias del XIV Encuentro de Geometría y sus aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.</p>
<p>Oostra, A. (2004). <i>La notación diagramática de C.S. Pierce para los conectivos proposicionales</i></p>

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Realidad en Formación</small>	<b>FORMATO</b>
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página 2 de 3</b>

*binarios*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias. Vol 28. 57-70.

Oostra, A. (2008). *Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Peirce*. Revista Universidad EAFIT. Vol 44. No. 150.

Sarmiento, B., Fernández, F. (2014). *Estadística descriptiva: Introducción al análisis de datos*. Ediciones de la U Limitada.

Walpole R., Myers R., Myers S., Ye K. (2007). *Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias*. Octava Edición. Pearson, Prentice Hall.

### 4. Contenidos

El presente trabajo de grado contiene los cinco capítulos que se enlistan a continuación:

En el **capítulo 1**, se exponen algunas definiciones de lógica desde diferentes disciplinas y se estudian los conceptos relacionados con la misma, por otro lado se presentan dos trabajos realizados alrededor de los 16 conectores lógicos, el de Charles S. Peirce y el realizado en el curso de probabilidad dirigido a los estudiantes de grado 11 del Instituto Pedagógico Nacional. Por último se presentan algunos conceptos básicos de probabilidad.

En el **capítulo 2** se describe la construcción de tres modelos de lógica no estática, y se presentan aspectos preliminares que permiten dar cuenta de que estos responden al modelo de la lógica usual.

En el **capítulo 3** se definen operaciones entre conjuntos con los modelos de lógica no estática, y a partir de la construcción y comparación entre los retículos del modelo de la lógica usual y los modelos de lógica no estática, se muestra la correspondencia entre estos dos últimos a partir de contencencias.

En el **capítulo 4** se definen cuatro tautologías, teniendo en cuenta cada uno de los tres modelos de lógica no estática y se realiza un análisis de los resultados obtenidos a partir de cada modelo.

En el **capítulo 5** se presenta el experimento realizado con ayuda de los software Microsoft Excel y Phyton, para determinar la probabilidad de éxito del mismo teniendo en cuenta el modelo de la lógica usual y los modelos de lógica no estática, y se realiza un análisis de los resultados obtenidos.

### 5. Metodología

La metodología del presente trabajo de grado se enmarca en cuatro etapas:

- La primera de ellas es la construcción de los tres modelos de lógica no estática, con el fin de mostrar que estos responden al modelo de la lógica usual.
- La segunda de ellas consiste en mostrar que en los tres modelos se cumple que dado  $C$  un conector del modelo de lógica usual, la probabilidad de obtener este conector  $C$  al realizar su construcción usando cualquiera de los tres modelos de lógica no estática, será más alta que la de obtener cualquiera de los otros 15 conectores lógicos.

 <b>UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL</b> <small>Escuela de Pedagogía</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página 3 de 3</b>	

- La tercera etapa tiene como objetivo evidenciar que resulta probable la obtención de tautologías a partir de cualquiera de los tres modelos de lógica no estática.
- La cuarta etapa tiene como finalidad mostrar que es posible definir operaciones entre conjuntos a partir de cualquiera de los tres modelos de lógica no estática.
- La quinta etapa pretende contrastar la probabilidad de éxito al realizar un experimento teniendo en cuenta el modelo de la lógica usual y los modelos de lógica no estática.

<b>6. Conclusiones</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resultar interesante continuar con el estudio del comportamiento de los modelos construidos, y por qué no, construir nuevos modelos de este tipo, con el fin de determinar a profundidad si el trabajo con lógicas no estáticas podría facilitar cuestiones que el modelo de lógica usual no resultan tan sencillas, o si por ejemplo con estos modelos resulta más fácil interpretar situaciones del mundo real.</li> <li>▪ El uso de los lenguajes de programación Excel y Python fue fundamental en el desarrollo del trabajo, ya que por ejemplo en la realización del experimento, permitió evaluar un número significativo de ensayos, de modo que, también se contara con un número significativo de resultados para analizar y sacar conclusiones al respecto.</li> <li>▪ Resulta interesante pensar en la realización de experimentos con características diferentes a las del experimento planteado en este trabajo de grado, con el fin de determinar si su comportamiento resulta similar; esto siguiendo la misma metodología, es decir, contrastando los resultados de los experimentos obtenidos con los modelos de lógica no estática y con el modelo de lógica usual, procurando inferir las razones de dichos resultados.</li> <li>▪ Como profesores de Matemáticas, resulta importante no solamente el hecho de enseñar matemáticas, sino también el de “hacer matemáticas”, pues durante los procesos de construcción de nuevos modelos, o modificación parcial de modelos conocidos, es posible dar cuenta de hallazgos que pueden ser de ayuda en el proceso de enseñanza – aprendizaje.</li> </ul>

<b>Elaborado por:</b>	Sayda Yineth Quiroga Campos Stefany Alejandra Tibocho Pérez
<b>Revisado por:</b>	William Alfredo Jiménez Gómez

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	02	11	2017
--	----	----	------

# Índice

<b>1. Marco de referencia</b>	<b>3</b>
1.1. Concepto de lógica desde diferentes Disciplinas . . . . .	3
1.1.1. Definición del concepto lógica desde la filosofía . . . . .	3
1.1.2. Definición de Lógica desde la Matemática . . . . .	4
1.1.3. Conectores Aristótelicos . . . . .	4
1.1.4. Tautologías . . . . .	6
1.2. Trabajos realizados alrededor de los 16 conectores lógicos . . . . .	7
1.2.1. La notación de Peirce para los 16 conectores lógicos . . . . .	7
1.2.2. Versión de un álgebra formada con 16 conectores lógicos . . . . .	10
1.3. Algunas nociones sobre probabilidad . . . . .	13
1.3.1. Conceptos básicos . . . . .	13
1.4. Concepciones de la Probabilidad . . . . .	14
1.4.1. Probabilidad clásica . . . . .	14
1.4.2. Probabilidad frecuentista . . . . .	15
1.4.3. Probabilidad subjetiva . . . . .	15
<b>2. Modelos de lógica no estática</b>	<b>16</b>
2.1. Modelo 1 . . . . .	16
2.1.1. Sobre la notación que será utilizada . . . . .	16
2.1.2. Descripción del funcionamiento del modelo . . . . .	18
2.1.3. Resumen . . . . .	21
2.1.4. Tabla de probabilidades . . . . .	22
2.2. Modelo 2 . . . . .	24
2.2.1. Algoritmo conectores pares mayores que cero . . . . .	24
2.2.2. Algoritmo conectores impares y conector cero . . . . .	29
2.2.3. Tabla de probabilidades . . . . .	33
2.3. Modelo 3 . . . . .	35
2.3.1. Descripción del funcionamiento del modelo . . . . .	35
2.3.2. Resumen . . . . .	38
2.3.3. Tabla de probabilidades . . . . .	39
2.4. Resumen general . . . . .	40
<b>3. Operaciones entre conjuntos definidas con lógicas no estáticas</b>	<b>42</b>
<b>4. Tautologías usando los modelos de lógicas no estáticas</b>	<b>49</b>
4.1. Ley de Morgan 1 . . . . .	49
4.1.1. Modelo 1 . . . . .	49
4.1.2. Modelo 2 . . . . .	51
4.1.3. Modelo 3 . . . . .	52
4.2. Ley de Morgan 2 . . . . .	54
4.2.1. Modelo 1 . . . . .	54
4.2.2. Modelo 2 . . . . .	55
4.2.3. Modelo 3 . . . . .	56
4.3. Modus Ponendo Ponens (MPP) . . . . .	58

4.3.1.	Modelo 1	58
4.3.2.	Modelo 2	58
4.3.3.	Modelo 3	59
4.4.	Modus Tollendo Tolens (MTT)	61
4.4.1.	Modelo 1	61
4.4.2.	Modelo 2	62
4.4.3.	Modelo 3	63
<b>5.</b>	<b>Experimento</b>	<b>65</b>
5.1.	Descripción general	65
5.2.	El experimento en el modelo de lógica usual	67
5.2.1.	Resultados del experimento en Excel	73
5.2.2.	Resultados del experimento en Phyton	74
5.3.	El experimento en los modelos de lógica no estática	75
5.3.1.	Modelo 1	75
5.3.2.	Modelo 2	83
5.3.3.	Modelo 3	89
5.3.4.	Resumen de resultados	95
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>97</b>

## Índice de figuras

1.	Operaciones con un solo conjunto . . . . .	8
2.	Operaciones usuales entre conjuntos . . . . .	9
3.	Regiones en un diagrama de Venn . . . . .	10
4.	Diagrama de árbol . . . . .	11
5.	Bolsa 1 - Conector 6 - Modelo 1 . . . . .	18
6.	Bolsa 2 - Conector 6 - Modelo 1 . . . . .	19
7.	Bolsa 3 - Conector 6 - Modelo 1 . . . . .	19
8.	Bolsa 4 - Conector 6 - Modelo 1 . . . . .	19
9.	Tabla de probabilidades - Modelo 1 vs Modelo usual . . . . .	22
10.	Probabilidades - Modelo 1 vs Modelo usual . . . . .	23
11.	Conector 2 - Primera pareja ordenada . . . . .	25
12.	Conector 2 - Primera pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	25
13.	Conector 2 - Segunda pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	25
14.	Conector 2 - Segunda pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	26
15.	Conector 2 - Tercera pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	26
16.	Conector 2 - Tercera pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	26
17.	Conector 2 - Cuarta pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	27
18.	Conector 2 - Cuarta pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	27
19.	Conector 3 - Primera pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	29
20.	Conector 3 - Segunda pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	29
21.	Conector 3 - Segunda pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	30
22.	Conector 3 - Tercera pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	30
23.	Conector 3 - Terera pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	31
24.	Conector 3 - Cuarta pareja ordenada - $M_2$ . . . . .	31
25.	Conector 3 - Cuarta pareja ordenada- $M_2$ . . . . .	32
26.	Tabla de probabilidades $M_2$ vs Modelo usual . . . . .	33
27.	Tabla de probabilidades $M_2$ vs Modelo Usual . . . . .	34
28.	Bolsa 1 - Conector 11 - Modelo 3 . . . . .	35
29.	Bolsa 2 - Conector 11 - Modelo 3 . . . . .	36
30.	Bolsa 3 - Conector 11 - Modelo 3 . . . . .	36
31.	Bolsa 4 - Conector 11 - Modelo 3 . . . . .	37
32.	Tabla de probabilidades - Modelo 3 vs Modelo usual . . . . .	39
33.	Probabilidades - Modelo 3 vs Modelo usual . . . . .	40
34.	Tabla de probabilidades - Modelos 1, 2 y 3 vs Modelo usual . . . . .	40
35.	Probabilidades - Modelos 1, 2 y 3 vs Modelo usual . . . . .	41
36.	Conector 10 $M_2$ . . . . .	42
37.	Retículo $M_U$ . . . . .	43
38.	Tabla de operación - Conector 7 . . . . .	43
39.	Retículo $M_1$ . . . . .	45
40.	Retículo $M_2$ . . . . .	45
41.	Retículo $M_3$ . . . . .	46
42.	Contenencia entre conectores - Tres modelos . . . . .	46
43.	Contenencia entre conectores de forma general - Tres modelos . . . . .	47

44.	Ley de Morgan 1 - Modelo 1 . . . . .	50
45.	Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 1 . . . . .	50
46.	Ley de Morgan 1 - Modelo 2 . . . . .	51
47.	Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 2 . . . . .	52
48.	Ley de Morgan 1 - Modelo 3 . . . . .	53
49.	Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 3 . . . . .	53
50.	Ley de Morgan 2 - Modelo 1 . . . . .	54
51.	Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 1 . . . . .	55
52.	Ley de Morgan 2 - Modelo 2 . . . . .	55
53.	Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 2 . . . . .	56
54.	Ley de Morgan 2 - Modelo 3 . . . . .	57
55.	Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 2 . . . . .	57
56.	MPP - Modelo 1 . . . . .	58
57.	MPP - Modelo 2 . . . . .	59
58.	MPP - Modelo 3 . . . . .	59
59.	MPP - Modelo (1,2,3) . . . . .	60
60.	MTT - Modelo 1 . . . . .	62
61.	MTT - Modelo 2 . . . . .	62
62.	MTT - Modelo 3 . . . . .	63
63.	MTT - Modelo (1,2,3) . . . . .	63
64.	Tabla de verdad $(p \wedge q) \rightarrow r$ . . . . .	66
65.	Tabla de verdad $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ . . . . .	67
66.	Ejemplo - Ensayos del experimento en Excel . . . . .	68
67.	Experimento - Modelo de lógica usual - Excel . . . . .	71
68.	Experimento - Modelo de lógica usual - Phyton . . . . .	72
69.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo usual - Excel . . . . .	73
70.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo usual - Phyton . . . . .	74
71.	Construcción del conector $7_{M1}$ - Excel . . . . .	75
72.	Construcción del conector $6_{M1}$ - Excel . . . . .	76
73.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 1 . . . . .	76
74.	Experimento - Modelo 1 - Excel . . . . .	77
75.	Construcción del conector $7_{M1}$ - Phyton . . . . .	78
76.	Construcción del conector $6_{M1}$ - Phyton . . . . .	78
77.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 1 - Phyton . . . . .	79
78.	Experimento - Modelo 1 - Phyton . . . . .	80
79.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 1 - Excel . . . . .	81
80.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 1 - Phyton . . . . .	82
81.	Construcción del conector $7_{M2}$ - Excel . . . . .	83
82.	Construcción del conector $6_{M2}$ - Excel . . . . .	83
83.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 2 - Excel . . . . .	83
84.	Experimento - Modelo 2 - Excel . . . . .	84
85.	Construcción del conector $7_{M2}$ - Phyton . . . . .	85
86.	Construcción del conector $6_{M2}$ - Phyton . . . . .	85
87.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 2 - Phyton . . . . .	85
88.	Experimento - Modelo 2 - Phyton . . . . .	86

89.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 2 - Excel . . . . .	87
90.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 2 - Phyton . . . . .	88
91.	Construcción del conector $7_{M3}$ - Excel . . . . .	89
92.	Construcción del conector $6_{M3}$ - Excel . . . . .	89
93.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 3 . . . . .	89
94.	Experimento - Modelo 3 - Excel . . . . .	90
95.	Construcción del conector $7_{M3}$ - Phyton . . . . .	91
96.	Construcción del conector $6_{M3}$ - Phyton . . . . .	91
97.	Tabla de verdad - $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ - Modelo 3 - Phyton . . . . .	91
98.	Experimento - Modelo 3 - Phyton . . . . .	92
99.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 3 - Excel . . . . .	93
100.	Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 3 - Phyton . . . . .	94

## Índice de tablas

1.	Tabla de verdad: Conjunción . . . . .	4
2.	Tabla de verdad: Disyunción inclusiva . . . . .	5
3.	Tabla de verdad: Disyunción exclusiva . . . . .	5
4.	Tabla de verdad: Condicional . . . . .	5
5.	Tabla de verdad: Bicondicional . . . . .	6
6.	Posibles conectores unarios . . . . .	8
7.	Conectores binarios definidos por Charles S. Peirce . . . . .	10
8.	Posibles combinaciones de cuatro dígitos, usando dos valores de verdad	12
9.	Traducción de la tabla 1, a los nuevos valores de verdad 0 y 1 . . . . .	12
10.	Tabla de verdad - Conector 7 . . . . .	12
11.	Conectores binarios definidos en el IPN . . . . .	13
12.	Tabla de la “operación 7” . . . . .	13
13.	Parejas ordenadas . . . . .	16
14.	Tabla de verdad - Conector $c$ . . . . .	16
15.	Cifras - Conector $c$ . . . . .	17
16.	Cifras - Conector 13 . . . . .	17
17.	Tabla de verdad - Conector 13 . . . . .	17
18.	Tabla de verdad - Conector 6 . . . . .	18
19.	Construcción conector 6 - Modelo 1 . . . . .	20
20.	Construcción conector 6 - Modelo 1 - Ejemplo 1 . . . . .	20
21.	Tabla de verdad - Conector $6_{M1}$ - Ejemplo 1 . . . . .	20
22.	Construcción conector 6 - Modelo 1 - Ejemplo 2 . . . . .	21
23.	Tabla de verdad - Conector $6_{M1}$ - Ejemplo 2 . . . . .	21
24.	Resumen - Modelo 1 . . . . .	21
25.	Notación Modelo 2 . . . . .	24
26.	Tabla de verdad - Conector 2 . . . . .	24
27.	Tabla de verdad - Conector $2_{M2}$ . . . . .	28
28.	Tabla de verdad - Conector $2_{M2}$ . . . . .	28
29.	Tabla de relación entre parejas ordenadas y cifras de los conectores . . . . .	28
30.	Tabla de verdad - Conector 3 . . . . .	29
31.	Tabla de verdad - Conector $3_{M2}$ . . . . .	32
32.	Tabla de verdad - Conector $3_{M2}$ . . . . .	32
33.	Tabla de verdad - Conector 11 . . . . .	35
34.	Tabla de verdad - Conector $11_{M3}$ - Ejemplo 1 . . . . .	37
35.	Tabla de verdad - Conector $11_{M3}$ - Ejemplo 2 . . . . .	37
36.	Resumen - Modelo 3 . . . . .	38
37.	Condiciones - Modelo 3 . . . . .	38
38.	Operaciones entre conectores - Conector 3 . . . . .	44
39.	Operaciones entre conectores - Conector 6 . . . . .	44
40.	Operaciones entre conectores - Conector 7 . . . . .	44
41.	Casos - Tabla de verdad $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ . . . . .	69
42.	Resumen de resultados del experimento en los modelos 1, 2 y 3 . . . . .	95
43.	Probabilidad media de éxito en el experimento . . . . .	95

# Introducción

Este trabajo surge a partir del interés de los autores de trabajar una temática en la que se tuvieran en cuenta la lógica y algunos conceptos relacionados con estadística y probabilidad, esto a raíz de que por un lado, la realización de una de las prácticas pedagógicas de inmersión de una de las autoras se llevó a cabo en el Instituto Pedagógico Nacional (IPN), donde la asignatura a cargo fue probabilidad en grado 11; en el programa de dicha asignatura, los estudiantes estudian conceptos de la lógica usual y adicionalmente realizan una construcción de los 16 conectores de una forma no convencional, por otro lado, la segunda autora se encontraba trabajando en el grupo de investigación de estadística de la Licenciatura como monitora. A razón de lo anterior, emerge la idea de realizar un trabajo sobre lógicas no estáticas, con la finalidad de analizar su comportamiento y determinar si este resulta ser similar al modelo de la lógica usual, y qué posibles ventajas o desventajas puede presentar el trabajo con lógicas no estáticas sobre el trabajo con la lógica usual.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo se estructura en cinco capítulos, en el primero de ellos se encuentra el marco de referencia, allí se presentan los conceptos fundamentales en los que se basa principalmente el trabajo de grado, en primer lugar, se alude a la definición de lógica desde dos disciplinas, las matemáticas y la filosofía, y se hace referencia a conceptos relacionados directamente con la misma; en segundo lugar se presentan dos trabajos realizados alrededor de los 16 conectores lógicos, el de Charles S. Pierce y el que se lleva a cabo en el curso de Probabilidad dirigido a los estudiantes de grado once del IPN.

En el segundo capítulo, se muestra la construcción de los tres modelos de lógica no estática en los que se basará el presente trabajo, allí se da a conocer la descripción del funcionamiento de cada modelo y se dan indicios del porqué se presume que tales modelos responden al modelo de la lógica usual haciendo un análisis preliminar del comportamiento de cada modelo de acuerdo a su construcción.

En el tercer capítulo se definen operaciones entre conjuntos teniendo en cuenta cada uno de los tres modelos de lógica no estática, se realiza la construcción de cada uno de los retículos de tales operaciones y se muestra a partir de contenencias, la correspondencia de los retículos de cada modelo de lógica no estática, con el retículo de las operaciones entre conjuntos definidas en el modelo de lógica usual. En el cuarto capítulo se muestra cómo a partir de los modelos construidos en el capítulo 2, es posible obtener algunas tautologías, puntualmente se trabaja con las Leyes de Morgan, y las inferencias lógicas Modus Tollendo Tollens y Modus Ponendo Ponens, se analiza la probabilidad de obtención de estas tautologías usando los tres modelos y se realiza posteriormente un análisis de los resultados obtenidos.

En el quinto capítulo se presenta el trabajo realizado alrededor de un experimento propuesto con el fin de determinar el éxito del mismo en el modelo de la lógica usual y en los modelos de lógica no estática, inicialmente se presenta la descripción y ejecución del experimento, se dan a conocer los resultados obtenidos en cada uno de los modelos, posterior a esto se realiza un análisis en el que se contrastan los resultados ya mencionados y se presentan algunas conclusiones al respecto.

# Objetivos

## Objetivo general

Construir los 16 conectores lógicos usuales usando como herramienta el azar.

## Objetivos específicos

- Construir y consolidar tres modelos de lógica no estática a través del azar.
- Programar los tres modelos construidos en los software Excel y Python.
- Definir operaciones entre conjuntos con los modelos de lógica no estática construidos.
- Evaluar la obtención de algunas tautologías teniendo en cuenta los modelos de lógica no estática, y usando como herramienta el software Excel.
- Elaborar un experimento en los software Excel y Python con base en los modelos construidos.
- Calcular intervalos de confianza teniendo en cuenta las probabilidades de éxito obtenidas al realizar el experimento con los modelos construidos.

# 1. Marco de referencia

## 1.1. Concepto de lógica desde diferentes Disciplinas

A través de la historia la definición del concepto lógica fue cambiando desde las perspectivas de diferentes filósofos; por esta razón, consideramos importante tener en cuenta el concepto de lógica desde la filosofía, (la madre de la lógica) y desde las matemáticas donde le atribuyen a la lógica la posibilidad de la construcción de sistemas teóricos matemáticos establecidos.

### 1.1.1. Definición del concepto lógica desde la filosofía

En la filosofía, se tiene en cuenta la definición de lógica que dieron algunos autores como: Aristoteles, Gregorio Fingermann, San Agustin, Hegel Y Kant quienes dan una definición de lógica a través de los años, teniendo en cuenta, sus doctrinas e intereses que tenían en aquella época. las siguientes definiciones son tomadas del libro Conocimientos fundamentales de filosofía.(Di Castro, 2006, p.9)

- **Aristóteles (384-322 a. C.):** La lógica es la ciencia de la demostración, pues sólo se preocupa de formular reglas para alcanzar verdades a través de la demostración.
- **San Agustin (354-430 d. C):** La lógica es el arte de razonar o es la parte de la ciencia que enseña el método para alcanzar la verdad.
- **Hegel (1770-1831):** La lógica es la ciencia de la idea pura de la idea en el elemento abstracto del pensamiento.
- **Stuart Mill (1806-1873):**La lógica es la ciencia de las aspiraciones intelectuales que sirven para estimación de la prueba
- **Gregorio Fingermann (1942):** la lógica es la ciencia de las leyes y de las formas del pensamiento, que nos da normas para la investigación científica y nos suministra un criterio de verdad.
- **Kant(1746):**La lógica es la ciencia de las leyes necesarias del entendimiento y de la razón.

En base a estas definiciones, la definición de Aristóteles, es la que se va tener en cuenta en este trabajo dado que los otros autores definen la lógica desde conceptos muy abstractos que no serían relevantes en la construcción de los modelos. Por lo tanto, en el siguiente capítulo se explicará en detalle el trabajo realizado por el filósofo, matemático Aristóteles con respecto a los conectores lógicos.

### 1.1.2. Definición de Lógica desde la Matemática

Como se afirmó anteriormente Aristoteles fue de los primeros matemático filósofos que construyeron una lógica formal<sup>1</sup>, basado en sus conectores, dado que este autor afirmaba que existen conectores u operadores lógicos que permiten formar proposiciones<sup>2</sup> compuestas (formadas por varias proposiciones) éstas comunmente son nombradas con las letras p y q.

A continuación se describen los conectores aristotélicos según (Gonzales, 2010) junto con las tablas de verdad de cada conector las cuales fueron introducidas por el matemático Charles Sanders Peirce en los años 1880, sin embargo, el formato más popular y el establecido en este trabajo, fue desarrollado por Ludwig Wittgenstein en su Tractatus logico-philosophicus, publicado en 1921.

### 1.1.3. Conectores Aristotélicos

- **Conjunción:** Dadas las proposiciones p y q, la conjunción, es el resultado de unir estas proposiciones con el conectivo lógico "y". Se denota con el símbolo  $\wedge$ , se escribe  $(p \wedge q)$ . Esta preposición es verdadera cuando p, q son verdaderas a la vez.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Tabla 1: Tabla de verdad: Conjunción

- **Disyunción:** Es una proposición compuesta formada por las porposiciones p, q relacionadas por el conectivo lógico "o". Según el sentido del conectivo "o", se puede interpretar de dos maneras: inclusiva o exclusiva.
- **Disyunción inclusiva:** Se denota como  $(p \vee q)$ . La disyunción inclusiva es falsa sólo en el caso que ambas proporciones sean falsas. Se conoce como la suma lógica.
- **Disyunción exclusiva:** Se denota como  $(p \vee\vee q)$ . La disyunción exclusiva es verdadera sólo cuando una de las proposiciones es verdadera.

---

<sup>1</sup>Según la RAE, se define lóica formal como: lógica que opera utilizando un lenguaje simbólico abstracto para representar la estructura básica de un sistema.

<sup>2</sup>Según la RAE, se define proposición en lógica como: Expresión de un juicio entre dos términos, sujeto y predicado, que afirma o niega este de aquel, o incluye o excluye el primero respecto del segundo.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p ∨ q</b>
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla 2: Tabla de verdad: Disyunción inclusiva

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p ∨ q</b>
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla 3: Tabla de verdad: Disyunción exclusiva

- **Condiciona**: Proposición compuesta que resulta de la combinación de dos proposiciones simples, a través del conectivo: “Si ..., entonces ...”. Se denota con el símbolo  $\rightarrow$ , se escribe  $p \rightarrow q$ . La proposición  $p$  se llama antecedente o hipótesis y la proposición  $q$  se llama consecuente o conclusión. Esta proposición únicamente es falsa solamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\rightarrow</math> q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabla 4: Tabla de verdad: Condicional

- **Bicondiciona**: Cuando dos proposiciones están unidas por el conectivo lógico “... si y sólo si ...”. se denota  $\leftrightarrow$ . La proposición compuesta se denota por  $(p \leftrightarrow q)$  y se lee:  $p$  si y sólo si  $q$ . La proposición bicondicional solamente es verdadera si tanto  $p$  como  $q$  son falsas o bien ambas verdaderas.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\longleftrightarrow</math> q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabla 5: Tabla de verdad: Bicondicional

#### 1.1.4. Tautologías

De acuerdo a los conectores lógicos, descritos en la sesión anterior, se pueden formar proposiciones mezclando conectores y proposiciones entre si, por ejemplo  $((\neg p \wedge q) \longleftrightarrow p)$ , lease  $(\neg p)$  como la negación de  $p$ .

Según (Muñoz, 2012 ,pág 7) existen las fórmulas bien formadas, que equivalen a expresiones con sentido; cabe resaltar que dichas fórmulas( "expresiones con sentido") subyacen del cálculo proposicional.

Para encontrar una fórmula bien formada se deben seguir ciertas normas o reglas como:

1. Los símbolos proposicionales son fórmulas bien formadas
2. si  $\alpha$  es una fórmula bien formada, entonces su negación  $(\neg\alpha)$  es una fórmula bien formada
3. si  $\alpha$  y  $\beta$  son fórmulas bien formadas, entonces también lo son  $(\alpha \wedge \beta)$ ,  $(\alpha \vee \beta)$ ,  $(\alpha \vee \beta)$ ,  $(\alpha \longleftrightarrow \beta)$ ,  $(\alpha \rightarrow \beta)$ .
4. Una expresión es una fórmula es bien formada si y solo si el que lo sea se sigue de aplicar las reglas (1), (2), (3) finitas veces.

Ahora bien, existen fórmulas bien formadas muy particulares las cuales en su tabla de verdad únicamente aparece el valor de verdad, sin importar la verdad o falsedad de sus proposiciones, debido a que corresponden a proposiciones que son verdaderas independiente de la veracidad de sus símbolos proposicionales componentes, estas son nombradas como **Tautologías**.(Muñoz, 2012 ,pág 9). No obstante, también existen fórmulas bien formadas compuestas que siempre son falsas, independientemente de la veracidad de las proposiciones componentes, estas fórmulas bien formadas se denominan **Contradicciones**, se puede verificar si es una contradicción por medio de una tabla de verdad en la cual debe aparecer únicamente el valor de falsedad. y así mismo las fórmulas bien formadas que no son falsas ni verdaderas independientemente de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen se denominan **Contingencias**.

## 1.2. Trabajos realizados alrededor de los 16 conectores lógicos

En este apartado se presenta inicialmente la definición de los 16 conectores lógicos realizada por Charles S. Peirce, referenciada por el profesor Arnold Oostra, y posteriormente la versión de un álgebra análoga a la propuesta de Peirce haciendo uso de tales conectores, trabajada en la asignatura Probabilidad del grado 11 del Instituto Pedagógico Nacional (IPN).

### 1.2.1. La notación de Peirce para los 16 conectores lógicos

De acuerdo con Oostra (2001), un *conector proposicional* de aridad  $n$  es una función que asigna un valor de verdad a  $n$  proposiciones dadas. Ahora bien, se considera que desde el punto de vista de la lógica proposicional, lo único relevante de una proposición es su valor de verdad, luego, un conector es una función que asigna un valor de verdad a  $n$  valores de verdad dados. Por lo tanto, resulta válida la siguiente definición

- Un *conector lógico*: es una operación de aridad  $n$  en el conjunto de los valores de verdad.

En la lógica clásica bivalente se estudia el caso más sencillo, teniendo en cuenta únicamente dos valores de verdad  $V$  (verdadero) y  $F$  (falso). Así que, en ese orden de ideas, un conector de aridad  $n$  es una función del conjunto:

$$\{V, F\}^n = \{V, F\} \times \{V, F\} \times \dots \times \{V, F\} \quad (1)$$

en el conjunto  $\{V, F\}$ . O sea, como ya se mencionó, una operación de aridad  $n$  en el conjunto  $\{V, F\}$ .

Luego, si  $A$  es un conjunto finito que tiene  $a$  elementos, y  $B$  es otro conjunto con  $b$  elementos, entonces existen  $b^a$  funciones diferentes de  $A$  en  $B$ . De acuerdo con lo anterior, como  $\{V, F\}^n$  tiene  $2^n$  elementos y  $\{V, F\}$  tiene 2, entonces existen  $2^{2^n}$  conectores lógicos de aridad  $n$ .

Otra consideración a tratar es que si se tiene un subconjunto de un conjunto universal, es posible asociar un valor de verdad con el subconjunto y otro con su complemento. Por ejemplo, si el subconjunto está descrito mediante una función proposicional, sus elementos son los que hacen verdadera la función y los elementos de su complemento son los que la hacen falsa.

La idea mencionada con antelación hace posible establecer una correspondencia biyectiva entre los conectores de aridad  $n$  y las operaciones de aridad  $n$  con subconjuntos. Así pues, la conjunción corresponde a la intersección, la disyunción a la unión y la negación al complemento.

Sea  $A$  un subconjunto de un universo  $U$  y  $()^c$  denota el complemento, las  $2^{(2^1)} = 4$  operaciones con un solo subconjunto se muestran en el diagrama de la Figura 1:

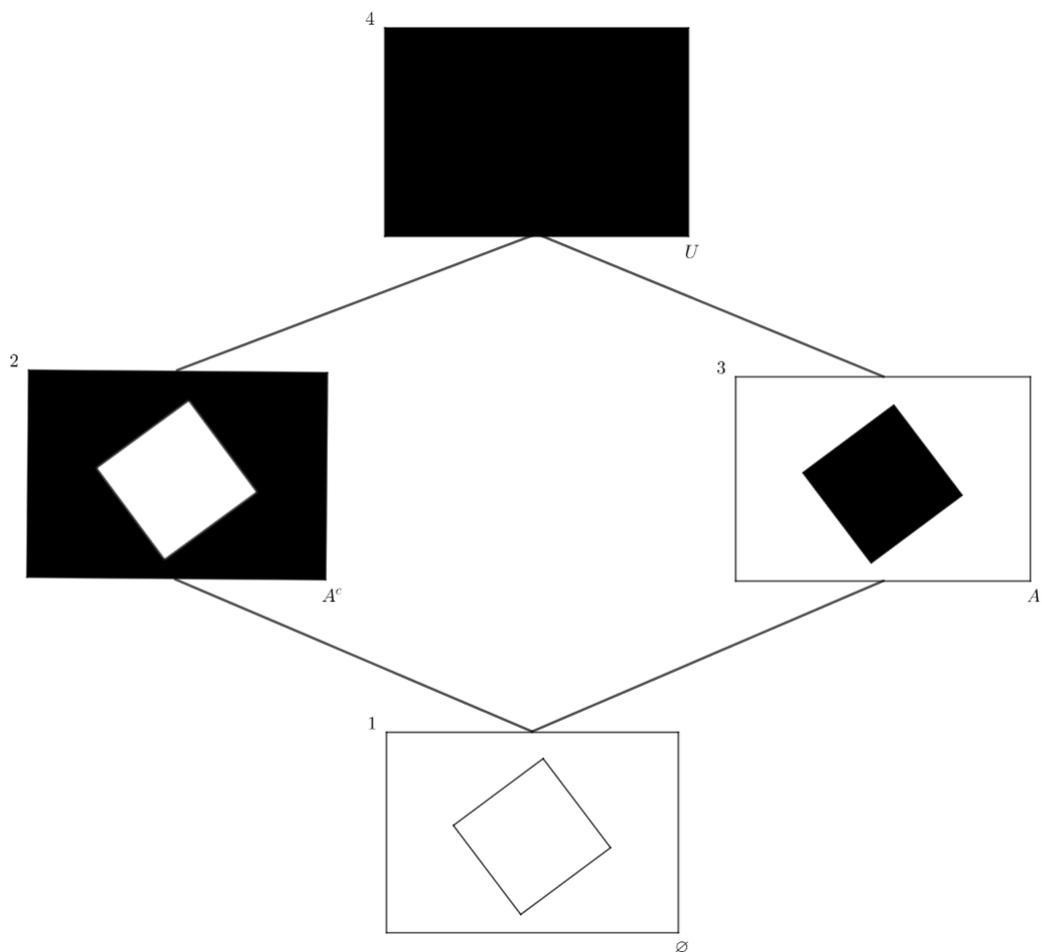


Figura 1: Operaciones con un solo conjunto

Un conector unario, o bien, de aridad 1, es una función de  $\{V, F\}$  en  $\{V, F\}$ . Los conectores unarios, se obtienen del diagrama de la Figura 1 identificando, en el dominio,  $V$  con el subconjunto  $A$  y  $F$  con su complemento. Así, los posibles conectores unarios son las funciones siguientes:

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>V</b>	F	F	V	V
<b>F</b>	F	V	F	V

Tabla 6: Posibles conectores unarios

Sería posible diseñar símbolos para los cuatro conectores unarios, sin embargo, únicamente se designará de manera particular, el segundo, denominado *negación*. La notación propuesta por Peirce para este conector es  $\bar{x}$ .

Ahora bien, hay  $2^{(2^2)}$  conectivos binarios o de aridad 2 y algunas otras operaciones con dos subconjuntos. En el siguiente diagrama se muestran las 16 operaciones, donde  $A$  y  $B$  son subconjuntos de un mismo universo  $U$ .

En el diagrama presentado *a posteriori*, también es posible observar que las operaciones usuales entre conjuntos (unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica,...), dan cuenta únicamente de *la mitad* de las operaciones posibles, pues la otra mitad, se obtiene por complementación.

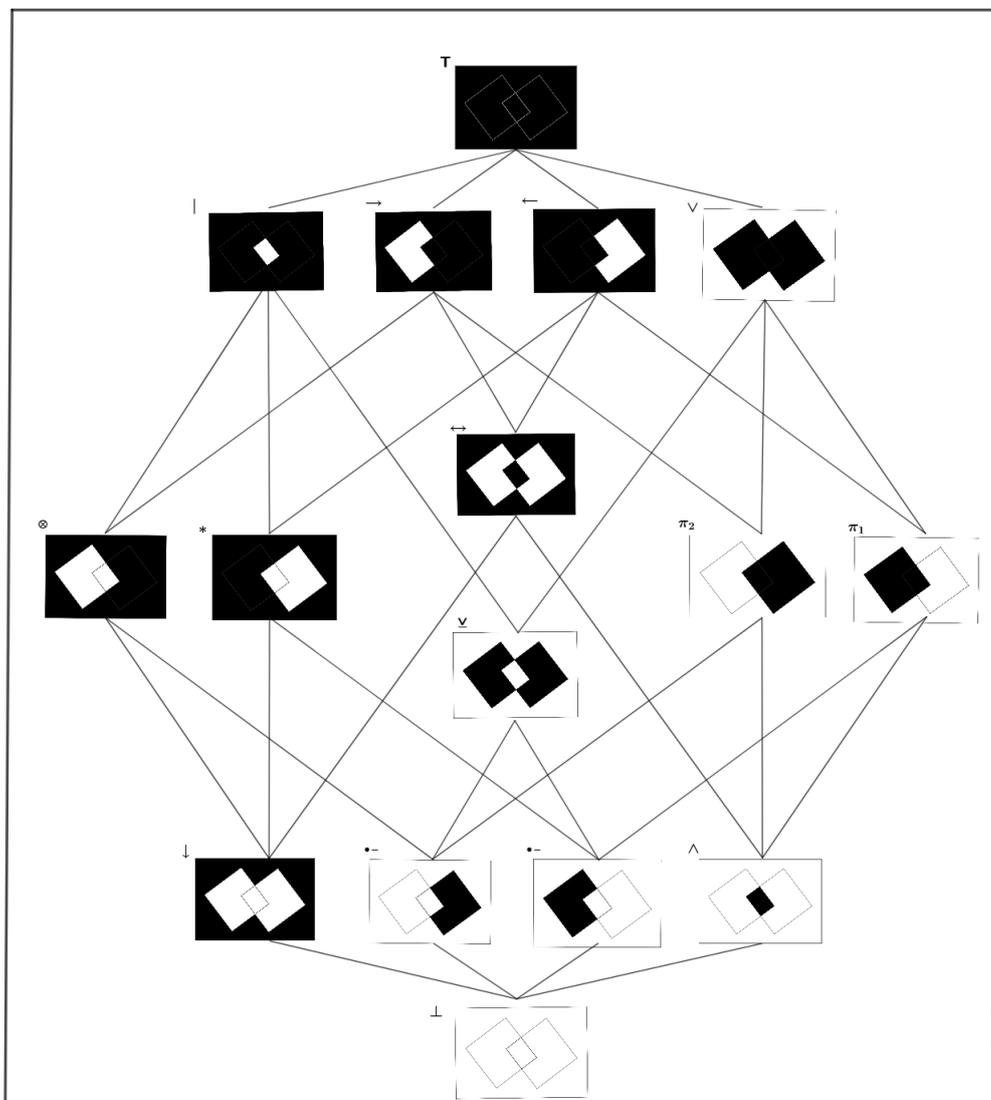


Figura 2: Operaciones usuales entre conjuntos

Luego, se tiene que, un conector binario es una función de:

$$\{V, F\}^2 = \{VV, VF, FV, FF\} \quad (2)$$

en  $\{V, F\}$ .

Los conectores binarios se obtienen del diagrama anterior, al rotular las cuatro regiones como se muestra en la Figura 3.

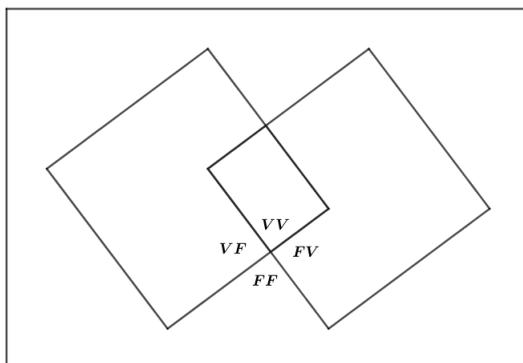


Figura 3: Regiones en un diagrama de Venn

En cada una de las 16 operaciones representadas en la Figura 2, se asigna el valor de verdad  $V$  a las regiones sombreadas y  $F$  a las demás. En la siguiente tabla se presentan los 16 conectores lógicos binarios con la numeración del diagrama de la Figura 2.

	$\perp$	$\downarrow$	$\bullet -$	$- \bullet$	$\wedge$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\leftrightarrow$	$\underline{\vee}$		$\otimes$	$ $	$\rightarrow$	$\leftarrow$	$\vee$	$\top$
<b>VV</b>	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V
<b>VF</b>	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V
<b>FV</b>	F	F	V	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
<b>FF</b>	F	V	F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V

Tabla 7: Conectores binarios definidos por Charles S. Peirce

### 1.2.2. Versión de un álgebra formada con 16 conectores lógicos

Debido a que el interés por el tema de la realización del presente trabajo, surgió a partir del desarrollo de una de las prácticas de inmersión en el Instituto Pedagógico Nacional (IPN), se considera pertinente, dar a conocer la construcción de los 16 conectores que se realiza allí en el curso de probabilidad de grado 11.

Como se mencionó en uno de los apartados previos, los conectores lógicos más comunes, son los 6 conectores de la lógica clásica o aristotélica, inicialmente, los estudiantes de grado 11 del IPN, estudian tales conectores, pero posteriormente, se plantea

la generación de los 16 conectores lógicos usando el sistema binario como medio para generar una notación eficiente y mucho más sencilla. Otro de los trabajos se propone en el curso es el uso de tautologías y las tablas de lógica, con el fin de demostrar que los 16 conectores lógicos pueden ser generados usando combinaciones de únicamente seis de ellos, y por último se definen operaciones binarias con el fin de mostrar que el sistema de lógica usual puede ser generado usando uno solo de tales conectores.

Para la generación de los 16 conectores, inicialmente se plantea que las combinaciones de cuatro dígitos usando dos valores de verdad, no son precisamente 6, lo que conlleva a pensar que existen más conectores lógicos. En primer lugar, se propone a los estudiantes hallar todas las posibles combinaciones a partir de la elaboración de un diagrama de árbol, veamos:

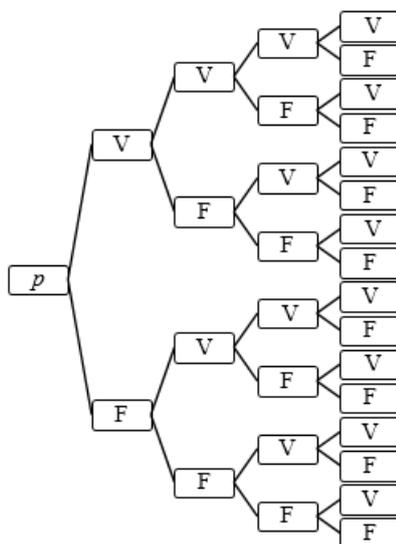


Figura 4: Diagrama de árbol

A partir de esto, los estudiantes verifican que a pesar de que previamente, se realizó el trabajo con únicamente seis conectores lógicos, en realidad, es posible definir 16 de estos, a partir de cada una de las combinaciones encontradas.(Ver Tabla 8)

Hasta ese momento, se entiende que V representa los valores de verdad, “verdaderos”, y F los valores de verdad “falsos”, pero como convenio de la clase se establece que 0 y 1 representarán cada uno de los valores de verdad respectivamente (esta notación es la que se utilizará en la monografía); luego las 16 combinaciones en términos de esta notación, quedan como se muestra en la Tabla 9.

VVVV	VFVV	FVVV	FFVV
VVVF	VFVF	FVVF	FFVF
VVfV	VFFV	FVfV	FFFV
VVff	VFFF	FVff	FFFF

Tabla 8: Posibles combinaciones de cuatro dígitos, usando dos valores de verdad

0000	0100	1000	1100
0001	0101	1001	1101
0010	0110	1010	1110
0011	0111	1011	1111

Tabla 9: Traducción de la tabla 1, a los nuevos valores de verdad 0 y 1

Posteriormente, se induce a los estudiantes a dar cuenta de que cada una de las combinaciones resultantes, representa un número del sistema de numeración binario, y se propone determinar a qué número del sistema de numeración decimal corresponde cada combinación. A partir de lo anterior, se concluye que cada una de las combinaciones resultantes, es equivalente a un número del 0 al 15 en base 10.

Una vez concertado lo anterior, se hace alusión a los conectores aristotélicos y al "símbolo" que representa a cada uno de ellos, en aras de concretar, cuál será el "símbolo" que representará a cada uno de los 16 conectores definidos hasta el momento; se acuerda entonces, que el número en base 10 que corresponda a cada combinación, corresponderá a la representación de cada conector, por ejemplo, como el número 7 en base 10, corresponde a la combinación 0111, la tabla que corresponde al conector 7 es la siguiente:

<b>p</b>	<b>7</b>	<b>q</b>
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 10: Tabla de verdad - Conector 7

La construcción de las tablas para el resto de los conectores se realiza de manera análoga a la anterior.

Ahora bien, en la siguiente tabla se presentan de manera general los 16 conectores lógicos, teniendo en cuenta lo mencionado con antelación:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Tabla 11: Conectores binarios definidos en el IPN

Se puede evidenciar, que la tabla presentada *a priori* resulta análoga a la Tabla 7, en la que se presentan los 16 conectores definidos por Charles S. Peirce.

Después de realizar el proceso mencionado con antelación, se establece además, que cada conector puede ser interpretado como una operación binaria, y para ello, se propone cambiar el formato de la tabla, a uno como el siguiente:

<b>7</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	0	1
<b>1</b>	1	1

Tabla 12: Tabla de la “operación 7”

Una vez definidas las 16 operaciones correspondientes a cada conector, se propone a los estudiantes que a partir de la observación de la tabla de cada operación, se deduzca qué propiedades de las operaciones binarias se cumplen, y se propone el estudio y resolución de los problemas planteados en el encabezado de este apartado.

Vale la pena aclarar que la generación de los 16 conectores lógicos que se realiza con los estudiantes del IPN, atiende a la generación propuesta por Charles S. Peirce, y referenciada por Oostra, como se mostró en un apartado previo. Sin embargo, como se mencionó previamente, en lo que se refiere a la notación, el uso del sistema de numeración binario, hace posible que esta sea más eficiente, razón por la que el variación del álgebra con los 16 conectores lógicos binarios en la que estará fundamentado el presente trabajo, es la trabajada regularmente en el IPN.

### 1.3. Algunas nociones sobre probabilidad

Debido a que el objetivo de la realización de este trabajo, es generar lógicas no estáticas, resulta pertinente incluir dentro del marco de referencia, algunas nociones sobre probabilidad, que serán útiles en el desarrollo del mismo.

#### 1.3.1. Conceptos básicos

- **Experimento aleatorio** De acuerdo con Sarmiento y Fernández (2014) se entiende como experimento, cualquier proceso que genere un conjunto de datos.

Ahora bien, un experimento aleatorio o probabilístico se caracteriza porque: es posible repetirlo de manera indefinido sin cambiar el conjunto de condiciones dadas, aunque no es posible determinar un resultado único, se tiene la posibilidad de describir el conjunto de todos los posibles resultados, y además, a medida que se repite un gran número de veces el experimento surge el acercamiento a un patrón definido o regularidad, que hace posible construir un modelo matemático preciso, que será de utilidad para analizar el experimento.

- **Espacio muestral:** Sea  $E$ , cualquier experimento aleatorio, el espacio muestral es el conjunto  $S$  de todos los posibles resultados de tal experimento. Cada resultado se denomina observación o punto muestral. De acuerdo al número de puntos muestrales un espacio muestral puede ser finito o infinito.
- **Evento** Dado un experimento  $E$  y su espacio muestral  $S$ , se define un evento  $A$  como un subconjunto del espacio muestral  $S$ . Los eventos asociados a experimentos pueden ser:
  - **Simples:** Cuando el espacio muestral  $S$ , tiene un único punto muestral.
  - **Compuestos:** Si el espacio muestral  $S$ , tiene dos o más puntos muestrales.
  - **Seguros:** Si su expresión como conjunto de puntos muestrales es igual al espacio muestral del experimento.
  - **Imposibles:** Si su expresión como conjunto de puntos muestrales es el conjunto vacío.

## 1.4. Concepciones de la Probabilidad

En este capítulo se darán a conocer las concepciones de la probabilidad. Es importante aclarar, que se hará especial énfasis en la primera de ellas, la concepción clásica, pues es la que se considera, atañe en particular al presente trabajo, debido a los cálculos requeridos para la generación de los modelos de lógicas no estáticas. Sobre las otras dos concepciones, se realizará una caracterización breve, a manera de información para el lector.

### 1.4.1. Probabilidad clásica

Según Fernandez, F. (s.f), la concepción clásica de la probabilidad hace posible el cálculo de las probabilidades previo a que se realice cualquier prueba. Bajo esta concepción, la probabilidad se define como el cociente entre los resultados favorables al evento en cuestión y todos los resultados posibles que puedan ser determinados, asociados al espacio muestral de referencia. Desde esta perspectiva se asume la equiprobabilidad de los resultados de los eventos simples del espacio muestral  $S$  y si  $A$  denota al evento al que se asigna la probabilidad  $P(A)$ , se tiene que:

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)} \quad (3)$$

Donde  $m(A)$  y  $m(S)$  representan la medida del evento, es decir, todos los resultados favorables y la medida del espacio muestral, o sea todos los resultados posibles que se pueden determinar.

#### **1.4.2. Probabilidad frecuentista**

Según López, C., Morera, J. & Jiménez, W. (2012), la idea principal en esta concepción, es que la probabilidad es asignada según la frecuencia de ocurrencia de determinado evento.

Esta concepción está definida por:

- El incremento indefinido del número de realizaciones de un suceso en un experimento.
- El uso de una aproximación experimental posterior a la realización de muchas pruebas.
- La interpretación de información de datos en términos de frecuencias con que se ha producido un suceso, una concepción que establece una frecuencia relativa a partir de una absoluta.

#### **1.4.3. Probabilidad subjetiva**

De acuerdo con López, C., Morera, J. & Jiménez, W. (2012), esta concepción se caracteriza por:

- Una asignación de Probabilidad enmarcada en creencias personales, que relaciona patrones implícitos de preferencias e intuiciones primarias; se hace explícito el conocimiento construido por experiencias previas de aprendizaje.
- La recurrencia al “sentido común” de ocurrencia de un evento.

## 2. Modelos de lógica no estática

Uno de los objetivos principales del presente trabajo, subyace en la construcción de modelos de lógica no estática, es decir, modelos de lógica basados en el azar, que a pesar de tener esta característica en particular, atiendan al modelo de lógica usual. A continuación se presenta la descripción de cada uno de los tres modelos construidos:

### 2.1. Modelo 1

#### 2.1.1. Sobre la notación que será utilizada

Antes de dar a conocer cómo funciona el primer modelo, es importante aludir a la notación que será utilizada para este fin. En primer lugar, las parejas ordenadas que corresponden a los valores de verdad de las variables proposicionales  $p$  y  $q$  y el resultado al operar dichos valores de verdad con determinado conector  $c$ , es decir,  $(p \ c \ q)$ , se denotarán de la siguiente manera:

$p$	$q$	$(p, q)$	Se denomina
0	0	(0,0)	Primera pareja ordenada
0	1	(0,1)	Segunda pareja ordenada
1	0	(1,0)	Tercera pareja ordenada
1	1	(1,1)	Cuarta pareja ordenada

Tabla 13: Parejas ordenadas

En segundo lugar, se hará alusión a lo que se entenderá como *cifra de un conector* atendiendo al siguiente criterio: Sea  $c$  un conector de la lógica usual y su tabla de verdad correspondiente:

$p$	$c$	$q$
0	0 c 0	0
0	0 c 1	1
1	1 c 0	0
1	1 c 1	1

Tabla 14: Tabla de verdad - Conector  $c$

Se tiene que las cifras del conector  $c$  están dadas por:

<b>Primera cifra (<math>c_1</math>)</b>	0 c 0
<b>Segunda cifra (<math>c_2</math>)</b>	0 c 1
<b>Tercera cifra (<math>c_3</math>)</b>	1 c 0
<b>Cuarta cifra (<math>c_4</math>)</b>	1 c 1

Tabla 15: Cifras - Conector  $c$

En este orden de ideas, las cifras del conector 13 están dadas por:

<b>Primera cifra (<math>c_1</math>)</b>	1
<b>Segunda cifra (<math>c_2</math>)</b>	1
<b>Tercera cifra (<math>c_3</math>)</b>	0
<b>Cuarta cifra (<math>c_4</math>)</b>	1

Tabla 16: Cifras - Conector 13

Pues su tabla de verdad es la siguiente:

$p$	<b>13</b>	$q$
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Tabla 17: Tabla de verdad - Conector 13

### 2.1.2. Descripción del funcionamiento del modelo

Ahora bien, para explicar el funcionamiento del primer modelo, se partirá de un ejemplo, en el que se mostrará cómo construir el conector 6. En primer lugar se necesitará la tabla de verdad para este conector en el modelo de lógica usual, pues se debe conocer el resultado que se obtiene al operar las componentes de cada una de las parejas ordenadas.

$p$	$\mathbf{6}$	$q$
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

Tabla 18: Tabla de verdad - Conector 6

Posteriormente se tendrán en cuenta cuatro bolsas diferentes y se seguirán los siguientes pasos:

- **Para la primera pareja ordenada:**

Colocar en la primera bolsa los componentes de la primera pareja ordenada, es decir,  $(0, 0)$ , y tres veces la primera cifra del conector 6, en este caso, de acuerdo con la tabla de verdad dicha cifra es 0:

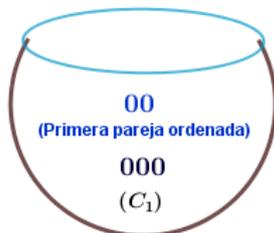


Figura 5: Bolsa 1 - Conector 6 - Modelo 1

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es igual a 1, mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es igual a 0.

- **Para la segunda pareja ordenada:**

Colocar en la segunda bolsa los componentes de la segunda pareja ordenada, es decir,  $(0, 1)$ , y tres veces la segunda cifra del conector 6, en este caso, de acuerdo con la tabla de verdad esta cifra es 1:

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es de  $\frac{1}{5}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{4}{5}$ .



Figura 6: Bolsa 2 - Conector 6 - Modelo 1

■ **Para la tercera pareja ordenada:**

Colocar en la tercera bolsa los componentes de la tercera pareja ordenada, es decir, (1, 0), y tres veces la tercera cifra del conector 6, en este caso, de acuerdo con la tabla de verdad el resultado es 1:



Figura 7: Bolsa 3 - Conector 6 - Modelo 1

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es de  $\frac{1}{5}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{4}{5}$ .

■ **Para la cuarta pareja ordenada:**

Colocar en la cuarta bolsa los componentes de la cuarta pareja ordenada, es decir, (1, 1), y tres veces la cuarta cifra del conector 6, en este caso, de acuerdo con la tabla de verdad dicha cifra es 0:



Figura 8: Bolsa 4 - Conector 6 - Modelo 1

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este

sea 0 es de  $\frac{2}{5}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{3}{5}$ .

Una vez se hayan seguido las indicaciones anteriores, en cada bolsa se tendrán los siguientes valores:

<b>Bolsa</b>	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
<b>1</b>	0	0	0	0	0
<b>2</b>	0	1	1	1	1
<b>3</b>	1	0	1	1	1
<b>4</b>	1	1	0	0	0

Tabla 19: Construcción conector 6 - Modelo 1

Ahora, supóngase, que se elige un valor aleatoriamente de cada una de las bolsas, como se muestra a continuación (el valor que se encuentra en negrilla es el valor que se supone, fue seleccionado):

<b>Bolsa</b>	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
<b>1</b>	0	0	0	0	<b>0</b>
<b>2</b>	<b>0</b>	1	1	1	1
<b>3</b>	1	0	1	<b>1</b>	1
<b>4</b>	1	1	<b>0</b>	0	0

Tabla 20: Construcción conector 6 - Modelo 1 - Ejemplo 1

Se tiene que de acuerdo con la selección aleatoria de valores de cada una de las bolsas, el conector resultante es:

$p$	$6_{M1}$	$q$
0	0	0
0	0	1
1	1	0
1	0	1

Tabla 21: Tabla de verdad - Conector  $6_{M1}$ - Ejemplo 1

Entiéndase la notación  $\mathfrak{6}_{M1}$  como el conector 6 del Modelo 1 construido a partir del conector 6 del modelo de lógica usual.

Si se realizara otra selección aleatoria, como la que se muestra en la tabla:

<b>Bolsa</b>	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
<b>1</b>	0	<b>0</b>	0	0	0
<b>2</b>	0	1	1	<b>1</b>	1
<b>3</b>	1	<b>0</b>	1	1	1
<b>4</b>	<b>1</b>	1	0	0	0

Tabla 22: Construcción conector 6 - Modelo 1 - Ejemplo 2

El conector resultante sería:

$p$	$\mathfrak{6}_{M1}$	$q$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Tabla 23: Tabla de verdad - Conector  $\mathfrak{6}_{M1}$  - Ejemplo 2

### 2.1.3. Resumen

A continuación se presenta la tabla donde se resume de manera general el Modelo 1:

<b>Bolsa</b>	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
<b>n</b>	$p_n$	$q_n$	$c_n$	$c_n$	$c_n$

Tabla 24: Resumen - Modelo 1

Entiéndase  $p_n$  con  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  como el valor de verdad que toma la primera componente de cada una de las parejas ordenadas, y asimismo  $q_n$  como el valor de verdad que toma la segunda componente de cada una de las parejas ordenadas. Por ejemplo,  $(p_1, q_1)$  equivale a la primera pareja ordenada, es decir  $(0,0)$ ;  $c_n$  alude a la cifra del conector que corresponde a cada pareja ordenada, de acuerdo a las condiciones que plantea el modelo

### 2.1.4. Tabla de probabilidades

Como se mencionó en la introducción a este capítulo, los modelos aquí descritos a pesar de basarse en el azar, responden al modelo de lógica usual en tanto que se cumple la siguiente condición:

- Sea  $c$  un conector del modelo de lógica usual, la probabilidad de obtener este conector al construirlo usando el Modelo 1, será más alta que la de obtener cualquiera de los otros 15 conectores lógicos.

A continuación, se presenta la tabla con el cálculo de las probabilidades de obtener cierto conector  $c_{M1}$ , dado un conector  $c$  de la lógica usual:

Conector	PROBABILIDAD															
	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15
$C0_{M1}$	0,384	0,256	0,096	0,064	0,096	0,064	0,024	0,016	0	0	0	0	0	0	0	0
$C1_{M1}$	0	0,640	0	0,160	0	0,160	0	0,040	0	0	0	0	0	0	0	0
$C2_{M1}$	0,096	0,064	0,384	0,256	0,024	0,016	0,096	0,064	0	0	0	0	0	0	0	0
$C3_{M1}$	0	0,160	0	0,640	0	0,040	0	0,160	0	0	0	0	0	0	0	0
$C4_{M1}$	0,096	0,064	0,024	0,016	0,384	0,256	0,096	0,064	0	0	0	0	0	0	0	0
$C5_{M1}$	0	0,160	0	0,040	0	0,640	0	0,160	0	0	0	0	0	0	0	0
$C6_{M1}$	0,024	0,016	0,096	0,064	0,096	0,064	0,384	0,256	0	0	0	0	0	0	0	0
$C7_{M1}$	0	0,040	0	0,160	0	0,160	0	0,640	0	0	0	0	0	0	0	0
$C8_{M1}$	0,154	0,102	0,038	0,026	0,038	0,026	0,010	0,006	0,230	0,154	0,058	0,038	0,058	0,038	0,014	0,010
$C9_{M1}$	0	0,256	0	0,064	0	0,064	0	0,016	0	0,384	0	0,096	0	0,096	0	0,024
$C10_{M1}$	0,038	0,026	0,154	0,102	0,010	0,006	0,038	0,026	0,058	0,038	0,230	0,154	0,014	0,010	0,058	0,038
$C11_{M1}$	0	0,064	0	0,256	0	0,016	0	0,064	0	0,096	0	0,384	0	0,024	0	0,096
$C12_{M1}$	0,038	0,026	0,010	0,006	0,154	0,102	0,038	0,026	0,058	0,038	0,014	0,010	0,230	0,154	0,058	0,038
$C13_{M1}$	0	0,064	0	0,016	0	0,256	0	0,064	0	0,096	0	0,024	0	0,384	0	0,096
$C14_{M1}$	0,010	0,006	0,038	0,026	0,038	0,026	0,154	0,102	0,014	0,010	0,058	0,038	0,058	0,038	0,230	0,154
$C15_{M1}$	0	0,016	0	0,064	0	0,064	0	0,256	0	0,024	0	0,096	0	0,096	0	0,384

Figura 9: Tabla de probabilidades - Modelo 1 vs Modelo usual

En la primera fila de la tabla se encuentran los conectores de la lógica usual, y en la primera columna los conectores del Modelo 1. La tabla ilustra, la probabilidad de obtener cierto conector  $c$  del modelo de la lógica usual, al construir algún conector usando el Modelo 1. Por ejemplo la probabilidad de que al construir el conector  $3_{M1}$ , se obtenga como resultado el conector 0 del modelo usual, o bien, cualquier conector par, es nula, mientras que la probabilidad de que el conector  $3_{M1}$  resulte ser el conector 3 del modelo de lógica usual es de 0.64.

Al observar los datos de la tabla, es posible evidenciar lo siguiente:

- Efectivamente se cumple la condición mencionada *a priori*, pues por ejemplo la probabilidad de que el conector  $1_{M1}$  sea el conector 1 usual es del 64%, probabilidad más alta de las registradas en la fila que corresponde a dicho conector.
- La probabilidad de obtener un conector usual mayor que 7, a partir de los conectores menores o iguales que 7 del Modelo 1 ( $0_{M1}$ ,  $1_{M1}$ ,  $2_{M1}$ ,  $3_{M1}$ ,  $4_{M1}$ ,  $5_{M1}$ ,  $6_{M1}$ ,  $7_{M1}$ ), es nula.

- La probabilidad de obtener un conector par, a partir de los conectores impares del Modelo 1 ( $1_{M1}, 3_{M1}, 5_{M1}, 7_{M1}, 9_{M1}, 11_{M1}, 13_{M1}, 15_{M1}$ ), es nula.

La gráfica que se presenta a continuación también da cuenta del comportamiento del Modelo 1 respecto al Modelo de lógica usual:

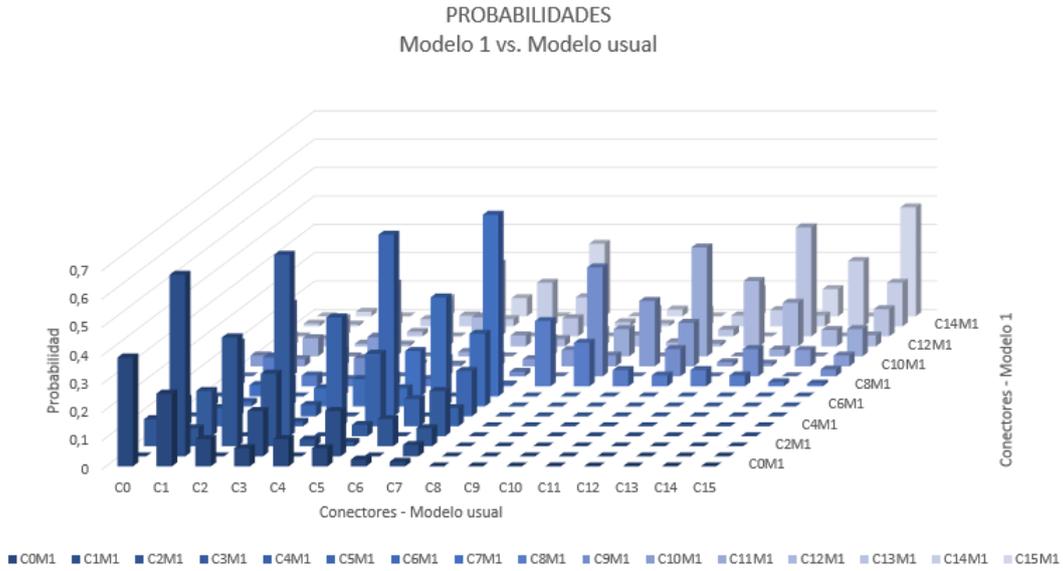


Figura 10: Probabilidades - Modelo 1 vs Modelo usual

## 2.2. Modelo 2

Para construir el modelo dos es necesario, conocer las parejas ordenadas entre las variables proposicionales ( $p$  y  $q$ ) y la alusión entre las cifras del conector usual, como se menciono anteriormente en las tablas 1 y 2.

Ahora bien, para describir este modelo es importante reconocer que hay dos algoritmos distintos para construir los conectores, es decir, un algoritmo para los conectores pares mayores que cero y otro para los conectores impares junto con el conector cero<sup>3</sup>. Adicionalmente las parejas ordenadas pares y las parejas ordenadas impares.

<b>Conectores pares mayores que cero:</b>	2 , 4, 6, 8, 10 , 12, 14
<b>Conectores impares y el conector 0 usual:</b>	0, 1 , 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15
<b>Parejas ordenadas 1 y 3 :</b>	( 0,0) , (1,0)
<b>Parejas ordenadas 2 y 4 :</b>	( 0,1) , (1,1)

Tabla 25: Notación Modelo 2

De acuerdo a lo anterior, se describirá detalladamente el algoritmo de los conectores pares mayores que cero e impares, junto con el conector cero usual.

### 2.2.1. Algoritmo conectores pares mayores que cero

Se explicará el algoritmo de este modelo para los conectores pares mayores que cero mostrados en la tabla anterior, en este caso se construira el conector dos usual por pasos. No obstante, es necesario contar con la tabla de verdad para este conector en el modelo de lógica usual, pues se debe conocer el resultado que se obtiene al operar las componentes de cada una de las parejas ordenadas con el conector <sup>4</sup> 2.

$p$	2	$q$
0	0	0
0	0	1
1	1	0
1	0	1

Tabla 26: Tabla de verdad - Conector 2

#### ■ Para la primera pareja ordenada:

1. Colocar en una bolsa el conector usual, junto con la primera pareja ordenada, como se muestra en la figura.
2. Calcular la probabilidad de salir el número cero en la anterior bolsa, la cual es  $\frac{5}{6}$  y la probabilidad de salir el número uno la cual es  $\frac{1}{6}$ .

<sup>3</sup>El conector cero usual es (0 0 0 0)

<sup>4</sup>Cabe resaltar la similitud con la explicación del modelo uno. No obstante, las autoras consideraron hacer énfasis, en dicha notación para la facilidad del lector



Figura 11: Conector 2 - Primera pareja ordenada

3. En una segunda bolsa se colocará, el número que obtuvo **menor** probabilidad en el anterior paso, en ese caso es el número uno, junto con la pareja ordenada y la **primera cifra** ( $c_1$ ) del conector dos veces.



Figura 12: Conector 2 - Primera pareja ordenada-  $M_2$

■ **Para la segunda pareja ordenada:**

4. Colocar en una bolsa el conector, junto con la segunda pareja ordenada como se muestra la figura.



Figura 13: Conector 2 - Segunda pareja ordenada -  $M_2$

5. Calcular la probabilidad de salir el número cero en la anterior bolsa la cual es  $\frac{4}{6}$  y la probabilidad de que salga el número uno la cual es  $\frac{2}{6}$ .
6. En una segunda bolsa se colocará, el número que obtuvo menor probabilidad en el anterior paso, en ese caso es el uno, junto con la segunda pareja ordenada y la **segunda cifra** ( $c_2$ ) del conector dos veces ;como se muestra en la siguiente figura:



Figura 14: Conector 2 - Segunda pareja ordenada-  $M_2$

■ Para la tercera pareja ordenada:

7. Colocar en una bolsa el conector, junto con la tercera pareja ordenada como se muestra en la figura



Figura 15: Conector 2 - Tercera pareja ordenada -  $M_2$

8. Calcular la probabilidad de que en la bolsa salga el número cero la cual es  $\frac{4}{6}$  y la probabilidad de que salga el número uno la cual es  $\frac{2}{6}$
9. En una segunda bolsa se colocará, el número que obtuvo menor probabilidad en el anterior paso, en ese caso es el uno, junto con la tercera pareja ordenada y la **tercera cifra** ( $c_3$ ) del conector dos veces.



Figura 16: Conector 2 - Tercera pareja ordenada -  $M_2$

■ Para la cuarta pareja ordenada:

10. Colocar en una bolsa el conector, junto con la cuarta pareja ordenada como se muestra en la figura



Figura 17: Conector 2 - Cuarta pareja ordenada-  $M_2$

11. Calcular la probabilidad de que en la bolsa salga el número cero la cual es  $\frac{3}{6}$  y la probabilidad de que salga el número uno la cual es  $\frac{3}{6}$
12. Dado que en el numeral anterior la probabilidad es la misma, entonces en una segunda bolsa se colocará, los dos valores de verdad ( 0 y 1 ) junto con la primera cifra de la cuarta pareja ordenada (1) y la cuarta cifra del conector usual ( $c_4$ ) dos veces.

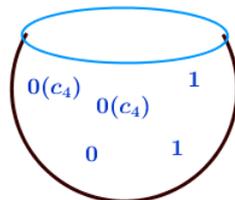


Figura 18: Conector 2 - Cuarta pareja ordenada-  $M_2$

Una vez se hayan seguido las indicaciones de los anteriores pasos unos de los posibles casos del conector 2 del modelo podrían ser<sup>5</sup>:

<sup>5</sup>Nota: Cabe aclarar que proceso anterior es análogo para todos los conectores pares mayores que cero

$p$	$2_{M2}$	$q$
0	0	0
0	0	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 27: Tabla de verdad - Conector  $2_{M2}$

$p$	$2_{M2}$	$q$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Tabla 28: Tabla de verdad - Conector  $2_{M2}$

**Nota:** En caso dado en que en alguna pareja ordenada, al calcular la probabilidad en la primera bolsa, esta sea igual, se debe tener en cuenta lo siguiente.

<i>Parejas ordenadas</i>	<i>Cifras de los conectores</i>
Primera pareja ordenada	Primera cifra del conector usual
Segunda pareja ordenada	Segunda cifra del conector usual
Tercera pareja ordenada	Tercera cifra del conector usual
Cuarta pareja ordenada	cuarta cifra del conector usual

Tabla 29: Tabla de relación entre parejas ordenadas y cifras de los conectores

En una segunda bolsa se colocará, los dos valores de verdad ( 0 y 1 ) junto con la primera cifra de la  $n$  pareja ordenada, siendo  $n$  las parejas ordenadas y la  $m$  cifra del conector usual ( $c_m$ ) dos veces, Siendo  $c_m$ , la cifra del conector. Teniendo en cuenta la anterior tabla.

### 2.2.2. Algoritmo conectores impares y conector cero

A continuación se describirá el proceso para construir el conector tres, para esto es necesario contar con la tabla de verdad para este conector en el modelo de lógica usual, pues se debe conocer el resultado que se obtiene al operar las componentes de cada una de las parejas ordenadas con el conector 3:

$p$	$\mathbf{3}$	$q$
0	0	0
0	0	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 30: Tabla de verdad - Conector 3

#### ■ Para la primera pareja ordenada:

1. Colocar en una bolsa los dos valores de verdad ( 0 y 1) junto con la primera cifra del conector tres veces, en este caso se realizará el ejemplo con el conector tres usual.



Figura 19: Conector 3 - Primera pareja ordenada -  $M_2$

#### ■ Para la segunda pareja ordenada:

2. Colocar en una bolsa el conector junto con la segunda pareja ordenada, como se muestra en la siguiente figura.



Figura 20: Conector 3 - Segunda pareja ordenada -  $M_2$

3. Calcular la probabilidad de salir el número cero en la anterior bolsa la cual es  $\frac{3}{6}$  y la probabilidad de salir el número uno la cual es  $\frac{3}{6}$ , dado que la probabilidad es igual, entonces, en una segunda bolsa se coloca:

- Los dos valores de verdad (0 y 1)
- Primera cifra de la segunda pareja ordenada
- Segunda cifra del conector dos veces.



Figura 21: Conector 3 - Segunda pareja ordenada -  $M_2$

▪ **Para la tercera pareja ordenada:**

4. Colocar en una bolsa el conector junto con la tercera pareja ordenada, como se muestra en la siguiente figura.

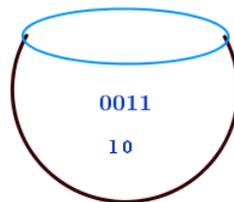


Figura 22: Conector 3 - Tercera pareja ordenada-  $M_2$

5. Calcular la probabilidad de salir el número cero en la anterior bolsa la cual es  $\frac{3}{6}$  y la probabilidad de salir el número uno la cual es  $\frac{3}{6}$ , dado que la probabilidad es igual, entonces, en una segunda bolsa se coloca:

- Los dos valores de verdad ( 0 y 1)
- Segunda cifra de la tercera pareja ordenada
- Tercera cifra del conector dos veces.

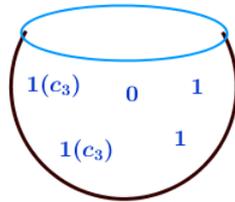


Figura 23: Conector 3 - Tercera pareja ordenada -  $M_2$

■ **Para la cuarta pareja ordenada:**

- Colocar en una bolsa el conector junto con la operación, como se muestra en la siguiente figura.

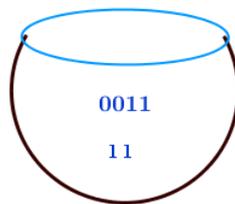


Figura 24: Conector 3 - Cuarta pareja ordenada -  $M_2$

- Calcular la probabilidad de salir el número cero en la anterior bolsa la cual es  $\frac{2}{6}$  y la probabilidad de que salga el número uno la cual es  $\frac{4}{6}$

8. En una segunda bolsa se colocará, el número que obtuvo **mayor** probabilidad en el anterior paso, en ese caso es el uno, junto con la cuarta pareja ordenada y la cuarta cifra dos veces. Como se muestra en la figura<sup>6</sup>

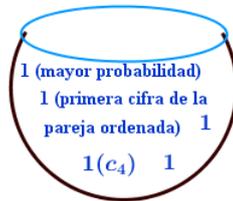


Figura 25: Conector 3 - Cuarta pareja ordenada-  $M_2$

Una vez se hayan seguido las indicaciones de los anteriores pasos, unos de los posibles casos del conector 3 del modelo podrían ser:

$p$	$\mathfrak{Z}_{M_2}$	$q$
0	1	0
0	0	1
1	0	0
1	1	1

Tabla 31: Tabla de verdad - Conector  $\mathfrak{Z}_{M_2}$

$p$	$\mathfrak{Z}_{M_2}$	$q$
0	1	0
0	1	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 32: Tabla de verdad - Conector  $\mathfrak{Z}_{M_2}$

<sup>6</sup>**Nota:** El proceso anterior es análogo para todos los conectores impares - el conector 0

Ahora bien, es importante resaltar algunas generalidades del algoritmo de los conectores impares - conector cero. En caso de que en la primera bolsa las probabilidades del número cero y el número uno sea la misma se tiene en cuenta lo siguiente:

**Parejas ordenadas 2 y 4:** - Primera cifra de la pareja ordenada

**Parejas ordenadas 1 y 3:** - Segunda cifra de la pareja ordenada

### 2.2.3. Tabla de probabilidades

A continuación se presenta la tabla con el cálculo de probabilidades de obtener cierto conector  $c_{M_2}$ , dado un conector  $c$  de la lógica usual.

Conector	PROBABILIDAD															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$0_{M_2}$	0,307	0,205	0,077	0,051	0,077	0,051	0,019	0,013	0,077	0,051	0,019	0,013	0,019	0,013	0,005	0,003
$1_{M_2}$	0,102	0,410	0,026	0,102	0,026	0,102	0,006	0,026	0,026	0,102	0,006	0,026	0,006	0,026	0,002	0,006
$2_{M_2}$	0,058	0,038	0,230	0,154	0,038	0,026	0,154	0,102	0,014	0,010	0,058	0,038	0,010	0,006	0,038	0,026
$3_{M_2}$	0,000	0,256	0,000	0,384	0,000	0,064	0,000	0,096	0,000	0,064	0,000	0,096	0,000	0,016	0,000	0,024
$4_{M_2}$	0,058	0,038	0,038	0,026	0,230	0,154	0,154	0,102	0,014	0,010	0,010	0,006	0,058	0,038	0,038	0,026
$5_{M_2}$	0,000	0,256	0,000	0,064	0,000	0,384	0,000	0,096	0,000	0,064	0,000	0,016	0,000	0,096	0,000	0,024
$6_{M_2}$	0,038	0,026	0,154	0,102	0,058	0,038	0,230	0,154	0,010	0,006	0,038	0,026	0,014	0,010	0,058	0,038
$7_{M_2}$	0,000	0,032	0,000	0,128	0,000	0,128	0,000	0,512	0,000	0,008	0,000	0,032	0,000	0,032	0,000	0,128
$8_{M_2}$	0,086	0,058	0,058	0,038	0,058	0,038	0,038	0,026	0,130	0,086	0,086	0,058	0,086	0,058	0,058	0,038
$9_{M_2}$	0,000	0,128	0,000	0,032	0,000	0,032	0,000	0,008	0,000	0,512	0,000	0,128	0,000	0,128	0,000	0,032
$10_{M_2}$	0,038	0,026	0,154	0,102	0,010	0,006	0,038	0,026	0,058	0,038	0,230	0,154	0,014	0,010	0,058	0,038
$11_{M_2}$	0,000	0,024	0,000	0,096	0,000	0,016	0,000	0,064	0,000	0,096	0,000	0,384	0,000	0,064	0,000	0,256
$12_{M_2}$	0,058	0,038	0,038	0,026	0,086	0,058	0,058	0,038	0,086	0,058	0,058	0,038	0,130	0,086	0,086	0,058
$13_{M_2}$	0,000	0,024	0,000	0,016	0,000	0,096	0,000	0,064	0,000	0,096	0,000	0,064	0,000	0,384	0,000	0,256
$14_{M_2}$	0,038	0,026	0,058	0,038	0,058	0,038	0,086	0,058	0,058	0,038	0,086	0,058	0,086	0,058	0,130	0,086
$15_{M_2}$	0,000	0,008	0,000	0,032	0,000	0,032	0,000	0,128	0,000	0,032	0,000	0,128	0,000	0,128	0,000	0,512

Figura 26: Tabla de probabilidades  $M_2$  vs Modelo usual

- De acuerdo a la tabla, se verifica que los conectores con mayor probabilidad al salir, son los que responden a la lógica usual.
- Se observa que la probabilidad de responder los conectores del modelo 2 a la lógica usual varía en un rango de (13 % - 51 %).
- La probabilidad de obtener un conector par entre los conectores impares mayores que uno es cero.
- La probabilidad de que los conectores impares respondan a la lógica usual es mayor a que los conectores pares respondan a dicha lógica.
- La probabilidad de responder los conectores 2,4,6 y 10 a la lógica usual es la misma con un valor de 23 %.
- La probabilidad de responder los conectores 8 y 12 ,a la lógica usual es la misma con un valor de 13 %.

La gráfica que se presenta a continuación también da cuenta del comportamiento del Modelo 2 respecto al Modelo de lógica usual:

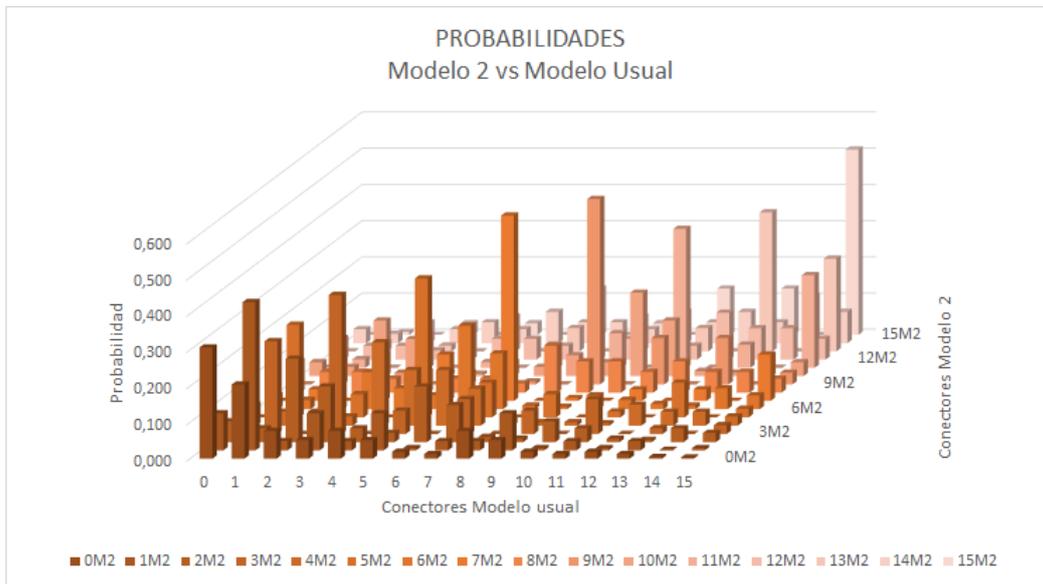


Figura 27: Tabla de probabilidades  $M_2$  vs Modelo Usual

De acuerdo a la gráfica se puede identificar:

- La probabilidad de responder los conectores 8 y 12 ,a la lógica usual es la misma con un valor de 13 %.
- La probabilidad de responder los conectores 7,9 15 ,a la lógica usual es la misma con un valor de 51 %. Siendo 51 % el mayor valor.

## 2.3. Modelo 3

### 2.3.1. Descripción del funcionamiento del modelo

Al igual que en la descripción del funcionamiento de los modelos anteriores, para la explicación del funcionamiento del tercer modelo, inicialmente se presentará un ejemplo. En este caso se mostrará cómo construir el conector 11.

Es necesario contar con la tabla de verdad para este conector en el modelo de lógica usual, pues se debe conocer el resultado que se obtiene al operar las componentes de cada una de las parejas ordenadas con el conector 11:

$p$	<b>11</b>	$q$
0	1	0
0	0	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 33: Tabla de verdad - Conector 11

Se tendrán en cuenta cuatro bolsas distintas, y se deberán seguir los siguientes pasos:

- **Para la primera pareja ordenada:**

Si el conector  $c \leq 7$ , entonces se debe colocar en la bolsa tres veces el valor 0, de lo contrario, se colocará tres veces el valor 1. Como en este caso  $11 > 7$  entonces se colocará tres veces el 1, y adicionalmente se colocarán las cuatro cifras del conector 11, es decir, 1,0,1 y 1

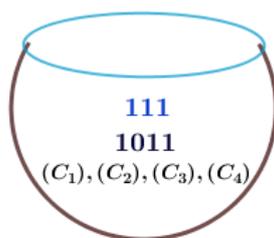


Figura 28: Bolsa 1 - Conector 11 - Modelo 3

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es  $\frac{1}{7}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es igual a  $\frac{6}{7}$ .

- **Para la segunda pareja ordenada:**

Si  $0 \leq c \leq 3$  ó  $8 \leq c \leq 11$  entonces se debe colocar en la bolsa tres veces el valor 0, de no ser así, se colocará tres veces el valor 1. Como en este caso el conector 11 pertenece a uno de los intervalos dados, se colocará tres veces el

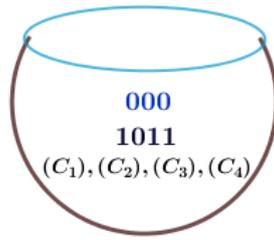


Figura 29: Bolsa 2 - Conector 11 - Modelo 3

0. Por otro lado, al igual que en la bolsa anterior, se colocarán todas las cifras del conector 11 :

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es de  $\frac{4}{7}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{3}{7}$ .

■ **Para la tercera pareja ordenada:**

Si  $0 \leq c \leq 1$  ó  $4 \leq c \leq 5$  ó  $8 \leq c \leq 9$  ó  $12 \leq c \leq 13$ , entonces se debe colocar en la bolsa tres veces el valor 0, de no ser así, se colocará tres veces el valor 1. Como en este caso el conector 11 no pertenece a los intervalos dados, se colocará tres veces el 1. Además, así como en las bolsas anteriores, se colocarán todas las cifras del conector 11 :

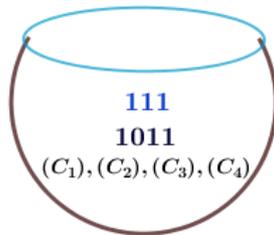


Figura 30: Bolsa 3 - Conector 11 - Modelo 3

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es de  $\frac{1}{7}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{6}{7}$ .

■ **Para la cuarta pareja ordenada:**

Si  $c$  es par, entonces se debe colocar en la bolsa tres veces el valor 0, de no ser así, se colocará tres veces el valor 1. Como en este caso el conector 11 es impar, se colocará tres veces el 1; Así como en las bolsas anteriores, se colocarán todas las cifras del conector 11:

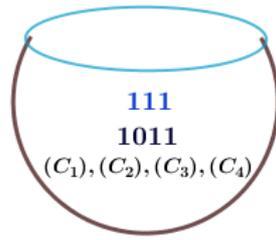


Figura 31: Bolsa 4 - Conector 11 - Modelo 3

Si se propone sacar un valor de esta bolsa al azar, la probabilidad de que este sea 0 es de  $\frac{1}{7}$ , mientras que la probabilidad de que este valor sea 1, es de  $\frac{6}{7}$ .

Al igual que en los modelos 1 y 2, presentados a priori, supóngase que una vez colocados los valores en cada una de las bolsas, se elige un valor aleatoriamente de cada una. Dos posibles conectores que podrían resultar de tales elecciones aleatorias son:

$p$	$11_{M3}$	$q$
0	1	0
0	0	1
1	0	0
1	1	1

Tabla 34: Tabla de verdad - Conector  $11_{M3}$  - Ejemplo 1

$p$	$11_{M3}$	$q$
0	1	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

Tabla 35: Tabla de verdad - Conector  $11_{M3}$  - Ejemplo 2

### 2.3.2. Resumen

A continuación se presenta la tabla donde se resume de manera general el Modelo 3:

<b>Bolsa</b>	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$
<b>1</b>	$x$	$x$	$x$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
<b>2</b>	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
<b>3</b>	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
<b>4</b>	$x_3$	$x_3$	$x_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$

Tabla 36: Resumen - Modelo 3

Los valores  $v_1$ ,  $v_2$  y  $v_3$ , se escriben como  $x_i$  puesto que varían de acuerdo al conector que se pretenda construir. En la siguiente tabla se presenta un resumen de las condiciones para encontrar los diferentes  $x_i$

<b>Valor</b>	<b>Condición</b>
$x$	Si $c \geq 7$ , entonces $x = 0$ ; de lo contrario $x = 1$
$x_1$	Si $0 \leq c \leq 3$ ó $8 \leq c \leq 11$ , entonces $x_1 = 0$ ; de lo contrario $x_1 = 1$
$x_2$	Si $0 \leq c \leq 1$ ó $4 \leq c \leq 5$ ó $8 \leq c \leq 9$ ó $12 \leq c \leq 13$ , entonces $x_2 = 0$ ; de lo contrario $x_2 = 1$
$x_3$	Si $c$ es par, entonces $x_3 = 0$ ; de lo contrario $x_3 = 1$

Tabla 37: Condiciones - Modelo 3

### 2.3.3. Tabla de probabilidades

A continuación, se presenta la tabla con el cálculo de las probabilidades de obtener cierto conector  $c_{M3}$ , dado un conector  $c$  de la lógica usual:

Conector	PROBABILIDAD															
	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15
$C0_{M3}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$C1_{M3}$	0,270	0,360	0,045	0,060	0,045	0,060	0,007	0,010	0,045	0,060	0,007	0,010	0,007	0,010	0,001	0,002
$C2_{M3}$	0,270	0,045	0,360	0,060	0,045	0,007	0,060	0,010	0,045	0,007	0,060	0,010	0,007	0,001	0,010	0,002
$C3_{M3}$	0,042	0,104	0,104	0,260	0,017	0,042	0,042	0,104	0,017	0,042	0,042	0,104	0,007	0,017	0,017	0,042
$C4_{M3}$	0,270	0,045	0,045	0,007	0,360	0,060	0,060	0,010	0,045	0,007	0,007	0,001	0,060	0,010	0,010	0,002
$C5_{M3}$	0,042	0,104	0,017	0,042	0,104	0,260	0,042	0,104	0,017	0,042	0,007	0,017	0,042	0,104	0,017	0,042
$C6_{M3}$	0,042	0,017	0,104	0,042	0,104	0,042	0,260	0,104	0,017	0,042	0,007	0,017	0,042	0,017	0,104	0,042
$C7_{M3}$	0,002	0,010	0,010	0,060	0,010	0,060	0,060	0,360	0,001	0,007	0,007	0,045	0,007	0,045	0,045	0,270
$C8_{M3}$	0,270	0,045	0,045	0,007	0,045	0,007	0,007	0,001	0,360	0,060	0,060	0,010	0,060	0,010	0,010	0,002
$C9_{M3}$	0,042	0,104	0,017	0,042	0,042	0,017	0,007	0,017	0,104	0,260	0,042	0,104	0,042	0,104	0,017	0,042
$C10_{M3}$	0,042	0,017	0,104	0,042	0,017	0,007	0,042	0,017	0,104	0,042	0,260	0,104	0,042	0,017	0,104	0,042
$C11_{M3}$	0,002	0,010	0,010	0,060	0,001	0,007	0,007	0,045	0,010	0,060	0,060	0,360	0,007	0,045	0,045	0,270
$C12_{M3}$	0,042	0,017	0,017	0,007	0,104	0,042	0,042	0,017	0,104	0,042	0,042	0,017	0,260	0,104	0,104	0,042
$C13_{M3}$	0,002	0,010	0,001	0,007	0,010	0,060	0,007	0,045	0,010	0,060	0,007	0,045	0,060	0,360	0,045	0,270
$C14_{M3}$	0,002	0,001	0,010	0,007	0,010	0,007	0,060	0,045	0,010	0,007	0,060	0,045	0,060	0,045	0,360	0,270
$C15_{M3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Figura 32: Tabla de probabilidades - Modelo 3 vs Modelo usual

Al observar los datos de la tabla, es posible evidenciar lo siguiente:

- Efectivamente se cumple la condición mencionada en la sección 1.1.4, pues por ejemplo la probabilidad de que el conector  $13_{M3}$  sea el conector 13 usual es del 36 %, probabilidad más alta de las registradas en la fila que corresponde a dicho conector.
- Aunque la probabilidad de obtener un conector par, a partir de los conectores impares del Modelo 3 ( $1_{M1}$ ,  $3_{M1}$ ,  $5_{M1}$ ,  $7_{M1}$ ,  $9_{M1}$ ,  $11_{M1}$ ,  $13_{M1}$ ,  $15_{M1}$ ), es mínima, es posible generarlos, a diferencia del Modelo 1, en el cual la probabilidad de generar un conector par a partir de un conector impar es nula.
- La probabilidad de obtener el conector 0 a partir de los conectores del Modelo 3, diferentes de  $0_{M3}$  es nula.
- La probabilidad de obtener el conector 15 a partir de los conectores del Modelo 3, diferentes de  $15_{M3}$  es nula.

La gráfica que se presenta a continuación también da cuenta del comportamiento del Modelo 3 respecto al Modelo de lógica usual:

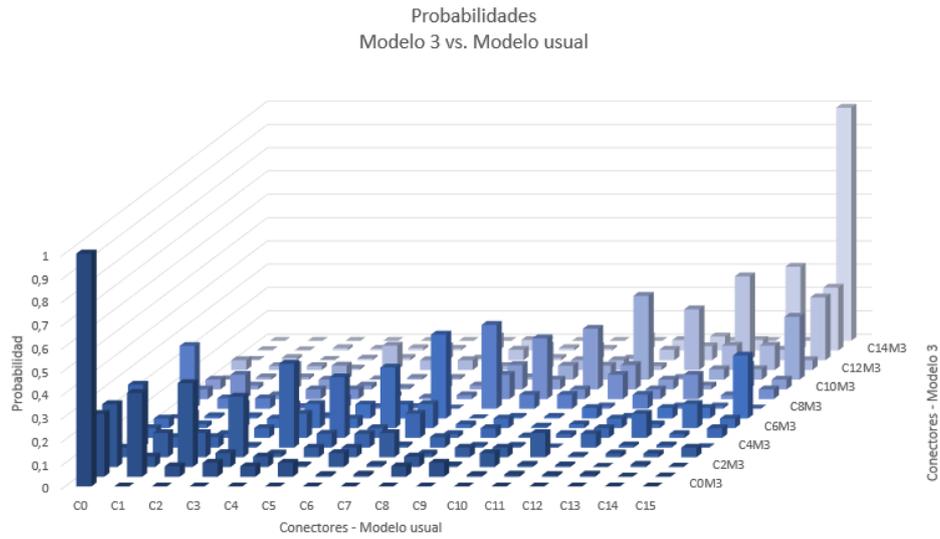


Figura 33: Probabilidades - Modelo 3 vs Modelo usual

## 2.4. Resumen general

En la siguiente tabla se muestra un resumen de las probabilidades de que al construir un conector  $c_{Mi}$  con  $i = 1, 2, 3$ , este resulte ser el conector  $c$  del modelo de la lógica usual.

Conector	Probabilidad		
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
0	0,38	0,31	1,00
1	0,64	0,41	0,36
2	0,38	0,23	0,36
3	0,64	0,38	0,26
4	0,38	0,23	0,36
5	0,64	0,38	0,26
6	0,38	0,23	0,26
7	0,64	0,51	0,36
8	0,23	0,13	0,36
9	0,38	0,51	0,26
10	0,23	0,23	0,26
11	0,38	0,38	0,36
12	0,23	0,13	0,26
13	0,38	0,38	0,36
14	0,23	0,13	0,36
15	0,38	0,51	1,00

Figura 34: Tabla de probabilidades - Modelos 1, 2 y 3 vs Modelo usual

Por ejemplo, la probabilidad de que al construir el conector  $1_{M1}$  este resulte ser el conector 1 del modelo de lógica usual es de 0.64 y la probabilidad de que al construir el conector  $7_{M2}$  este resulte ser el conector 7 del modelo de lógica usual es de 0.51.

La siguiente gráfica también ilustra la relación mencionada *a priori* y además permite evidenciar que existen diferencias notables entre el comportamiento de los tres modelos de lógica no estática, pues por ejemplo mientras que en el Modelo 3 la probabilidad de que al construir los conectores  $0_{M3}$  y  $15_{M3}$ , se obtengan los conectores 0 y 15 del modelo usual respectivamente, es 1, en los modelos 1 y 2, esta probabilidad se reduce considerablemente. Sin embargo, a pesar de las diferencias de ese tipo, los tres modelos responden al modelo de la lógica usual.

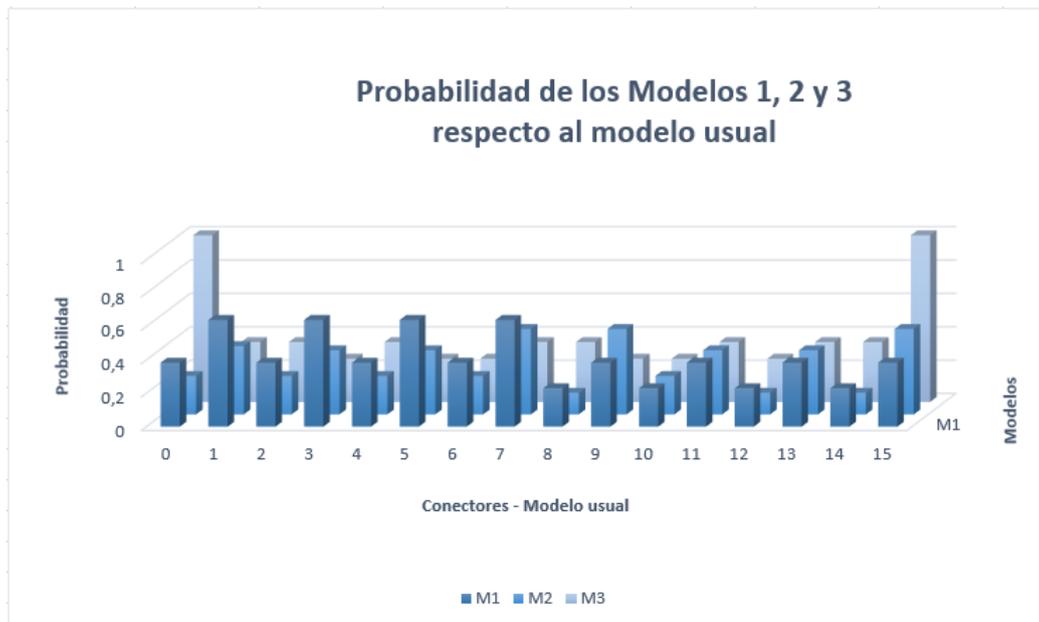


Figura 35: Probabilidades - Modelos 1, 2 y 3 vs Modelo usual

### 3. Operaciones entre conjuntos definidas con lógicas no estáticas

Debido a que los modelos construidos responden a la lógica usual, fue posible adaptarlos para realizar operaciones entre conjuntos y establecer una comparación entre el retículo formado por cada modelo y el retículo formado por los 16 diagramas de Venn, correspondientes las 16 operaciones usuales entre conjuntos.

Para la realización de los diagramas, se tuvo en cuenta la representación usual en la que se determinan cuatro regiones diferentes, como se explicó en el capítulo 1 (marco de referencia) cada una correspondiente a una pareja ordenada  $(p, q)$ ; se asignó un color a cada valor de verdad, negro para el valor de verdad verdadero, blanco para falso, y dado que los modelos se basan en el azar, se verifica un interfaz entre colores (blanco, grises y negro); luego entre mayor sea la probabilidad de verdad una vez operada cierta pareja ordenada con determinado conector, el color de la región correspondiente a tal pareja tenderá al color negro, o en el caso contrario al color blanco, mostrándose así tonalidades entre los colores grises, teniendo en cuenta que la construcción de los retículos, no se da por contenedencia en sí, si no se establece esta relación de contenedencia por colores, sin embargo aún así queda el mismo orden y se comporta de manera similar.

A continuación se presenta, un ejemplo del conector 10 del Modelo 2, lo escrito con color morado son las probabilidades de obtener el valor de verdad en cada región.

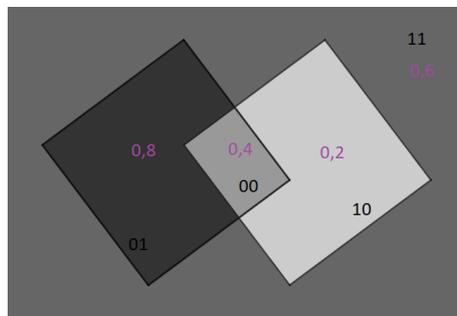


Figura 36: Conector 10  $M_2$

De acuerdo a la imagen calculamos la probabilidad de obtener verdad, con cada pareja ordenada, cabe resaltar que para el cálculo de las probabilidades es necesario conocer el algoritmo de este modelo, descrito en el capítulo anterior, teniendo en cuenta que es un conector par, y el algoritmo para los conectores pares del modelo dos es diferente al de los conectores impares. Adicionalmente, se puede evidenciar que donde hay mayor probabilidad la región es más oscura, en este caso para la región de la pareja (01) y un tono más claro (gris) a la región que tiene menor probabilidad de obtener verdad, la pareja (10), se resalta que con los modelos 1 y 3 acontece lo mismo. Pero ahora bien, en la lógica usual, solo se presentan dos colores, blanco y negro dado que son lógicas estáticas (fijas). A continuación se presenta el

retículo que se forma en la lógica usual, el cuál esta construido por contencencias ya establecidas.

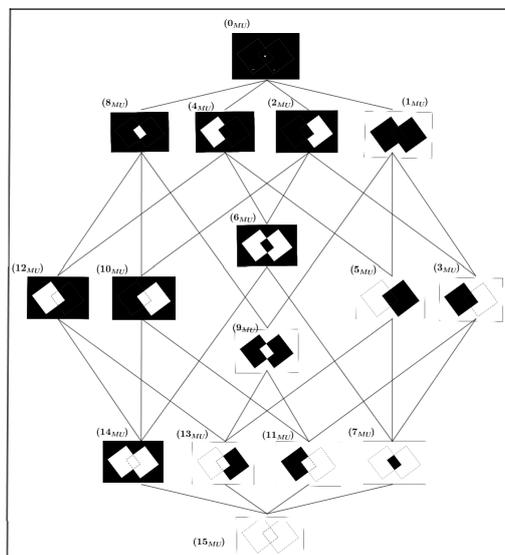


Figura 37: Retículo  $M_U$

En este retículo formado por la lógica usual, no se evidencian colores grises, debido a que es una lógica estática, como se menciono anteriormente y la formación de este retículo se forma por la relación de contencencia. No obstante tomando a cero como valor de verdad y a uno como valor de falsedad. Adicionalmente podemos verificar estas contencencias entre los conjuntos, realizando la tabla de operación con el conector 7. Dado que éste trabaja como conector y operador, por facilidad al lector el 7 de operación se notará 7\*. A continuación se presentá la tabla que representa está operación.

Conector 7	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	3	3	5	5	7	7	9	9	11	11	13	13	15	15
2	2	3	2	3	6	7	6	7	10	9	11	11	13	13	15	15
3	3	3	3	3	7	7	7	7	11	11	11	11	15	15	15	15
4	4	5	6	7	4	5	6	7	12	13	14	15	14	15	14	15
5	5	5	7	7	5	5	7	7	13	13	15	11	13	13	14	15
6	6	7	6	7	6	7	6	7	14	15	14	15	14	15	14	15
7	7	7	7	7	7	7	7	7	15	15	15	15	15	15	15	15
8	8	9	10	11	12	13	14	15	8	9	10	11	12	13	14	15
9	9	9	9	11	13	13	15	15	9	9	11	11	11	13	14	15
10	10	11	11	11	14	15	14	15	10	11	10	11	14	15	14	15
11	11	11	11	11	15	15	15	15	11	11	11	15	15	15	15	15
12	12	13	13	15	14	13	14	15	12	11	14	15	12	13	14	15
13	13	13	13	15	15	13	15	15	13	13	15	15	13	13	15	15
14	14	15	15	15	14	14	14	15	14	14	14	15	14	15	14	15
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

Figura 38: Tabla de operación - Conector 7

Al realizar la anterior tabla se puede evidenciar que la estructura algebraica es grupo

abeliano dado que es conmutativo, esto por la simetría de la gráfica, tiene elemento neutro, el cuál es el conector 0, cada elemento es su propio inverso y es asociativo, por la naturaleza del conector, luego su estructura algebraica, es un grupo abeliano.

Algunos ejemplos de las operaciones que se realizaron en la anterior tabla son:

- Al operar el conector 3 y el conector 7, con el conector 1 nos da como resultado el conector 3.

<b>3</b>	<b>7*</b>	<b>1</b>
0	0	0
0	0	1
1	1	1
1	1	1

Tabla 38: Operaciones entre conectores - Conector 3

- Al operar el conector 4 y el conector 2, con el conector 7 nos da como resultado el conector 6. Cabe resaltar que esta relación de contención es clara en el retículo de la lógica usual. Adicionalmente el conector 4 representa el conector condicional y el conector 7 representa la conjunción, el conector 6 representa el conector bicondicional; luego, al operar el condicional en la lógica usual con el conector 2, nos da el conector bicondicional.

<b>4</b>	<b>7*</b>	<b>2</b>
0	0	0
1	1	0
0	1	1
0	0	0

Tabla 39: Operaciones entre conectores - Conector 6

Como último ejemplo, operamos el conector 5 con el conector 14, con el conector (7\*) y nos da como resultado el conector 7, es decir el conector que representa la conjunción.

<b>5</b>	<b>7*</b>	<b>14</b>
0	0	0
1	1	1
0	1	1
1	1	1

Tabla 40: Operaciones entre conectores - Conector 7

Continuando con esta idea, en seguida se muestran los retículos formados por cada modelo

- Retículo formado por el Modelo 1

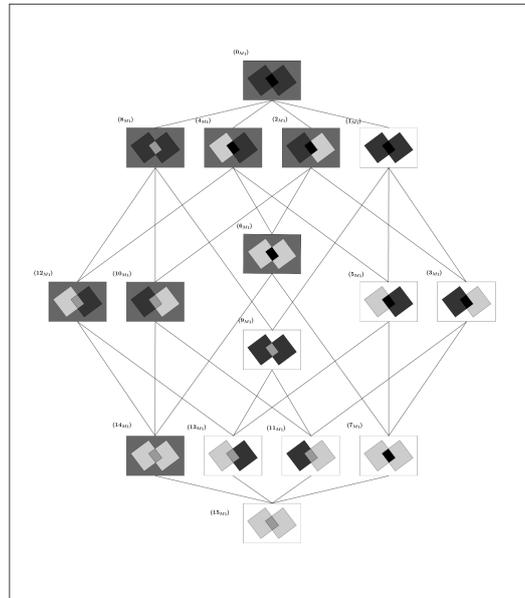


Figura 39: Retículo  $M_1$

- Retículo formado por el Modelo 2

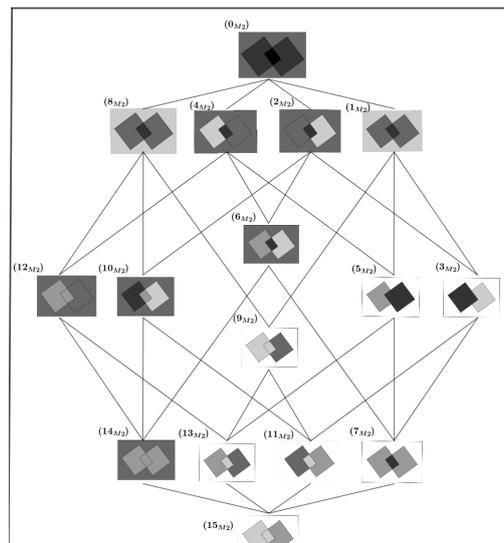


Figura 40: Retículo  $M_2$

■ Retículo formado por el Modelo 3

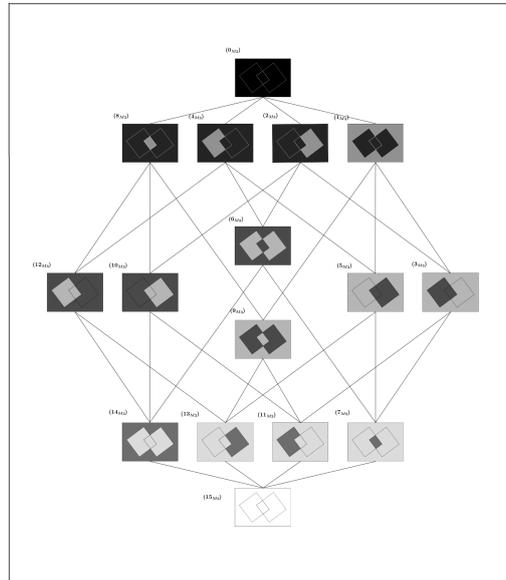


Figura 41: Retículo  $M_3$

Ahora bien, en los retículos formados por los modelos, se puede evidenciar que aunque estos fueron contruidos con ayuda del azar y se estableció una relación entre colores, siguen teniendo la misma correspondencia de pertenencia entre los conjuntos como el retículo de la lógica usual; es otra manera de reconocer que estos modelos responden a la lógica usual. Sin embargo, en la lógica establecida por estos modelos hay proposiciones que son posibles, pero no son posibles en la lógica usual. Por ejemplo, en el conector cuatro usual, en la pareja (01), no hay posibilidad de verdad, mientras que en los modelos contruidos si.

Se puede evidenciar, que hay la misma correspondencia entre los retículos, observando la contenenca con el mínimo, un claro ejemplo en los tres modelos es la relación que hay entre los conectores 11 y 13 con el conector 9. Observece la siguiente imagen.

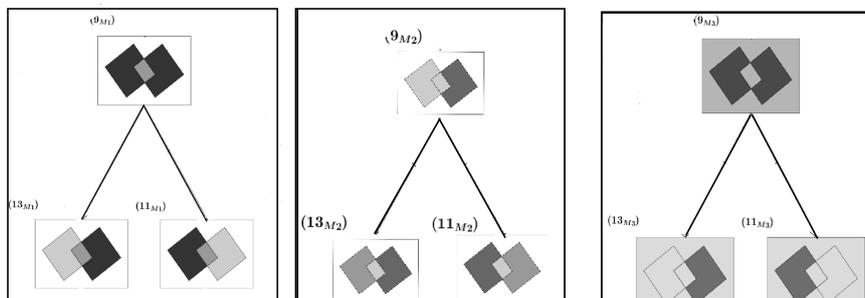


Figura 42: Contenenca entre conectores - Tres modelos

Si bien las probabilidades son diferentes, los retículos contruidos por los modelos siguen teniendo esta contenenca entre colores, además el anterior ejemplo no es el único. Para facilidad de visualizar esta contenenca entre los colores, se resalto cada contenenca con un color distinto, como en la suiguiente imagen.

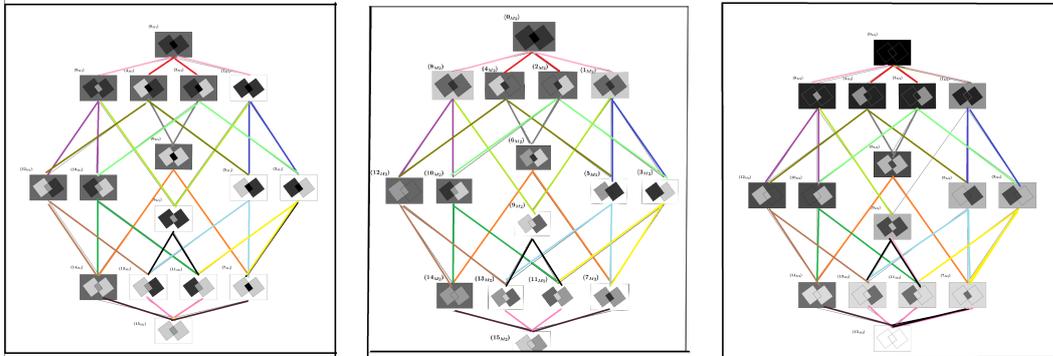


Figura 43: Contenenca entre conectores de forma general - Tres modelos

Por último se mostrarán algunos ejemplos en los cuales se presentan situaciones que tienen incertidumbre, contrastandolos con la lógica usual y la lógica de los modelos.(lógica no estática)

- **Está lloviendo y no está haciendo sol**  
**p:** Está lloviendo, verdadero.  
**q:** Está haciendo sol, falso  
**Conclusión de acuerdo a la lógica usual:** falso.  
**Probabilidad en la lógica del modelo 1:** 20 %  
**Probabilidad en la lógica del modelo 2:** 20 %  
**Probabilidad en la lógica del modelo 3:** 57 %

Es decir, que en esta lógica que llueva y haga sol al mismo tiempo tiene 20 % de probabilidad que suceda tanto en el modelo 1 como en el modelo 2.

- **Está lloviendo entonces no esta haciendo frío**  
**p:** Está lloviendo, verdadero.  
**q:** Está haciendo frío, falso.  
**Conclusión de acuerdo a la lógica usual:** falso.  
**Probabilidad en la lógica del modelo 1:**20 %  
**Probabilidad en la lógica del modelo 2:** 20 %  
**Probabilidad en la lógica del modelo 3:** 57 %

Es decir, que en esta lógica hay probabilidad de que este lloviendo y este haciendo calor a la vez.

- **Hoy es lunes entonces William no perdió la lotería**  
**p:** Hoy es lunes, verdadero.

**q:** William perdió la lotería, falso

**Conclusión de acuerdo a la lógica usual:** falso.

**Probabilidad en la lógica del modelo 1:** 20 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 2:** 20 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 3:** 57 %

Es decir, que en las lógicas no estáticas, hay posibilidad alguna de que un día lunes una persona gane la lotería

- **En la ciudad de Bogotá no hay trancón si y solo si llueve a medio día**

**p:** En la ciudad de Bogotá hay trancón, falso.

**q:** llueve a medio día, verdadero

**Conclusión de acuerdo a la lógica usual:** falso.

**Probabilidad en la lógica del modelo 1:** 33 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 2:** 20 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 3:** 28 %

Es decir, que en las lógicas no estáticas, hay posibilidad alguna de que si llueve a medio día en la ciudad, posiblemente no se presentará trancón.

- **Al extraer una carta de una baraja inglesa o no sale un corazón o no sale una Q**

**p:** sale un corazón, falso.

**q:** sale una Q, falso.

**Conclusión de acuerdo a la lógica usual:** falso.

**Probabilidad en la lógica del modelo 1:** 33 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 2:** 20 %

**Probabilidad en la lógica del modelo 3:** 0 %

Es decir, que en las lógicas no estáticas, hay posibilidad al extraer una carta de una baraja inglesa de no salir un corazón y una carta Q.

Podemos concluir que hay situaciones que se presentan en la vida real, especialmente en los cambios de temperatura y en situaciones de incertidumbre que la lógica usual no contempla, en cambio las lógicas que se construyen a partir de los tres modelos, si la logran contemplar, aunque con una probabilidad no tan alta. Adicionalmente, al contrastar los retículos de los tres modelos, podemos comprobar que aunque su construcción fue diferente y el contraste de colores cambia un poco, dependiendo de la probabilidad, siguen respondiendo así a la lógica usual.

## 4. Tautologías usando los modelos de lógicas no estáticas

El trabajo realizado en el capítulo anterior, da evidencia de que con los modelos contruidos anteriormente, se pueden realizar operaciones entre conjuntos, y que dichas operaciones reponden al retículo de la lógica usual, teniendo en cuenta que la contendencia entre los retículos de los modelos contruidos se da entre colores.

Otra forma de evidenciar que los modelos responden a la lógica usual es estudiar las lógicas no estáticas con las formulas bien formuladas, en particular las tautologías, como: Ley de Morgan 1, Ley de Morgan 2, Modus Ponendo Ponens, Modus Tollendo Tonens. Para estudiar dichas tautologías en los modelos se tuvo que realizar previamente la programación de cada modelo en el software Excel, y seguidamente la programación de cada preposición. El objetivo de programar los modelos y las preposiciones, es identificar cuantas tautologías hay en una muestra de 100 ensayos con cada modelo, teniendo en cuenta que los conectores relacionados con cada preposición no son fijos, como lo es en la lógica usual, de allí surge dicho interés de programar en un software como Excel el experimento que permite realizar este proceso; adicionalmente tener una estimación puntal  $\mu$  en un intervalo de confianza del 95 %, para cada preposición.

### 4.1. Ley de Morgan 1

Se estudio en primer lugar la reconocida Ley de Morgan la cuál se describe, en la lógica usual como:

$$(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \neg(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \leftrightarrow (\neg\mathbf{p} \vee \neg\mathbf{q})$$

En la lógica no estática estudiada en este trabajo de grado se plantea como:

$$(\mathbf{p} \ 7_{Mn} \ \mathbf{q}) \neg(\mathbf{p} \ 7_{Mn} \ \mathbf{q}) \ 6_{Mn} \ (\neg\mathbf{p} \ 1_{Mn} \ \neg\mathbf{q})$$

Siendo  $Mn$ , alguno de los modelos contruidos (1,2,3).

#### 4.1.1. Modelo 1

A continuación se presenta, la imagen que da evidencia de dos posibles ejemplos de la ley de morgan 1 en el modelo 1:

p	(7M1)	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg(\neg p)$	$\neg(\neg q)$
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

p	(7M1)	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg(\neg p)$	$\neg(\neg q)$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Figura 44: Ley de Morgan 1 - Modelo 1

Como se menciona anteriormente, fue necesario realizar, el experimento de obtener tautología en 100 ensayos, calculando así las probabilidades, para tener una estimación puntal  $\mu$  en un intervalo de confianza del 95%. A continuación se presenta la imagen, de las probabilidades obtenidas en este modelo.

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA										
Realizando 10 ensayos										
1	0,5	0,2	0,4	0,4	0,5	0,6	0,3	0,4	0,5	0,3
2	0,4	0,5	0,2	0,4	0,5	0,2	0,6	0,3	0,5	0,3
3	0,5	0,3	0,2	0,3	0,7	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5
4	0,3	0,3	0,5	0,5	0,2	0,2	0,1	0,3	0,5	0,2
5	0,5	0,3	0,6	0,6	0,3	0,4	0,7	0,5	0,4	0,6
6	0,2	0,4	0,3	0,5	0,3	0,7	0,5	0,5	0,4	0,6
7	0,3	0,5	0,6	0,4	0,6	0,7	0,4	0,3	0,6	0,2
8	0,4	0,8	0,4	0,2	0,4	0,5	0,6	0,4	0,6	0,4
9	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,5	0,6	0,3	0,2	0,6
10	0,2	0,7	0,4	0,7	0,4	0,4	0,6	0,5	0,6	0,6
Prom	0,43									
s	0,15									
Máx	0,8									
Mín	0,1									

Figura 45: Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 1

Teniendo en cuenta la anterior imagen, cabe resaltar que son dos ejemplos observados en el modelo uno, es decir no son los únicos ejemplos. debido a que los conectores no son fijos por lo tanto van variando. En este caso los conectores que dan tautología son los conectores 7 y 8 usuales, con el conector 6 del modelo 1.

Ahora bien, teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntal  $\mu$  con  $\bar{x} = 0.43$  y una desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,15. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{4}$$

Para hallar dicho intervalo se debe encontrar en primer lugar el nivel de significancia, en este caso  $\alpha = 0,05$  de modo que  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  es  $z_{0,025} = 1,96$  de acuerdo con la tabla

de la distribución normal. Se tiene además que el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, teniendo en cuenta la ecuación anterior el intervalo está dado por:

$$0,43 - (1,96)\frac{0,15}{10} < \mu < 0,43 + (1,96)\frac{0,15}{10} \quad (5)$$

Calculando obtenemos:

$$0,400 < \mu < 0,459 \quad (6)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 1 en el modelo 1, la cuál es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,400 \pm 0,459$  con un nivel de confianza del 95 %.

#### 4.1.2. Modelo 2

A continuación se presentan dos ejemplos de la ley de morgan en el modelo 2:

	p	(7M2)	q	¬(p 7M2 q)	Conc	6M2	(¬p	1M2	¬q)
	0	0	0	1	0	1	1	0	1
	0	0	1	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	10	1	0	1	1
	1	0	1	1	11	1	0	1	0
<b>Conectores</b>	3	0	5	15	N/A	15	12	7	10
						1111	:(		
						1111	Contradicción		
							--		

	p	(7M2)	q	¬(p 7M2 q)	Conc	6M2	(¬p	1M2	¬q)
	0	0	0	1	0	0	1	1	1
	0	1	1	0	1	0	1	1	0
	1	0	0	1	10	0	0	0	1
	1	1	1	0	11	0	0	0	0
<b>Conectores</b>	3	5	5	10	N/A	0	12	12	10
						0	Tautología		
						0	--		
							--		

Figura 46: Ley de Morgan 1 - Modelo 2

Como se menciona para el experimento de obtener tautología en 100 ensayos, se tuvo que calcular las probabilidades, para tener una estimación puntal  $\mu$  en un intervalo de confianza del 95 %. A continuación se presenta la imagen, de las probabilidades obtenidas en este modelo.

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA										
Realizando 10 ensayos										
1	0,1	0,1	0,1	0,3	0,2	0	0,2	0	0,2	0,1
2	0	0,2	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0
3	0	0	0	0,3	0,1	0,2	0,2	0	0	0,1
4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1	0,3	0,3	0	0,2
5	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0	0,2	0,1	0
6	0,4	0,3	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0	0,3	0
7	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1
8	0,2	0,3	0,1	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1	0,3
9	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0,2	0,1
10	0,2	0,3	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0	0,3	0,1
Promedio										0,154
s										0,103
Máx										0,4
Mín										0,0

Figura 47: Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 2

Ahora bien, teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntual  $\mu$  con  $\bar{x} = 0.15$  y una desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,10. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$0,15 - (1,96)\frac{0,10}{10} < \mu < 0,15 + (1,96)\frac{0,10}{10} \quad (7)$$

Se reduce en:

$$0,13 < \mu < 0,17 \quad (8)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 1 en el modelo 2, la cuál es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,134 \pm 0,169$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 4.1.3. Modelo 3

Continuando con el mismo orde a continuación se presenta, la imagen de dos ejemplos de la ley de morgan en el modelo 3:

p	7 <sub>M3</sub>	q	¬(p 7 <sub>M3</sub> q)	6 <sub>M3</sub>	(¬p	1 <sub>M1</sub>	¬q)
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0

TAUTOLOGÍA  
---

1	7 <sub>M3</sub>	q	¬(p 7 <sub>M3</sub> q)	6 <sub>M3</sub>	(¬p	1 <sub>M1</sub>	¬q)
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0	0	0

:({  
CONTRADICCIÓN  
---

Figura 48: Ley de Morgan 1 - Modelo 3

Luego se presenta la tabla de las probabilidades obtenidas en este modelo.

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA										
Realizando 10 ensayos										
1	0,3	0,2	0,2	0,1	0	0,3	0,1	0,3	0,5	0,2
2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,1	0,3	0,2	0,2	0,5	0,4
3	0,2	0	0	0,6	0,2	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2
4	0	0,5	0,1	0,2	0,2	0,2	0,5	0,4	0,1	0,4
5	0,3	0,3	0,3	0	0,4	0,1	0,2	0,1	0,1	0,4
6	0,3	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,2	0,2	0,6	0,2
7	0,1	0,1	0,1	0,2	0	0	0,3	0,2	0,2	0,1
8	0,2	0,1	0,2	0	0,2	0	0,4	0,3	0,1	0,5
9	0,2	0,3	0	0,3	0	0,1	0,1	0,1	0,6	0,2
10	0,2	0,3	0,1	0,3	0,2	0,4	0,1	0,2	0,3	0,6
11	0,2	0,3	0,3	0,4	0	0,3	0	0,3	0,1	0,5
Prom										0,22
s										0,153
Máx										0,6
Min										0,0

Figura 49: Probabilidades de la Ley de Morgan 1 - Modelo 3

Ahora bien, teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntual  $\mu$  con  $\bar{x} = 0,22$  y una desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,15. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$0,22 - (1,96) \frac{0,153}{10} < \mu < 0,22 + (1,96) \frac{0,153}{10} \quad (9)$$

Calculando obtenemos:

$$0,19 < \mu < 0,25 \quad (10)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 1 en el modelo 3, teniendo en cuenta que es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,191 \pm 0,179$  con un nivel de confianza del 95 %.



PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA											
Realizando 10 ensayos											
1	0,2	0,5	0,3	0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	
2	0,4	0,3	0,6	0,4	0,3	0,6	0,4	0,4	0,4	0,2	
3	0,6	0,3	0,5	0,3	0,2	0,5	0,2	0,2	0,4	0,3	
4	0,3	0,1	0,2	0,1	0,5	0,1	0,2	0,2	0,4	0,2	
5	0,2	0,5	0,6	0,1	0,4	0,2	0,3	0,3	0,5	0	
6	0,2	0,2	0,4	0,3	0,1	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	
7	0,3	0,3	0,4	0,1	0,6	0,1	0,2	0,3	0,7	0,2	
8	0,3	0,7	0,4	0,5	0,4	0,2	0,3	0,2	0,4	0,5	
9	0	0,2	0,4	0,2	0,4	0,4	0,3	0,2	0,3	0,5	
10	0,2	0,4	0,4	0,2	0,5	0,3	0,5	0,2	0,5	0,2	
										Prom	0,33
										s	0,15
										Máx	0,7
										Mín	0

Figura 51: Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 1

Calculando obtenemos:

$$0,300 < \mu < 0,359 \quad (12)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 2 en el modelo 1, resaltando así que es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,300 \pm 0,359$  con un nivel de confianza del 95 %.

#### 4.2.2. Modelo 2

A continuación se presentan, dos ejemplos de la ley de Morgan 2 en el modelo 2:

	p	(1M2)	q	~(p 1M2 q)	Conc	6M2	(~p	7M2	~q)
	0	0	0	1	0	0	1	1	1
	0	0	1	1	1	0	1	1	0
	1	0	0	1	10	1	0	0	1
	1	0	1	1	11	1	0	0	0
<b>Conectores</b>	3	0	5	15	35	3	12	12	10
						11		:(	
						113		--	
						1141		CONTINGENCIA	
	p	(1M2)	q	~(p 1M2 q)	Conc	6M2	(~p	7M2	~q)
	0	0	0	1	0	0	1	1	1
	0	1	1	0	1	0	0	1	0
	1	0	0	1	10	0	1	0	1
	1	1	1	0	11	0	1	0	0
<b>Conectores</b>	3	5	5	10	35	0	11	12	10
						0		Tautología	
						0		--	
						0		--	

Figura 52: Ley de Morgan 2 - Modelo 2

Como se menciona para el experimento de obtener tautología en 100 ensayos, se tuvo que calcular las probabilidades, para tener una estimación puntal  $\mu$  en un intervalo de confianza del 95 %. A continuación se presenta la imagen, de las probabilidades obtenidas en este modelo. En este caso los conectores que dan tautología son los conectores 5 y 12 usuales con el coector 6 del modelo 2.

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA										
Realizando 10 ensayos										
1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2
2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3
3	0,1	0,1	0,4	0,4	0,3	0	0,5	0,4	0,1	0
4	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0	0,2	0	0,2
5	0,2	0	0,3	0,2	0,4	0,1	0,1	0	0,4	0,3
6	0,1	0,3	0,4	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1	0,4	0,3
7	0,1	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1	0,4	0,1	0,1	0,2
8	0,2	0,1	0,1	0,3	0,1	0,3	0,3	0,4	0,5	0,4
9	0,1	0,2	0,1	0,2	0	0,4	0,2	0,4	0,2	0,1
10	0,3	0,2	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2
									<b>Prom</b>	<b>0,21</b>
									<b>s</b>	<b>0,13</b>
									<b>Máx</b>	<b>0,5</b>
									<b>Mín</b>	<b>0,0</b>

Figura 53: Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 2

Ahora bien, teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntal  $\mu$  con  $\bar{x} = 0,21$  y una desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,13. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$0,21 - (1,96)\frac{0,13}{10} < \mu < 0,21 + (1,96)\frac{0,13}{10} \quad (13)$$

Se reduce en:

$$0,18 < \mu < 0,23 \quad (14)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 2 en el modelo 2, la cuál es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,184 \pm 0,235$  con un nivel de confianza del 95 %.

#### 4.2.3. Modelo 3

A continuación se presenta, la imagen de dos ejemplos de la ley de morgan 2 en el modelo 3:

p	1M3	q	$\neg(p \wedge M3 \wedge q)$	6M3	$\neg p$	7M1	$\neg q$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0

1	1M3	q	$\neg(p \wedge M3 \wedge q)$	6M3	$\neg p$	7M1	$\neg q$
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0

Figura 54: Ley de Morgan 2 - Modelo 3

Como se menciona para el experimento de obtener tautología en 100 ensayos, se tuvo que calcular las probabilidades, para tener una estimación puntual  $\mu$  en un intervalo de confianza del 95 %. A continuación se presenta la imagen, de las probabilidades obtenidas en este modelo. En este caso los conectores que dan tautología son los conectores 5 y 12 usuales

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA											
Realizando 10 ensayos											
1	0,3	0,5	0,3	0,4	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
2	0,5	0,2	0,3	0,1	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2
3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,3	0,2	0,4	0,5	0,5
4	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0	0,3	0,3
5	0,1	0,2	0,1	0	0,2	0,1	0,1	0,3	0,3	0,2	0,2
6	0,2	0,4	0,1	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3
7	0,1	0,4	0,5	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
8	0,4	0,1	0,2	0,1	0,4	0,4	0,3	0,1	0,2	0,1	0,1
9	0,4	0,2	0,2	0,4	0,4	0,4	0,3	0,1	0,2	0,3	0,3
10	0,3	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1	0,4	0,4
	Prom	0,23									
	s	0,119									
	Máx	0,5									
	Mín	0,0									

Figura 55: Probabilidades de la Ley de Morgan 2 - Modelo 2

Ahora bien, teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntual  $\mu$  con  $\bar{x} = 0.23$  y una desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,11. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$0,23 - (1,96) \frac{0,11}{10} < \mu < 0,23 + (1,96) \frac{0,11}{10} \quad (15)$$

Se reduce en:

$$0,20 < \mu < 0,25 \quad (16)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de la Ley de Morgan 2 en el modelo 3, la cuál es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,208 \pm 0,251$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 4.3. Modus Ponendo Ponens (MPP)

Continuando con el interés de este capítulo, se realiza un proceso análogo a las dos leyes descritas anteriormente. Esta ley es descrita en la lógica usual como:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \leftrightarrow q$$

En la lógica no estática estudiada en este trabajo de grado se plantea como:

$$[(p \ 4_{Mn} \ q) \ 7_{Mn} \ p] \ 4_{Mn} \ q$$

Siendo  $Mn$ , alguno de los modelos contruidos (1,2,3).

#### 4.3.1. Modelo 1

Luego, se observa en cada modelo los procesos descritos anteriormente, en la Ley Morgan 1 y Ley Morgan 2. A continuación se presenta, la imagen que presenta dos posibles ejemplos de MPP en el modelo 1:

[(p	4 <sub>M1</sub>	q)	7 <sub>M1</sub>	p]	4 <sub>M1</sub>	q
0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

[(p	4 <sub>M1</sub>	q)	7 <sub>M1</sub>	p]	4 <sub>M1</sub>	q
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1

Figura 56: MPP - Modelo 1

#### 4.3.2. Modelo 2

A continuación se presenta, la imagen de dos posibles ejemplos de MPP en el modelo 2:

	[(p	4 <sub>M2</sub>	q)	7 <sub>M2</sub>	con	4 <sub>M2</sub>	¬p	¬q	con
	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	0	1	1	1	1	1	1	0	11
	1	1	0	1	10	1	0	1	10
	1	1	1	1	11	1	0	0	11
<b>Conectores</b>	3	7	5	7	N/A	7	12	10	N/A
						111	:(		
						111	--		
						111	<b>CONTINGENCIA</b>		

	[(p	4 <sub>M2</sub>	q)	7 <sub>M2</sub>	con	4 <sub>M2</sub>	¬p	¬q	con
	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	0	0	1	1	1	0	1	0	11
	1	0	0	1	10	0	0	1	10
	1	0	1	1	11	0	0	0	11
<b>Conectores</b>	3	0	5	7	N/A	0	12	10	N/A
						0	<b>Tautología</b>		
						0	--		
						0	--		

Figura 57: MPP - Modelo 2

### 4.3.3. Modelo 3

A continuación se presenta, la imagen la de dos posibles ejemplos de MPP en el modelo 3:

[(p	4 <sub>M3</sub>	q)	7 <sub>M3</sub>	p]	4 <sub>M3</sub>	q	
0	0	0	0	0	0	0	<b>TAUTOLOGÍA</b>
0	0	1	0	0	0	1	---
1	0	0	1	1	0	0	---
1	0	1	1	1	0	1	---

[(p	4 <sub>M3</sub>	q)	7 <sub>M3</sub>	p]	4 <sub>M3</sub>	q	
0	1	0	1	0	1	0	:(
0	0	1	0	0	0	1	---
1	1	0	0	1	1	0	<b>CONTINGENCIA</b>
1	1	1	0	1	0	1	---

Figura 58: MPP - Modelo 3

Continuando, con el mismo proceso que se ha descrito en las anteriores leyes, se presenta a continuación las tablas de las probabilidades al obtener tautología en MPP.

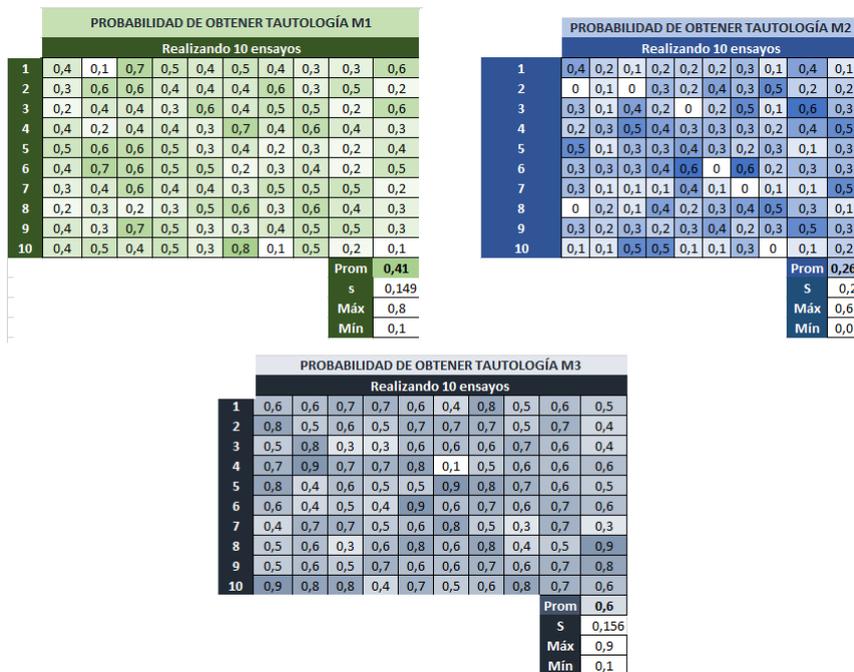


Figura 59: MPP - Modelo (1,2,3)

Ahora bien, de acuerdo a la imagen anterior se procede a calcular los intervalos de confianza de la siguiente manera:

• Intervalo de Confianza Modelo 1

$$0,41 - (1,96) \frac{0,14}{10} < \mu < 0,41 + (1,96) \frac{0,14}{10} \tag{17}$$

Se reduce en:

$$0,38 < \mu < 0,43 \tag{18}$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de MPP en el modelo 1, Resaltando que está proposición es tautología fija en la lógica usual. es de  $0,388 \pm 0,437$  con un nivel de confianza del 95 %.

• Intervalo de Confianza Modelo 2

$$0,26 - (1,96) \frac{0,20}{10} < \mu < 0,26 + (1,96) \frac{0,20}{10} \tag{19}$$

Se reduce en:

$$0,22 < \mu < 0,29 \quad (20)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de MPP en el modelo 2, Resaltando que está proposición es tautología fija en la lógica usual, es de  $0,228 \pm 0,299$  con un nivel de confianza del 95 %.

#### • Intervalo de Confianza Modelo 3

$$0,60 - (1,96)\frac{0,15}{10} < \mu < 0,60 + (1,96)\frac{0,15}{10} \quad (21)$$

Se reduce en:

$$0,57 < \mu < 0,62 \quad (22)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición de MPP en el modelo 3, es de  $0,571 \pm 0,629$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 4.4. Modus Tollendo Tolens (MTT)

Como última proposición a evaluar es Modus Tollendo Tolens, la cual en la lógica usual se describe como:

$$[(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \wedge \neg \mathbf{q}] \rightarrow \neg \mathbf{p}$$

En la lógica no estática estudiada en este trabajo de grado se plantea como:

$$[(\mathbf{p} \ 4_{Mn} \ \mathbf{q}) \ 7_{Mn} \ \neg \mathbf{q}] \ 4_{Mn} \ \neg \mathbf{p}$$

Siendo  $Mn$ , alguno de los modelos contruidos (1,2,3).

#### 4.4.1. Modelo 1

Luego, se observa en cada modelo los procesos descritos anteriormente, en las anteriores leyes. A continuación se presenta, la imagen la cual presenta dos ejemplos de MTT en el modelo 1.

[(p	4 <sub>M1</sub>	q)	7 <sub>M1</sub>	¬q]	4 <sub>M1</sub>	¬p
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

[(p	4 <sub>M1</sub>	q)	7 <sub>M1</sub>	¬q]	4 <sub>M1</sub>	¬p
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0

:(  
---  
CONTINGENCIA

TAUTOLOGÍA  
---  
---

Figura 60: MTT - Modelo 1

#### 4.4.2. Modelo 2

A continuación se presenta, la imagen la cual presenta dos ejemplos de MTT en el modelo 2:

	[(p	4 <sub>M2</sub>	q)	7 <sub>M2</sub>	con	4 <sub>M2</sub>	¬p	¬q	con	con2
	0	0	0	1	0	1	1	1	1	11
	0	1	1	1	1	1	1	0	10	11
	1	0	0	1	10	0	0	1	1	10
	1	1	1	1	11	0	0	0	10	10
<b>Conectores</b>	3	5	5	15	N/A	12	12	10	N/A	N/A

1100	:(
1100	--
1100	CONTINGENCIA

	[(p	4 <sub>M2</sub>	q)	7 <sub>M2</sub>	con	4 <sub>M2</sub>	¬p	¬q	con	con2
	0	0	0	1	0	0	1	1	1	11
	0	1	1	1	1	0	1	0	10	11
	1	0	0	1	10	0	0	1	1	10
	1	0	1	0	11	0	0	0	0	0
<b>Conectores</b>	3	4	5	14	N/A	0	12	10	N/A	N/A

0	Tautología
0	--
0	--

Figura 61: MTT - Modelo 2

### 4.4.3. Modelo 3

A continuación se presenta, la imagen la cual presenta dos ejemplos de MTT en el modelo 3:

[(p	4 <sub>M3</sub>	q)	7 <sub>M3</sub>	¬q]	4 <sub>M3</sub>	¬p
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0

1	4 <sub>M3</sub>	q)	7 <sub>M3</sub>	¬q]	4 <sub>M3</sub>	¬p
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0

:(
---
CONTINGENCIA

TAUTOLOGÍA
---
---

Figura 62: MTT - Modelo 3

Continuando, con el mismo proceso que se ha descrito en las anteriores leyes, se presenta a continuación las tablas de las probabilidades al obtener tautología en MTT.

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA M1										
Realizando 10 ensayos										
1	0,4	0,2	0,4	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3	0,2	0,4
2	0,4	0,5	0,2	0,4	0,5	0,4	0,5	0,1	0,1	0,4
3	0,2	0,4	0,4	0,4	0,7	0,3	0,2	0,5	0,3	0,2
4	0,5	0,4	0,2	0,4	0,3	0,5	0,4	0,7	0	0,4
5	0,3	0,3	0,2	0,2	0,5	0,3	0,1	0,4	0	0,3
6	0,3	0,6	0,2	0,3	0,5	0,4	0,4	0,4	0,5	0,2
7	0,2	0,1	0,3	0,7	0,5	0,5	0,4	0,6	0,4	0,3
8	0,5	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,6	0,5	0,3
9	0,4	0,3	0,3	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,4	0,4
10	0,5	0,2	0,4	0,3	0,5	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Prom	0,35									
s	0,145									
Máx	0,7									
Mín	0,0									

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA M2										
Realizando 10 ensayos										
1	0,2	0,2	0,2	0,3	0	0,2	0,1	0,3	0	0,3
2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0	0,2	0,2	0,2
3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1
4	0	0,2	0,4	0,1	0,3	0,3	0,1	0,3	0,3	0,3
5	0,3	0	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3
6	0,2	0,1	0,2	0,1	0	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
7	0,1	0	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4	0,1	0,2	0,1
8	0,4	0,1	0,4	0,3	0,1	0,4	0,1	0,1	0,3	0,4
9	0,2	0	0,1	0	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0
10	0,2	0,1	0,1	0,3	0	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1
Prom	0,18									
s	0,11									
Máx	0,4									
Mín	0,0									

PROBABILIDAD DE OBTENER TAUTOLOGÍA M3										
Realizando 10 ensayos										
1	0,8	0,7	0,4	0,6	0,7	0,6	0,6	0,4	0,5	0,6
2	0,6	0,9	0,7	0,4	0,6	0,7	0,7	0,4	0,5	0,5
3	0,6	0,8	0,5	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6
4	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,8	0,4
5	0,8	0,7	0,8	0,6	0,6	0,6	0,2	0,7	0,5	0,6
6	0,4	1	0,5	0,5	0,8	0,5	0,6	0,7	0,7	0,4
7	0,6	0,5	0,2	0,8	0,4	0,4	0,4	0,5	0,7	0,7
8	0,4	0,8	0,3	0,6	0,7	0,7	0,7	0,5	0,7	0,6
9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,7	0,5	0,6	0,5	0,4	0,5
10	0,4	0,6	0,7	0,5	0,6	0,5	0,5	0,7	0,9	0,9
Prom	0,6									
S	0,151									
Máx	1									
Mín	0,2									

Figura 63: MTT - Modelo (1,2,3)

Ahora bien, de acuerdo a la imagen anterior se procede a calcular los intervalos de confianza de la siguiente manera:

● **Intervalo de Confianza Modelo 1**

$$0,35 - (1,96)\frac{0,14}{10} < \mu < 0,35 + (1,96)\frac{0,14}{10} \quad (23)$$

Se reduce en:

$$0,32 < \mu < 0,37 \quad (24)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición MTT en el modelo 1, es de  $0,322 \pm 0,377$  con un nivel de confianza del 95 %.

● **Intervalo de Confianza Modelo 2**

$$0,18 - (1,96)\frac{0,11}{10} < \mu < 0,18 + (1,96)\frac{0,11}{10} \quad (25)$$

Se reduce en:

$$0,15 < \mu < 0,20 \quad (26)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición MTT en el modelo 2, es de  $0,158 \pm 0,201$  con un nivel de confianza del 95 %.

● **Intervalo de Confianza Modelo 3**

$$0,60 - (1,96)\frac{0,15}{10} < \mu < 0,60 + (1,96)\frac{0,15}{10} \quad (27)$$

Se reduce en:

$$0,57 < \mu < 0,62 \quad (28)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito de obtener tautología de acuerdo a la proposición MTT en el modelo 3, es de  $0,571 \pm 0,629$  con un nivel de confianza del 95 %.

## 5. Experimento

El trabajo realizado en los capítulos anteriores, evidenció que efectivamente los modelos de lógica no estática construidos, dan cuenta del modelo usual, en tanto que:

- Se cumple la condición mencionada en la sección 2.1.4: Sea  $c$  un conector del modelo de lógica usual, la probabilidad de obtener este conector  $c$  al realizar su construcción usando el Modelo 1, el Modelo 2 o bien, el Modelo 3, será más alta que la de obtener cualquiera de los otros 15 conectores lógicos.
- Resulta probable la obtención de tautologías a partir del trabajo con cualquiera de los tres modelos (capítulo 3).
- Es posible definir operaciones entre conjuntos, con cualquiera de los tres modelos, y como se evidenció en el capítulo 4, los modelos de lógicas no estáticas presentan un comportamiento bastante similar al modelo de lógica usual.

Para dar cuenta del nivel de acierto de los modelos construidos, se realizó un experimento que será expuesto en el presente capítulo.

### 5.1. Descripción general

El experimento consiste en la selección aleatoria de tres números enteros positivos  $n$ ,  $n_1$  y  $n_2$ , uno a uno. Una vez seleccionados los números, se centrará la atención en su paridad, teniendo en cuenta este aspecto se establece lo siguiente:

- **Hipótesis:** Si  $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad, entonces intuitivamente se esperaría que  $n_2$  tuviera paridad diferente (así teóricamente la probabilidad de que  $n_2$  sea par, resulte ser igual a la probabilidad de que  $n_2$  sea impar).

Una vez establecida la hipótesis, se definen las siguientes proposiciones (que se tendrán en cuenta en las siguientes secciones para la explicación de la ejecución del experimento):

- $p$ :  $n$  es un número par
- $q$ :  $n_1$  es un número par
- $r$ :  $n_2$  es un número par.

Si se hace referencia a la hipótesis planteada, podría asumirse que esta es una proposición compuesta de la forma "si...entonces...", sin embargo, al realizar la tabla de verdad de la fórmula bien formada (f.b.f)  $(p \wedge q) \rightarrow r$  que representaría a dicha proposición, observamos lo siguiente:

<b>p</b>	<b>y</b>	<b>q</b>	<b>--&gt;</b>	<b>r</b>
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0
1	1	1	0	1

Figura 64: Tabla de verdad  $(p \wedge q) \rightarrow r$

Atendiendo a la tabla anterior y a las proposiciones definidas previamente, tenemos que  $(p \wedge q) \rightarrow r$ , resultaría ser falsa únicamente cuando  $p$  es verdadera,  $q$  es verdadera y  $r$  es falsa, es decir, cuando  $n$  es par,  $n_1$  es par y  $n_2$  es impar, sin embargo, esto es una contradicción para la hipótesis planteada. Además, se tiene que  $(p \wedge q) \rightarrow r$  resulta ser verdadera en el resto de casos, y de acuerdo con la hipótesis planteada,  $(p \wedge q \rightarrow r)$  únicamente debería resultar verdadera en los siguientes casos:

- Si  $n$  es par y  $n_1$  es par, entonces,  $n_2$  es impar. Es decir, cuando  $p$  es verdadera,  $q$  es verdadera y  $r$  es falsa.
- Si  $n$  es impar y  $n_1$  es impar, entonces,  $n_2$  es par. Es decir, cuando  $p$  es falsa,  $q$  es falsa y  $r$  es verdadera.

Por lo tanto, la f.b.f  $(p \wedge q) \rightarrow r$  no es correcta para representar la hipótesis.

La f.b.f correcta para representar la hipótesis planteada es:  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ , pues en la tabla de verdad que se muestra a continuación, evidenciamos que los casos en los que la f.b.f resulta ser verdadera son los siguientes:

- Cuando  $p$  es verdadera,  $q$  es verdadera y  $r$  es falsa. Es decir que,  $n$  es par si y solo si,  $n_1$  es par y  $n_1$  es par si y solo si  $n_2$  es impar.
- Cuando  $p$  es falsa,  $q$  es falsa y  $r$  es verdadera. Es decir que,  $n$  es impar si y solo si,  $n_1$  es impar y  $n_1$  es impar si y solo si  $n_2$  es par.

Estos eran los casos en los que de acuerdo con lo previsto anteriormente,  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  debería ser verdadera, así que efectivamente, esta f.b.f representa adecuadamente la hipótesis planteada al inicio del capítulo.

$(p$	$\leftrightarrow$	$q)$	$\wedge$	$(q$	$\leftrightarrow$	$\neg$	$r)$
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1

Figura 65: Tabla de verdad  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$

## 5.2. El experimento en el modelo de lógica usual

El experimento expuesto en la descripción general del presente capítulo, fue programado en Microsoft Excel y el lenguaje de programación Python, con el fin de determinar el nivel de éxito del mismo; se decide programar en dos lenguajes, dado que la función aleatorio en cada uno de estos puede estar definida de forma distinta, y resulta interesante determinar qué tanto incide esta variable en la probabilidad de éxito al realizar el experimento.

La programación del experimento se realizó inicialmente, teniendo en cuenta el modelo de lógica usual. En los dos lenguajes utilizados se evaluaron 50 ensayos; el experimento se organizó en una tabla, cuyo contenido se describe a continuación:

### 1. Los valores de verdad para $p$ , $q$ y $r$ :

Dado que el experimento consiste en la selección aleatoria de tres números enteros positivos,  $n$ ,  $n_1$  y  $n_2$ , se definieron previamente tres proposiciones  $p$ ,  $q$  y  $r$ , cada una aludiendo al resultado obtenido (en cuanto a la paridad) al seleccionar de cada uno de estos números:

- $p$ :  $n$  es un número par
- $q$ :  $n_1$  es un número par
- $r$ :  $n_2$  es un número par.

El experimento se realiza teniendo en cuenta lo siguiente:

- En la primera columna de la tabla se encuentran 50 valores de verdad para la proposición  $p$ . Si se tiene que en cierto ensayo el valor de verdad para  $p$  es 0, esto quiere decir que el primer número seleccionado al realizar el experimento, es decir,  $n$ , es par, pues la proposición  $p$  indica que  $n$  es par, y en la notación usada en la monografía 0 hace referencia al valor de verdad *verdadero*; en cambio, si el valor de verdad para  $p$  en dicho ensayo es 1,

se tiene que el primer número seleccionado para realizar el experimento, es impar, pues el valor de verdad 1, indica que la proposición  $p$  es falsa.

- En la segunda columna de la tabla se encuentran 50 valores de verdad para la proposición  $q$ . Ahora bien, si en determinado ensayo el valor de verdad para  $q$  es 0, esto implica que el segundo número seleccionado al realizar el experimento, es decir,  $n_1$ , es par; en cambio, si el valor de verdad para  $q$  en dicho ensayo es 1, se tiene que el segundo número seleccionado para realizar el experimento, es impar.
- En la tercera columna de la tabla se encuentran 50 valores de verdad para la proposición  $r$ . Ahora bien, si en determinado ensayo el valor de verdad para  $r$  es 0, esto implica que el tercer número seleccionado al realizar el experimento, es decir,  $n_2$ , es par; en cambio, si el valor de verdad para  $r$  en dicho ensayo es 1, se tiene que el segundo número seleccionado para realizar el experimento, es impar.

A continuación un ejemplo de lo mencionado con antelación:

	Valor aleatorio p	Valor aleatorio q	Valor aleatorio r
1	1	0	1
2	1	0	0
3	0	0	1

Figura 66: Ejemplo - Ensayos del experimento en Excel

- En el ensayo 1, se tiene que los valores de verdad para  $p$ ,  $q$  y  $r$  son 1, 0 y 1 respectivamente, lo que en términos del experimento quiere decir que  $n$  es impar,  $n_1$  es par y  $n_2$  es impar (cabe aclarar que este ensayo, no resulta útil para evaluar la hipótesis planteada, pues no se tiene que tanto  $n$  como  $n_1$  tengan la misma paridad).
- En el ensayo 2, de acuerdo con los valores de verdad asignados para  $p$ ,  $q$  y  $r$ , se tiene que  $n$  es impar,  $n_1$  es par y  $n_2$  es par (este caso tampoco es útil para evaluar la hipótesis planteada).
- Por último, en el ensayo 3, se tiene que  $n$  es par,  $n_1$  es par y  $n_2$  es impar, luego, este caso si resulta útil para evaluar la hipótesis.

Cabe aclarar que los 50 valores de verdad para cada proposición son elegidos aleatoriamente por cada uno de los lenguajes en los que se programó el experimento.

Ahora bien, para determinar el nivel de éxito del experimento, se postula un valor de verdad para la proposición  $r$  (que determinará la paridad de  $n_2$ , el tercer número seleccionado en el experimento), este se denomina, valor hipotético final (VHF); luego, si este valor que se postula (VHF), coincide con el valor de

verdad que asignaron los lenguajes de programación a la proposición  $r$ , o en otras palabras, si la paridad de  $n_2$  obtenida en cierto ensayo del experimento, resulta ser igual a la paridad que asigna el VHF a  $n_2$ , esto se considera como un acierto, pues indica que se logró adivinar la paridad del tercer número seleccionado.

## 2. Los valores hipotéticos:

Para hallar el VHF correspondiente a cada ensayo del experimento, se encontrarán previamente ocho valores hipotéticos teniendo en cuenta la tabla de verdad de la proposición que representa la hipótesis planteada, es decir,  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ , puntualmente, se determinará un valor hipotético a partir de cada uno de los ocho casos que se muestran a continuación:

	$p$	$q$	$r$
<b>Caso 1</b>	0	0	0
<b>Caso 2</b>	0	0	1
<b>Caso 3</b>	0	1	0
<b>Caso 4</b>	0	1	1
<b>Caso 5</b>	1	0	0
<b>Caso 6</b>	1	0	1
<b>Caso 7</b>	1	1	0
<b>Caso 8</b>	1	1	1

Tabla 41: Casos - Tabla de verdad  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$

Entiéndase que en el caso 1, las proposiciones  $p$ ,  $q$  y  $r$  resultan ser verdaderas, es decir  $n$  es par,  $n_1$  es par y  $n_2$  es par, en el caso 2,  $p$  y  $q$  son verdaderas, pero  $r$  es falsa, o sea que  $n$  es par,  $n_1$  es par y  $n_2$  es impar, en el caso 3,  $n$  es par,  $n_1$  es impar y  $n_2$  es par, y de manera análoga funciona para el resto de los casos.

Dichos valores hipotéticos pueden ser  $x$ , 0 o bien 1. Se aclara que no se presenta la explicación de cómo hallar cada uno de estos valores, pues este es un asunto que atañe exclusivamente a la programación del experimento.

## 3. El valor hipotético final (VHF):

Para determinar este valor, basta con observar el comportamiento de los ocho valores hipotéticos definidos con anterioridad. Dicho comportamiento atiende a los siguientes casos:

- Los ocho valores hipotéticos son  $x$ . En este caso VHF es  $x$ .
- Al menos uno de los valores hipotéticos es 0 o 1 y el resto son  $x$ . En este caso se elige el valor máximo, entre los valores diferentes de  $x$ . Por ejemplo, si hay seis  $x$ , un 0 y un 1, VHF será 1, pero si por ejemplo, hay siete  $x$  y un 0, VHF será 0.

## 4. El valor de comparación (VC):

El valor de comparación establecerá si existe o no un acierto en el experimento, si hay un acierto, el VC será 1, de lo contrario, será 0.

Como se mencionó con antelación, se evaluaron 50 ensayos del experimento. Una vez determinados los valores hipotéticos, el VHF y el VC, se debe realizar el conteo de los aciertos obtenidos al realizar el experimento (sumando los valores de la columna VC).

Se esperaría que para calcular la probabilidad de éxito del experimento, se dividiera la cantidad de aciertos, entre 50, pues es la cantidad de ensayos que se propone evaluar inicialmente, sin embargo, resulta importante tener en cuenta que los ensayos que atienden a la hipótesis planteada son los casos en los que el valor de verdad para  $p$  y para  $q$  es el mismo, es decir, los casos en los que  $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad, pues solo de este modo, es posible evaluar la hipótesis planteada. Luego, para calcular la probabilidad de éxito del experimento, es necesario realizar el conteo de los casos en los que se cumple la condición mencionada previamente ( $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad); una vez calculada la cantidad de casos a evaluar, se tiene que la probabilidad de éxito del experimento está dada por:

$$P(x) = \frac{a}{e} \tag{29}$$

Donde  $a$  hace referencia a la cantidad de aciertos, y  $e$  a la cantidad de casos a evaluar.

A continuación se presenta un ejemplo de la tabla de un experimento evaluando 50 ensayos con el modelo de lógica usual en Excel:

	Valor aleatorio p	Valor aleatorio q	Valor aleatorio r	VH1	VH2	VH3	VH4	VH5	VH6	VH7	VH8	VHF	VC
1	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
2	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
3	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
4	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
5	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
6	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
7	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
8	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	x	0	1
9	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
10	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
11	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
12	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	x	0	1
13	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
14	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
15	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
16	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
17	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
18	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
19	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
20	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
21	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
22	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	x	0	1
23	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
24	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
25	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
26	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
27	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
28	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
29	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
30	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
31	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
32	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
33	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
34	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	x	0	1
35	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
36	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
37	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
38	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
39	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
40	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
41	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
42	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
43	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
44	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
45	0	0	0	x	1	x	x	x	x	x	x	1	0
46	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
47	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
48	0	0	1	x	1	x	x	x	x	x	x	1	1
49	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
50	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	x	0	0
	<b>CASOS A EVALUAR</b>	23										<b>Aciertos</b>	10
												<b>PROBABILIDAD</b>	0,43

Figura 67: Experimento - Modelo de lógica usual - Excel

Los casos a evaluar en este experimento fueron 23 de 50, lo que quiere decir que únicamente en 23 de los 50 ensayos del experimento, la paridad de los dos primeros números seleccionados  $n$  y  $n_1$ , fue la misma; de esos 23 casos a evaluar se lograron 10 aciertos, es decir que en 10 de tales casos el valor postulado (VHF), coincidió con el valor de verdad aleatorio asignado a la proposición  $r$ , o en términos del experimento, que la paridad de  $n_2$  (tercer número seleccionado) coincidió con la paridad



### 5.2.1. Resultados del experimento en Excel

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la figura 67. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

PROBABILIDADES										
1	0,46	0,55	0,57	0,54	0,52	0,65	0,43	0,31	0,38	0,26
2	0,5	0,57	0,52	0,38	0,5	0,49	0,44	0,45	0,64	0,41
3	0,5	0,59	0,32	0,5	0,43	0,44	0,48	0,4	0,44	0,71
4	0,33	0,39	0,3	0,4	0,47	0,38	0,47	0,72	0,41	0,35
5	0,43	0,41	0,5	0,32	0,56	0,56	0,5	0,52	0,52	0,37
6	0,38	0,48	0,42	0,39	0,48	0,44	0,56	0,58	0,41	0,57
7	0,54	0,5	0,57	0,58	0,36	0,39	0,5	0,68	0,39	0,48
8	0,57	0,46	0,38	0,63	0,33	0,59	0,42	0,43	0,44	0,41
9	0,73	0,37	0,48	0,53	0,68	0,33	0,59	0,35	0,52	0,4
10	0,48	0,5	0,5	0,48	0,55	0,62	0,48	0,44	0,48	0,48
									<b>Prom</b>	<b>0,48</b>
									<b>s</b>	<b>0,098</b>

Figura 69: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo usual - Excel

Teniendo en cuenta los datos recolectados, se tiene que la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,48$ , y que la desviación estandar  $s$  de la muestra es de  $0,098$ . A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes. Dicho intervalo está dado por la siguiente expresión:

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (30)$$

En este caso se hallará el intervalo de confianza del 95 % para la probabilidad media de éxito al realizar un experimento con el modelo de lógica usual en Excel, para esto se debe encontrar en primer lugar el nivel de significancia, en este caso es  $\alpha = 1 - 0,95$ , luego  $\alpha = 0,05$ , de modo que  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  es  $z_{0,025} = 1,96$  de acuerdo con la tabla de la distribución normal. Se tiene además que el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,48 - (1,96) \frac{0,098}{\sqrt{100}} < \mu < 0,48 + (1,96) \frac{0,098}{\sqrt{100}} \quad (31)$$

que se reduce a:

$$0,461 < \mu < 0,499 \quad (32)$$



que se reduce a:

$$0,488 < \mu < 0,532 \quad (34)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento con el modelo de lógica usual es de  $0,51 \pm 0,0221$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 5.3. El experimento en los modelos de lógica no estática

Además de realizar el experimento teniendo en cuenta el modelo de la lógica usual, también se realizó haciendo uso de cada uno de los modelos de lógica no estática construidos en el capítulo 2, esto con la finalidad de contrastar los resultados obtenidos en cada uno de dichos modelos, respecto al resultado obtenido en el modelo de lógica usual. Cabe aclarar que la programación del experimento en los modelos de lógica no estática, también se realizó en Microsoft Excel y el lenguaje Python. Para llevar a cabo el experimento en los modelos de lógica no estática, se sigue en esencia el mismo procedimiento realizado con el modelo de lógica usual.

#### 5.3.1. Modelo 1

Dado que la tabla de la tabla de verdad para la fórmula bien formada que representa la hipótesis  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$ , resulta fundamental en la realización del experimento, el primer paso a seguir es la elaboración de la misma, teniendo en cuenta cada uno de los modelos de lógica no estática, en este caso, el Modelo 1.

Como se mencionó en un apartado anterior los conectores lógicos que hacen parte de la f.b.f que representa la hipótesis son la conjunción (conector 7) y la doble implicación (conector 6), entonces, para generar la tabla de verdad de la f.b.f, es necesario construir los conectores  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$ , atendiendo a lo expuesto en el capítulo 2.

En las imágenes que se presentan a continuación, se muestra la programación del Modelo 1 en Excel para construir  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores (cabe aclarar que se habla de uno de los posibles resultados, puesto que al ser este un modelo de lógica no estática, los conectores construidos a partir del mismo están sujetos a la variación que determine el azar):

MODELO 1 ( $7_{M1}$ )									
1	2	3	4	5	R		p	$7_{M1}$	q
0	0	0	0	0	5		0	0	0
0	1	1	1	1	3		0	1	1
1	0	1	1	1	2		1	0	0
1	1	1	1	1	2		1	1	1

Figura 71: Construcción del conector  $7_{M1}$  - Excel

En este caso evidenciamos que el conector  $7_{M1}$  es igual al conector 5 del modelo usual, y que el conector  $6_{M1}$  corresponde al conector 0 del modelo usual.

MODELO 1 ( $6_{M1}$ )									
1	2	3	4	5	R		p	$6_{M1}$	q
0	0	0	0	0	4		0	0	0
0	1	1	1	1	1		0	0	1
1	0	1	1	1	2		1	0	0
1	1	0	0	0	4		1	0	1

Figura 72: Construcción del conector  $6_{M1}$  - Excel

Se aclara que no se especifican detalles puntuales sobre la programación del modelo, pues este se programó siguiendo lo planteado en la descripción de los modelos de lógica no estática (capítulo 2).

Una vez construidos los conectores  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$ , es posible generar la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

(p	$6_{M1}$	q)	$7_{M1}$	(q	$6_{M1}$	$\neg$	r)
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1

Figura 73: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 1

Así como en el modelo de lógica usual, posteriormente se realiza la tabla del experimento, en la que inicialmente se tienen los valores de verdad aleatorios para  $p$ ,  $q$  y  $r$  (proposiciones definidas al inicio del capítulo), seguido a esto, se determinan los ocho valores hipotéticos, el valor hipotético final y el valor de comparación.

Luego se realiza el conteo de los casos a evaluar, es decir, los casos en los que los valores de verdad de  $p$  y  $q$  son los mismos, o sea, cuando los números  $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad, seguido a esto se realiza el conteo de los aciertos, y se obtiene la probabilidad de éxito del experimento, que como se explicó previamente se obtiene dividiendo la cantidad de aciertos entre los casos a evaluar.

A continuación se presenta la tabla de un experimento con 50 ensayos, realizado teniendo en cuenta el Modelo 1 programado en Excel, y la tabla de verdad generada a partir de los conectores  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$  construidos previamente en este apartado.

	Valor aleatorio p	Valor aleatorio q	Valor aleatorio r	VH1	VH2	VH3	VH4	VH5	VH6	VH7	VH8	VHF	VC
1	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
2	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
3	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
4	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
5	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
6	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
7	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
8	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
9	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
10	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
11	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
12	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
13	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
14	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
15	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
16	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
17	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
18	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
19	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
20	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
21	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
22	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
23	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
24	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
25	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
26	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
27	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
28	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
29	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
30	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
31	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
32	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
33	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
34	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
35	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
36	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
37	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
38	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
39	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
40	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
41	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
42	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
43	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
44	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
45	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
46	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
47	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
48	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
49	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
50	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
	<b>CASOS A EVALUAR</b>	30										<b>Adertos</b>	17
												<b>PROBABILIDAD</b>	0,57

Figura 74: Experimento - Modelo 1 - Excel

En el caso de este experimento, los casos a evaluar son 30 de 50, lo que quiere decir que únicamente en 30 de los 50 ensayos del experimento, los dos primeros números

seleccionados  $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad, ahora bien, de esos 30 casos a evaluar, se obtuvieron 17 aciertos, luego, la probabilidad de éxito del experimento es de 0,57.

El mismo procedimiento explicado previamente, fue realizado en Phyton para llevar a cabo el experimento. Como el primer paso a seguir es la construcción de la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis planteada, al igual que en el caso anterior, se construyen los conectores que hacen parte de la f.b.f usando el Modelo 1.

En las imágenes que se presentan a continuación, se muestra la programación del Modelo 1 en Phyton para construir  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores:

MODELO 1 (7M1)	CONECTOR 7M1
[[1], [2], [3], [4], [5]]	[[p], [7M1], [q]]
[[0], [0], [0], [0], [0]]	[[0], [0], [0]]
[[0], [1], [1], [1], [1]]	[[0], [0], [1]]
[[1], [0], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [0]]
[[1], [1], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [1]]

Figura 75: Construcción del conector  $7_{M1}$  - Phyton

MODELO 1 (6M1)	CONECTOR 6M1
[[1], [2], [3], [4], [5]]	[[p], [6M1], [q]]
[[0], [0], [0], [0], [0]]	[[0], [0], [0]]
[[0], [1], [1], [1], [1]]	[[0], [1], [1]]
[[1], [0], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [0]]
[[1], [1], [0], [0], [0]]	[[1], [0], [1]]

Figura 76: Construcción del conector  $6_{M1}$  - Phyton

En este caso, el conector  $7_{M1}$  es igual al conector 3 del modelo usual, y el conector  $6_{M1}$  corresponde al conector 6 del modelo usual.

Una vez construidos los conectores  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$ , es posible generar la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

TABLA (p 6M1 q) 7M1 (q 6M1 ¬r)							
[p]	[6M1]	[q]	[7M1]	[q]	[6M1]	[¬]	[r]
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[1]	[1]	[0]
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[1]
[0]	[1]	[1]	[1]	[1]	[0]	[1]	[0]
[0]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[0]	[1]
[1]	[1]	[0]	[1]	[0]	[1]	[1]	[0]
[1]	[1]	[0]	[1]	[0]	[0]	[0]	[1]
[1]	[0]	[1]	[0]	[1]	[0]	[1]	[0]
[1]	[0]	[1]	[0]	[1]	[1]	[0]	[1]

Figura 77: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 1 - Phytton

Después, se realiza la tabla del experimento, con todos los elementos ya mencionados en la explicación del experimento en modelo de la lógica usual (valores de verdad aleatorios para las proposiciones  $p$ ,  $q$  y  $r$ , valores hipotéticos, valor hipotético final, valor de comparación); se hace el conteo de los casos a evaluar, el conteo de los aciertos y finalmente se calcula la probabilidad de éxito del experimento, según lo indicado en un apartado anterior.

En seguida se presenta la tabla de un experimento con 50 ensayos, realizado teniendo en cuenta el Modelo 1 programado en Phytton, y la tabla de verdad generada a partir de los conectores  $7_{M1}$  y  $6_{M1}$  construidos previamente.

En el caso de este experimento, los casos a evaluar son 28 de 50, lo que quiere decir que únicamente en 28 de los 50 ensayos del experimento, los dos primeros números seleccionados  $n$  y  $n_1$  tienen la misma paridad, ahora bien, de esos 28 casos a evaluar, se obtuvieron 15 aciertos, luego, la probabilidad de éxito del experimento es de 0,54.



### Resultados del experimento en Excel

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la figura 74. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

		PROBABILIDADES										
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	
1		0,53	0,75	0,63	0,38	0,68	0,41	0,35	0,57	0,62	0,4	
2		0,43	0,52	0,32	0,42	0,66	0,39	0,38	0,58	0,6	0,57	
3		0,25	0,33	0,58	0,47	0,72	0,62	0,71	0,45	0,42	0,54	
4		0,43	0,27	0,37	0,58	0,72	0,58	0,29	0,64	0,23	0,44	
5		0,41	0,25	0,62	0,34	0,4	0,5	0,46	0,35	0,55	0,64	
6		0,35	0,52	0,55	0,36	0,46	0,27	0,41	0,45	0,42	0,45	
7		0,48	0,63	0,44	0,69	0,42	0,58	0,5	0,41	0,43	0,35	
8		0,44	0,57	0,29	0,42	0,62	0,68	0,59	0,45	0,52	0,38	
9		0,42	0,67	0,4	0,58	0,48	0,63	0,32	0,52	0,6	0,16	
10		0,3	0,56	0,52	0,43	0,45	0,24	0,42	0,48	0,45	0,48	
		<b>Prom</b>										<b>0,48</b>
		<b>s</b>										<b>0,128</b>

Figura 79: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 1 - Excel

De acuerdo con los datos recolectados, la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,48$ , y la desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,128. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes con un nivel de confianza del 95 %.

El nivel de significancia es  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{0,025} = 1,96$  de acuerdo con la tabla de la distribución normal y el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,48 - (1,96) \frac{0,128}{\sqrt{100}} < \mu < 0,48 + (1,96) \frac{0,128}{\sqrt{100}} \quad (35)$$

que se reduce a:

$$0,455 < \mu < 0,505 \quad (36)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento usando Excel con el Modelo 1, es de  $0,48 \pm 0,0251$  con un nivel de confianza del 95 %.



### 5.3.2. Modelo 2

Inicialmente se construyen los conectores  $7_{M2}$  y  $6_{M2}$ , teniendo en cuenta lo expuesto en el capítulo 2. En seguida, se muestra la programación del Modelo 2 en Excel para construir  $7_{M2}$  y  $6_{M2}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores.

MODELO 2 - ( $7_{M2}$ )									
1	2	3	4	5	R		p	$7_{M2}$	q
0	0	0	0	1	3		0	0	0
0	1	1	1	1	1		0	0	1
1	0	1	1	1	3		1	1	0
1	1	1	1	1	2		1	1	1

Figura 81: Construcción del conector  $7_{M2}$  - Excel

MODELO 2 - ( $6_{M2}$ )									
1	2	3	4	5	R		p	$6_{M2}$	q
0	0	0	0	1	4		0	0	0
0	0	1	1	1	1		0	0	1
0	1	1	1	1	3		1	1	0
0	0	0	1	1	1		1	0	1

Figura 82: Construcción del conector  $6_{M2}$  - Excel

En este caso evidenciamos que el conector  $7_{M2}$  es igual al conector 3 del modelo usual, y que el conector  $6_{M2}$  corresponde al conector 2 del modelo usual. Seguido a esto se genera la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

(p	$6_{M2}$	q)	$7_{M2}$	(q	$6_{M2}$	$\neg$	r)
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1

Figura 83: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 2 - Excel

Luego de la construcción de la tabla de verdad, se realiza la tabla del experimento; en seguida se presenta la tabla de un experimento con 50 ensayos, realizado teniendo en cuenta el Modelo 2 programado en Excel, y la tabla de verdad generada a partir de los conectores  $7_{M2}$  y  $6_{M2}$  construidos *a priori*.

	Valor aleatorio p	Valor aleatorio q	Valor aleatorio r	VH1	VH2	VH3	VH4	VH5	VH6	VH7	VH8	VHF	VC
1	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0
2	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
3	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
4	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
5	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
6	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
7	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
8	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
9	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
10	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
11	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
12	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
13	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
14	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
15	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
16	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
17	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
18	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
19	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
20	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
21	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
22	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
23	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
24	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
25	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
26	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
27	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
28	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
29	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
30	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
31	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
32	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
33	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
34	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
35	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
36	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
37	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
38	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
39	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
40	0	1	0	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
41	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
42	1	1	1	x	x	x	x	x	x	0	1	1	1
43	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
44	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
45	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
46	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	X	0
47	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
48	1	1	0	x	x	x	x	x	x	0	1	1	0
49	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
50	0	1	1	x	x	0	1	x	x	x	x	1	0
	<b>CASOS A EVALUAR</b>	26										<b>Aciertos</b>	<b>11</b>
												<b>PROBABILIDAD</b>	<b>0,42</b>

Figura 84: Experimento - Modelo 2 - Excel

En el caso de este experimento, los casos a evaluar son 26 de 50 y de esos 26 casos se obtuvieron 11 aciertos, luego, la probabilidad de éxito del experimento es de 0,42.

El mismo procedimiento explicado con antelación fue realizado en Phyton para llevar a cabo el experimento. En seguida se muestra la programación del Modelo 2 para construir  $7_{M2}$  y  $6_{M2}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores:

MODELO 2 ( $7_{M2}$ )	CONECTOR $7_{M2}$
[[1], [2], [3], [4], [5]]	[[p],[7M2],[q]]
[[0], [0], [0], [0], [1]]	[[0], [0], [0]]
[[0], [1], [1], [1], [1]]	[[0], [1], [1]]
[[1], [0], [1], [1], [1]]	[[1], [0], [0]]
[[1], [1], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [1]]

Figura 85: Construcción del conector  $7_{M2}$  - Phyton

MODELO 2 ( $6_{M2}$ )	CONECTOR $6_{M2}$
[[1], [2], [3], [4], [5]]	[[p],[6M2],[q]]
[[0], [0], [0], [0], [1]]	[[0], [1], [0]]
[[0], [0], [1], [1], [1]]	[[0], [0], [1]]
[[0], [1], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [0]]
[[0], [0], [0], [1], [1]]	[[1], [0], [1]]

Figura 86: Construcción del conector  $6_{M2}$  - Phyton

En este caso, los conectores  $7_{M2}$  y  $6_{M2}$  corresponden a los conectores 5 y 10 del modelo usual, respectivamente. Una vez construidos los conectores teniendo en cuenta el Modelo 2, se genera la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

TABLA (p $6_{M2}$ q) $7_{M2}$ (q $6_{M2}$ $\neg r$ )
[[p],[6M2],[q],[7M2],[q],[6M2],[¬],[r]]
[[0], [1], [0], [0], [0], [0], [1], [0]]
[[0], [1], [0], [1], [0], [1], [0], [1]]
[[0], [0], [1], [0], [1], [0], [1], [0]]
[[0], [0], [1], [1], [1], [1], [0], [1]]
[[1], [1], [0], [0], [0], [0], [1], [0]]
[[1], [1], [0], [1], [0], [1], [0], [1]]
[[1], [0], [1], [0], [1], [0], [1], [0]]
[[1], [0], [1], [1], [1], [1], [0], [1]]

Figura 87: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 2 - Phyton



### Resultados del experimento en Excel

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la figura 84. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

	PROBABILIDADES									
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
1	0,52	0,42	0,62	0,5	0	0,58	0	0,59	0	0,26
2	0,43	0,33	0,26	0,46	0,53	0,59	0,44	0,5	0,44	0,19
3	0,31	0,26	0,22	0,5	0,5	0,61	0,48	0,31	0,28	0,69
4	0,37	0,17	0,53	0,19	0	0,45	0	0,35	0	0,25
5	0,24	0,38	0,27	0,39	0,47	0,53	0,23	0,38	0	0,39
6	0,22	0,15	0,54	0,57	0,13	0,23	0,53	0	0,46	0,3
7	0,37	0,59	0,29	0,55	0,31	0	0,4	0,43	0,67	0
8	0,61	0,52	0,21	0,35	0,52	0,2	0,6	0,19	0,32	0,31
9	0,3	0,35	0,17	0	0,35	0,24	0,17	0,5	0,06	0,14
10	0	0,52	0,23	0,33	0,46	0,52	0,33	0,56	0,17	0,21
									<b>Prom</b>	<b>0,34</b>
									<b>s</b>	<b>0,188</b>

Figura 89: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 2 - Excel

De acuerdo con los datos recolectados, la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,34$ , y la desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,188. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes con un nivel de confianza del 95 %.

El nivel de significancia es  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{0,025} = 1,96$  de acuerdo con la tabla de la distribución normal y el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,34 - (1,96) \frac{0,188}{\sqrt{100}} < \mu < 0,34 + (1,96) \frac{0,188}{\sqrt{100}} \quad (39)$$

que se reduce a:

$$0,303 < \mu < 0,377 \quad (40)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento usando Excel con el Modelo 2, es de  $0,34 \pm 0,0368$  con un nivel de confianza del 95 %.

## Resultados del experimento en Phytton

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la figura 88. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

TABLA DE PROBABILIDADES DE 100 EXPERIMENTOS										
[-],	[ E1 ]	[ E2 ]	[ E3 ]	[ E4 ]	[ E5 ]	[ E6 ]	[ E7 ]	[ E8 ]	[ E9 ]	[ E10 ]
[[1],	[0.3],	[0.39],	[0.29],	[0.24],	[0.5],	[0.22],	[0.48],	[0.54],	[0.38],	[0.42]]
[[2],	[0.43],	[0.26],	[0.0],	[0.0],	[0.5],	[0.0],	[0.32],	[0.18],	[0.21],	[0.0]]
[[3],	[0.54],	[0.0],	[0.52],	[0.23],	[0.0],	[0.3],	[0.59],	[0.0],	[0.54],	[0.17]]
[[4],	[0.52],	[0.62],	[0.5],	[0.3],	[0.0],	[0.0],	[0.5],	[0.32],	[0.24],	[0.35]]
[[5],	[0.38],	[0.0],	[0.0],	[0.54],	[0.23],	[0.24],	[0.24],	[0.0],	[0.0],	[0.22]]
[[6],	[0.48],	[0.24],	[0.0],	[0.48],	[0.0],	[0.56],	[0.0],	[0.43],	[0.58],	[0.46]]
[[7],	[0.6],	[0.25],	[0.28],	[0.57],	[0.0],	[0.47],	[0.0],	[0.0],	[0.32],	[0.38]]
[[8],	[0.52],	[0.58],	[0.16],	[0.52],	[0.24],	[0.16],	[0.58],	[0.5],	[0.0],	[0.31]]
[[9],	[0.0],	[0.43],	[0.6],	[0.57],	[0.0],	[0.46],	[0.0],	[0.38],	[0.43],	[0.33]]
[[10],	[0.22],	[0.52],	[0.52],	[0.25],	[0.22],	[0.54],	[0.0],	[0.54],	[0.45],	[0.0]]
PROMEDIO TOTAL					DESVIACIÓN (s)					
0.3					0,210					

Figura 90: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 2 - Phytton

Según los datos recolectados, la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,31$ , y que la desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,199. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes con un nivel de confianza del 95 %. El nivel de significancia es  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{0,025} = 1,96$  y el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,30 - (1,96) \frac{0,210}{\sqrt{100}} < \mu < 0,30 + (1,96) \frac{0,210}{\sqrt{100}} \quad (41)$$

que se reduce a:

$$0,259 < \mu < 0,341 \quad (42)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento usando Phytton con el Modelo 2 es de  $0,30 \pm 0,0412$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 5.3.3. Modelo 3

En primer lugar se construyen los conectores  $7_{M3}$  y  $6_{M3}$ , atendiendo a lo expuesto en el capítulo 2. A continuación, se muestra la programación del Modelo 3 en Excel para construir  $7_{M3}$  y  $6_{M3}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores.

MODELO 3 ( $7_{M3}$ )										
1	2	3	5	6	7	R	p	$7_{M3}$	q	
0	0	0	1	1	1	4	0	0	0	
1	1	1	1	1	1	5	0	1	1	
1	1	1	1	1	1	6	1	1	0	
1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	

Figura 91: Construcción del conector  $7_{M3}$  - Excel

MODELO 3 ( $6_{M3}$ )										
1	2	3	5	6	7	R	p	$6_{M3}$	q	
0	0	0	1	1	0	7	0	0	0	
1	1	1	1	1	0	7	0	0	1	
1	1	1	1	1	0	7	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	

Figura 92: Construcción del conector  $6_{M3}$  - Excel

En este caso evidenciamos que el conector  $7_{M3}$  es igual al conector 7 del modelo usual, y que el conector  $6_{M3}$  corresponde al conector 1 del modelo usual. Seguido a esto se genera la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

(p	$6_{M3}$	q)	$7_{M3}$	(q	$6_{M3}$	$\neg$	r)
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1

Figura 93: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 3

Posterior a la construcción de la tabla de verdad, se realiza la tabla del experimento, en seguida se presenta la tabla de un experimento con 50 ensayos, realizado teniendo en cuenta el Modelo 3 programado en Excel, y la tabla de verdad generada a partir de los conectores  $7_{M3}$  y  $6_{M3}$  construidos *a priori*.

	Valor aleatorio p	Valor aleatorio q	Valor aleatorio r	VH1	VH2	VH3	VH4	VH5	VH6	VH7	VH8	VHF	VC
1	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	1	1	0
2	0	1	0	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
3	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
4	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
5	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
6	0	1	0	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
7	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
8	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
9	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	1	1	0
10	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
11	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
12	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
13	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
14	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
15	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
16	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
17	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
18	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
19	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
20	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
21	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
22	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
23	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
24	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
25	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
26	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
27	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
28	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
29	0	1	0	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
30	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
31	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
32	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
33	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
34	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
35	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
36	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
37	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	1	1	0
38	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
39	1	0	0	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
40	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
41	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
42	1	0	1	x	x	x	x	0	1	x	x	1	0
43	0	0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	1	1
44	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
45	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
46	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	1	1	0
47	0	0	0	0	1	x	x	x	x	x	x	1	0
48	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1
49	0	1	0	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
50	0	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	1	0
	<b>CASOS A EVALUAR</b>	27										<b>Aciertos</b>	<b>15</b>
												<b>PROBABILIDAD</b>	<b>0,56</b>

Figura 94: Experimento - Modelo 3 - Excel

En el caso de este experimento, los casos a evaluar son 27 de 50 y de esos 27 casos se obtuvieron 15 aciertos, luego, la probabilidad de éxito del experimento es de 0,56.

El mismo procedimiento explicado *a priori*, fue realizado en Phyton para llevar a cabo el experimento. A continuación se muestra la programación del Modelo 3 en Phyton para construir  $7_{M3}$  y  $6_{M3}$ , y uno de los posibles resultados para cada uno de estos conectores:

MODELO 3 ( $7_{M3}$ )	CONECTOR $7_{M3}$
[[1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]]	[[p],[7M3],[q]]
[[0], [0], [0], [0], [1], [1], [1]]	[[0], [0], [0]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [1]]	[[0], [1], [1]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [1]]	[[1], [1], [0]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [1]]	[[1], [0], [1]]

Figura 95: Construcción del conector  $7_{M3}$  - Phyton

MODELO 3 ( $6_{M3}$ )	CONECTOR $6_{M3}$
[[1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]]	[[p],[6M3],[q]]
[[0], [0], [0], [0], [1], [1], [0]]	[[0], [1], [0]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [1]]	[[0], [1], [1]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [0]]	[[1], [0], [0]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [0]]	[[1], [1], [1]]

Figura 96: Construcción del conector  $6_{M3}$  - Phyton

En este caso, los conectores  $7_{M3}$  y  $6_{M3}$  corresponden a los conectores 6 y 13 del modelo usual, respectivamente. Una vez construidos los conectores teniendo en cuenta el Modelo 3, se genera la tabla de verdad para la f.b.f que representa la hipótesis:

TABLA (p $6_{M3}$ q) $7_{M3}$ (q $6_{M3}$ $\neg r$ )
[[p],[6M3],[q],[7M1],[q],[6M3],[¬],[r]]
[[0], [1], [0], [0], [0], [1], [1], [0]]
[[0], [1], [0], [0], [0], [1], [0], [1]]
[[0], [1], [1], [0], [1], [1], [1], [0]]
[[0], [1], [1], [1], [1], [0], [0], [1]]
[[1], [0], [0], [1], [0], [1], [1], [0]]
[[1], [0], [0], [1], [0], [1], [0], [1]]
[[1], [1], [1], [0], [1], [1], [1], [0]]
[[1], [1], [1], [1], [1], [0], [0], [1]]

Figura 97: Tabla de verdad -  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r)$  - Modelo 3 - Phyton



### Resultados del experimento en Excel

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la figura 94. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

PROBABILIDADES										
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
1	0,17	0,27	0,17	0,14	0,22	0,59	0	0,16	0,28	0,32
2	0,61	0,17	0,42	0,35	0,29	0,64	0,27	0,19	0,05	0,29
3	0,23	0,5	0,5	0,39	0,27	0,28	0,33	0,26	0,4	0,21
4	0,55	0,47	0,31	0,26	0,21	0,31	0,42	0,68	0,5	0,42
5	0,22	0,07	0,35	0,27	0,48	0,19	0,26	0,69	0,45	0,32
6	0,41	0,28	0,32	0,24	0,48	0,36	0,32	0,28	0,47	0,52
7	0,14	0,46	0,43	0,29	0,5	0,21	0,23	0,48	0,19	0,3
8	0,25	0,19	0,43	0,55	0,41	0,32	0,36	0,47	0,59	0,27
9	0,42	0,58	0,5	0,21	0,11	0	0,52	0,57	0,28	0,23
10	0,29	0,61	0,5	0,37	0,6	0,46	0,25	0,33	0,44	0,52
									Prom	0,35
									s	0,152

Figura 99: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 3 - Excel

De acuerdo con los datos recolectados, la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,35$ , y la desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,152. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes con un nivel de confianza del 95 %.

El nivel de significancia es  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{0,025} = 1,96$  de acuerdo con la tabla de la distribución normal y el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,35 - (1,96) \frac{0,152}{\sqrt{100}} < \mu < 0,35 + (1,96) \frac{0,152}{\sqrt{100}} \quad (43)$$

que se reduce a:

$$0,320 < \mu < 0,380 \quad (44)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento usando Excel con el Modelo 3, es de  $0,35 \pm 0,0298$  con un nivel de confianza del 95 %.

## Resultados del experimento en Phyton

Se realizaron 100 experimentos como el presentado en la 98. En la siguiente tabla se muestra la recolección de los datos:

TABLA DE PROBABILIDADES DE 100 EXPERIMENTOS										
[[-], [ E1 ], [ E2 ], [ E3 ], [ E4 ], [ E5 ], [ E6 ], [ E7 ], [ E8 ], [ E9 ], [ E10 ]]	[1], [0.46], [0.24], [0.54], [0.46], [0.62], [0.0], [0.0], [0.35], [0.75], [0.22]]	[2], [0.27], [0.22], [0.0], [0.17], [0.3], [0.17], [0.5], [0.44], [0.26], [0.33]]	[3], [0.27], [0.0], [0.19], [0.4], [0.7], [0.19], [0.0], [0.22], [0.0], [0.17]]	[4], [0.31], [0.25], [0.25], [0.32], [0.43], [0.41], [0.12], [0.5], [0.0], [0.58]]	[5], [0.52], [0.15], [0.57], [0.3], [0.0], [0.31], [0.47], [0.4], [0.6], [0.52]]	[6], [0.17], [0.32], [0.38], [0.32], [0.32], [0.0], [0.25], [0.04], [0.5], [0.33]]	[7], [0.61], [0.41], [0.29], [0.0], [0.33], [0.43], [0.67], [0.5], [0.19], [0.04]]	[8], [0.06], [0.32], [0.25], [0.0], [0.48], [0.6], [0.54], [0.17], [0.0], [0.67]]	[9], [0.27], [0.37], [0.55], [0.48], [0.52], [0.19], [0.0], [0.09], [0.27], [0.12]]	[10], [0.45], [0.24], [0.2], [0.72], [0.39], [0.17], [0.0], [0.34], [0.31], [0.43]]
PROMEDIO TOTAL					DESVIACIÓN (s)					
0.31					0,199					

Figura 100: Probabilidades de 100 experimentos - Modelo 3 - Phyton

Según los datos recolectados, la estimación puntual de  $\mu$  es  $\bar{x} = 0,31$ , y que la desviación estandar  $s$  de la muestra es de 0,199. A continuación se hallará el intervalo de confianza de  $\mu$  para muestras grandes con un nivel de confianza del 95 %. El nivel de significancia es  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{0,025} = 1,96$  y el tamaño de la muestra es  $n = 100$ . Luego, el intervalo está dado por:

$$0,31 - (1,96) \frac{0,199}{\sqrt{100}} < \mu < 0,31 + (1,96) \frac{0,199}{\sqrt{100}} \quad (45)$$

que se reduce a:

$$0,271 < \mu < 0,349 \quad (46)$$

Lo que quiere decir que la probabilidad media de éxito al realizar un experimento usando Phyton con el Modelo 3 es de  $0,31 \pm 0,0390$  con un nivel de confianza del 95 %.

### 5.3.4. Resumen de resultados

En la siguiente tabla se presenta un resumen de los resultados del experimento en los modelos de lógica no estática en Excel y en Phyton. En la primera de ellas están consignadas la desviación estándar ( $s$ ) para cada una de las muestras de 100 experimentos realizados en los dos lenguajes en los que fue programado el experimento. En la segunda se encuentra la probabilidad media de éxito al realizar un experimento con 50 ensayos en cada uno de los modelos, y en cada uno de los lenguajes de programación.

Modelo	Excel		Phyton	
	s	Intervalo de confianza $\mu$	s	Intervalo de confianza $\mu$
Usual	0,098	0,461 $<\mu < 0,499$	0,113	0,488 $<\mu < 0,532$
1	0,128	0,455 $<\mu < 0,505$	0,136	0,463 $<\mu < 0,517$
2	0,188	0,303 $<\mu < 0,377$	0,210	0,259 $<\mu < 0,341$
3	0,152	0,320 $<\mu < 0,380$	0,199	0,271 $<\mu < 0,349$

Tabla 42: Resumen de resultados del experimento en los modelos 1, 2 y 3

Modelo	Probabilidad media de éxito	
	Excel	Phyton
Usual	0,48 $\pm$ 0,0192	0,51 $\pm$ 0,0221
1	0,48 $\pm$ 0,0251	0,49 $\pm$ 0,0267
2	0,34 $\pm$ 0,0368	0,30 $\pm$ 0,0412
3	0,35 $\pm$ 0,0298	0,31 $\pm$ 0,0390

Tabla 43: Probabilidad media de éxito en el experimento

A partir de la información expuesta en las tablas es posible concluir que:

- El modelo de lógica no estática que evidencia tener un comportamiento más cercano al modelo de lógica usual, en cuanto a los resultados obtenidos al realizar el experimento, es el Modelo 1. Se presume que este hecho ocurre debido a que en la tabla de probabilidades del Modelo 1 presentada en la sección 1.1.4, se evidencia que de la construcción del conector  $7_{M1}$ , del cual depende el resultado final de la f.b.f que representa la hipótesis, únicamente se pueden obtener los conectores 1, 3, 5 y 7 del modelo de lógica usual. Además, la probabilidad de obtener el conector 7 del modelo usual al construir el conector  $7_{M1}$  es de 0,64, y esta resulta ser la probabilidad más alta de los tres modelos de lógica no estática, pues la probabilidad de obtener el conector 7 usual al construir los conectores  $7_{M2}$  y  $7_{M3}$  es de 0,51 y 0,36 respectivamente.
- El comportamiento de los modelos 2 y 3 resulta bastante similar en lo que se refiere a los resultados obtenidos al realizar el experimento. Se intuye que esto se debe a que a diferencia del conector  $7_{M1}$ , los conectores  $7_{M2}$  y  $7_{M3}$  están

sujetos a una mayor variabilidad, pues según lo que se evidencia en la tabla de probabilidades del Modelo 2 presentada en la sección 1.2.3, al construir el conector  $\gamma_{M2}$  se puede obtener cualquiera de los conectores impares del modelo usual, y en el caso de la tabla de probabilidades del Modelo 3 presentada en la sección 1.3.3, al construir el conector  $\gamma_{M3}$  se puede obtener cualquiera de los 16 conectores del modelo usual.

- Tanto en el modelo de la lógica usual, como en los modelos de lógica no estática, la variación de los datos recolectados (probabilidades de acierto al realizar el experimento) fue mayor cuando el experimento se realizó en Python<sup>7</sup>, lo que puede evidenciar que como se pensó previo a realizar la programación en dos lenguajes diferentes, la función aleatorio de cada uno, se define de manera distinta.

---

<sup>7</sup>Adjunto a este trabajo se entrega al lector un CD que contiene los archivos con la programación del experimento realizado teniendo en cuenta cada uno de los modelos de lógica no estática.

## 6. Conclusiones

Al realizar la construcción de los tres modelos de lógica no estática, se pudo evidenciar que aunque estos tienen algoritmos y comportamientos un tanto diferentes entre sí, los tres responden al modelo de lógica usual, razón por la que resultaría interesante continuar con el estudio del comportamiento de los modelos construidos, y por qué no, construir nuevos modelos de este tipo, con el fin de determinar a profundidad si el trabajo con lógicas no estáticas podría facilitar cuestiones que en el modelo de lógica usual no resultan tan sencillas. Adicionalmente para que los modelos atendieran a la lógica usual se tuvo que jugar o (manipular) la probabilidad de forma creativa y distinta.

El uso de los lenguajes de programación Excel y Python fue fundamental en el desarrollo del presente trabajo, pues por un lado nos permitió dar cuenta de qué tan probable resultaba obtener cada una de las cuatro tautologías evaluadas en los diferentes modelos de lógica no estática, y por otro lado, nos permitió evaluar un número significativo de ensayos en lo que respecta al experimento, de modo que, también se contara con un número significativo de resultados para analizar y sacar conclusiones al respecto. Adicional a lo anterior, resultó bastante útil el uso de dos lenguajes de programación, pues como se esperaba, la definición de la función “aleatorio” en cada lenguaje resultó ser distinta, y esto generó que la variación de los datos recolectados a partir de uno de ellos, fuera mayor que en el otro.

Cuando se realizó el experimento teniendo en cuenta el modelo usual y los modelos de lógica no estática, se evidenció que a pesar de que los modelos construidos responden al modelo de lógica usual, únicamente uno de ellos presentó un comportamiento bastante similar en cuanto a los resultados del experimento; en cuanto a los otros dos modelos se evidenció que presentan un comportamiento similar entre sí, y se dedujo que esto se debe a que en estos la variación del conector del cual dependía la f.b.f que representaba la hipótesis propuesta, presentaba mayor variabilidad al ser construido, que en el modelo que se asemejó al usual. A pesar del hecho mencionado *a priori*, resulta interesante pensar en la realización de experimentos con características diferentes, con el fin de determinar el comportamiento de los modelos construidos frente a estos, y así como en el presente trabajo, contrastar los resultados con la realización del experimento en el modelo usual, y tratar de inferir las razones de dichos resultados.

Como profesores de Matemáticas, resulta importante no solamente el hecho de enseñar matemáticas, sino también el de *hacer matemáticas*, pues durante los procesos de construcción de nuevos modelos, o modificación parcial de modelos conocidos, es posible dar cuenta de hallazgos que pueden ser de ayuda en el proceso de enseñanza – aprendizaje. En el caso particular de este trabajo, la autora que realizó una de sus prácticas de inmersión en el IPN, evidenció que la mayoría de los estudiantes tienden a ser pragmáticos y por tal motivo algunos de ellos manifestaban que la lógica no les resultaba útil para interpretar situaciones que viven a diario, pues desde la lógica conocida por ellos, algo o es verdadero es falso, no hay intermedios, como si ocurre en algunas situaciones del mundo real; ahora bien, en el trabajo realizado en el capítulo 3, se pudo evidenciar que desde los modelos de lógica no estática, es posible evaluar y representar este tipo de situaciones (que implican intermedios).

## Referencias

- [1] DI CASTRO, E., *Conocimientos fundamentales de filosofía.*, Vol. I, [en CD-ROM], México, UNAM/McGraw-Hill, Colección Conocimientos Fundamentales, 2006.
- [2] GONZALES, O., *Curso Lógico Matemático.*, Universidad Señor de Sipán, 2010.  
Recuperado de: <https://goncaiwo.files.wordpress.com/2010/02/logica-proposicional.pdf>
- [3] LÓPEZ, C., MORERA, J y JIMÉNEZ, W. *Historia y caracterización de las concepciones de la Probabilidad.*, Editorial Académica Española, 2016.
- [4] MUÑOZ, J. *Introducción a la teoría de conjuntos.*, Universidad Nacional de Colombia, 2012.
- [5] OOSTRA, A., GÓMEZ, F. y GARCÍA, M., *Simetría y lógica. La notación de Pierce para los 16 conectivos binarios.*, Memorias del XII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, 2001.
- [6] OOSTRA, A., *Simetría en algunas tablas de C.S. Peirce.*, Memorias del XIV Encuentro de Geometría y sus aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, 2003.
- [7] OOSTRA, A., *La notación diagramática de C.S. Pierce para los conectivos proposicionales binarios.* Revista de la Academia Colombiana de Ciencias. Vol 28. Págs. 57–70, 2004.
- [8] OOSTRA, A., *Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Pierce.* Revista Universidad EAFIT. Vol 24. No. 150. Bogotá, 2008.
- [9] SARMIENTO, B., y FERNÁNDEZ, F. *Estadística descriptiva: Introducción al análisis de datos.* Ediciones de la U Limitada. Bogotá, 2014.
- [10] WALPOLE R., MYERS R., MYERS S., y YE, K. *Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias.* Octava edición. Pearson, Prentice Hall. 2007.