Incidencia de dos estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones

Presentado por:

Heimy Rossana Guerrero Castillo

Código: 2014181030

Andrés Fernando Castro Ovalle

Código: 2014181015

Director: David Macías Mora

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA

Maestría en Tecnologías de la Información Aplicadas a la Educación

BOGOTÁ, COLOMBIA.

2018

Derechos de autor

"Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos". (Artículo 42, parágrafo 2, del Acuerdo 031 del 4 de diciembre de 2007 del Consejo Superior de la Universidad Pedagógica Nacional)

Nota de aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Dedicatoria

A Dios, quien nos ha protegido y bendecido en cada momento de nuestra existencia.

A nuestras familias, quienes incondicionalmente nos han apoyado en cada paso que hemos dado.

A nuestro director de tesis, docentes de maestría, que con su aliento y enseñanzas nos han llevado a culminar este proyecto.

Resumen Ejecutivo

Esta investigación se inscribe en la línea Ambientes Digitales para Desarrollar el Aprendizaje Autónomo y pretende determinar la incidencia en los desempeños de la competencia matemática en formulación y resolución de problemas de los estudiantes cuando desarrollan operaciones de multiplicación de números racionales en ambientes tipo *ejercitación* y *práctica*, frente a otro, *hipertexto.*

La investigación parte del estudio realizado en la Institución Educativa Departamental Serrezuela (IED Serrezuela), donde se observa bajo nivel de desempeño académico de los estudiantes, confirmados a través de un análisis realizado a las pruebas de nivelación aplicadas bimestralmente. Los resultados indican específicamente el bajo desempeño para resolver problemas matemáticos con números racionales. El caso particular de esta investigación se limita a problemas que apliquen conceptos de fracción como operador, debido a la amplitud de sus alcances y la pertinencia en los procesos de consolidación del pensamiento matemático en los estudiantes de grado séptimo.

La primera etapa de esta investigación fue la revisión documental de tesis relacionadas con la unidad de análisis de los *números racionales* y acorde con la mediación en *resolución de problemas y ambientes de aprendizaje con la implementación de las estrategias ejercitación y práctica e hipertexto*.

Teniendo en cuenta las características particulares de la investigación y a partir de las unidades de análisis se determinarán los instrumentos de recolección de información pertinentes que facilitaron un análisis cuasi-experimental con grupos naturales, que contó con la participación de 97 estudiantes de grado séptimo. Estos fueron distribuidos en tres

grupos: uno control que tuvo una clase magistral sin ningún uso de las TIC y dos grupos que tuvieron las siguientes estrategias: ejercitación y práctica y el otro grupo usó la estrategia hipertexto.

Los grupos manejaron cinco niveles de complejidad, en los que se pudo observar, que el grupo de estudiantes que tuvo el mejor desempeño es el que utilizó la estrategia ejercitación y práctica sobre el de hipertexto sin alcanzar una diferencia significativa con esta última, ya que exigía a los estudiantes trabajar niveles de complejidad que iban de menor a mayor, mientras que en el hipertexto se permitía trabajar los niveles de complejidad de manera libre, al igual que los temas o contenidos principales.

Por otra parte, en los resultados finales, se presentaron diferencias significativas entre el grupo control y el grupo ejercitación y práctica, mostrando que la instrucción en procesos de resolución de problemas permitió un mejor desempeño frente a los que no tienen ningún tipo de instrucción en este tipo de procesos.

Abstract

This research is part of the Digital Environments line to develop Autonomous Learning, in its purpose of designing learning environments mediated by ICT with the validation of methodological strategies that promote student autonomy, in the same way, it aims to determine the incidence in the performance of mathematical competence in the formulation and resolution of problems of students when they develop operations of multiplication of rational numbers in environments such as "Practice-Exercise", as opposed to another, "Hypertext".

The research is based on the study carried out at the Serrezuela Departmental Educational Institution (IED Serrezuela), where low level of academic performance of the students is observed, confirmed through an analysis made to the leveling tests applied bimonthly; the results specifically indicate poor performance to solve mathematical problems with rational numbers. The particular case of this research is limited to problems that apply concepts of fraction as operator, due to the amplitude of its scope and the relevance in consolidation processes of mathematical thinking in seventh grade students.

For the delimitation of the investigation in its first stage, a documentary review of theses related to the unit of analysis of the rational numbers and according to the mediation in solving problems and learning environments was carried out with the implementation of the strategies " exercise and practice” and “hypertext ".

Taking into account the particular characteristics of the research and from the units of analysis, the pertinent information collection instruments were determined, which facilitated a quasi-experimental analysis with natural groups, with the participation of 97

students from seventh grade. They were distributed into three groups: One control group that did not have any instruction in problem solving processes; and two groups that had this instruction: one through the practical exercise strategy and another through the hypertext strategy. The three interventions handled five levels of complexity, in which it could be observed that the practical strategy on hypertext was more effective without reaching a significant difference, since it required students to work levels of complexity that went from low to high, in front of the hypertext that allowed to work the levels of complexity freely.

On the other hand, in the final results, there were significant differences between the control group and the practical exercise group, showing that instruction in problem solving processes allowed a better performance compared to those who do not have any type of instruction in this type of processes.

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado de maestría en investigación
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Incidencia de dos estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones
Autor(es)	Castro Ovalle, Andrés; Guerrero Castillo, Heimy Rossana
Director	Macías Mora, David
Publicación	Universidad Pedagógica Nacional. 220 p. 2018
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	INCIDENCIA, ESTRATEGIAS, EJERCITACIÓN Y PRÁCTICA, HIPERTEXTO, PRODUCTO DE FRACCIONES.

2. Descripción

Desde el año 2015 la “Institución Educativa Departamental Serrezuela” IED Serrezuela Jornada Tarde, ha implementado estrategias en busca del mejoramiento en el aprendizaje de sus estudiantes en tres aspectos fundamentales: Competencia del lenguaje, Matemáticas y Ciencias Naturales, para esto se elaboró una “Prueba de Mejoramiento Bimestral” (en adelante PMB) que permitiera medir el progreso de los estudiantes frente a las competencias que deben obtener al finalizar el proceso de cada período.

En el colegio IED Serrezuela, el área de Matemáticas ha propendido en mejorar las competencias implementando estrategias que mejoren los desempeños de los estudiantes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Para alcanzar esta meta el área de matemática busca adquirir una cultura matemática que sea útil para los futuros ciudadanos y para esto hay que cumplir con varios propósitos que definen como culturales matemáticos, la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos, también la capacidad para discutir o comunicar información matemática. Godino, Batanero, & Font (2003). Para lograrlo es importante considerar la resolución de problemas como una forma de pensar, donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje de las Matemáticas. Santos (2007), este autor también dice que “El término problema se vincula no solamente a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta encontrar la solución, sino también incluye tener que aprender algún concepto matemático.”

Los datos arrojados por la PMB, en el área de matemáticas en el segundo y tercer periodo del 2015, mostraron el más bajo desempeño en los contenidos asociados a números racionales aplicados en resolución de problemas, respecto a otros contenidos del área de matemáticas.

A partir de investigaciones consultadas que han abordado este problema, se puede evidenciar que es más común de lo que parece y que son múltiples las causas. Morales (2014) explica "tanto desde la exploración de las ideas previas que poseen los estudiantes, como la manera de enseñar y aprender los conceptos y la resolución de situaciones en donde se involucran los números racionales"(p.8), lo cual complementa Luelmo (2004); citados por Matute (2010), donde se concluye que "el concepto de fracción es difícil ya que generalmente existe un análisis defectuoso del concepto mismo y sus múltiples interpretaciones" (p.10).

Los errores ayudan a constatar a través de la resolución de problemas, ¿qué tan visibles son? o ¿con qué frecuencia se presentan estos errores en los estudiantes? haciendo énfasis en los números racionales, principalmente, en problemas cerrados que lleven a resolver operaciones de multiplicación, estas son usadas en muchos de los problemas matemáticos sobre porcentajes o proporciones y que tienen validez en situaciones posibles de la vida cotidiana.

3. Fuentes

Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en matemáticas. Buenos Aires, Argentina: DOCUPRINT S.A.

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática No. 1, 1-13.

Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2008). Estadística para Administración y Economía. Mexico: Cengage Learning Editores, S.A.

Astolfi, J. (1999). El "error"; un medio para enseñar. Sevilla, México: Diada.

Azcárate, C., Casadeval, M., Casellas, E., & Bosch, D. (1996). Cálculo diferencial e integral. España: Sintesis.

Balluerka, N., & Vergara, A. (2002). Diseños de investigación experimental en psicología: modelos y análisis de datos mediante el SPSS 10.0. Madrid: Pearson Educación.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.). Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, 91-125.

Boneu, J. (Abril de 2007). Plataformas abiertas de e-learning para el soporte de contenidos educativos abiertos. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento, 36-47.

Cantos, P. (1991). El hipertexto en la enseñanza de lenguas asistida por ordenador. Infodidac No. 16, 15-19.

Castaño, N. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Manizales, Manizales.

Castellón, L. (2008). Bilingual Students' Conceptual Understanding of Fractions: An Interactive Interview Approach as a Means to Learn with Understanding. Nuevo México: Universidad de Nuevo Mexico.

Céspedes, G., & González, G. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC. Maestría en Educación. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.

Corrales, M. (2013). Análisis didáctico de una propuesta instrucional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la institución educativa San Vicente. Maestría en Educación. Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Dempsey, J., & Sales, G. (1993). Interactive instruction and feedback. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology Publications. Obtenido de http://books.google.com: http://books.google.com

Diaz, P., Catenazzi, N., & Aedo, I. (1996). De la multimedia a la hipermedia. Madrid: Rama.

Duarte, A. (1996). Los desafíos de las nuevas tecnologías y las tecnologías avanzadas para la educación y la enseñanza: los entornos hipertexto. II Jornada sobre medios de comunicación, recursos y materiales para la mejora educativa, 243-257.

Esteley, C., & Villareal, M. (1992). Análisis y categorización de errores en matemáticas. Revistas de educación matemática, 16-35.

Fanaro, M., Otero, M., & Martínez, A. (2003). Hipermedia, aprendizaje significativo y enseñanza de las ciencias. Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería - Año 4 Nº 6, 7-14.

Figueroa, D., & Rodriguez, M. (2009). Caracterizacion de la solución de problemas con estado inicial y final bien definidos, que no requieren conocimiento previo en niños de cuatro a cinco años. Maestría en Educación. Ponteficia Universidad Javeriana, Bogotá.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Mexico DF: CINVESTAV-IPN.

Fuhr, A., Iturralde, C., Boucíguez, M., & Rocha, A. (2014). Instrumento para el análisis de la práctica docente en un contexto educativo con modalidad a distancia mediado por las TIC. Virtualidad, Educación y Ciencia No. 8, 29-42.

Galvis, A. (1992). Ingienería de software educativo. Bogotá: Ediciones Uniandes.

García, S. (2013). Aplicación de la metodología de enseñanza resolución de problemas de la matemática en la planificación docente y el desempeño de los alumnos de II curso de magisterio en la práctica docente. Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Granada: ReproDigital.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. España: ReproDigital.

González, O., & Flores, M. (2000). El trabajo docente: enfoques innovadores para el diseño de un curso. México: Trillas.

Gros, B. (1997). Diseños y programas educativos. Pautas pedagógicas para la elaboración de software. Barcelona: Ariel Educación.

Hernández, J. (1997). Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna, España.

Hernández, J. (1997). Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna, España.

Kaplún, G. (2005). Aprender y enseñar en tiempos de Internet. Formación profesional a distancia y nuevas tecnologías. CINTERFOR (Organización), 189-197.

Kieren, T. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional foundations of rational numbers. Number and Measurement: Papers from a Research Workshops. EUA, EUA: Lesh, R., Columbus.

Lacroix, N. (1999). Macroestrucre contruction and organization in the processing of multiple text. Instructional Science, 27, 221-233.

López, E. (Septiembre de 2008). Análisis de los modelos didácticos y estrategias de enseñanza en Teleformación: Diseño y experimentación de un instrumento de evaluación de las estrategias de enseñanza de cursos telemáticos de formación universitaria. (Tesis de doctorado). Universidad de Sevilla, Sevilla, España.

Lopez, E., & Cañal, P. (2011). Desarrollo de un instrumento didáctico para la evaluación de cursos universitarios en red. INVESTIGACIÓN EN LA ESCUE LA, 87-99.

López, O., Quintero, V., & Sanabria, L. (2006). Niveles de complejidad en la solucion de problemas. Nuevas ideas en Informática Educativa, 79-85.

Luelmo, M. (Julio-diciembre de 2004). Concepciones Matemáticas de los Docentes de Primaria en relación con las fracciones como razón y como operador multiplicativo. Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle, 83-102.

Matute, K. (Noviembre de 2010). Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la escuela normal mixta “Pedro Nufio” acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones. Tesis de maestría. Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán , Tegucigalpa, Mexico.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Tesis de Maestría. Universidad autonoma de Manizales, Manizales, Colombia.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Tesis de maestría. Universidad autonoma de Manizales, Manizales, Colombia.

Moscoso, M., & Caridad, P. (1991). Los sistemas de hipertexto e hipermedios. Una nueva aplicación en informática documental. Madrid: Rustica.

Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. En Journal for Research in Mathematics Education (págs. 3-14).

Orihuela, J., & Santos, M. (1999). Introducción al diseño digital: concepción y desarrollo de proyectos de comunicación interactiva. España: Anaya Multimedia. Obtenido de http://www.javeriana.edu.co/relato_digital/r_digital/taller/introdis/cap01-estructuras.htm

Palarea, M. d. (3 de Diciembre de 1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Torreón, México.

Pazmiño, P. (Junio de 2010). El impacto de las redes sociales y el internet en la formación de los jóvenes de la Universidad Politécnica Salesiana: Caso carrera de Comunicación Social Sede Quito. (Tesis de Pregrado). Quito: Universidad Politecnica Salesiana sede Quito.

Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. Decimoquinta reimpresión. Mexico: Trillas.

Portilla, Y. (2012). La ejercitación del aprendizaje mediante software educativo. Tesis de doctorado. Universidad de ciencias pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Cuba.

Quispe, W. (2011). La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elementales. Tesis de doctorado. Universidad Nacional de Educación, Lima.

Radatz, H. (1980). Students’ errors in the mathematical learning process: a survey. En For the Learning of Mathematics (págs. 16-20).

Santos, L. (2007). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. México: Trillas.

Schnotz, W. (2005). An integrated model of text and picture comprehension. En R. Mayer (Ed.), Cambridge Handbook of Multimedia Learning, 49–70.

Schoenfled, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In Handbook for Research on Matematics Teaching and Learning. . New York: Macmillan.

Seni, G. (1989). Los objetos estructurados para el diseño y desarrollo de Sistemas de Ejercitación y Práctica. Boletín de Informática Educativa UNIANDES - LIDIE, 29-40. Obtenido de http://docencia.udea.edu.co/vicedocencia/ejercitadores.html

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Barcelona: Horsori.

Static, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. Reston (Virginia): Charles&Silver.

Trilla, J., & (Coord.). (2007). El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI. Barcelona: Graó.

Vergnaud, G. (1983). Acquisition of Mathematics Concepts. London: Lesh, R. & Landau, M.

Villalobos, J. (2004). Paulo Freire: Pedagogía e Hipertexto. Investigación arbitrada, 346-354.

Villareal, G. (2010). Caracterización del uso de TIC en la resolución de problemas en matemática, haciendo uso de un modelo de innovación curricular. Santiago de Chile.

Viñao, A. (2007). Modos de leer, maneras de pensar. Lecturas intensivas y extensivas. Revista Ethos Educativo., 47-70.

4. Contenidos

Objetivo General: Establecer la incidencia de dos ambientes de aprendizaje, uno que incorpora la estrategia ejercitación y práctica frente a otro que incorpora la estrategia de hipertexto, en la resolución de problemas sobre producto de fracciones para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Objetivos específicos: Indicar la incidencia en los procesos de resolución de problemas al vislumbrar un plan, desarrollo del plan, análisis de la solución y evaluación de la solución en los grupos ejercitación y práctica, hipertexto y control para problemas tipo fracción como operador.

Describir la incidencia en los diferentes niveles de complejidad para los grupos ejercitación y práctica, hipertexto y control para problemas tipo fracción como operador.

Determinar cuál de las dos estrategias planteadas es la más adecuada para contribuir con el aprendizaje de los estudiantes.

Pregunta que aborda: ¿Cuál es la incidencia de dos ambientes de aprendizaje, uno que incorpora la estrategia práctica y ejercitación frente a otro que incorpora la estrategia hipertexto, en la resolución de problemas sobre producto de fracciones?

Contenidos específicos: Justificación, planteamiento del problema y pregunta de investigación, estado del arte de la investigación, marco teórico, objetivos, metodología, ambiente de aprendizaje, resultados, conclusiones, referencias, anexos. Las categorías de análisis que se utilizaron fueron, producto de fracciones, ambiente de aprendizaje (estrategia ejercitación y práctica e hipertexto) y resolución de problemas.

5. Metodología

El estudio contó en una población de 97 estudiantes de grado séptimo. Se realizó un análisis cuasi-experimental, de tipo descriptivo para especificar las características del estudiante al observar su desempeño en las diferentes etapas de resolución de problemas matemáticos que involucren operaciones de producto con números racionales. Finalmente el análisis de datos se realizó en dos partes, la primera parte fue la etapa de intervención o práctica del estudiantado a través de las dos estrategias ejercitación y práctica e hipertexto, estas se compararon por medio de la prueba T para muestra independientes, posteriormente se evaluaron los resultados finales en donde se empleó una prueba de covarianza entre las dos estrategias antes mencionadas.

6. Conclusiones

Para analizar la incidencia de las dos estrategias ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones en la Institución Educativa Departamental Serrezuela" IED Serrezuela Jornada Tarde, con los estudiantes de grado séptimo se realiza la prueba de salida para ambos grupos quince días después de haber terminado las intervenciones.

En esta se observó que no existe diferencia significativa en el desempeño de los estudiantes en la estrategia práctica y ejercitación a los que trabajaron con la estrategia Hipertexto lo que permite afirmar que el nivel de aprendizaje para ambos grupos es similar independientemente de la estrategia que se emplee al manejar diferentes niveles de complejidad, como lo sugiere López, Quintero, & Sanabria (2006).

Teniendo en cuenta que el grupo control no tuvo ninguna instrucción en los procesos de resolución de problemas, al compararse con el grupo ejercitación y práctica si existe una diferencia significativa, lo que permite afirmar que los procesos de resolución de problemas permiten un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de los problemas tipo fracción como operador, expresado por Morales (2014), donde las dificultades de aprendizaje en resolución de problemas:

No están localizadas en la asimilación del contenido, sino que sus limitaciones se centran principalmente en la imposibilidad de aplicar o transferir el conocimiento adquirido a la resolución de problemas en otros contextos o situaciones donde se hace necesario utilizar el conocimiento adquirido en una situación nueva para el estudiante. (p.50)

Se puede concluir que construir estrategias que ejemplifiquen como se puede hacer esa transferencia de contenidos a la solución de un problema si representa un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de problemas fraccionarios.

Por otro lado, después de estudiar la gráfica de fases de resolución de problemas, Figura 35, en ambas estrategias durante el proceso de intervención, muestra que, durante el aprendizaje, la mayor dificultad se presenta en la fase configurar un plan, se recomienda seguir realizando estudios que permitan establecer los factores que afectan al estudiante en este tipo de proceso, ya que en esta fase la información del problema, lenguaje verbal se debe traducir a una formula, lenguaje simbólico y es ahí donde se observa el mayor grado de dificultad.

También se podría decir que esto se debe a que la interpretación semiótica de estos modelos de representación, es lo que genera la dificultad, pero si se observa nuevamente los resultados del grafico de barras de la Figura 35, observamos por otro lado, que los mejores resultados obtenidos en la intervención fueron los de la fase examinar la solución, que maneja el modelo de representación de lenguaje gráfico, en consecuencia hace falta trabajar en los procesos de interpretación entre el lenguaje verbal al lenguaje simbólico, en los contenidos curriculares, se recomienda hacer estudios posteriores a este tema.

Al analizar la incidencia de las dos estrategias, se observa que luego de implementarlas se obtuvo un mejor desempeño en la prueba de salida en la estrategia ejercitación y práctica.

El sistema de ejercitación y práctica se crea para instruir a los estudiantes sobre los conceptos presentados en el aula por el profesor, la ventaja de este sistema está en el refuerzo cognitivo, este se daba seguidamente cada vez que el estudiante resolvía una pregunta del problema, mientras que en la estrategia hipertexto el estudiante podía navegar libremente sin ninguna limitación sobre los contenidos.

Al momento de la intervención los resultados del grupo hipertexto fue mejor que el de ejercitación y práctica, caso contrario ocurre en la prueba de salida, ya que la estrategia hipertexto no obtuvo os mismos niveles de desempeño, esto puede deberse que al querer explorar no profundiza en los temas para reforzar su conocimiento. Para dominar la información y el conocimiento es necesario que los vínculos se establezcan no en el soporte electrónico, sino en el soporte mental de quien lee, Viñao (2007) también en su artículo modos de leer, maneras de pensar expresa que:

“para unos, incentivaría los vínculos mentales del lector y las redes no jerarquizadas, informales, productoras de sociabilidad e inventiva cultural al margen del fosilizado sistema escolar. Para otros, sólo conduce a un peloteo o zapping generalizado que convierte al lector en un telespectador con control remoto que cambia de canal según sus gustos (o su aburrimiento)” (p.67).

Para mejorar los conceptos sobre producto de fracciones a través de la resolución de problemas, se recomienda explorar otras estrategias que involucren a las TIC, así como la resolución de problemas.

Es necesario en futuras investigaciones profundizar sobre en cuáles son las dificultades que llevan a cometer errores en los estudiantes, estos errores se pueden establecer a partir de la tabla 1, la cual puede servir de soporte inicial para reforzar otras investigaciones.

Elaborado por:	Castro Ovalle, Andrés; Guerrero Castillo, Heimy Rossana
Revisado por:	Macías Mora, David

Fecha de elaboración del Resumen:	03	07	2018

Contenido

Índice de Tablas

Índice de Figuras

1. Justificación

La enseñanza con números racionales se convierte en una oportunidad en la presente investigación, basados en que las estrategias a implementarse puedan convertirse en una opción real para que los estudiantes superen sus dificultades. Morales (2014) subraya que la enseñanza de los números racionales ha sido una de las tareas más difíciles para los docentes de matemáticas que abordan el concepto, debido a que se prioriza el fraccionamiento de la unidad o se centra en la mecanización de algoritmos.

El estudio realizado a los estudiantes de grado séptimo de la IED Serrezuela ubicada en el municipio de Madrid (Cundinamarca), que comprende el análisis de los resultados generados en un examen derivado del plan de mejoramiento de la institución, justifican la necesidad de intervenir a partir de un seguimiento riguroso las causas de los bajos desempeños de los estudiantes, específicamente en referencia a las operaciones con números racionales. Al evaluar diferentes ejercicios, actividades, exámenes, entre otros, se presentan muchos errores que se relacionan con aspectos que incluyen el reconocimiento de la fracción de manera gráfica, la representación aritmética, y el uso inadecuado de algoritmos para resolver un problema matemático.

De estas circunstancias se plantea en esta investigación, la necesidad de intervenir el contexto presentado a través de una estrategia que aborde esta problemática, teniendo en cuenta propósitos: uno didáctico y el otro, disciplinar.

Desde el punto de vista didáctico, en el diseño de unidades de aprendizaje de este tipo, a través de la comparación de dos ambientes virtuales sobre multiplicación de números racionales a través de la resolución de problemas, uno tipo ejercitación y práctica, frente a otro denominado hipertexto con los mismos contenidos, que permitan observar su incidencia en los desempeños del estudiante.

Desde el aspecto disciplinar se buscó profundizar en los conceptos y preceptos implicados en la resolución de problemas matemáticos basados en la aplicación de la multiplicación con números racionales rompiendo la tendencia de varios estudios a trabajar problemas que involucren adición. Para Quispe (2011) es más común encontrar estudios sobre números fraccionarios en primaria pero son pocos los estudios en cursos más avanzados “básica secundaria” donde se pueda ver la evolución y el aprendizaje sobre los conceptos de números racionales, por tal motivo, se consideró la aplicación de este nivel aprendizaje en el grado séptimo, donde existe una mayor profundización de conceptos matemáticos que requieren una interpretación y análisis de la información con bases claras y suficientes.

Entre las dos estrategias que se escogieron existe una marcada diferencia, ya que la estrategia práctica y ejercitación es conductual y el hipertexto es constructivista, lo que permitirá saber si la habilidad del estudiante aumenta al analizar, representar y resolver los problemas que se le planteen.

2. Planteamiento del problema

Desde el año 2015 la "Institución Educativa Departamental Serrezuela" IED Serrezuela Jornada Tarde, ha implementado estrategias en busca del mejoramiento en el aprendizaje de sus estudiantes en tres aspectos fundamentales: Competencia del lenguaje, Matemáticas y Ciencias Naturales, para esto se elaboró una "Prueba de Mejoramiento Bimestral" (en adelante PMB) que permitiera medir el progreso de los estudiantes frente a las competencias que deben obtener al finalizar el proceso de cada período.

En el colegio IED Serrezuela, el área de Matemáticas ha propendido en mejorar las competencias implementando estrategias que mejoren los desempeños de los estudiantes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Para alcanzar esta meta el área de matemática busca adquirir una cultura matemática que sea útil para los futuros ciudadanos y para esto hay que cumplir con varios propósitos que definen como culturales matemáticos, la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos, también la capacidad para discutir o comunicar información matemática. Godino, Batanero, & Font (2003). Para lograrlo es importante considerar la resolución de problemas como una forma de pensar, donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje de las Matemáticas. Santos (2007), este autor también dice que "El término problema se vincula no solamente a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta encontrar la solución, sino también incluye tener que aprender algún concepto matemático."

Los datos arrojados por la PMB, en el área de matemáticas en el segundo y tercer periodo del 2015, mostraron el más bajo desempeño en los contenidos asociados a números racionales aplicados en resolución de problemas, respecto a otros contenidos del área de matemáticas.

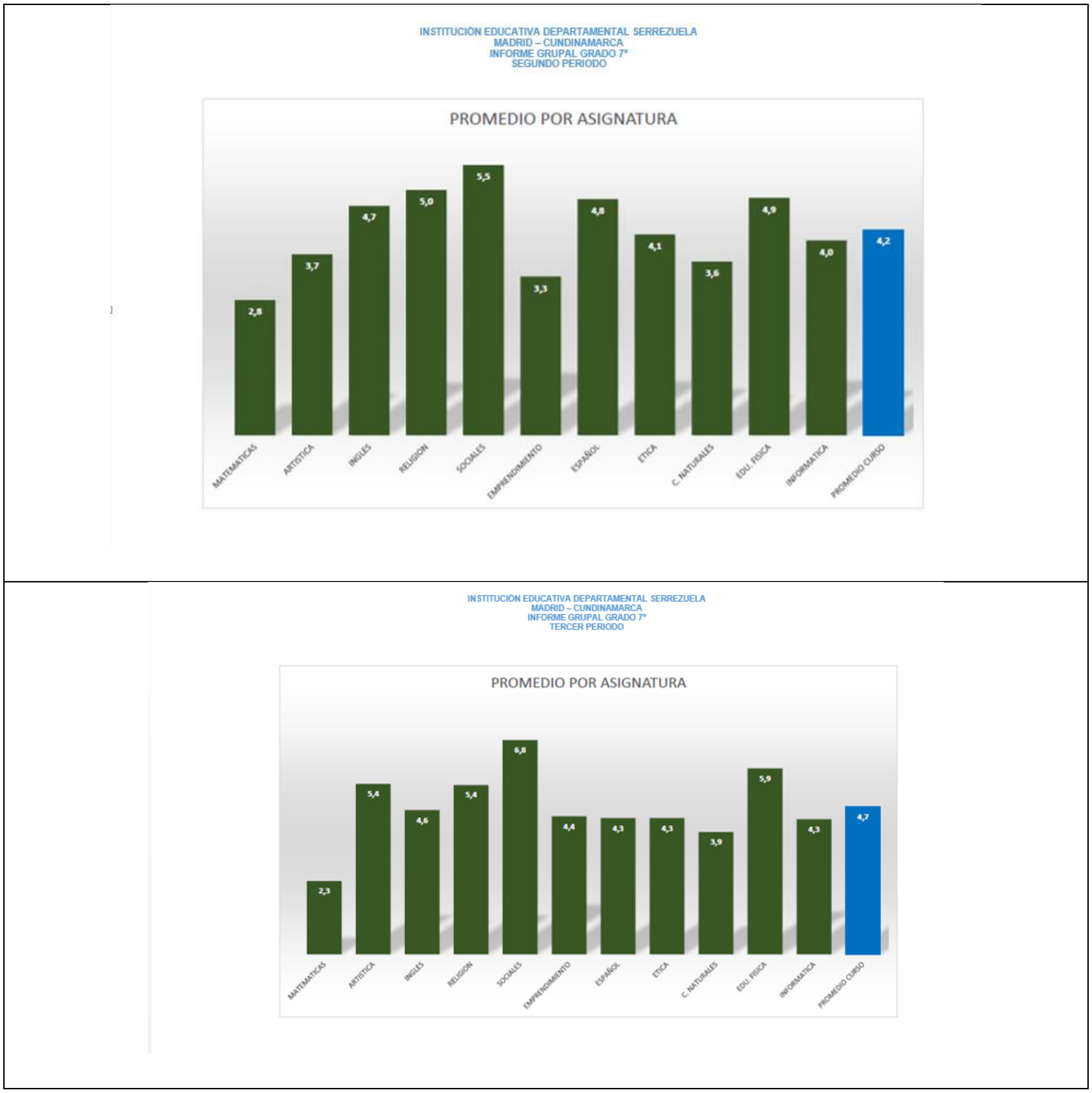


Figura 1. *Promedios por asignaturas en las PMB - IED Serrezuela*

A partir de investigaciones consultadas que han abordado este problema, se puede evidenciar que es más común de lo que parece y que son múltiples las causas. Morales (2014) explica “tanto desde la exploración de las ideas previas que poseen los estudiantes, como la manera de enseñar y aprender los conceptos y la resolución de situaciones en donde se involucran los números racionales”(p.8), lo cual complementa Luelmo (2004); citados por Matute (2010), donde se concluye que “el concepto de fracción es difícil ya que generalmente existe un análisis defectuoso del concepto mismo y sus múltiples interpretaciones” (p.10).

Los errores ayudan a constatar a través de la resolución de problemas, ¿qué tan visibles son? o ¿con qué frecuencia se presentan estos errores en los estudiantes? haciendo énfasis en los números racionales, principalmente, en problemas cerrados que lleven a resolver operaciones de multiplicación, estas son usadas en muchos de los problemas matemáticos sobre porcentajes o proporciones y que tienen validez en situaciones posibles de la vida cotidiana.

2.1 Pregunta de investigación

¿Cuál es la incidencia de dos ambientes de aprendizaje, uno que incorpora la estrategia práctica-ejercitación frente a otro que incorpora la estrategia de hipertexto, en la resolución de problemas sobre producto de fracciones?

3. Estado del arte de la investigación

Los antecedentes tienen como propósito dar cuenta, de manera cronológica, acerca de las investigaciones realizadas en un tema específico. En este escrito se busca mostrar aquellos trabajos de investigación precedentes al que se está realizando en este y que, además, guarda relación con los objetivos propuestos. Debido a que el trabajo se centra en comprender los conceptos asociados a las estrategias práctica y ejercitación e hipertexto en la resolución de problemas, con respecto a los números racionales en aula de clase, la organización de este apartado es de la siguiente forma. Primero, se presenta cuatro investigaciones, durante el 2010 – 2014, que se enfocan en las unidades de análisis acerca de los números racionales. Segundo, relacionado con el anterior punto, se presentan cuatro tesis que radican en la resolución de problemas, entendidas como la estrategia para usar dentro del aula de clase. Tercero, se presentan cuatro investigaciones acerca de estrategias en tanto ejercitación y práctica e hipertexto.

3.1 Números racionales

En cuanto a investigación de número racionales se trata, Matute (2010) explora los procesos del pensamiento matemático al trabajarse el concepto de fracción y las operaciones que se dan entre ellas en estudiantes de séptimo grado. En otras palabras, intenta dar cuenta del concepto de fracción y como este puede usarse en la vida cotidiana. Este no es un único objetivo, pues se intenta además establecer prácticas y estrategias para que los estudiantes, dentro del aula de clase, puedan resolver problemas o errores que se les dificulta a la hora de realizar algún tipo de operación matemática, en específico, de fracciones. Debido a las múltiples interpretaciones que se han hecho del concepto matemático de fracción, las fracciones presentan dificultades en los niveles básicos de aprendizaje y, por tanto, en la educación media.

El estudio es una investigación cualitativa de tipo exploratoria, pues trata acerca de las concepciones matemáticas comunes que tienen los estudiantes acerca de ellas. Este tipo de método permite conocer los puntos de vista de los participantes y como sus acciones, entendidas en cuanto a la solución de problemas matemáticos, se ven reflejadas en tales ideas. El modo a proceder de Matute consistió en que, por medio de unas pruebas didácticas, educar a los estudiantes de séptimo grado en qué radicaba la fracción. Las guías, los juegos y ejercicios permitieron que los estudiantes tomaran conocimiento del concepto de este desde una perspectiva cotidiana. La conclusión de este trabajo, en definitiva, indica que los estudiantes comprendieron eficazmente los conceptos de fracción, parte-todo, medida y operador por medio de ejercicios y actividades dinámicas, en especial, por medio de la resolución de problemas.

Una segunda investigación, por parte de Quispe (2011), determina la relación existente entre la comprensión de los significados del número racional positivo con las operaciones básicas de fracciones y conocimiento de las propiedades elementales de los números racionales en estudiantes de secundaria. El estudio, además, caracteriza e identifica tipos de inferencia en la comprensión de los significados del número racional. El estudio es de nivel descriptivo correlacional. Se estudia una muestra estratificada de 380 estudiantes, distribuidos en los cinco grados escolares. Para la recolección de datos se aplicaron tres pruebas: comprensión, operaciones básicas y propiedades elementales de los números racionales. Los resultados concluyen que existe una interferencia persistente del significado parte-todo y la interpretación de los significados de medida, razón, cociente y operador. También, se logra verificar la existencia de una relación directa entre la capacidad que tiene el alumno para manejar los algoritmos de las operaciones básicas con fracciones y el conocimiento de las propiedades del número racional.

Por otro lado, el enfoque de investigación es cuantitativo, pues se recolecta y analizan datos para probar la hipótesis y establecer los patrones de comportamiento de la población. La hipótesis es, a saber, a mayor capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones y su conocimiento de las propiedades elementales de los números racionales, corresponde mayor comprensión de los significados del número racional positivo. Con respecto a los resultados, se recomienda lo siguiente al profesorado: por un lado, el planteamiento de actividades didácticas que permitan comprender el significado de medida, razón, cociente, operador; y, en medio de todos ellos, el significado de parte-todo. Por otro lado, analizar los tipos de errores que comenten los educandos e identificar los obstáculos epistemológicos y las superposiciones entre algoritmos para tomar decisiones y diseñar estrategias que permitan superar las dificultades de aprendizaje.

En la misma línea de investigación, se encuentra un trabajo que se basa en las herramientas TIC, entendidas como apoyo, en el aula de clase. Gonzáles y Céspedes (2012) centran su investigación en la interpretación de mecanismos de interactividad que se generan en la enseñanza de la unidad didáctica ‘la suma de fraccionarios’ con apoyo de TIC en el área de matemáticas. De origen constructivista, este trabajo permite interpretar la complejidad y los significados de la realidad en el contexto investigado. La estrategia metodológica que se utilizó durante estos casos radicó en la recolección de datos a través de autoinformes que permiten hacer seguimientos, análisis e interpretación de acontecimientos en el aula de clases.

A su vez, se recoge registros videográficos y audio de las sesiones con el propósito de cuestionar expectativas y saberes de los estudiantes ya previos. Se presenta, por consiguiente, documentos por parte de profesorado con diseños tecno pedagógicos, registros de actividad por medio de correo electrónico, manejo de software, entre otros. Para concluir, las TIC en esta investigación son una herramienta de apoyo en el desarrollo de la unidad didáctica. Estas fueron usadas sólo para el almacenamiento de la información y como medio para enviar actividades propuestas. El estudio, en suma, invita al docente a ser un acompañante en el proceso de aprendizaje, debido a que las TIC son sólo un medio.

Por último, pero no menos importante, Castaño (2014) afirma que, en la educación básica y media, hay un sin número de dificultades a la hora de enseñar matemáticas. De ahí que resulte necesario para su trabajo saber cuáles son las dificultades que presentan no los estudiantes sino los tutorados al enseñar los números racionales con operaciones básicas –suma, resta, multiplicación, división-. Para encontrar dichas dificultades y maneras de solucionarlas, Castaño (2014) describe dos métodos de recolección de información, estos son, un cuestionario y un taller. Se realizan tres etapas de análisis: análisis estadístico con indicadores cualitativas según la escala Likert (a); análisis cualitativo por medio de preguntas abiertas (b); los resultados se analizan, en definitiva, de manera cualitativa.

Los resultados arrojan que las problemáticas de los docentes se basan en la cantidad de conocimiento que debe adquirir un estudiante antes de explicar un tema específico. El problema, es decir, se basa en la necesidad de conocimiento acumulado de conceptos anteriores, "puesto que la actividad de clase se organiza en torno a una secuencia de temas que pretende recoger lo que el estudiante debe saber sobre la disciplina" Castaño, (2014), (p. 80).

La conclusión de este trabajo se basa en la siguiente proposición: todo lo que es enseñado no debe ser automáticamente aprendido por los estudiantes. No se puede esperar, de alguna manera, que todo alumno siga un mismo ritmo o comprenda los conceptos matemáticos de manera rápida y, por llamarlo así, obvia. La recomendación que hace el autor en este escrito el uso de tecnologías o herramientas informáticas como recursos para la enseñanza. También, es necesario tener en cuenta dos canales fundamentales por los que se transmite la información: auditivo y visual. El docente, en este sentido, cumple con el deber de hacer un trabajo colaborativo de la mano con los estudiantes y dedicarse a encontrar estrategias para facilitar el trabajo con los alumnos.

De este parágrafo se ha podido mostrar que los estudiantes de educación básica y media tienden a tener problemas con el aprendizaje de los números racionales. Dos trabajos de ello han mostrado que el aprendizaje de las concepciones matemáticas ha sido una causa fundamental a ello. En el siguiente punto se intenta mostrar una herramienta que podría permitir solventar tales problemáticas, este es, resolución de problemas.

3.2 Resolución de problemas matemáticos

Con respecto a la resolución de problemas, son seis tesis en las cuales se evidencia el interés por estudiar estrategias didácticas para la resolución de problemas que afectan la actitud y, como lo plantea Hernández (1997), el dominio afectivo, comportamental y contextual en los procesos de resolución de problemas.

En primer lugar, Hernández (1997) realiza un estudio acerca del diseño de un modelo de competencia para la resolución de problemas aritméticos verbales. Otro objetivo, no distinto del primero, radica en la obtención de datos acerca de las habilidades que desarrollan los alumnos en la resolución de los diferentes problemas y en la utilización de dos sistemas de representación: un sistema de representación no verbal yuxtapuesto al sistema de representación aritmético. Con respecto al amplio campo de resolución de problemas, el autor se enfoca en problemas aritméticos escolares: descubre, debido a lo anterior, que los problemas se limitan a enunciados verbales. En este sentido, el trabajo de Hernández se divide en dos apartados, por un lado, una revisión de la literatura acerca de la resolución de problemas y, por otro lado, el diseño de un modelo de competencias para que los docentes adopten en tanto presenten dificultades de enseñanza de las matemáticas.

El modelo de investigación de este trabajo recoge tanto métodos cualitativos como cuantitativos, debido a que se busca "obtener una visión global de todo el proceso" Hernández (1997) (p. 11). Se realiza, a su vez, el uso de un método experimental que permita identificar variables y analizarlas. Los resultados de Hernández dan cuenta de la necesidad de realizar un modelo de competencia para la resolución de problemas aritméticos verbales. De acuerdo con la actitud de los alumnos, una buena percepción de las matemáticas debe reforzarse por medio de resolución de problemas reales, que afecten su día a día. Los estudiantes no deben creer que la matemática radica en memorizar reglas para hacer cálculos aburridos, sino en la resolución de problemas que afectan y tienen implicaciones en su diario vivir.

En segundo lugar, García (2013) se enfoca en analizar el nivel de aplicación de la metodología pedagógica **resolución de problemas** enseñada en la didáctica de matemática a través de la planificación docente y el desempeño de los alumnos en cada etapa de proceso – observación, preparación, ejecución y evaluación- cuando estos primeros realizan su práctica[1]. Este estudio, de alguna forma, es una búsqueda de estrategias es una forma de búsqueda de estrategias que generen y mantengan el interés por aprender matemática. Se generan mejores resultados en el aprendizaje cuando se diseña la clase al considerar las necesidades, intereses, características generales y particulares de los estudiantes.

Igualmente, esta investigación es de carácter cuantitativo, ya que el procedimiento está basado en el diseño no experimental de tipo transaccional o transversal, de manera que lo que se hace es observar fenómenos tal como se dan en su contexto y luego analizarlos. Este procedimiento permite dar respuestas a las preguntas de investigación, recolectar datos en un solo momento, es decir, en una sola aplicación del instrumento. Esta investigación resulta fundamental para este trabajo en la medida que permite analizar estrategias que se aplican en el aula al usar la metodología de resolución de problemas durante las prácticas docentes. Para concluir, dicha metodología ha contribuido en el desempeño de los estudiantes, pero todavía requiere mejoría para que se dé un dominio total de la resolución de problemas.

[1] Se realiza la etapa de ejecución de la Práctica Semi-Intensiva de II Magisterio en el I Parcial del II Semestre en agosto de 2012. La aplicación del instrumento se realizó a 65 estudiantes, entre el 20 y 24 del mes de agosto de dicho año, durante la semana de ejecución de la Práctica Docente Semi-Intensiva.

En suma, la resolución de problemas, desde el enfoque de la enseñanza matemática, ha traído respuestas positivas para los estudiantes en educación básica y media. Estos toman mayor confianza de sí y se sienten atraídos, al ser hijos de su época, por las integraciones tecnológicas que pueden realizar durante sus clases. En el siguiente apartado, se intenta mostrar cuatro investigaciones que dan cuenta de estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto, para aplicar en clase.

3.2.1 Estrategias

3.2.1.1 Ejercitación y práctica

Portilla (2012) aporta, por medio de su tesis, concepciones didácticas del diseño de la ejercitación de aprendizaje en el software educativo. Este software intenta fundamentar nuevas relaciones entre la ejercitación y las novedosas características aprendidas al diseñarse un software educativo. “Se ofrece definiciones, las fases, las funciones y las características de la tarea docente a partir de su carácter interactivo como un principio didáctico” Portilla (2012) (p. 6). La metodología de este trabajo se basa en la realización de cuestionarios interactivos de enseñanza y aprendizaje: al contener conjunto de procedimientos y herramientas informáticas para su implementación, los docentes pueden llevar a cabo una realización sencilla del mismo. Cabe agregar que esta decide usar métodos tanto cualitativos como cuantitativos.

Para Portilla (2012), la implementación de este software trae las siguientes implicaciones:

- Se propone una metodología actual para el diseño de un software basado en cuestionarios.

- Se ofrece una herramienta informática que posibilita a los educadores a la implementación de estrategias educativas actuales, pues son de orden virtual.
- Realizar estudios a profundización para mejor desarrollo del software.

En términos de alcances tecnológicos y plataformas virtuales, Fuhr, Iturralde, Boucíguez y Rocha (2014) presentan la ampliación de un instrumento que permite caracterizar la práctica docente cuando esta se piensa para enseñanza universitaria a media distancia. Esto, a su vez, cuenta con otro objetivo de manera correccional: desarrolla la descripción de posibles modelos de enseñanza para la educación a distancia. Fuhr et al. (2014) tienen en cuenta cuatro modelos de la enseñanza a distancia: tradicional (i), conductista (ii), de transición (iii) y constructivista (iv). Fuhr et al, (2014) afirma que “Los modelos didácticos proponen síntesis integradas de formas de pensar sobre la enseñanza y, en general, sobre la actividad profesional del profesor” (p. 32). Con respecto a la metodología, el diseño está realizado bajo las categorías conceptuales que los mismos autores presentan en el artículo. La función básica de este radica en propuestas educativas mediadas por plataformas Web y comunicación vía correo electrónico.

En un sitio virtual específico, Fuhr et al. (2014) agregan elementos como planificación del curso, recursos de comunicación o anuncios, organización social de los espacios y recursos con propósitos evaluativos. Este se realiza con el fin de cumplir ciertas metas en alumnos que, probablemente, no puedan estar directamente en una clase presencial. “La incorporación de un entorno virtual que amplía las posibilidades de interacción entre los integrantes de las propuestas educativas” […] Fuhr et al, (2014). Se espera que el uso de este diseño pueda mostrar las principales características de la práctica docente que se intenta llevar a cabo en entornos virtuales.

3.2.1.2 Hipertexto

Fanaro, Otero y Martínez (2003) realizan una revisión y discusión para fundamentar una investigación acerca del diseño y utilización de materiales hipermedia para la enseñanza. Estas enseñanzas, afirman las autoras, radican en el tema de las Ciencias. La utilización del hipermedia son un recurso, bastante actual, útil para la enseñanza. Esta está siendo promovida por ambientes educativos que usan software, sitios Web o sistemas hipermedia. Los hipertextos, recuerdan Fanaro et al. (2003), se caracterizan por su multisecuencialidad – a diferencia de los libros-, debido a que no hay un orden único para abordar la información. Dicho lo anterior, se recalca el poco uso en el mundo educativo de elementos de tal tipo.

Fanaro et al. (2003) cuestionan los supuestos ventajosos del hipermedia para lograr aprendizaje significativo desde ciertos puntos del sentido común y literatura acerca del tema. Estas redefinen los conceptos de multimedial, interactividad y navegabilidad que intentaremos instrumentar en la investigación acerca del diseño en un contexto escolar como tal. Se requiere de un alto trabajo interdisciplinario e investigativo para conocer a ciencia cierta los aspectos que un tipo de estrategia e interacción informática requiere.

Por otro lado, Villalobos (2004) entiende el hipertexto como un símbolo del nuevo panorama educativo. En años anteriores, el libro sólo brinda al autor una única forma de horizonte de sentido frente al escrito, a lo leído. El hipertexto, por su parte, surge ante la demanda de la confrontación al lector con distintos posibles caminos de aprendizaje en cada momento. La búsqueda de una educación liberadora ha dado espacios para que la tecnología pueda suplir ciertas necesidades educativas en las personas. Con respecto al hipertexto, no una continuación con una presentación lineal tradicional en el aula de clases. Villalobos (2004) afirma que “El material a estudiar es el mismo; el plazo destinado a cubrir dicho material tampoco cambia” (p. 351).

Este acercamiento, mucho más de orden teórico y filosófico, intenta comprender que el hombre es un constante devenir y, de acuerdo con ciertos cambios históricos, se le exige nuestras formas de aprendizaje y conocimiento. En esta misma línea, el hipertexto resulta ser una herramienta en la que se libera de la tradición opresora de la educación y se puede, en definitiva, acceder a maneras más enriquecedoras de saberes.

4. Marco Teórico

Se presenta en este aparte la relación de las teorías y principales autores que dan cuenta de las unidades de análisis, las cuales son: *producto de fracciones, ambiente de aprendizaje (estrategia práctica y ejercitación e hipertexto) y resolución de problemas.*

Para la elaboración del marco teórico es importante tener en cuenta el concepto de cada una de las unidades de análisis que hacen parte de la investigación y que deben ser relacionadas en el desarrollo del trabajo.

Las unidades de análisis se ilustran en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, que contiene los autores en los cuales se apoya el trabajo investigativo.

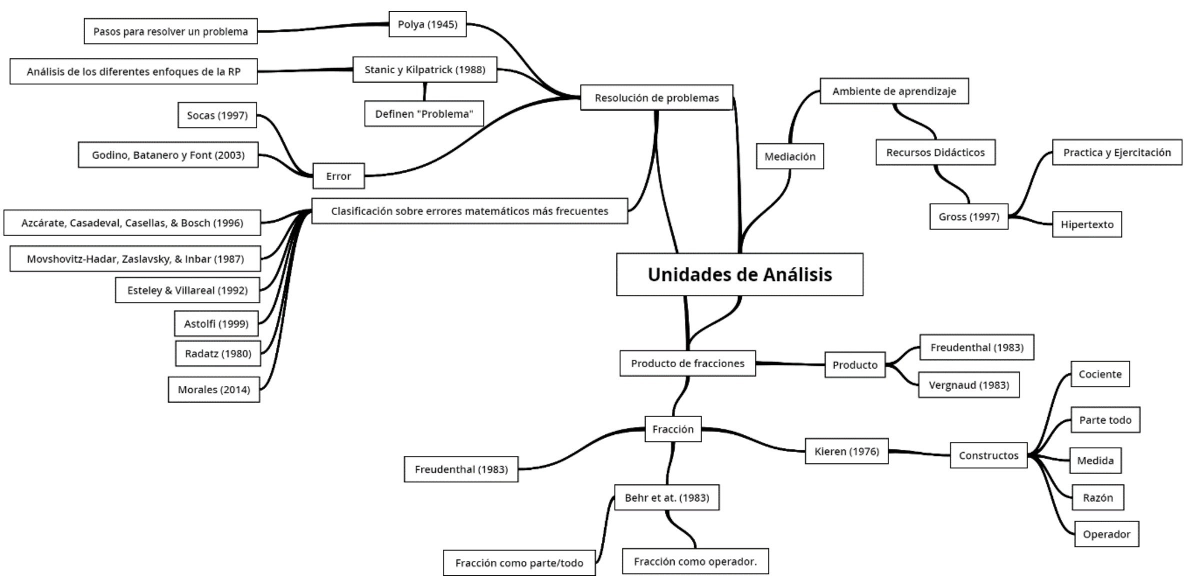


Figura 2. *Marco Teórico: elementos que componen el marco teórico. Autoría propia*

4.1 Resolución de problemas

Para aproximarnos a la definición de la palabra problema se hace referencia a Stanic y Kilpatrick (1988), quienes afirman que los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término "resolución de problemas" se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular. (p. 10)

Según estos autores, la utilización de los términos "problema" y "resolución de problemas" han tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años, por ejemplo:

Resolver problemas como contexto, resolver problemas como habilidad y resolver problemas es "hacer matemática".

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el año 2006 establece los (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas), con el fin de potenciar el pensamiento matemático como un reto escolar, en ese libro se describen procesos generales para ser matemáticamente competente como "formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas". (p. 51).

Existen diversos autores que han hablado sobre la resolución de problemas y han planteado una serie de pasos para la solución de estos, dentro de los que se destaca Polya (1989), las fases para resolver problemas son:

1. Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
2. Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?
3. Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos dados?
4. Examinar la solución obtenida: ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?

Schoenfled (1992), en su momento considero que las fases planteadas por Polya eran insuficientes, ya que decía que se debían tener en cuenta otros aspectos:

- Recursos cognitivos: entendidos como conocimientos previos o dominio del conocimiento.
- Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones dificultosas.
- Control: estrategias metacognitivas, es decir, aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
- Sistema de creencias: conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática y su enseñanza.

Pero los pasos que este autor describe son:

1. Analizar y comprender un problema: dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
2. Diseñar y planificar una solución

3. Explorar soluciones: considerando una variedad de problemas equivalentes, considerando ligeras modificaciones del problema original y considerando amplias modificaciones del problema original.

4. Verificar la solución.

¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?: ¿Utiliza todos los datos pertinentes?, ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?, ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?: ¿Es posible obtener la misma solución por otro método? ¿Puede quedar concretada en caso particulares?, ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?, ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Luego de analizar las diferentes fases que los anteriores autores tienen en cuenta para resolver problemas decidimos trabajar los instrumentos a partir de los pasos que expone Polya (1989), ya que son los más apropiados y sencillos de aplicar para ayudar al fin de esta investigación.

4.1.1 Errores en el aprendizaje

Dentro de la resolución de problemas se tuvo en cuenta los errores cometidos por los estudiantes en matemática como una manifestación de dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, es necesaria la detección y análisis de estos para su retroalimentación, pues pueden ayudar a mejorar los resultados a la hora de evaluar los conocimientos adquiridos.

"Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar" Godino, Batanero y Font (2003, pág. 69).

Según Socas (1997), el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción.

A continuación en la Tabla 1, se exponen las diferentes clasificaciones sobre los errores matemáticos más frecuentes y se hace una tabla comparativa de estos:

Tabla 1
Clasificación sobre los errores matemáticos más frecuentes

(Radatz, 1980)	(Movshovitz-Hadar, Zaslavsky, & Inbar, 1987)	(Esteley & Villareal, 1992)	(Azcárate, Casadeval, Casellas, & Bosch, 1996)	(Astolfi, 1999)
Errores debido a dificultades de lenguaje	Interpretación incorrecta del lenguaje	Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones). No empleo o uso parcial de la información. Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada. Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo	Errores arbitrarios: el alumno se comporta arbitrariamente sin tener en cuenta los datos del problema.	Errores debidos a la redacción y comprensión de las instrucciones Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.
Errores debido a dificultades para obtener información espacial				
Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.	Inferencias no válidas lógicamente	Errores al operar con números reales en cálculos, planteo y resolución de ecuaciones.	Errores estructurales: relacionados con los conceptos esenciales implicados.	Error resultado de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad. Errores que tienen su origen en otra disciplina.

				Errores en los procesos adoptados.
Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento	Datos mal utilizados	Errores de lógica: justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.	Errores ejecutivos: errores en la manipulación, si bien los conceptos implicados pueden ser comprendidos.	
Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes	Teoremas o definiciones deformados	No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, etc. en un caso particular.		Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.
	Falta de verificación en la solución	No verificación de resultados parciales o totales que se manifiesta en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales.		

Nota: Clasificación sobre los errores matemáticos más frecuentes, teniendo en cuenta los autores que han abordado este tema.

Radatz (1980) ofrece una taxonomía para clasificar los errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo categorías generales para este análisis.

1. Errores debido a dificultades de lenguaje: El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a su inadecuado aprendizaje.

2. Errores debido a dificultades para obtener información espacial: Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas matemáticas. Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.

3. Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: Incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos, procedimientos para las tareas matemáticas.

4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: La experiencia sobre problemas similares puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Los alumnos continúan empleando operaciones cognitivas aun cuando las condiciones originales se hayan modificado. Están inhibidos para el procesamiento de nueva información. En general son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas. Interesan cinco subtipos:

1. Errores por perseveración, en los que predominan elementos singulares de una tarea o problema.
2. Errores de asociación, que incluyen razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.
3. Errores de interferencia, en los que operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros.
4. Errores de asimilación, en los que una audición incorrecta produce faltas en la lectura o escritura. Cuando la información es mal procesada debido a fallas de percepción.
5. Errores de transferencia negativa a partir de tareas previas.
6. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: Surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

Movshovitz-Hadar, Zaslavsky, & Inbar (1987) hacen una clasificación de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizada por expertos:

1. Datos mal utilizados: Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Puede ser porque: se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; o bien, se hace una lectura incorrecta del enunciado.
2. Interpretación incorrecta del lenguaje: Son errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.
3. Inferencias no válidas lógicamente: Son los errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.
4. Teoremas o definiciones deformados: Errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.
5. Falta de verificación en la solución: Son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.
6. Errores técnicos: Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

La clasificación de Esteley & Villareal (1992)

A. Errores al operar con números reales en cálculos, planteo y resolución de ecuaciones.
B. No empleo o uso parcial de la información.

C. No verificación de resultados parciales o totales que se manifiesta en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales.
D. Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones).
E. No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, etc. En un caso particular.
F. Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada.
G. Errores de lógica: justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.
H. Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo.

Luego del análisis de los componentes e intencionalidades pedagógicas en el abordaje del desarrollo teórico acerca del error, se determina que la clasificación más apropiada es la que hace Radatz (1980) porque hace referencia a errores debido a dificultades para obtener información espacial, teniendo en cuenta esta diferencia entre las otras clasificaciones. Esta clasificación del error en lo posible está se tendrá en cuenta para diseñar las mediaciones o estrategias que se utilizarán con los estudiantes en la presente investigación.

4.2 Fracción

La fracción se define como un número de la forma a/b donde a y b son números enteros y b ≠ 0, esto se entiende como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales (b) y luego tomar una colección integrada por a de esas partes. Conociéndose “a” como numerador y “b” como denominador.

4.2.1 Producto de fracciones

Los procesos multiplicativos son definidos por Vergnaud (1983), quien en su teoría de los campos conceptuales dice que las estructuras multiplicativas son consideradas como aquéllas que involucran operaciones y nociones de tipo multiplicativo, tales como multiplicación, división, fracción o proporción. Y añade que las estructuras multiplicativas cuentan en parte con las estructuras aditivas, pero tienen su propia organización intrínseca, que no puede reducirse a los aspectos aditivos.

Y Freudenthal (1983) señala que el modelo aditivo es agregativo y está vinculado a tareas como agregar y trasladar, mientras que el modelo multiplicativo se refiere a la interacción de un número en función de otro, procurando un esquema más cercano a la proporcionalidad que a la adición repetida. Asimismo, este autor nos indica que la multiplicación modela situaciones de áreas y combinatoria, entre otras.

Por las características del esta unidad de análisis como parte del objeto de investigación propuesto, previo al abordaje del tema de los números racionales se debe definir la *fracción*, ya que es esta la base para comprender como se forma este concepto, Freudenthal (1983) señalaba que las "fracciones deben acercarse al alumno mediante un lenguaje que se entienda”, La fracción “se define como medida, toda vez que puede ser usada como un comparador entre dos o más objetos para determinar su tamaño”.

4.2.2 Interpretación de las fracciones

Kieren (1976) “…ve en las fracciones un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores, y considera que la comprensión de los números racionales es básica para el desarrollo y control de las ideas matemáticas"

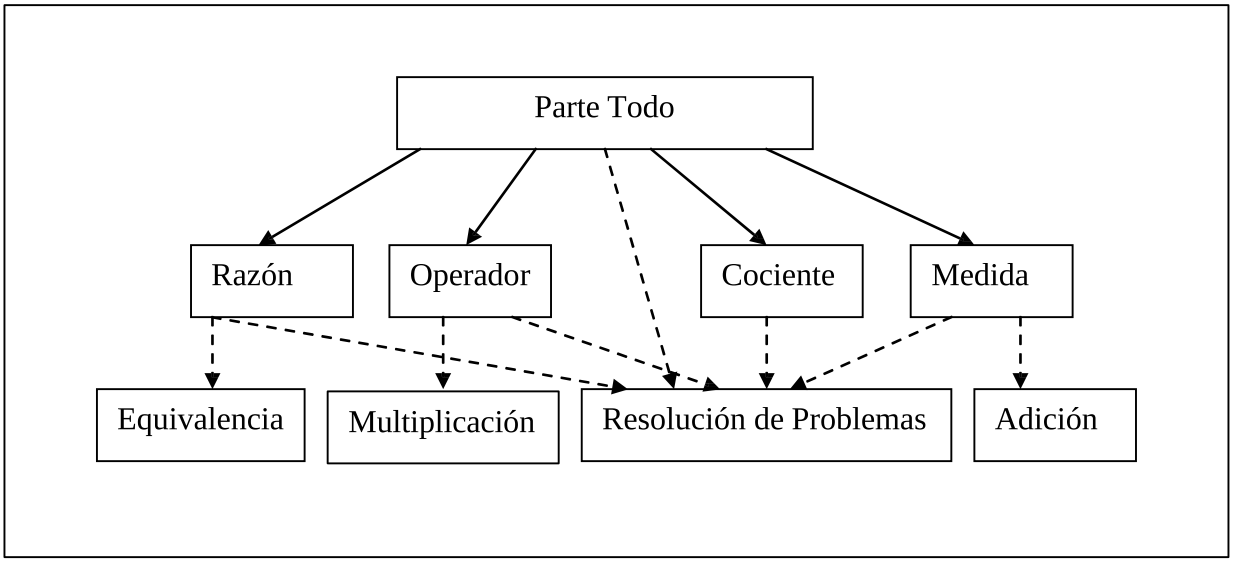


Figura 3. *Modelo Teórico de las cinco interpretaciones del concepto de fracción Behr et al (1983) citado en Castellón (2008). Tomado de Matute (2010)*

Existe cierta controversia al momento de definir la fracción por lo tanto es importante recalcar los diferentes constructos de fracción: razón, medida, cociente y operador, la noción de la relación parte todo fue básico para estos constructos Kieren (1976).

Behr et al. (1983) citado por Matute (2010) como miembros del Proyecto de Números Racionales (RNP, siglas en inglés) propusieron el modelo teórico presentado en la Figura 3, en el que se intenta relacionar las cinco interpretaciones de la fracción a cada una de las operaciones básicas y problemas que requieren el manejo de éste concepto, como ser: equivalencia de fracciones, operaciones y resolución de problemas. El modelo presenta la interpretación de la fracción parte – todo como la base para poder aprender las demás interpretaciones, luego las flechas indican la relación existente entre estas y las operaciones.

Tabla 2
Interpretación de las fracciones para comprensión conceptual

Kieren (1976)		**Behr** (1983)		**Descriptores**
Parte todo Pares ordenados Decimales Fracciones **Razón** (Porcentaje)	**Concepto de fracción como parte/todo. (Resolución de Problemas)** **Descriptores Parte Todo**	**Concepto de fracción como razón. (Equivalencia)**	Es considerado como la comparación numérica entre dos magnitudes o cantidades. Se usa comúnmente con la idea de proporción.	Entiende la relación de razón como la comparación de dos magnitudes El estudiante comprende que en una proporción cuando las dos cantidades se multiplican o se dividen por el mismo número entonces la proporción se mantiene. (Equivalencia)
Operador	El estudiante comprende y diferencia el todo continuo y discreto. El estudiante diferencia entre un número racional propio y un número racional impropio.	**Concepto de fracción como operador. (Multiplicación)**	Una fracción puede considerarse como operador que actúa sobre los números. En cadena multiplicando por el numerador y dividiendo por el denominador	El estudiante entiende la fracción como la parte que necesita conocer o averiguar de otro valor dado sea entero u otra fracción. El estudiante interpreta esta relación como una operación de multiplicación entre dos valores, donde al menos uno es fraccionario. El estudiante reconoce que para resolver la operación debe multiplicar el numerador de la fracción al valor a averiguar y debe dividir este resultado entre el valor del denominador
Cociente	El estudiante entiende y diferencia entre numerador y denominador. La fracción se considera como un todo continuo o discreto subdividido en	**Concepto de fracción como cociente.**	Se define como el resultado de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes.	El estudiante se apropia del concepto al deducir que la fracción escrita es el resultado de la relación entre dos conjuntos de números enteros El estudiante entiende la fracción de una fracción como el producto del inverso del 2do factor El estudiante entiende que el conjunto 1 se debe repartir en "n" cantidades iguales de un conjunto 2

Medida	partes iguales indicando fundamentalmente la relación que existe entre el todo y un número designado de partes. Bajo esta perspectiva se considera que el numerador debe ser menor que el denominador.	**Concepto de fracción como medida. (Adición)**	Una fracción también representa la medida de una cantidad, el denominador indica las partes iguales en que se ha dividido la unidad y el numerador indica el número de partes que contiene la cantidad medida.	El estudiante interpreta los valores de la fracción como una división El estudiante comprende que tanto el denominador como el numerador hacen parte de la medición El estudiante entiende que Las partes juntas deben de ser igual al tamaño del todo (Proporción) El estudiante entiende que el segmento que se toma debe poder dividir el todo en partes iguales, o si no debe adaptar la magnitud.

Se hace una interpretación de las fracciones para usarlo en la comprensión conceptual

En la Figura 4 se muestra una identificación de los sistemas de representación de los números racionales: representación simbólica, representación gráfica, representación manipulativa, representación verbal y representación numérica.

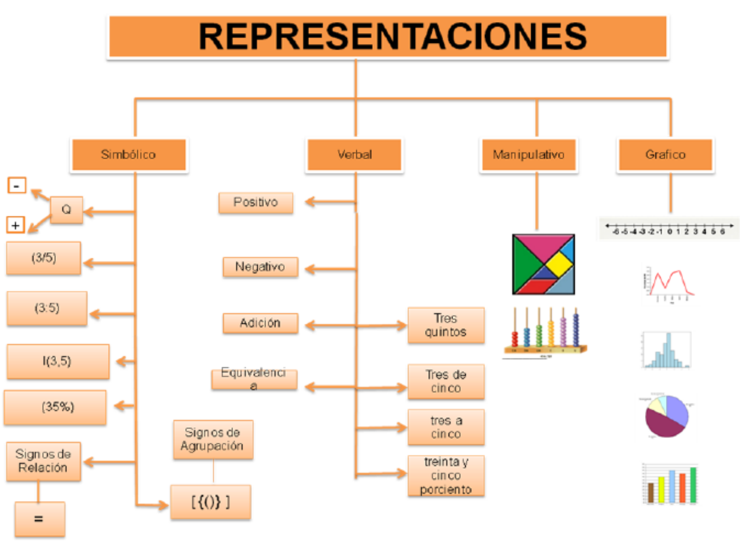


Figura 4. *Sistemas de representación de los números racionales, tomado de Corrales (2013)*

4.3 Ambiente de aprendizaje basado en la resolución de problemas

Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio educativo alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica.

González y Flores (2000) afirman que:

"Un ambiente virtual de aprendizaje se entiende como el espacio mediado tecnológicamente en donde confluyen estudiantes y docentes para interactuar con relación a ciertos contenidos, utilizando para ello métodos y técnicas previamente establecidas con la intención de adquirir conocimientos, desarrollar habilidades, actitudes, y en general, incrementar algún tipo de capacidad o competencia".

Los entornos virtuales de aprendizaje resultan un escenario óptimo para promover la enseñanza en los estudiantes, ya que permiten abordar la formación de las tres dimensiones básicas que la conforman: el conocimiento y uso instrumental de aplicaciones informáticas; la adquisición de habilidades para el manejo de información hipertextual y multimedia; y el desarrollo de una actitud crítica y reflexiva para valorar tanto la información, como las herramientas tecnológicas disponibles.

Existen cuatro características básicas descritas por Boneu (2007) para las plataformas e-learning: La interactividad, flexibilidad, escalabilidad, estandarización.

Por medio de la Tabla 3, Gros (1997) define los tipos de recursos didácticos informáticos teniendo en cuenta las diversas teorías de aprendizaje:

Tabla 3
Recursos didácticos teniendo en cuenta teorías de aprendizaje

	Conductismo	Cognitivismo	Constructivismo
Tipo de programa	Ejercitación y práctica	Tutoriales	Simulaciones, Hipertextos
Contenidos	Descomposición en unidades. Ejercitación de una determinada tarea una vez que se conocen los contenidos.	Enseña un determinado contenido. Jerarquización y secuenciación, en función del contenido y de las características del alumno	Creación de entornos de aprendizaje. Los simuladores proporcionan entornos de aprendizaje similares a situaciones reales, mientras que los hipertextos es un entorno de aprendizaje no lineal.
Control	El ordenador ejerce el control de la secuencia de aprendizaje	El ordenador no necesariamente ejerce el control de la secuencia.	El usuario ejerce el control de la secuencia de aprendizaje
Importancia	Refuerzo	Formas de interacción ordenador – aprendiz	Calidad del entorno de aprendizaje propuesto
Recomendado para	Adquisición de destrezas, automatización de aprendizajes, contenidos claros, poco interpretables	Programas de enseñanza	Programas con contenidos complejos, resolución de problemas, tareas interpretativas

Nota: define los tipos de recursos didácticos informáticos teniendo en cuenta las diversas teorías de aprendizaje, según Gros (1997)

En las Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6 se amplía el tema y se hace un resumen de las características de los modelos en enseñanza aprendizaje en aspectos que forman parte de la didáctica:

Tabla 4
Modelos de enseñanza

	Aspectos	
Enfoque	Recursos y materiales	Organización y presentación del contenido
Conductista, Kaplún (2005)	Se caracterizan por contener prácticas y ejercicios. Tutoriales automáticos.	Se utiliza básicamente el formato textual.
Constructivista, López (2008); Kaplún (2005)	Se utilizan tutoriales inteligentes, materiales multimedia e hipermedia abiertos a Internet. Son recursos integrados de modo dinámico, como son revistas electrónicas, herramientas de búsqueda, recuperación y gestión de la información.	Se utilizan diferentes formatos de información: textual, gráfica, sonidos, imágenes estáticas y dinámicas. Se establecen secuencias de navegación con poca flexibilidad.

Nota: Modelos de enseñanza (Adaptado de López (2008) y Kaplún (2005)), teniendo en cuenta los recursos y materiales con la organización y presentación del contenido.

Tabla 5

Modelos de enseñanza

	Aspectos	
Enfoque	Rol del profesor	Rol del alumno
Conductista, Kaplún (2005)	Programador educativo e instructor que aplica el programa diseñado. Ayudar al estudiante en su proceso.	Debe adquirir las habilidades que se esperan de él.
Constructivista, López (2008); Kaplún (2005)	Guías, monitores, tutores y/o facilitadores.	Tiene el papel central. Se busca que sea un aprendiz estratégico, que sepa solucionar problemas en función de las situaciones que encuentre.

Nota: Modelos de enseñanza (Adaptado de López (2008) y Kaplún (2005)), teniendo en cuenta los recursos y materiales con la organización y presentación del contenido.

Tabla 6

Modelos de enseñanza

	Aspectos	
Enfoque	Interacción entre participantes	Interacción estudiantes – materiales
Conductista, Kaplún (2005)	Escasa. No se considera el aprendizaje como un proceso social.	Los materiales proveen los test y actividades de autoevaluación.
Constructivista, López (2008); Kaplún (2005)	Materiales informativos sobre los que el sujeto trabaja. Herramientas tales como software que permite el trabajo de los alumnos.	Los materiales son disparadores que ayudan a mirar la realidad y poner en común los conocimientos y concepciones previas. Buscan facilitar los procesos de construcción personal Kaplún (2005). Las TIC se utilizan para consultas, evaluación.

Nota: Modelos de enseñanza (Adaptado de López (2008) y Kaplún (2005)), teniendo en cuenta los recursos y materiales con la organización y presentación del contenido.

A continuación, se describen las estrategias que se utilizaran a lo largo de esta investigación, López y Cañal (2011) llaman estrategia de enseñanza al "sistema didáctico constituido por unos determinados tipos de actividades de enseñanza que se relacionan entre sí mediante unos esquemas organizativos característicos, de tal forma que organizan el desarrollo de una secuencia de enseñanza completa (una lección, unidad didáctica o proyecto)" p. 89.

4.3.1 Ejercitación y práctica

Los sistemas de ejercitación y práctica son programas que pretenden reforzar las dos fases finales del proceso de instrucción: aplicación y retroalimentación. Los llamados sistemas de ejercitación y práctica consisten en poner a disposición del alumno un espacio ilimitado repetición y propuesta continua de ejercicios.

Se parte de suponer que el estudiante domina o tiene las bases conceptuales necesarias para trabajar de manera rutinaria en una serie o secuencia indefinida de ejercicios sobre la materia de estudio.

Según Galvis (1992) en un sistema de ejercitación y práctica deben conjugarse tres condiciones: cantidad de ejercicios, variedad en los formatos con que se presentan y retroinformación que reoriente la acción del estudiante, por lo cual objetivo principal de estos sistemas es sobre ejercitar, motivar y reforzar para que el estudiante logre la destreza esperada en lo que está trabajando.

Un Sistema de Ejercitación y Práctica (SEP) es un programa o instrumento que permite la práctica sistemática y continua de una actividad, aplicando una y otra vez los conceptos o conocimientos referentes a esta, para adquirir la destreza necesaria en el dominio y manejo de la misma. Seni (1989)

Componentes instruccionales dentro de los Sistemas de Ejercitación y Práctica. Seni (1989):

1. Introducción a la sesión de ejercitación

2. Características o tipos de preguntas: algunas veces no se administran preguntas de la forma usual, sino que se presenta información que demanda respuestas de una manera diferente.

Pueden contener gráficas, nivel de dificultad y ritmo (tiempo que se le da al estudiante para responder)

3. Procedimientos de selección: son las reglas que el SEP sigue para escoger un ítem en cada iteración del ciclo de ejercitación.

4. Retro-información (Feedback): es la reacción del sistema a las respuestas del estudiante. Puede darse de forma textual o gráfica.

5. Procedimientos de agrupación: se debe dividir el contenido en varias sesiones de ejercitación a fin de evitar el aburrimiento o la fatiga.

6. Motivación al estudiante: para aumentar la motivación se pueden plantear diferentes estrategias como competencia frente a otros estudiantes, frente al computador, frente a uno mismo o frente al reloj; múltiples modos de despliegue de información, fijación de metas y calificación.

7. Almacenamiento de información durante el funcionamiento de un Sistema de Ejercitación y Práctica, se deben tener en cuenta guardar información permanente del desempeño del estudiante frente al sistema e información para poder re-comenzar donde se dejó el trabajo y también poder dar informes de avance al profesor, información para determinar cuándo se termina una sesión de ejercitación, para informar al estudiante sobre su progreso en el sistema, para evaluar la efectividad del sistema y hacer mejoras, entre otros aspectos que se consideren necesarios.

4.3.2 Hipertexto

El hipertexto es una tecnología que organiza una base de información en bloques distintos de contenidos, conectados a través de una serie de enlaces cuya activación o selección provoca la recuperación de información Díaz et al (1996), lo cual constituye un entorno de aprendizaje no lineal.

Pazmiño (2010) afirma que:

El hipertexto ha sido definido como un enfoque para manejar y organizar información, en el cual los datos se almacenan en una red de nodos conectados por enlaces. Los nodos contienen textos y si contienen además gráficos, imágenes, audio, animaciones y video, así como código ejecutable u otra forma de datos se les da el nombre de hipermedio, es decir, una generalización de hipertexto.

Autores como Moscoso y Caridad (1991), Cantos (1991) entre otros establecen algunas cualidades que poseen los hipertextos:

- Flexibilidad: como una posibilidad del tratamiento de la información.
- Funcionalidad: en cuanto a adaptaciones dependiendo del tipo de usuario, a los contenidos o al almacenar grandes cantidades de información.
- Multidimensional: generando un ambiente activo que contribuye a la asimilación del conocimiento, favorece la creatividad y la imaginación.
- Modularización: se puede acceder a la información desde diferentes puntos del sistema.

La tipología no-secuencial de las relaciones a establecer dentro del hipertexto es una característica que lo diferencia de otros softwares, ya que la mayoría presentan una estructura de tipo secuencial, donde el usuario sigue las pautas que el autor establece en el diseño previo del software. Duarte (1996)

Todo hipertexto debe contener los datos organizados en una base de conocimientos, elementos que faciliten al usuario una interacción libre, con diferentes trayectos para que el estudiante construya su conocimiento teniendo en cuenta sus necesidades, sus habilidades para manejar el programa y las facilidades que este le ofrezca.

Existen diversas estructuras para representar a un hipertexto según Orihuela y Santos (1999), dentro de las cuales se encuentran las siguientes y se puede observar su representación gráfica en la Figura 5:

Lineal: representa una secuencia única y por tanto necesaria de nodos, entre los cuales la navegación posible consiste en acceder al nodo posterior o al anterior. Este modelo limita la interactividad del usuario, su utilidad radica en el diseño de nodos de paso obligado que garantizan el acceso del usuario a la información que se considera imprescindible.

Ramificada: Este modelo representa una trayectoria de navegación privilegiada (Entrada -A-B-C-Salida) en la que se han incluido nodos subordinados (A1, B2, C2, etc.) para permitir un mayor grado de interactividad al usuario.

Paralela: En este modelo se representan una serie de secuencias lineales (A, B, C) en las que es posible, además de la navegación lineal (A-A1-A2), también el desplazamiento entre los nodos de un mismo nivel (A1-B1-C1, A2-B2-C2, etc.).

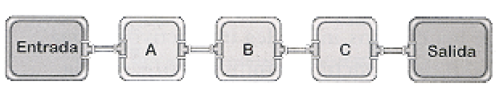
Concéntrica: Este modelo, también denominado "collar de perlas", organiza una serie de secuencias lineales (A, B, C) en torno a un nodo de Entrada, pero sin permitir la navegación entre los nodos de un mismo nivel (A1, B1, C1). En juegos este modelo sirve para estructurar de un modo coherente las escenas de cada uno de los mundos o zonas del interactivo, articuladas en torno a tareas u objetivos que se plantean al usuario como condición necesaria para acceder al siguiente nivel.

Jerárquica: También denominada estructura "en árbol" o "arborescente", constituye el clásico modelo de organización temática de la información que refleja la subordinación o dependencia de unos conocimientos respecto de otros, así como el orden que va de lo general a lo particular. Es típico de las aplicaciones educativas, y de los buscadores temáticos de la Web.

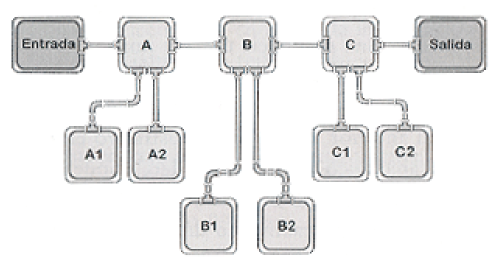
Reticular: Lo propio de las estructuras en red, malla o telaraña es la articulación de cada uno de los nodos, con todos los restantes, permitiendo así el máximo grado de flexibilidad en la navegación.

En diseño de comunicación interactiva consiste en ofrecer al usuario las suficientes opciones como para que exista navegación y, al mismo tiempo, limitar los trayectos posibles para que la navegación sea eficaz.

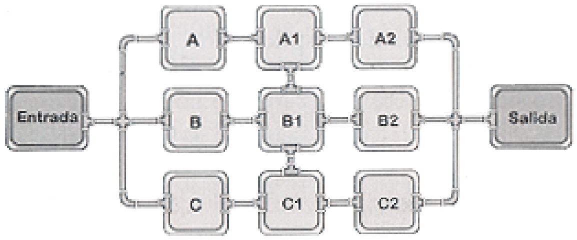
Mixta: esta estructura combina dos o más modelos de los arriba explicados, permiten aprovechar las ventajas funcionales de cada modelo y corregir sus deficiencias o limitaciones.



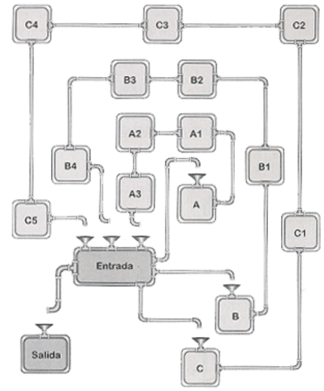
Estructura lineal



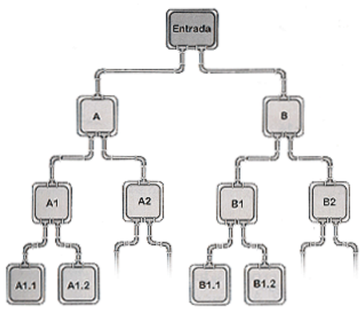
Estructura Ramificada



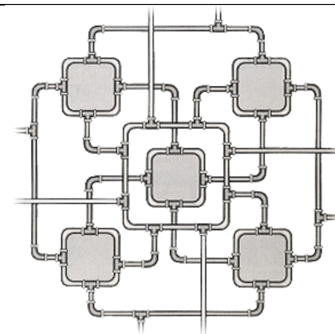
Estructura Paralela



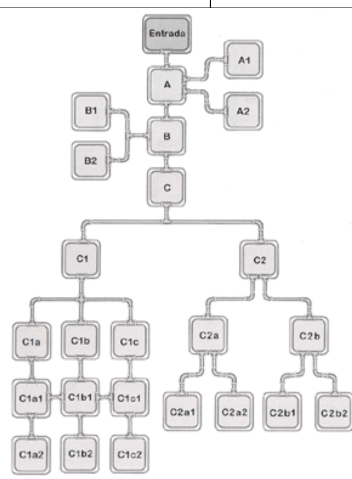
Estructura Concéntrica



Estructura Jerárquica



Estructura Reticular



Estructura Mixta

Figura 5. *Representación gráfica de los estilos de la estructura del hipertexto. Adaptado de Orihuela y Santos (1999)*

5. Objetivo

5.1 Objetivo general

Establecer la incidencia de dos ambientes de aprendizaje, uno que incorpora la estrategia práctica – ejercitación frente a otro que incorpora la estrategia de hipertexto, en la resolución de problemas sobre producto de fracciones para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

5.2 Objetivos Específicos

- Indicar la incidencia en los procesos de resolución de problemas al comprender el problema, configurar un plan, ejecutar un plan y examinar una solución en los grupos ejercitación y práctica, hipertexto y control para problemas tipo fracción como operador.
- Describir la incidencia en los diferentes niveles de complejidad para los grupos ejercitación y práctica e hipertexto para problemas tipo fracción como operador.
- Determinar cuál de las dos estrategias planteadas es la más adecuada para contribuir con el aprendizaje de los estudiantes.

6. Metodología

Esta investigación realizará un estudio cuantitativo donde la unidad de análisis central es la incidencia del aprendizaje acerca de problemas matemáticos en producto de números racionales. Haciendo uso de los diferentes momentos de la resolución de problemas a través de una unidad didáctica mediada por recursos tecnológicos, cuyo objeto será la capacidad del estudiante de superar los diferentes procesos de resolución de problemas, en el contenido del currículo, y así contrastar la incidencia entre las salidas de los ambientes uno (práctica-ejercitación) y dos (hipertexto).

Se realizará un análisis descriptivo para especificar las características del estudiante al observar su desempeño en las diferentes etapas de resolución de problemas matemáticos que involucren operaciones de producto con números racionales.

La población de estudio será de estudiantes de séptimo grado (701, 702 y 703) que han abordado los contenidos correspondientes a producto de números racionales y que serán expuestos a problemas matemáticos que involucren estos contenidos.

6.1 Diseño de la Investigación

Para dar respuesta a este problema se implementará una investigación cuantitativa de tipo cuasi experimental, la cual, por tratarse de grupos naturales no emplea selección aleatoria de las muestras (Cook, 1983, citado por Balluerka y Vergara (2002)). La población está conformada por 97 estudiantes de grado séptimo, distribuidos en tres cursos, es decir, corresponde a una muestra por conglomerados (Anderson, Sweeney, & Williams (2008).

En cuanto al diseño de la investigación, esta corresponde al modelo de seriación de etapas que se observa en la siguiente Tabla

Tabla 7
Diseño de la Investigación, seriación de etapas

		MOMENTO		
		M1	M2	M3
Evaluación de errores (Gros, 1997)	Basado en práctica-ejercitación	G1	G1	G1
	Hipertexto	G2	G2	G2
	Control	G3	G3	G3

Fuente: adaptado de Hernández, Fernández y Baptista (2010)

Donde:

M1. Momento 1.

M2. Momento 2.

M3. Momento 3.

G1. Grupo 1 (Cursos 703).

G2. Grupo 2 (Cursos 702).

G3. Grupo 3 (Cursos 701).

Para el experimento se presentan tres grupos, el grupo experimental uno, trabaja con la estrategia práctica y ejercitación, el grupo experimental dos trabaja con la estrategia hipertexto, que trabajan sobre preguntas diseñadas bajo los cuatro pasos de resolución de problemas de Polya, mientras que el grupo control al momento de la intervención no trabaja los problemas con preguntas diseñadas bajo los cuatro pasos de resolución de problemas de Polya, con este último grupo se trabaja de manera tradicional en el aula, es decir no se trabaja ninguna estrategia mediada por TIC.

Como variable dependiente se toma el nivel de desempeño en la competencia matemática en formulación y resolución de problemas de los estudiantes de grado séptimo y como variable independiente la estrategia de aprendizaje que usa un tipo de recurso didáctico informático práctica – ejercitación y la otra, hipertexto. El dato con el cual se realiza la comparación de la información es el puntaje obtenido en la prueba diseñada para tal fin.

Modelo de análisis estadístico

Grupo Experimental G_1 0 x 0 (Práctica ejercitación)

Grupo Experimental G_2 0 x 0 (Hipertexto)

Grupo Control G_3 0 x 0

6.2 Intervención

Para la intervención de este proyecto se diseñaron 25 problemas repartidos en grupos de cinco. En cada grupo se presentará un nivel de complejidad cada vez mayor, entendiendo la complejidad según López et. al. (2006). El concepto de complejidad se asocia a un conjunto de partes articuladas entre sí para formar un todo; es equivalente al concepto de totalidad, estructura o conjunto; a éste se atribuye habitualmente un sistema de relaciones internas que lo convierten en un todo autónomo. En esta lógica, las partes constituyentes de una entidad, están asociadas y cumplen funciones específicas a través de acciones, eventos, interacciones y conexiones, que se mantienen como un todo.

Lo que busca este manejo de complejidad por niveles en términos del proceso cognitivo es que el estudiante pueda observar más variables de manera gradual permitiéndole lograr una dimensión más completa del conocimiento que se desea impartir, según López et. al. (2006).

Una ventaja de usar la complejidad cognoscitiva es que define variables, dependiendo de las dimensiones estructurales de un sistema en particular. Una persona que pueda manejar varias dimensiones de juicio, construye un nivel cognoscitivo más estructurado y complejo que una persona que articula menos dimensiones de juicio.

En la fase de intervención se proponen cinco niveles de complejidad de problemas tipo ¨fracción como operador¨ aumentando su complejidad principalmente por una mayor cantidad de procesos mentales que debe seguir el estudiante para hallar la respuesta. Cada proceso nuevo representa una nueva parte de orden conceptual que se va articulando con el conocimiento y adquirido, que en busca desarrollar un todo o como se referencio anteriormente una lograr una dimensión más completa del conocimiento.

Nivel uno: presenta el proceso básico de fracción como operador, donde se busca hallar la fracción de un determinado número.

$$\frac{q}{b} \,.\, C = \mathrm{X}$$

Ejemplo: para una receta se necesita $\frac{1}{3}$ de una docena de Huevos, ¿cuantos huevos se necesitan para esta receta?.

Nivel dos: en este nivel de complejidad se busca hallar la fracción que hace falta para el todo incorporando una operación adicional de resta sea entre fracciones o entre el número y la fracción conocida de este numero

$$\mathrm{C} - \left(\frac{q}{b} \,.\, C\right) = \mathrm{X}$$

Ejemplo: en el colegio de Alex hay 602 alumnos de los cuales participan en natación 3/7, ¿Cuántos estudiantes no entrenan natación?

Nivel tres: la complejidad de este nivel está en hallar la fracción de una fracción. Implicando calcular el producto de dos o más fracciones.

$$(\frac{q}{b} \cdot \frac{c}{d}) \,.\, E = X$$

Ejemplo: en una ciudad hay 48000 personas de las cuales $\frac{5}{8}$ son mujeres y $\frac{1}{3}$ de ellas son menores de edad ¿Cuántas mujeres menores de edad hay en la ciudad?

Nivel cuatro: la complejidad del nivel cuatro es la de hallar el valor total, de un valor fraccional conocido o de la parte conocida, para este caso es necesario plantear una ecuación, luego despejar la incógnita y resolver el problema.

$$\frac{a}{b} \,.\, X = \mathrm{C}$$

Ejemplo: hace unos años David tenía 15 años, que representan los 3/5 de su edad actual. ¿Qué edad tiene David? A lo que un estudiante respondió: Dividí 15 entre 5 y me dio 5 luego sume 15+5 y el resultado es 20

18 representan los ¾ del todo, a cuanto equivales el todo?

Nivel cinco: La complejidad de este nivel está en hallar la fracción restante de varias fracciones o partes que han sido tomadas del todo. Para este caso se debe realizar la suma de todas las fracciones, luego hallar la fracción del valor y por ultimo restar este resultado al valor total.

$$\mathrm{E} - \left(\frac{a}{b} \,.\, E\right) + \left(\frac{c}{d} \,.\, E\right) = X$$

Ejemplo: de un depósito que contenía 600 litros de agua han sacado primero 1/6 del total y después ¾ del total. ¿Cuántos litros quedan?

Tabla 8
Nivel de complejidad

Nivel	Explicación	Representación
Uno	Representa el proceso básico de fracción como operador, donde se busca hallar la fracción de un determinado número.	$\frac{q}{b} \cdot C = X$
Dos	Busca hallar la fracción que hace falta para el todo incorporando una operación adicional de resta sea entre fracciones o entre el número y la fracción conocida de este numero	$C - (\frac{q}{b} \cdot C) = X$
Tres	Halla la fracción de una fracción. Implicando calcular el producto de dos o más fracciones	$(\frac{q}{b} \cdot \frac{c}{d}) \cdot E = X$
Cuatro	Halla el valor total de un valor fraccional conocido o de la parte conocida	$\frac{a}{b} \cdot X = C$
Cinco	Halla la fracción restante de varias fracciones o partes que han sido tomadas del todo.	$E - \left(\frac{a}{b} \cdot E\right) + \left(\frac{c}{d} \cdot E\right) = X$

Nota: niveles de complejidad de problemas tipo ¨fracción como operador¨. Autoría propia

Diseño de preguntas

Para la fase de intervención se proponen cuatro tipos de preguntas que sintetizan uno a uno los pasos propuestos por Polya en los procesos de resolución de problemas, estos fueron adaptados para responder a los problemas tipo ¨fracción como operador¨ y se pueden apreciar en el anexo A

Por lo expuesto por Alfaro (2006) y haciendo una síntesis de Polya:

> "Un método que suele resultar útil es el de la imitación: el profesor debe ser un modelo para la Resolución de Problemas. Entonces, él mismo debe hacer las preguntas cuando resuelve un problema en la clase. Ahora bien, es importante preparar con cuidado los

ejemplos, no se debe proponer ahí problemas que parezcan imposibles, sino que realmente sean adecuados y que se encuentren al nivel del estudiante".

Al observar la carencia de ofrecerle al estudiante un método para resolver este tipo de problemas, se presenta a continuación la explicación de abordaje de los contenidos y ejercicios como modelo de orientación para la solución de los mismos.

Comprender el Problema

En este proceso se propone responder a dos elementos, el primero es entender el interrogante, es decir saber que se necesita hallar o que me está preguntando el problema, por otro lado

Saber si existe la información suficiente para desarrollar el problema, todo esto lo resumimos para la elaboración de la pregunta en la identificación de datos del problema. Se parte de una pregunta general que dice; los datos del problema son, o la información para resolver es. Se plantean las opciones de solución que son básicamente.

- El interrogante o valor a hallar
- El todo o valor conocido
- La fracción a hallar

Para los otros niveles de complejidad se van incorporando algunos datos adicionales.

Configurar un Plan

En esta etapa se propone la construcción del proceso que me permite llegar a la solución, para este caso se propone la generación de una fórmula que dé solución al problema, básicamente lo que se busca es que el estudiante traduzca del sistema de representación verbal, que es como se presenta el problema, a un sistema de representación simbólica.

Ejemplo si tenemos que hallar la mitad de 20, (representación verbal) esto se traduce como $\frac{1}{2}x20$ (representación simbólica). Para lograr esto, en los refuerzos de las estrategias se hace énfasis para la comprensión del problema en representaciones verbales como "de", para referirse a la multiplicación. "Diferencia", para referirse a la sustracción, entre otros.

Ejecutar el Plan.

En esta fase se hace énfasis en las operaciones que se deben realizar para Hallar la solución del problema, ahora partiendo del hecho que se planteó bien la formula en el anterior paso el "resultado" es el indicador para saber si se ejecuta correctamente el Plan.

En los problemas de complejidad más alto se le presenta al estudiante junto con la opción correcta, operaciones que están mal realizadas a partir de errores comunes que ellos cometen y que se pueden apreciar en la investigación de Morales (2014) sobre el estudio del error en la resolución de problemas con fraccionarios. Esto se hace con el objeto de presentarle al estudiante que en la resolución de problemas como lo expresa Polya (1989), al ejecutar el plan es importante cumplir con dos cosas, realizar todas las operaciones planteadas y verificar que estén bien ejecutadas.

Evaluar la solución

Para esta fase Polya propone múltiples estrategias para la evaluación del problema, sin embargo, para esta investigación se propone emplear un método alternativo de comprensión del problema y por eso se opta por usar otras formas de representación que puedan recrear u observar la solución al problema de una forma diferente.

Por eso y teniendo en cuenta los sistemas de representación de los fraccionarios, se emplea las representaciones gráficas, para el diseño de la intervención se usan principalmente representaciones lineales y de áreas de acuerdo a la explicación de Corrales (2013).

6.3 Hipótesis de investigación

Hipótesis general

Existe homogeneidad de los grupos práctica ejercitación, Hipertexto y control frente al estudio de las diferentes fases de resolución de problemas tipo fracción como operador.

(Prueba CANOVA)

Ho= la incidencia del error en (media s de los grupos son iguales) los grupos práctica ejercitación, Hipertexto y control son iguales, en el estudio de las diferentes fases de resolución de problemas tipo fracción como operador.

Ha= Al menos uno de los grupos práctica-ejercitación, hipertexto y control. Presenta una incidencia en el error distinta*, en el estudio de las diferentes fases de resolución de problemas tipo fracción como operador*

6.4 Hipótesis según los objetivos

- Hipótesis 1: Prueba T (Intervención)

Ho= Existe diferencia significativa entre la media de los resultados en los grupos práctica ejercitación e Hipertexto, frente al estudio de las diferentes fases de resolución de problemas tipo fracción como operador durante el proceso de intervención.

Ha= No Existe diferencia significativa entre la media de los resultados en los grupos práctica ejercitación e Hipertexto, frente al estudio de las diferentes fases de resolución de problemas tipo fracción como operador durante el proceso de intervención.

Prueba T(Intervención)

- Hipótesis 2: Prueba T(Intervención)

Ho= Existe diferencia significativa entre la media de los resultados en los grupos práctica ejercitación e Hipertexto, frente al tratamiento por niveles de complejidad en la resolución de problemas tipo fracción como operador durante el proceso de intervención

Ha= No Existe diferencia significativa entre la media de los resultados en los grupos práctica ejercitación e Hipertexto, frente al tratamiento por niveles de complejidad en la resolución de problemas tipo fracción como operador durante el proceso de intervención

- Hipótesis 3: Prueba t (Muestras relacionadas entre pre y pos test)

Ho= No hay diferencia significativa entre las medias de los resultados al resolver problemas de producto con fracciones, entre el pre test y el pos test después de la intervención en cada uno de los grupos trabajados

Ha=Ho= hay diferencia significativa entre las medias de los resultados al resolver problemas de producto con fracciones, entre el pre test y el pos test después de las intervenciones en alguno de los grupos trabajados.

7. Ambiente de aprendizaje

7.1 Dominio del conocimiento

En la construcción de las dos estrategias se involucran herramientas tecnológicas y metodológicas didácticas que permiten mejorar la comprensión del estudiante en cuanto a la resolución de problemas sobre producto de fracciones.

Tabla 9
Indicadores de las estrategias

Tipo	Competencia	Contenidos Asociados
Contextual	Describe el problema entendiendo los datos útiles para la resolución de este.	Representaciones verbales y simbólicas de los fraccionarios
Analítica	Identifica a través de la interpretación del problema la alternativa (Formula) que dará solución al problema.	Representaciones simbólicas de fraccionarios y formulación de solución.
Conceptual	Comprende las operaciones a realizar y las ejecuta correctamente.	Ejecución de operaciones con fracciones, propiedades, entre otros.
Interpretativa	Interpretar bajo otras formas de representación de fraccionarios la solución al problema	Representaciones graficas de fraccionarios por áreas y lineales.

Nota: Indicadores de tipo contextual, analítico, conceptual e interpretativo.

7.2 Modelo pedagógico

En este trabajo se comparan dos estrategias y por lo tanto dos modelos pedagógicos diferentes, por un lado la estrategia práctica y ejercitación la cual está enmarcada dentro del modelo pedagógico *conductista* y el *Constructivismo* para el sistema hipertexto; para definir el modelo pedagógico de cada estrategia se tuvo en cuenta al estudio realizado por Gros (1997) .

De acuerdo a lo anterior el modelo conductista está basado en la realizar de manera repetitiva ejercicios, lo que lleva a pensar que el aprendizaje se programa adecuadamente si se realizan las prácticas y los ejercicios necesarios. Este modelo está basado en modelos lineales.

Por otro lado, el constructivismo ayuda al estudiante a aprender como él lo desee pues es el estudiante es el responsable de su propio aprendizaje.

En la tabla 4 se puede observar una comparación entre estos dos modelos pedagógicos.

7.3 Requerimientos

7.3.1 Requerimientos funcionales

En este apartado se muestra la funcionalidad general de los ambientes de aprendizaje a implementarse. Los requerimientos funcionales son declaraciones de los servicios que proveerá el sistema, de la manera en que éste reaccionará a entradas particulares.

En algunos casos, los requerimientos funcionales de los sistemas también declaran explícitamente lo que el sistema no debe hacer.

<u>Ambiente Práctica – Ejercitación</u>

Requerimientos funcionales del ambiente

Identificador	RF1
Nombre	Estar off-line
Descripción	Estar conectado y off-line
Entrada	Disponibilidad
Resultado	Accesibilidad

Identificador	RF2
Nombre	Introducción
Descripción	Presentar el ambiente
Entrada	Presentación del tema y del nivel

Resultado	Entrada al tema

Identificador	RF3
Nombre	Dar acceso a la actividad
Descripción	Posibilita ver los problemas uno a uno es decir de manera secuencial
Entrada	Presentación de los problemas por niveles
Resultado	Accesibilidad a las actividades

Identificador	RF4
Nombre	Capturar información del estudiante
Descripción	Posibilita al estudiante en tiempo real responder a las diferentes preguntas enmarcadas en una estructura de resolución de problemas de manera individual, en una actividad grupal.
Entrada	Respuesta de selección múltiple
Resultado	Información en base de datos

Requerimientos funcionales del Docente

Identificador	RF1
Nombre	Activar el modulo
Descripción	Iniciar el modulo con Tournig Point
Entrada	Iniciar sesión
Resultado	Sesión Nueva

Identificador	RF2
Nombre	Introducir participante
Descripción	Ingresar lista de participantes con código de dispositivos para contestar
Entrada	Hoja de Excel con nombres de participantes o elaboración de nueva lista
Resultado	Lista de participantes de sesión

Identificador	RF3
Nombre	Dar inicio a la actividad
Descripción	Ejecutar la sesión

Entrada	Iniciar sesión
Resultado	Entrar a la actividad

Identificador	RF4
Nombre	Control
Descripción	Dirige la actividad y el paso secuencial entre preguntas
Entrada	Acceso a preguntas y control del grupo
Resultado	Secuencialidad y ritmo de la actividad

Identificador	RF5
Nombre	Guardar sesión
Descripción	Posibilita al docente guardar los datos de la sesión.
Entrada	Guardar sesión
Resultado	Información en base de datos

Requerimientos funcionales del Estudiante

Identificador	RF1
Nombre	Conocimientos previos
Descripción	Explicación de los equipos de respuesta.
Entrada	Recepción de los equipos
Resultado	Pregunta de prueba

Identificador	RF2
Nombre	Resolución de ejercicios
Descripción	Lee la pregunta y contesta según su criterio
Entrada	Pregunta y soluciones
Resultado	Contestar y observar estadístico de respuesta

Identificador	RF3
Nombre	Verificación
Descripción	Se verifica la respuesta y se da una explicación de la solución
Entrada	Input de verificación

Resultado	Cuadro de dialogo con la solución y explicación

Identificador	RF4
Nombre	Resultados
Descripción	El estudiante podrá ver el tiempo real los resultados de su participación
Entrada	Acceso a tabla de resultados
Resultado	Tabla de resultados

Ambiente Hipertexto

Identificador	RF1
Nombre	Estar off-line
Descripción	Estar conectado y off-line
Entrada	Disponibilidad
Resultado	Accesibilidad

Identificador	RF2
Nombre	Registro
Descripción	Tomar datos del estudiante
Entrada	Datos generales del estudiante
Resultado	Archivo de registro

Identificador	RF3
Nombre	Dar acceso a la aplicación
Descripción	Introduce a las temáticas y presentación de contenidos
Entrada	Introducción de la aplicación
Resultado	Conocimiento de la aplicación y sus contenidos

Identificador	RF4
Nombre	Dar acceso a las actividades
Descripción	Permite acceder a un menú multidireccional con acceso a contenidos y ejercicios

Entrada	Elección de temáticas y/o actividad por niveles.
Resultado	Acceso a la actividad

Identificador	RF5
Nombre	Capturar información del estudiante
Descripción	Posibilita al estudiante en tiempo real responder a las diferentes preguntas enmarcadas en una estructura de resolución de problemas de manera individual.
Entrada	Respuesta de selección múltiple
Resultado	Información en base de datos

Requerimientos funcionales del Docente

Identificador	RF1
Nombre	Introducción a la temática
Descripción	Exponer el tema a trabajar y presentación del multimedio
Entrada	Actividades relacionadas con el tema
Resultado	Valoración de la actividad

Identificador	RF2
Nombre	Supervisión
Descripción	Controlar la actividad y la participación del estudiante
Entrada	Observación y apoyo
Resultado	Realización de la actividad

Identificador	RF3
Nombre	Recepción
Descripción	Revisa avance y resultados por estudiante
Entrada	Iniciar sesión de maestro
Resultado	Observar resultados estudiante

Requerimientos funcionales del Estudiante

Identificador	RF1
Nombre	Conocimientos previos
Descripción	Manejo de los conceptos previos para el inicio de la actividad.
Entrada	Instrucción general
Resultado	Información de la sesión

Identificador	RF2
Nombre	Ingresar aplicación
Descripción	Permite ingresar a la aplicación
Entrada	Logo aplicación
Resultado	Ingreso a la aplicación

Identificador	RF3
Nombre	registro
Descripción	Se realiza registro de estudiante
Entrada	Cuadro de ingreso de datos
Resultado	Sesión personalizada

Identificador	RF4
Nombre	Desarrollo de la aplicación
Descripción	Navegabilidad multidireccional de los contenidos y los ejercicios de la aplicación
Entrada	Objetos multimedios
Resultado	Navegación y realización de las actividades

Identificador	RF5
Nombre	Fin de sesión
Descripción	Después de agotar contenidos y los ejercicios de la aplicación, el estudiante observa su desempeño
Entrada	Generar tabla de desempeño
Resultado	Tabla de desempeño

7.4 Componentes del ambiente

Descripción de la interfaz y componentes que integran el ambiente de aprendizaje.

7.4.1 Clases

Esta nace del entorno donde se presenta le problema, de las cuales se identificará una serie elementos que forman parte de la aplicación de las estrategias de aprendizaje.

Tabla 10
Clases elementos de las estrategias

Nombre	Descripción
Estudiante	Estudiantes de 11 a 15 años de grado 7mo
Docente	Docente de Matemáticas
Curso	Se diseña dos ambientes de trabajo en aula apoyando el proceso por parte del Docente
Recursos	Programa Tournig Point con sus dispositivos y actividad ejercitación y práctica diseñada previamente en este. Diseño de Ambiente Hipertextual en Unity
Evaluación	Permite evaluar el resultado obtenido al trabajar problemas de fracción como operador bajo el método de resolución de problemas planteado por Polya.

Nota: Elementos que forman parte de las estrategias

7.4.2 Pseudo-requerimientos

En los Pseudo requerimientos se utiliza el sistema Turning Point, bases de datos, Microsoft Excel y Unity.

Para la estrategia *práctica y ejercitación* se usó la herramienta Turning Point: Es una de las estrategias usadas para esta tesis, tiene varias funcionalidades y un alto potencial didáctico en clase, para el uso de esta herramienta se debe diseñar la actividad teniendo en cuanta la intencionalidad final que se busca; ejecución de la presentación interactiva, en donde los estudiantes interactúan con la herramienta y permite generar informes para analizar posteriormente.

El funcionamiento de Turning Point se centra en que los estudiantes interactúan con la herramienta mediante dispositivos de respuesta (ResponseCard) que se comunican a través de un receptor, el cual es el que recibe la señal con la respuesta dada por el estudiante.

Figura 6. *ResponseCard. Dispositivo de respuesta de Turning Point*

Las preguntas se muestran en la pantalla, se da un tiempo para que el estudiante responda y luego los resultados se muestran pregunta por pregunta con base a las respuestas más botadas.

Los datos enviados quedan guardados en una base de datos que luego se puede analizar y evaluar, esto se puede hacer de manera individual con cada estudiante o ver las respuestas generales del grupo.

Para el desarrollo de Hipertexto se usó Unity, el cual es un motor de videojuego multiplataforma creado por Unity Technologies. Unity está disponible como plataforma de desarrollo para Microsoft Windows y OS X, y permite crear juegos para Windows, Android, Windows Phone, entre otras. Gracias al plugin web de Unitiy, también se pueden desarrollar videojuegos de navegador para Windows y Mac.

Unity permite trabajar con varios lenguajes de programación, la implementación está basada en scripts los cuales pueden ser reproducidos mediante Java Script, C#, Unity contiene un editor de código integrado.

7.4.3 Programación

Para la programación de la estrategia hipertexto se utilizó la programación orientada a objetos a través de la plataforma Unity, el cual permite programar en C++.

7.5 Arquitectura

Los aspectos más importantes para el modelamiento de los ambientes desarrollados que tienen que ver con el aspecto operativo y las estrategias de evaluación se explican en los siguientes ítems.

7.5.1 Especificación de los ambientes

7.5.1.1 Ambiente práctica-ejercitación

Presentación e introducción: en esta sección se presenta el tema “Fracción como operador”

Figura 7. *Ambiente ejercitación y práctica*

El ambiente es guiado por “Numde” Figura 8, personaje que acompañara al estudiante en el recorrido.

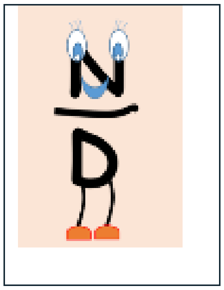


Figura 8. *Personaje del ambiente: Numde*

Contenido y retroalimentación: en este frame se presenta el problema que el estudiante debe resolver. Tambien da informacion del nivel de difucultad.

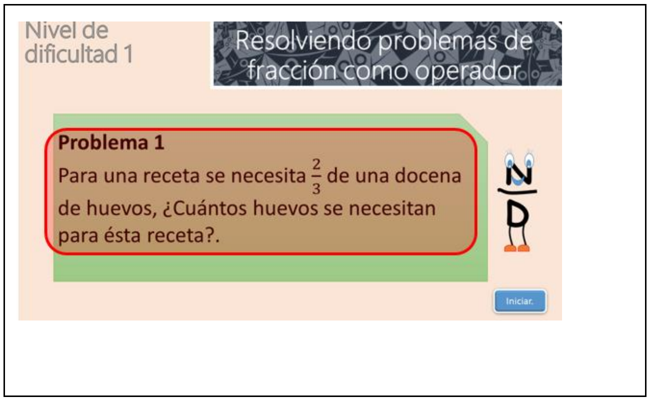


Figura 9. *Enunciado del problema*

Diagramación: se presenta los siguientes ítems que corresponden a información para solucionar el problema.

1. Nivel de dificultad y numero de problema que se está resolviendo
2. Enunciado del problema que ya había sido presentado previamente
3. Pregunta sobre el problema. En toda la intervención existen básicamente 4 tipos de preguntas por problema de acuerdo a la metodología propuesta por Polya (1989)
4. Alternativas o soluciones al problema.

Existen cuatro tipos de preguntas para cada problema según el método de Polya: entender en problema, Crear un Plan, Ejecutar el plan y revisar o evaluar el plan.

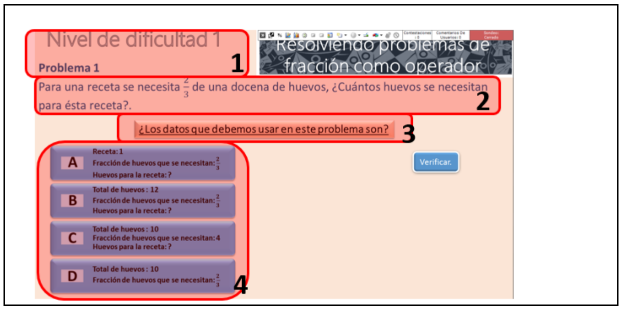


***Figura 10**. Preguntas y opciones de respuestas*

Existen cuatro tipos de preguntas para cada problema según el método de Polya, que buscan instruir al estudiante en el manejo de estas fases. Entender en problema, Crear un Plan, Ejecutar el plan y revisar o evaluar el plan.

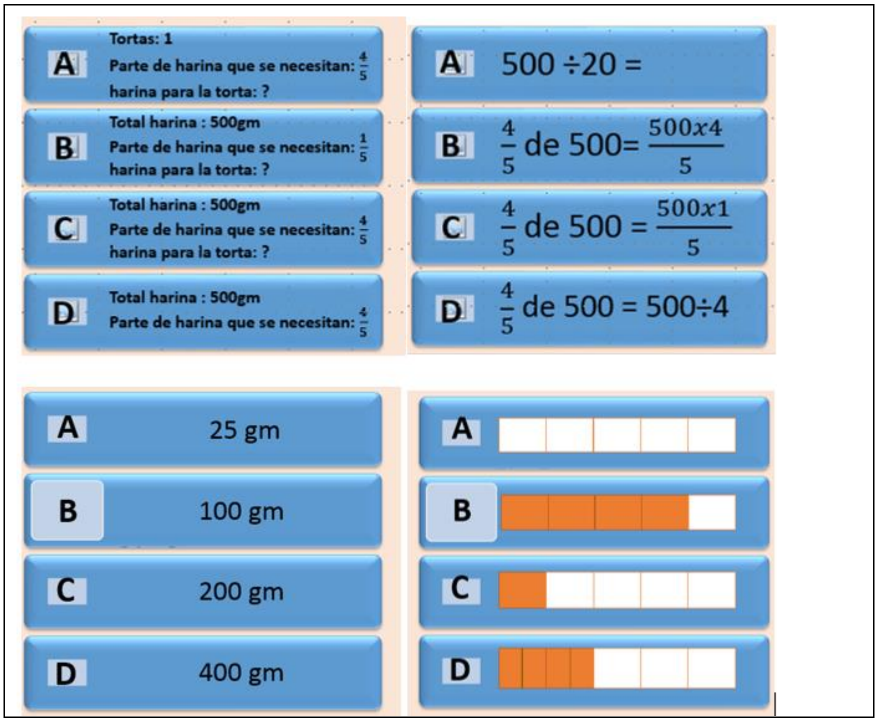


***Figura 11.** Opciones de respuesta según el modelo de Polya (1989)*

Se plantean bajo una estructura de selección múltiple con única respuesta. Como se puede apreciar en la Figura 10 la primera pregunta de cada problema busca responder a la fase de resolución de resolución de problemas

Entender el problema (1): en esta pregunta se busca verificar si el estudiante identifica los datos relevantes para resolver el problema y a donde se quiere llegar con este, es decir identifica cual es la meta a alcanzar que solicita este,

Concebir el Plan (2): Con esta pregunta se busca verificar si el estudiante logra interpretar el enunciado en un adecuado proceso o fórmula que permita dar respuesta al interrogante, básicamente se proponen 4 posibles planes que permitan dar llevar a la solución del problema

Ejecutar el Plan (3): en este paso se busca implementar la estrategia planteada, en términos prácticos será realizar las operaciones que fueron planteadas y poder encontrar la solución al problema. Acá se debe llegar al resultado correcto del problema.

Verificar la solución (4): según Polya (1989) en esta fase se debe buscar una estrategia diferente o alterna que permita verificar la solución del problema, para esto se tomó el modelo de Corrales (2013) se toman en cuenta las representaciones graficas de contexto continuo Modelo de Áreas y Modelos Lineales.

Refuerzos de la actividad Práctica ejercitación

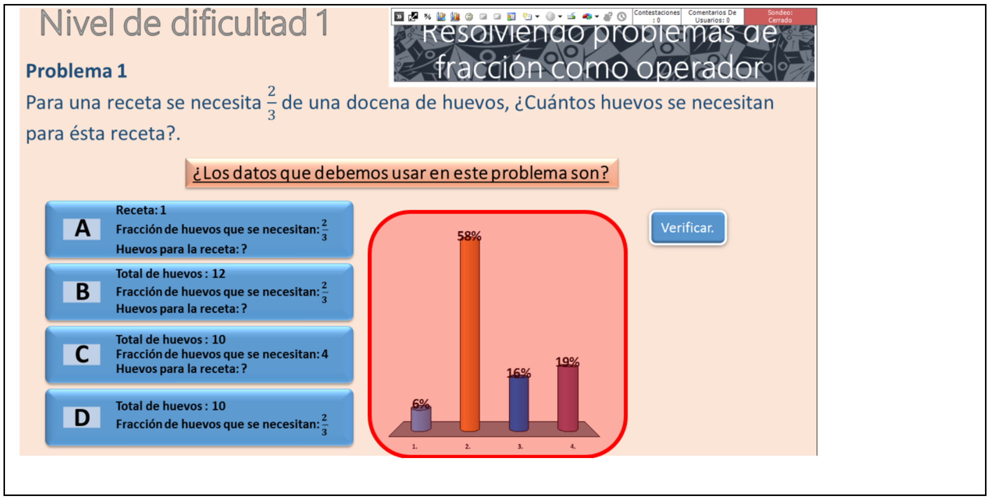


Figura 12. *Gráfico de respuesta, el cual es generado automáticamente por Turning Point*

En esta imagen se destaca un gráfico de porcentaje de respuesta que genera la aplicación Tournig Point, este programa muestra en tiempo real los resultados obtenidos por los estudiantes, y así estos resultados no siempre muestra la tendencia de la respuesta correcta se convierte en un refuerzo para el estudiante como lo sugiere Trilla et. al (2007) y por lo que se percibe de carácter emocional ya que genera en el estudiante expresiones de competitividad.

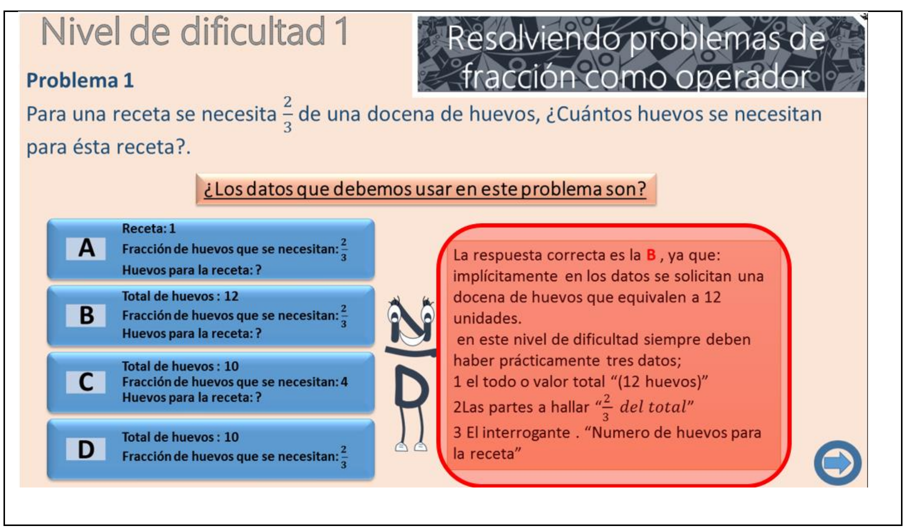


Figura 13. *Refuerzo para el estudiante*

Según lo planteado por Trilla et al. (2007) en la Figura 12 podemos ver un refuerzo que corresponde al conocimiento de resultados.

Como se puede apreciar este tipo de refuerzo desarrolla la solución correcta al problema planteado, permitiéndole al estudiante tener un adiestramiento que le permita retroalimentarse para futuros problemas.

Barra de estado

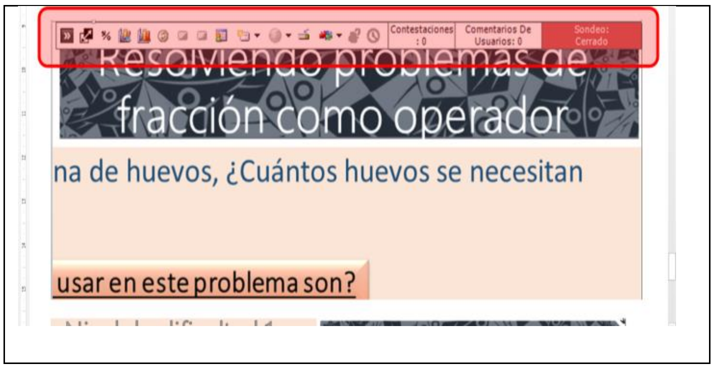


Figura 14*. Barra de estado del programa Turning Point*

En la Figura 14 podemos apreciar la barra de estado que el programa Tournig Point nos muestra en tiempo real. Aquí se puede observar entre otras cosas; el tiempo de la prueba, el número de estudiantes que han contestado la pregunta y si el sondeo está abierto o cerrado, lo que indica que ya no podrá participar ningún estudiante más.

También posee otras herramientas adicionales que puede ejecutar el docente como cuáles son los participantes que lleva el mejor desempeño, entre otros.

7.5.1.2 Ambiente Hipertexto

Inicio: En este recuadro se permite el ingreso como estudiante o como profesor, si se inicia como estudiante se debe hacer un registro y si se inicia como docente se debe ingresar una clave que ya ha sido establecida previamente

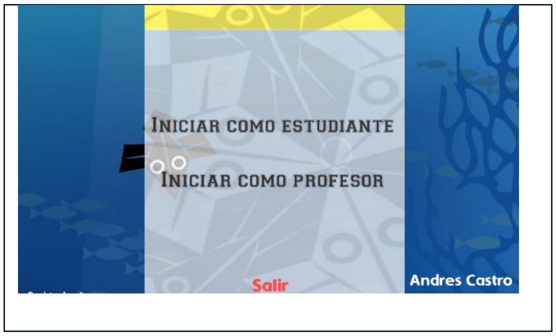


Figura 15. Inicio del ambiente hipertexto

Inicio como estudiante: genera el registro del estudiante a través de ingreso del nombre y apellido del estudiante.

Al ingresar el estudiante debe digitar su nombre completo, edad y grupo al que pertenece.

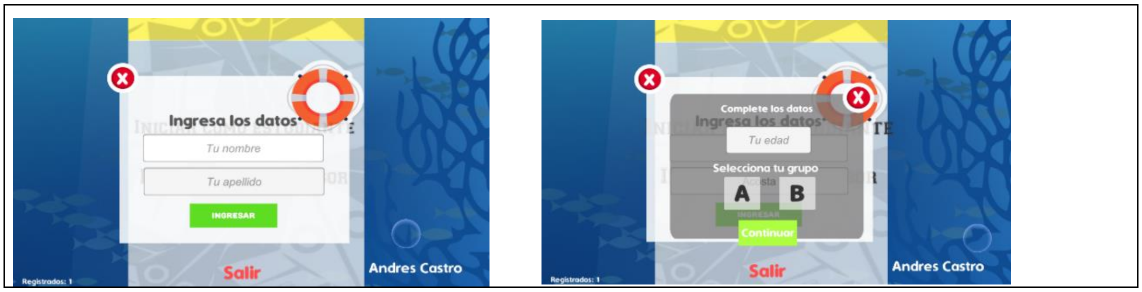


Figura 16. Registro de usuario (estudiante)

Si el estudiante cierra la sesión puede ingresar a está, anotando el nombre y apellido como lo realizo la primera vez, el sistema le dará la opción de saltarse la introducción inicial y encontrará las actividades ya realizadas cerradas para no volverlas a repetir.

Para el ingreso del profesor se solicita una contraseña, iniciada la sesión por primera vez el docente puede cambiar la contraseña, ver los registros de los estudiantes, y publicarlos en formato .txt

Figura 17. *Registro de usuario (docente)*

Introducción: aquí se presenta una breve descripción del ambiente

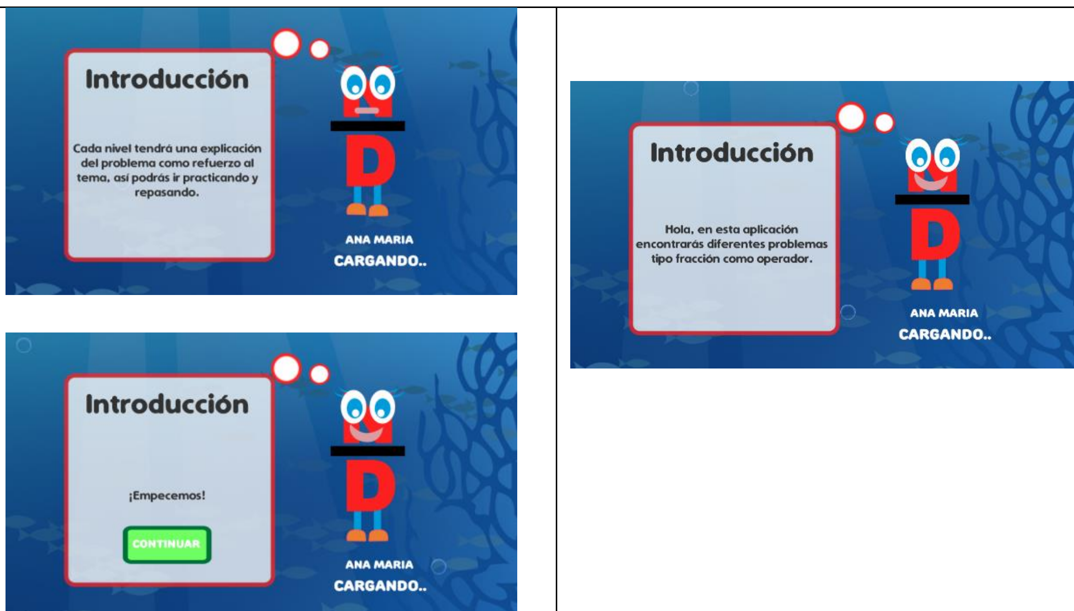


Figura 18. *Introducción*

Menú: el estudiante puede ingresar a cualquier nodo del menú incluyendo los temas y los problemas planteados en cada uno de los distintos niveles.

.

Figura 19. *Menú, acceso a los contenidos y actividades*

En el nodo central Figura 18 se presenta la explicación de fracción como operador y sobre los procesos de resolución de problemas necesarios para entender y dar solución a estos.

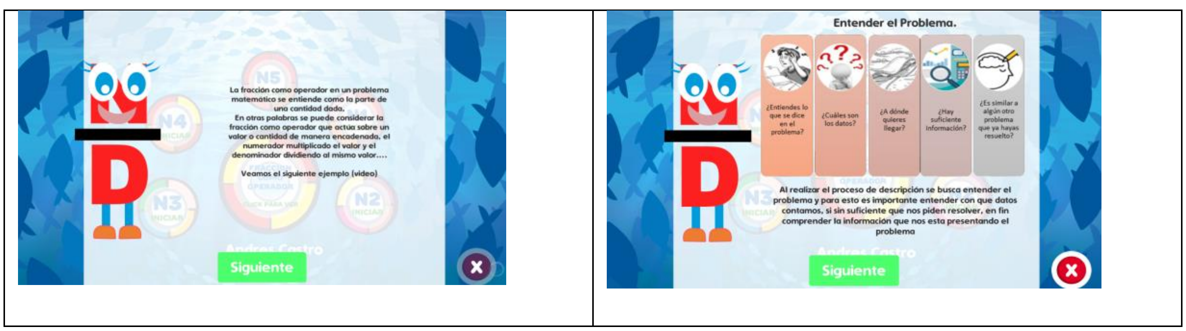


***Figura 20**. Contenido de los nodos*

En los nodos periféricos se encuentran los contenidos referidos para resolver cada tipo de problema de acuerdo a su nivel de complejidad. Se hace una explicación general donde se ve cómo abordar el problema y se ejemplifica su solución, también presenta contenidos complementarios propios del nivel que son necesarios para resolver el problema.

Figura 21. *Introducción a cada nivel*

Componente practico resolución de los problemas: se presenta la pregunta al problema, y las posibles soluciones a la respuesta, al igual que la actividad práctica ejercitación, por cada problema existen 4 preguntas ligadas al proceso de resolución de problemas de Polya

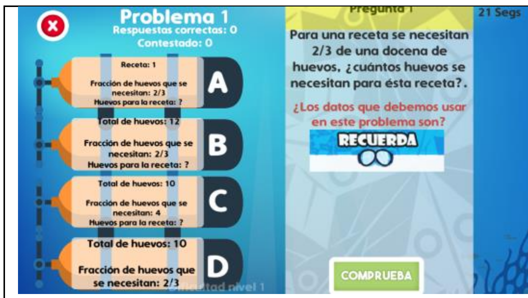


Figura 22. *Preguntas y opciones de respuesta*

Refuerzos adicionales a los contenidos existen dos refuerzos de tipo cognitivo, el primero se nombró como “recuerda” donde aparece un ítem de ayuda que el usuario puede visualizar antes de contestar, el segundo “Comprueba” se da cuando el estudiante ha marcado la solución y presenta la respuesta correcta a la pregunta anteriormente planteada.

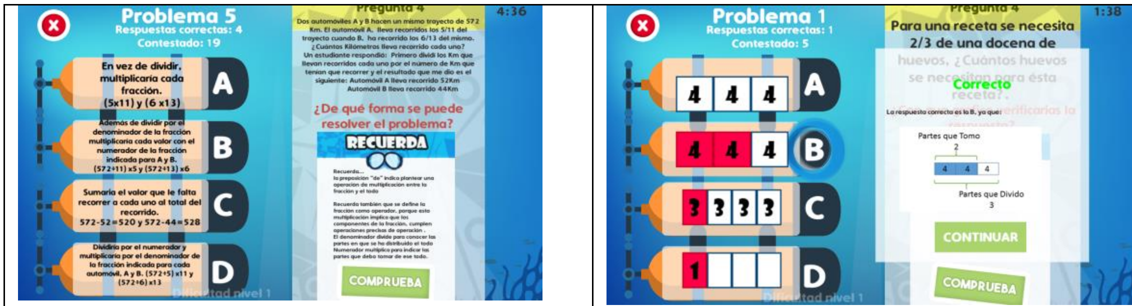


Figura 23. *Enunciado del problema y ayudas (Recuerda y comprueba)*

7.5.2 Presentación de los componentes de los ambientes

7.5.3 Roles de los participantes

Rol del docente: el papel del docente es apoyar el proceso que debe seguir el estudiante y prestar ayuda siempre que este lo necesite, ya sea que necesite apoyo en el manejo de la herramienta o en alguna explicación adicional de los conceptos que se manejan en las dos herramientas.

Rol del estudiante: para favorecer su aprendizaje el estudiante tiene los siguientes compromisos:

- Revisar los contenidos explicativos
- Desarrollar los ejercicios propuestos ya sea en la estrategia ejercitación y práctica o en el hipertexto.
- Realizar las pruebas de entrada y salida.

7.5.4 Estrategias de evaluación y seguimiento

7.5.4.1 Estrategias de aprendizaje

Las dos estrategias hipertexto y ejercitación y práctica se enmarcaron dentro de la clase de matemáticas como una estrategia para el aprendizaje de resolución de problemas tipo fracción como producto con números racionales. Se realizaron actividades diferentes como:

La estrategia ejercitación y práctica parte de los siguientes principios como lo sugiere Trilla (2007) descomposición de las informaciones en unidades, diseño de actividades que requieran una respuesta del usuario y planificación del refuerzo.

Como explica Trilla (2007) el objetivo de este tipo de aplicaciones o programas es entrenarse en una tarea a través de ejercicio (ejercitación y práctica). Donde la planificación del diseño de este tipo de programas suele realizarse a partir del análisis de las tareas que deben llevarse a cabo para el dominio de la actividad.

Para esto se organizaron actividades donde el estudiante se ejercita resolviendo problemas tipo fracción como operador a través de cuatro preguntas que responden al proceso planteado por Polya

Este cuenta con un pequeño contenido introductorio a través de: videos en YouTube se pueden encontrar diferentes tipos de videos que pueden ayudar para realizar explicaciones al estudiante.

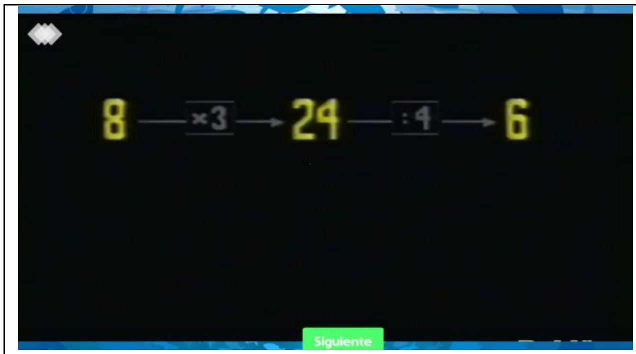


Figura 24. *Uso de videos de YouTube*

Posteriormente se empieza la actividad donde el estudiante responderá a una serie de preguntas de selección múltiple con única respuesta que al ser contestada responde a un refuerzo motivacional a través de un estadístico que presenta en tiempo real los resultados de la prueba y otro refuerzo cognitivo que implica la explicación de la respuesta correcta del problema.

Como se puede ver el aprendizaje se da a través de un proceso lineal conductista planteado Gros (1997)

La estrategia hipertexto está compuesta de varios contenidos ayudas y refuerzos que se dan durante la interacción de la aplicación principalmente está compuesta de textos explicativos que presentan diferentes sistemas de representación matemáticos como el lenguaje verbal, simbólico y gráfico, necesarios para comprender y desarrollar un problema matemático.

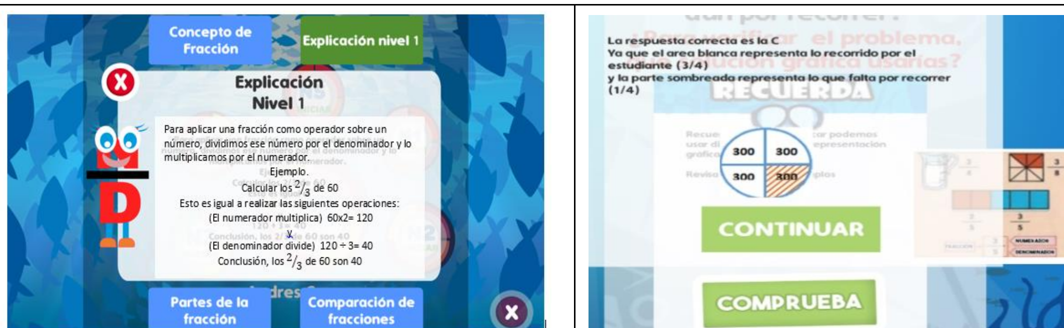


Figura 25. Explicación de niveles, ayudas y refuerzos

7.5.4.2 Estrategias de evaluación

La estrategia de evaluación se realizó en función de la resolución de problemas tipo fracción como producto de números racionales, encaminadas a la resolución de problemas teniendo en cuenta las etapas descritas por Polya (1989)

Ambas estrategias contaban con procesos de evaluación y retroalimentación de las actividades que los estudiantes desarrollaron, esto se trabajó a través de los refuerzos implementados en las actividades de solución de problemas, por un lado, la estrategia ejercitación y práctica mostraba un estadístico en tiempo real con las respuestas de los estudiantes del curso como se puede aprecia en la Figura 25.

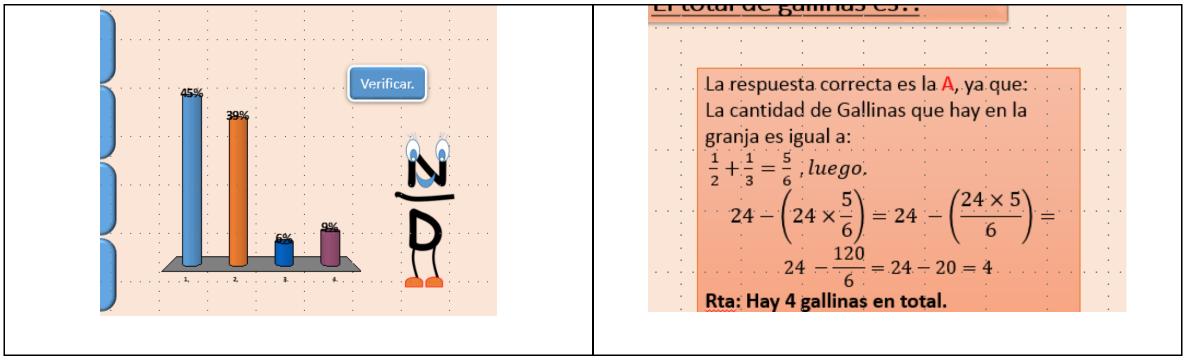


Figura 26. *Gráficas y retroalimentación que muestra el programa*

Esto generaba una retroalimentación de la tendencia de respuestas dadas por el curso, luego se verificaba este estadístico con la solución del problema permitiendo retroalimentar los aspectos cognitivos del problema. Para la actividad hipertextos la retroalimentación era similar

Estas interacciones generaron un estadístico o base de datos, en el caso del programa Tournig point que se usó para la estrategia ejercitación y práctica elabora un archivo .xlsx o archivo de Excel mientras que la aplicación Hipertexto trabajada en Unity genera una tabla de resultados *.txt que posteriormente fue pasada a Excel.

7.5.4.3 Seguimiento

Realimentación se refiere a los conceptos puntuales que permiten alcanzar el conocimiento esperado

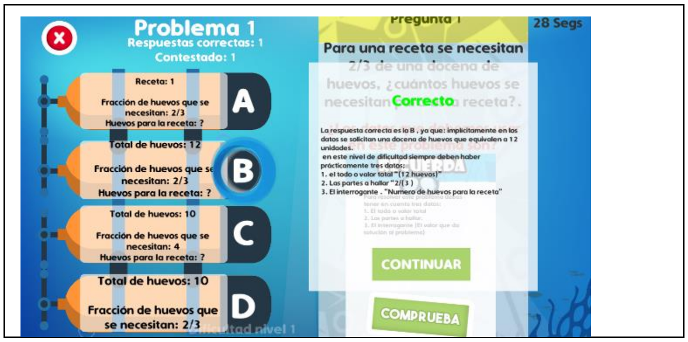


Figura 27. *Realimentación*

7.6 Modelo funcional

Los requerimientos funcionales necesarios para los ambientes de aprendizaje ejercitación práctica e hipertexto se presentan mediante el diagrama de casos de uso de UML.

7.6.1.1 Estudiantes

Modelo funcional para Ejercitación y práctica

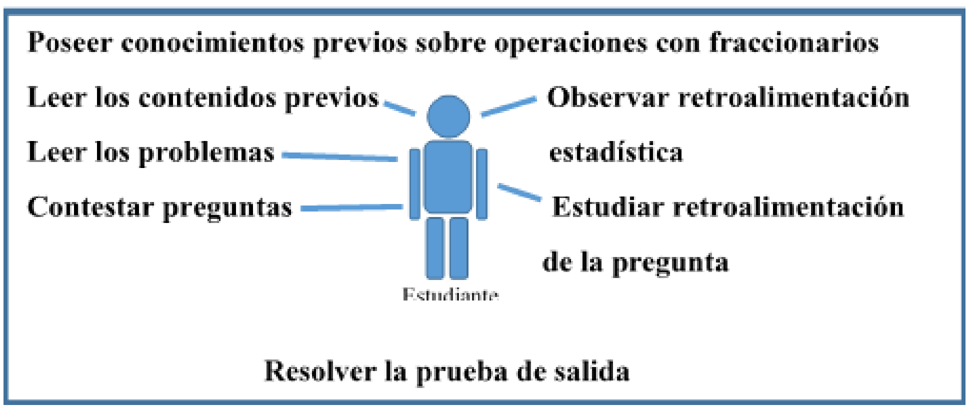


Figura 28. *Modelo funcional de la estrategia ejercitación y práctica*

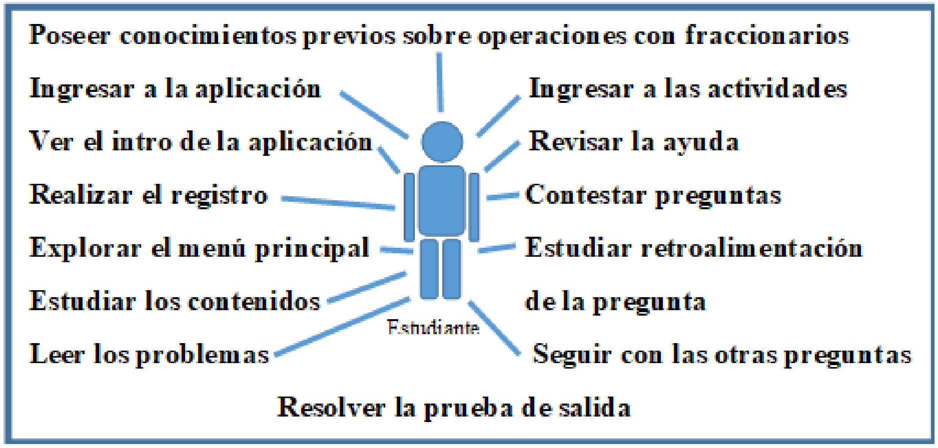


Figura 29. *Modelo funcional de la estrategia hipertexto*

7.6.1.2 Docentes

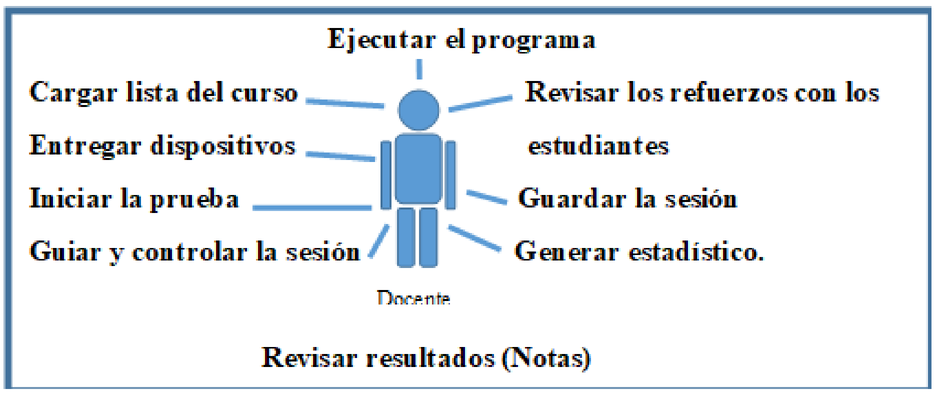


Figura 30. *Modelo funcional de la estrategia ejercitación y práctica para docentes*

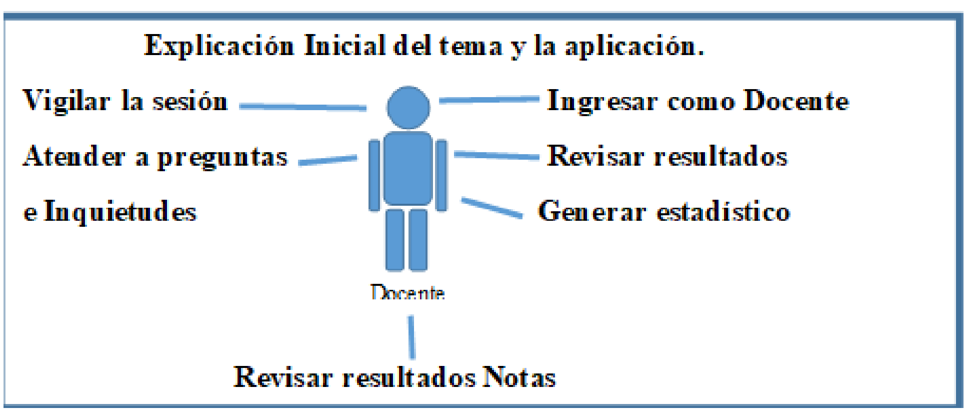


Figura 31. *Modelo funcional de la estrategia Hipertexto para docentes*

7.7 Esquema de interacción y navegación

Mapa de navegación: representación del ambiente, se puede observar que el tipo de navegación es lineal, ya que combina diferentes sistemas de navegación.

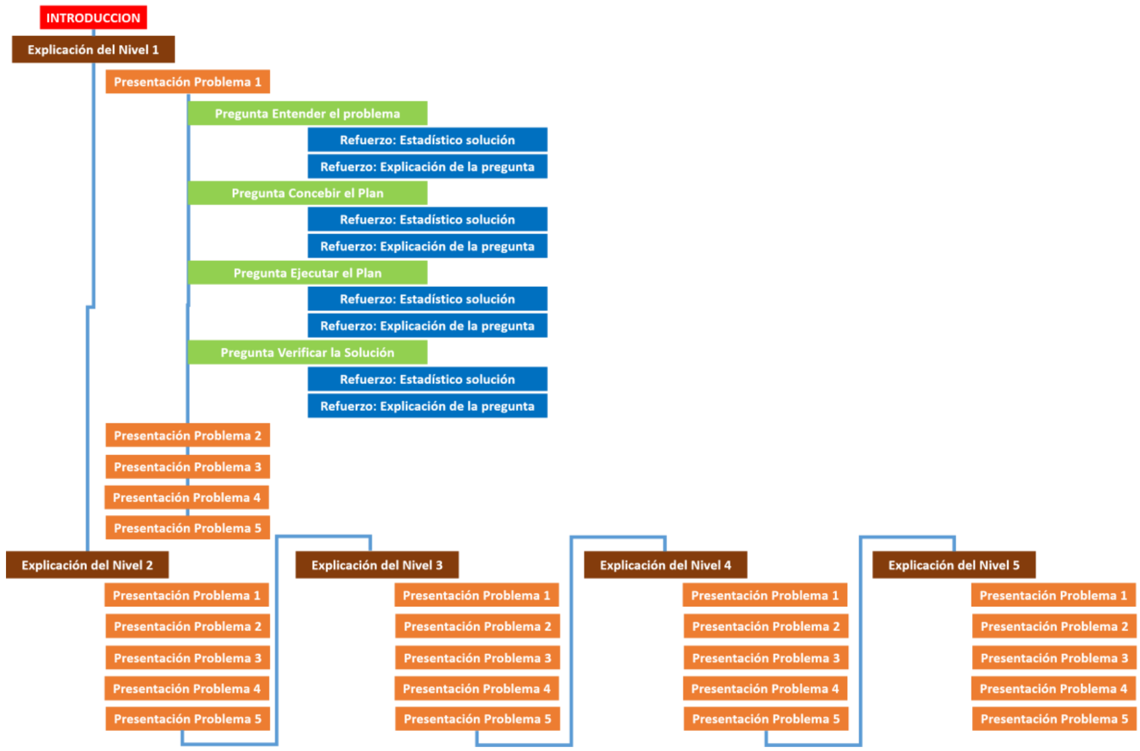


Figura 32. *Mapa de navegación de la estrategia ejercitación y práctica*

Mapa de navegación: representación del ambiente, se puede observar que el tipo de navegación es mixta, ya que combina diferentes sistemas de navegación.

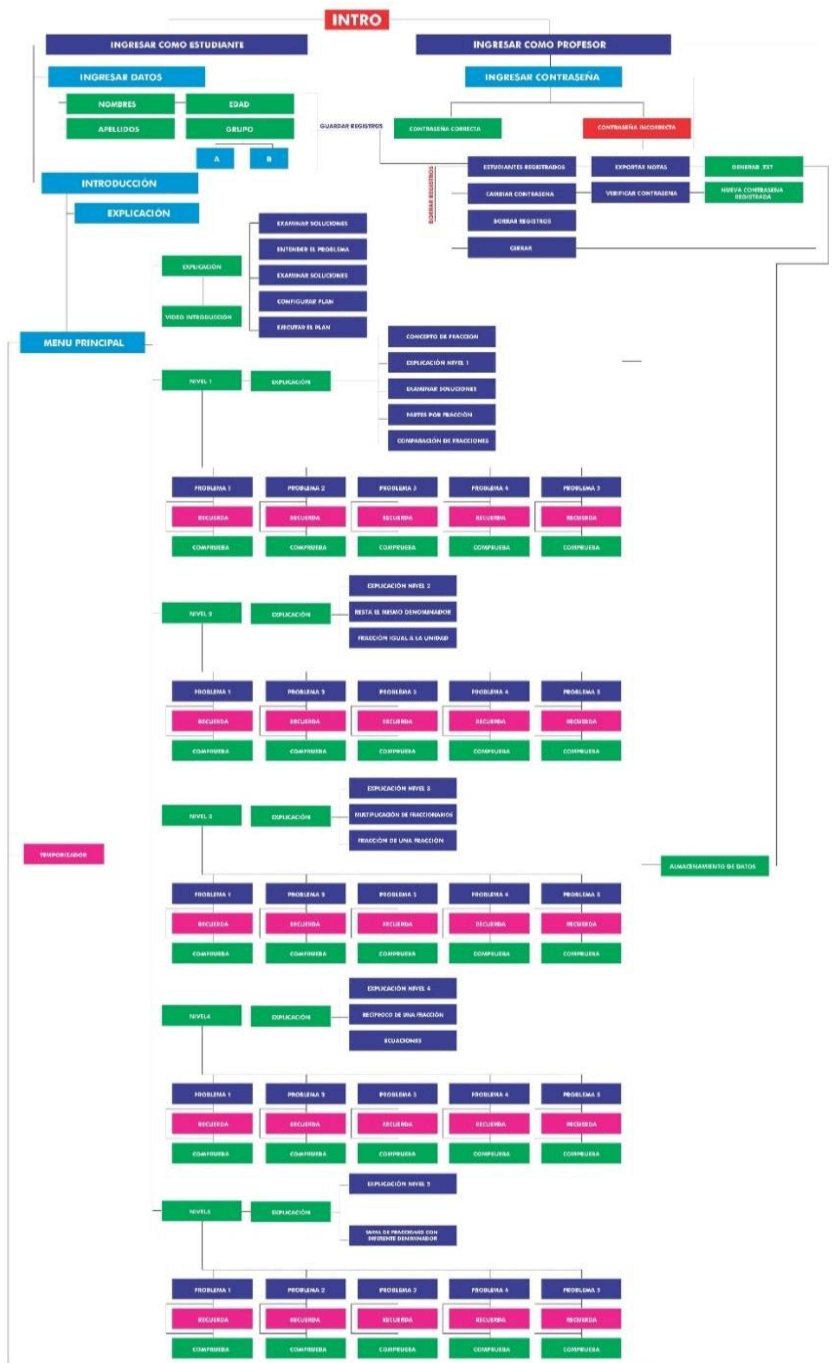


Figura 33. *Mapa de navegación de la estrategia hipertexto*

7.8 Construcción

A continuación, se presenta el ambiente de aprendizaje desarrollado empleando las imágenes y descripciones que ilustran sus diferentes componentes:

7.8.1 Presentación del ambiente

Para la estrategia ejercitación y práctica se empleó el programa Turnig Point programado en C^{++}que permite el desarrollo de pruebas y consultas de preguntas de selección múltiple que permite en tiempo real ver los resultados de los participantes. A través de sus dispositivos de respuesta.

Para la estrategia hipertexto se desarrolló la aplicación con el programa Unity donde la programación se trabajó con Java script.

7.8.1.1 Ingreso al ambiente

Para el caso de la estrategia ejercitación y práctica, el programa se ejecuta desde el computador (solo uno) donde está instalado el programa.

Para la estrategia hipertexto se instala la aplicación en cada computador de la sala y luego se ejecuta a través del logo de la aplicación ubicada en el escritorio. Esta aplicación puede ser instalada en diferentes tipos de sistema operativo.

7.8.1.2 Pasos del ambiente

A continuación, se presentan los diferentes pasos que componen el ambiente y la manera de interactuar en el curso.

Ambiente Ejercitación y Práctica

- Se presenta el ambiente
- Numde personaje del curso da la bienvenida

- Se presenta el tema general "Fracción como Operador"
- Se presenta el tema por el nivel de complejidad
- Se presenta el problema del primer nivel
- Secuencialmente se presentan las preguntas al problema
    - Comprender el problema
    - Plantear una solución
    - Resolver la Solución
    - Verificar el problema.
- Se responden las preguntas
- Se comparan los resultados del estadístico
- Se presentan y estudian los refuerzos por problema
- Se presenta la prueba de salida

Ambiente Hipertexto

- Se presenta el ambiente
- Se realiza el registro del estudiante
- Numde personaje del curso da la bienvenida
- Se ingresa al menú principal
- Se presenta los recursos para poder desarrollar los problemas, el estudiante tiene plena libertad de abordar los contenidos en el orden que desee.
- Puede ingresar a resolver los problemas o continuar estudiando los contenidos
- Ingresa a resolver los problemas

  - Puede responden las preguntas
  - Revisar el refuerzo
  - Salir nuevamente a los contenidos para afianzar la respuesta que desea dar.
- Revisa el recurso de refuerzo de solución al problema
- Se continua con los demás niveles, problemas y preguntas hasta acabar con los contenidos
- Se presenta la prueba de salida

8. Análisis e interpretación de resultados

La primera parte del análisis se centra en la etapa de intervención realizada a los estudiantes de las dos estrategias aplicadas ejercitación y práctica e hipertexto, estas se comparan por medio de la prueba T para muestra independientes.

Posteriormente se evalúan los resultados finales en donde se emplea una prueba de covarianza entre las dos estrategias antes mencionadas, el grupo control trabajó los problemas con el nivel de complejidad explicado en la Tabla 8, con este grupo no se tuvieron en cuenta las etapas de resolución de problemas planteadas por Polya (1989). Los datos se analizan con la prueba de salida o pos-test de manera longitudinal para ser corregida por el pre-test ya que los grupos son naturales y no muestras aleatorias lo que propicio que los grupos no presentaran homogeneidad.

La información fue analizada estadísticamente con SPSS, software de análisis predictivo que proporciona informes y análisis estadísticos.

Etapa de Intervención

En esta etapa se comparan los resultados obtenidos después de resolver 100 preguntas distribuidas en 25 problemas, 5 por cada nivel de complejidad, donde el estudiante responde por problema cuatro preguntas, cada pregunta fue construida a partir de las cuatro fases de resolución de problemas planteadas por Polya (1989), lo cual puede observarse en el ítem 6.2 intervención.

Primero se comparan a través de la prueba T de muestras independientes los resultados de las dos estrategias en la intervención, posteriormente se comparan ambas estrategias buscando observar los resultados obtenidos por nivel de complejidad y por las cuatro fases de resolución de problemas.

Al examinar la tabla de Prueba de muestras independientes Tabla *11* el total en los resultados de la intervención vemos que la significancia al comparar las dos estrategias es de 0,006 es decir menor a 0,05. Por tanto, nos indica que existe diferencia significativa entre el desempeño que mostraron los estudiantes de los dos grupos en el momento de la intervención.

Tabla 11
Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia: Inferior	95% de intervalo de confianza de la diferencia: Superior
Intervención	Se asumen varianzas iguales	7,746	,007	-3,021	62	,004	-8,306	2,749	-13,801	-2,810
	No se asumen varianzas iguales			-2,892	38,416	,006	-8,306	2,872	-14,117	-2,495

Nota: prueba T muestras independientes de la intervención entre las dos estrategias

Si se analizan las medias del estadístico de grupo, Tabla *12* se nota que el mejor desempeño se da con la estrategia hipertexto, con una media de 62,10 frente a una media de 53,79 de la estrategia ejercitación y práctica. Por tanto, al momento de la intervención la estrategia hipertexto permite un mejor desempeño que la estrategia práctica y ejercitación.

Tabla 12
Estadísticas de grupo

	Estrategia Intervención	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Intervención	Práctica Ejercitación	34	53,79	6,295	1,080
	Hipertexto	30	62,10	14,575	2,661

Nota: comparación de medias de las dos estrategias en la intervención

Posteriormente en la Tabla *13* se analizan los resultados por nivel de complejidad entre las dos estrategias aplicadas en la intervención, en esta se observa que el valor de significancia es mayor a 0,05 en los tres primeros niveles, indicando que no se presenta diferencia significativa.

Mientras que los niveles 4 y 5 presentan diferencia significativa en la estrategia hipertexto, podríamos decir que el proceso ofrecido por la estrategia facilita la solución de los problemas en los niveles con mayor nivel de complejidad.

Tabla 13
Estadísticas de grupo

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	95% de intervalo de confianza de la diferencia Superior
Intervencion Nivel1	Se asumen varianzas iguales	,003	,959	-,362	62	,719	-,296	,819	-1,933	1,341
	No se asumen varianzas iguales			-,361	60,397	,720	-,296	,821	-1,938	1,346

Intervencion Nivel2	Se asumen varianzas iguales	1,662	,202	-1,133	62	,262	-,996	,879	-2,754	,762
	No se asumen varianzas iguales			-1,119	56,171	,268	-,996	,890	-2,780	,787
Intervencion Nivel3	Se asumen varianzas iguales	,551	,461	-1,108	62	,272	-1,049	,947	-2,942	,844
	No se asumen varianzas iguales			-1,096	57,025	,278	-1,049	,957	-2,965	,867
Intervencion Nivel4	Se asumen varianzas iguales	1,433	,236	-2,396	62	,020	-1,872	,781	-3,434	-,311
	No se asumen varianzas iguales			-2,356	53,866	,022	-1,872	,795	-3,466	-,279
Intervencion Nivel5	Se asumen varianzas iguales	3,517	,065	-4,597	62	,000	-4,116	,895	-5,905	-2,326
	No se asumen varianzas iguales			-4,475	48,058	,000	-4,116	,920	-5,965	-2,267

Nota: Prueba ANOVA muestras independientes de la intervención entre las dos estrategias para comparar niveles de complejidad

Con el ánimo de examinar otras causas que muestren las razones por las que existen diferencias significativas entre las dos estrategias al momento de la intervención se organizaron los resultados por *fase de resolución de problemas*, en la Tabla *14* vemos que la significancia al comparar las dos estrategias no presenta diferencia significativa en la fase Comprender el problema.

Las fases configurar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución presentan diferencia significativa, lo que indica que la de hipertexto facilitó el proceso de comprensión de las preguntas en estas 3 fases.

Los resultados se ven afectados al aplicar las estrategias en todas las fases excepto en la fase comprender el problema, lo que permite decir que reconocen los datos que se necesitan y saber que se quiere hallar, pero se les dificulta encontrar la forma de resolver el problema, ejecutar el procedimiento para solucionarlo y verificar la solución usando otro método al utilizado inicialmente, según los pasos propuestos por Polya.

Tabla 14
Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Comprender el problema Total	Se asumen varianzas iguales	10,993	,002	-1,356	62	,180	-1,265	,933	-3,129	,600
	No se asumen varianzas iguales			-1,312	44,620	,196	-1,265	,964	-3,206	,677
Ejecutar un Plan Total	Se asumen varianzas iguales	4,390	,040	-3,211	62	,002	-2,808	,874	-4,556	-1,060
	No se asumen varianzas iguales			-3,104	43,847	,003	-2,808	,905	-4,631	-,985
Configurar Un Plan Total	Se asumen varianzas iguales	10,646	,002	-3,237	62	,002	-2,751	,850	-4,450	-1,052
	No se asumen varianzas iguales			-3,116	41,434	,003	-2,751	,883	-4,533	-,969
Examinar Solución Total	Se asumen varianzas iguales	10,557	,002	-2,225	62	,030	-1,747	,785	-3,317	-,177
	No se asumen varianzas iguales			-2,152	44,286	,037	-1,747	,812	-3,383	-,111

Nota: prueba ANOVA muestras independientes de la intervención entre las dos estrategias para comparar Fases de resolución de problemas.

Si comparamos las medias de la Tabla 15 vemos que los promedios de los resultados de las estrategias de intervención organizados por fases de resolución de problemas muestran que estos son superiores en la estrategia hipertexto.

Tabla 15
Estadísticas de grupo

	Estrategia Intervención	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Comprender el problema Total	Práctica Ejercitación	34	14,24	2,641	,453
	Hipertexto	30	15,50	4,659	,851
Ejecutar un Plan Total	Práctica Ejercitación	34	13,06	2,424	,416
	Hipertexto	30	15,87	4,400	,803
Configurar Un Plan Total	Práctica Ejercitación	34	11,38	2,188	,375
	Hipertexto	30	14,13	4,377	,799
Examinar solución Total	Práctica Ejercitación	34	14,85	2,204	,378
	Hipertexto	30	16,60	3,936	,719

Nota: comparación de medias de las dos estrategias en la intervención para comparar el desempeño por fase de “resolución de problemas”

Podríamos decir que esto se debe a que en la estrategia “ejercitación y práctica” no hay una ilustración inicial de las fases, ni como se deben interpretar para resolver el problema, sino que al trabajar con las preguntas se va generando una retroalimentación de estos contenidos, mientras con la estrategia hipertexto se puede generar una retroalimentación de los contenidos en cualquier momento permitiendo mayor libertad de acceso a estos.

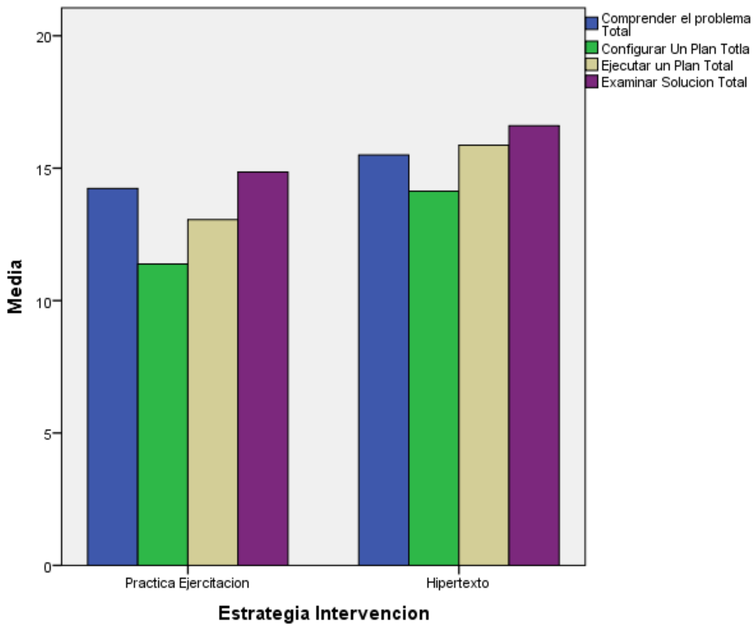


Figura 34. Gráficos de barras comparando promedios entre las dos estrategias para las fases de "resolución de problemas".

Para finalizar, al revisar en la intervención la gráfica comparativa de fases de resolución de problemas, se puede observar que la fase configurar un plan en ambas estrategias, posee un resultado inferior, lo que quiere decir que a los estudiantes les cuesta definir la fórmula que muestra el proceso para llegar a la solución del problema.

Análisis Intervención

Se presenta diferencia significativa entre los grupos práctica ejercitación e hipertexto.

A partir del análisis en la etapa de intervención la herramienta hipertexto funciono mejor y coincidimos con Schnotz (2005) quien afirma que el hipertexto permite interactuar de manera autónoma y flexible con los contenidos, en este caso antes, durante y después de desarrollar el problema, mientras que la estrategia practica ejercitación solo lo hace después de desarrollar el problema.

Al comparar las estrategias por niveles de complejidad la diferencia significativa se presenta con el nivel 4 y 5. Lacroix (1999) plantea que existe un tiempo de adecuación donde le estudiante decide de manera explícita como debe ser el recorrido a seguir, esto puede llegar a afectar la comprensión al comienzo.

Análisis Resultados Finales.

Como los grupos naturales no presentaron homogeneidad entre ellos para el análisis principal, se emplea la prueba Ancova o análisis de covarianza.

Se comparan los resultados obtenidos en el Postest de los grupos intervenidos haciendo la corrección de las medias por medio del pretest.

La prueba realizada quince días después consta de 15 problemas 3 por cada nivel de complejidad.

En la Tabla 16 vemos que la significancia entre los tres grupos es de 0,047 es decir menor a 0,05 lo que indica que existe diferencia significativa de muestras corregidas por el análisis longitudinal de la varianza a través del pre test como covariable.

Tabla 16
Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Pos Test

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	438,413[a]	3	146,138	10,836	,000
Intersección	147,562	1	147,562	10,941	,001
Pretest	303,605	1	303,605	22,511	,000
Estrategia	85,460	2	42,730	3,168	,047
Error	1254,267	93	13,487		
Total	6238,000	97			
Total corregido	1692,680	96			

a. R al cuadrado = ,259 (R al cuadrado ajustada = ,235)

Nota: Prueba Ancova inter-sujetos de la prueba de salida corregida por la prueba de entrada, entre los grupos de observación

Esto nos lleva a revisar las medias corregidas por la covariable (Pre-test) entre los tres tipos de intervención, donde podemos ver una gran diferencia en la estrategia ejercitación y práctica respecto a la estrategia hipertexto y el grupo control, sin embargo, no podemos determinar cómo se comportan entre si y donde se presenta la diferencia significativa. Para analizar este comportamiento se compara en el programa estadístico SPSS los efectos principales después del ajuste del intervalo de la covarianza, se puede observar en la Tabla 18 que la diferencia significativa se encuentra entre el grupo control y el grupo con la estrategia práctica y ejercitación con una significancia de 0,023 y que la estrategia hipertexto no presenta diferencia significativa con la estrategia práctica y ejercitación porque el valor de significancia de 0,057; ni con el grupo control con un valor de 0,782.

Tabla 17

Estimaciones

Variable dependiente: Pos Test

Estrategia Intervención	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
Control	$\boxed{6{,}045^{a}}$	,642	4,771	7,319
Práctica Ejercitación	$\boxed{8{,}123^{a}}$	,633	6,866	9,379
Hipertexto	$\boxed{6{,}278^{a}}$	,683	4,922	7,634

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: Pre Test = 5,23.

Nota: tabla de medias corregidas para el análisis ANCOVA de la prueba de salida

Tabla 18

Comparaciones por parejas

Variable dependiente: Pos Test

(I) Estrategia Intervención	(J) Estrategia Intervención	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.[b]	95% de intervalo de confianza para diferencia[b]	
					Límite inferior	Límite superior
Control	Práctica Ejercitación	-2,078*	,897	,023	-3,860	-,296
	Hipertexto	-,233	,944	,806	-2,108	1,642
Práctica Ejercitación	Control	2,078*	,897	,023	,296	3,860
	Hipertexto	1,845	,939	,053	-,020	3,710
Hipertexto	Control	,233	,944	,806	-1,642	2,108
	Práctica Ejercitación	-1,845	,939	,053	-3,710	,020

Se basa en medias marginales estimadas

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: menor diferencia significativa (equivalente a sin ajustes).

Nota: comparación de la significancia entre grupos de observación para la prueba de salida

Al interpretar los datos examinados el resultado de las medias corregidas Tabla 17 por la covarianza, se puede decir que el grupo práctica ejercitación tuvo un mejor desempeño que el grupo control y el grupo hipertexto, pero solo con el grupo control tuvo diferencia significativa.

La estrategia ejercitación y práctica a diferencia del grupo control trabajó sobre las diferentes fases de *resolución de problemas* como comprensión del problema, configuración de un plan, ejecución del plan y verificación de la solución. Se puede atribuir entonces que la significancia entre las dos intervenciones se da gracias al estudio de las diferentes fases de resolución de problemas.

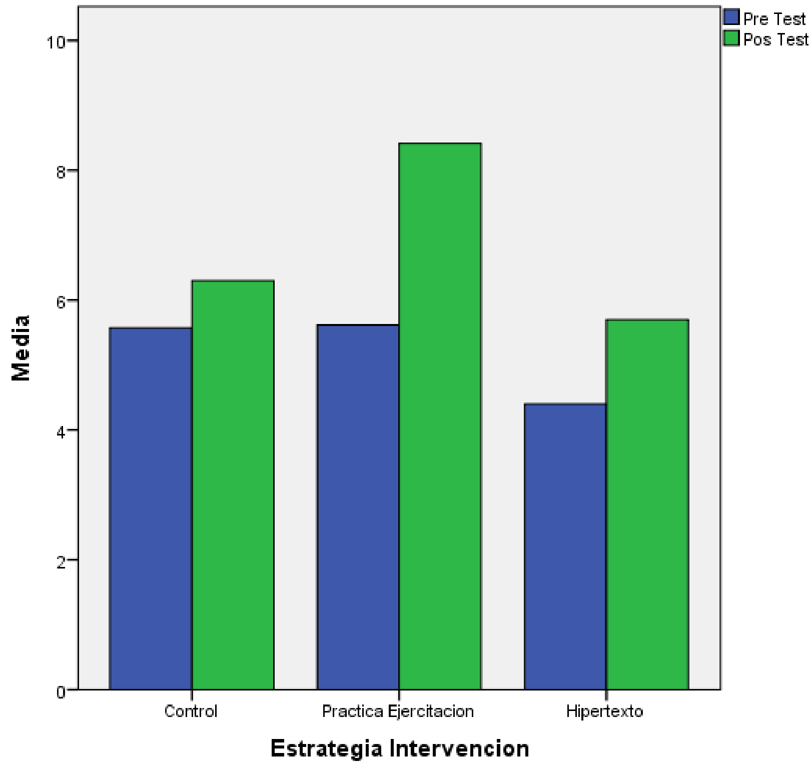


Figura 35. *Gráficos de barras comparando promedios de las pruebas de salida entre los 3 grupos de observación*

Por otro lado al comparar los resultados de la estrategia hipertexto con la estrategia práctica y ejercitación que como característica común trabajaron los diferentes componentes de resolución de problemas, no se presenta una diferencia significativa, sin embargo, en la Figura 35 al comparar la media del pre test y pos test se evidencia una mejora sustancial por el grupo que trabajó la estrategia práctica y ejercitación teniendo en cuenta que iba de lo simple a lo complejo, mientras que la estrategia hipertexto podía ser estudiada en orden aleatorio o libre. Aunque no sea de manera significativa la estrategia afecta en cierta medida el proceso de aprendizaje.

Para concluir con el estudio sobre los resultados finales, se realiza un análisis longitudinal o prueba T de muestras relacionadas para observar si existe un incremento significativo entre los resultados del pre test y el pos test, para las dos estrategias de intervención y el grupo control.

Tabla 19
Estadísticas de muestras emparejadas

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Control pretest	5,58	33	2,574	,448
	Control Postest	6,30	33	4,283	,746
Par 2	Practica Ejercitación Pretest	5,62	34	2,323	,398
	Practica Ejercitación Postest	8,41	34	4,128	,708
Par 3	Hipertexto Pretest	4,40	30	2,387	,436
	Hipertexto Postest	5,67	30	3,754	,685

Nota: cuadro descriptivo de promedios entre pretest y postest para los tres grupos de observación.

Al observar la Tabla 19 se puede observar que tanto para el grupo control como para las dos estrategias de intervención si se presenta un incremento entre los promedios del pretest y del postest.

Tabla 20
Prueba de muestras emparejadas

		Diferencias emparejadas							
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	t	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	Control pretest - Control Postest	-,727	3,986	,694	-2,141	,686	-1,048	32	,302

Par 2	Practica Ejercitación Pretest - Practica Ejercitación Postest	-2,794	3,983	,683		-1,404	-4,090	33	,000
Par 3	Hipertexto Pretest - Hipertexto Postest	-1,267	2,993	,547	-2,384	-,149	-2,318	29	,028

Nota: tabla comparativa de muestras relacionadas entre pretest y postest para los tres grupos de observación

En la Tabla 20 podemos observar que el grupo control presenta un valor mayor a 0,05 con un grado de significancia de 0,302 mientras que las dos estrategias, practica y ejercitación e hipertexto presentan un valor menor a 0,05 con un grado de significancia de 0,000 y 0,028 respectivamente, estos datos nos dicen que las dos estrategias presentan un incremento significativo de los resultados obtenidos entre el pre test y el pos test mientras que el grupo control no presenta el mismo comportamiento.

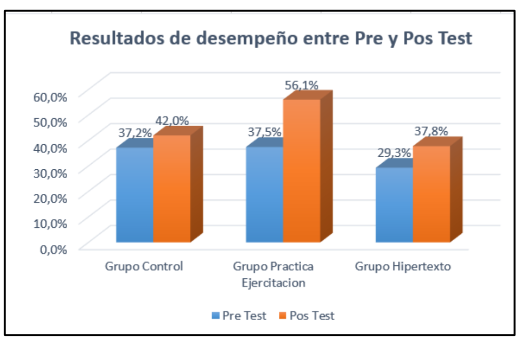


Figura 36. *Resultados de desempeño entre pretest y postest.*

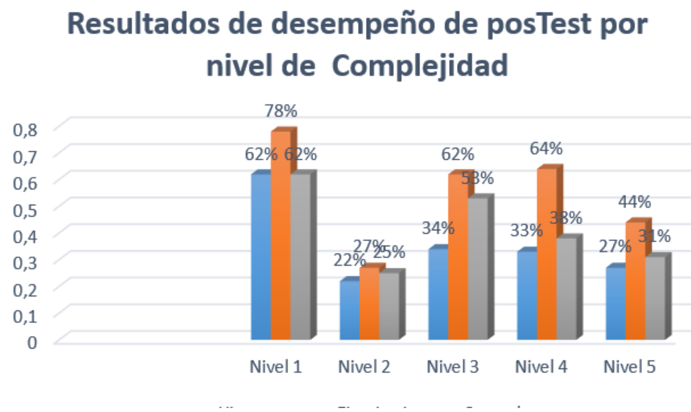


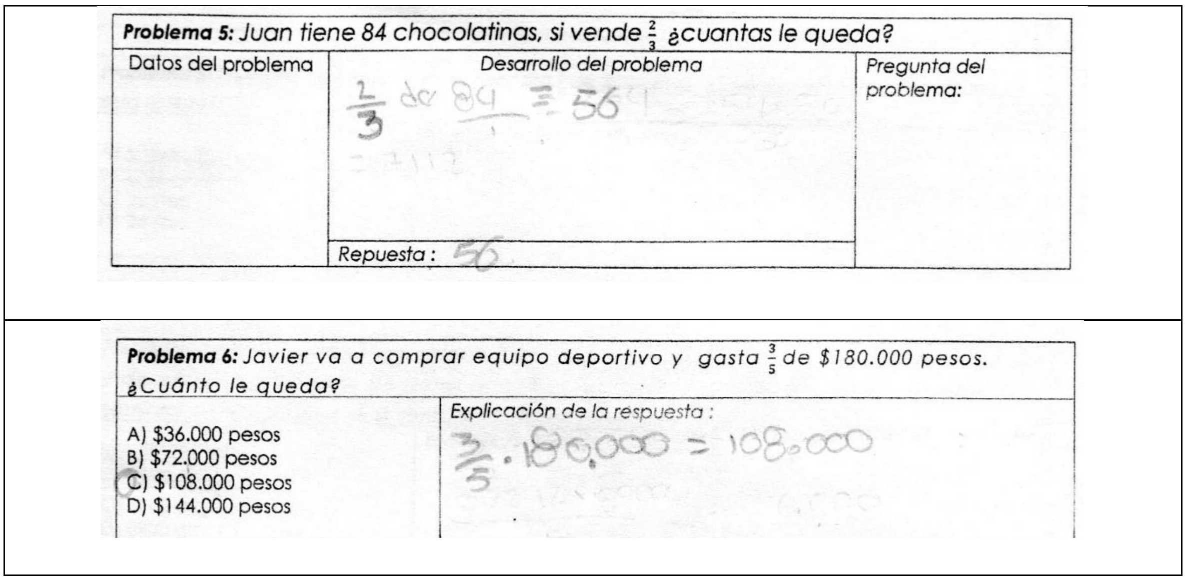
Figura 37*. Resultados de desempeño de postest por nivel de complejidad.*

Para finalizar con el análisis, la Figura 36 muestra los porcentajes de desempeño entre el pretest y el postest, donde se observa que ninguno de los grupos presentó un porcentaje aceptable en los resultados, lo que se puede explicar cómo que ningún de los grupos obtuvo un porcentaje de aprobación a pesar que el análisis de muestras relacionadas o emparejadas presentó un incremento significativo de los grupos que emplearon las estrategias entre el pretest y el postest.

Para poder explicar las causas por las cuales no se obtuvo este porcentaje de aprobación se presenta la Figura 37 que muestra los porcentajes de desempeño del postest por niveles de complejidad.

Aquí se observa que el nivel 1 fue el único que obtuvo un porcentaje aprobatorio en los tres grupos, en los niveles 3 y 4 el grupo de la estrategia ejercitación y práctica también obtuvo un porcentaje aprobatorio.

Los niveles con menor desempeño fueron los niveles de complejidad 2 y 5, al revisar las respuestas más recurrentes con error presentadas por los estudiantes en el nivel 2 de complejidad, se ve que estos no logran definir la parte que se necesita hallar del todo fraccional, es decir la parte que queda o sobra del todo fraccional, Morales (2014) plantea que la experiencia sobre problemas similares anteriores puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Esto lleva a que no se presente una comprensión semántica del problema que permita pasar del enunciado verbal al algoritmo idóneo para resolver el problema, como se observa en los ejemplos de la Figura 38.


Problema 5: Juan tiene 84 chocolatinas, si vende $\frac{2}{3}$ ¿cuantas le queda?

Datos del problema	Desarrollo del problema	Pregunta del problema:
	$\frac{2}{3}$ de 84 = 56	
	Repuesta : 56	

Problema 6: Javier va a comprar equipo deportivo y gasta $\frac{3}{5}$ de $180.000 pesos. ¿Cuánto le queda?

	Explicación de la respuesta :
A) $36.000 pesos B) $72.000 pesos C) $108.000 pesos D) $144.000 pesos	$\frac{3}{5}$ · 180.000 = 108.000

Figura 38. *Ejemplo de errores que presentan los estudiantes durante la prueba de salida, para el nivel 2 de complejidad.*

Por otro lado, en el nivel de complejidad 5 varios estudiantes no usaron el algoritmo para realizar la suma de fracciones con diferente denominador, porque representa un mayor número de procesos.

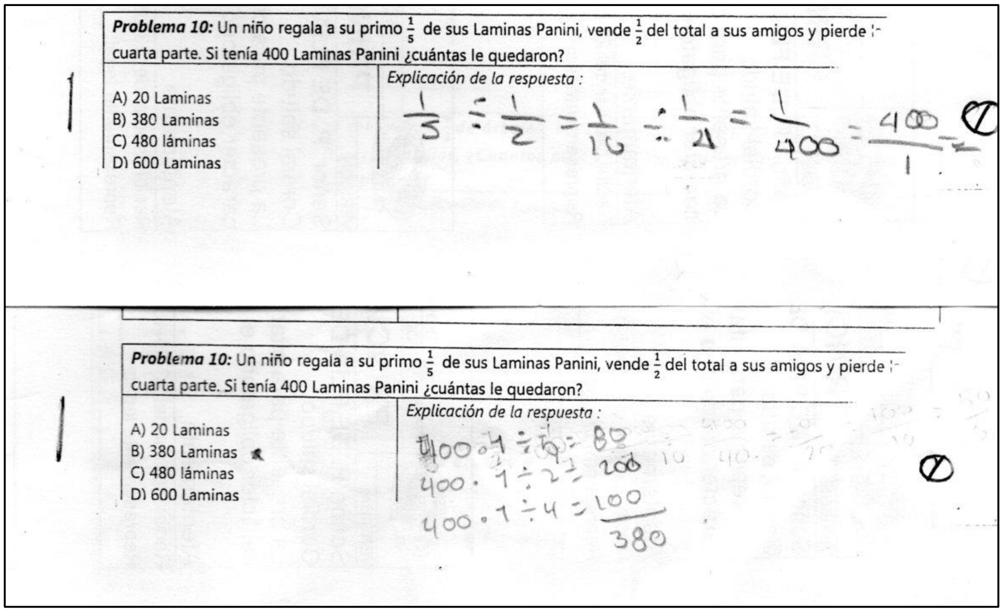


Figura 39. *Ejemplos de errores que presentan los estudiantes durante la prueba de salida, para el nivel 5 de complejidad.*

Por ultimo al observar los ejemplos de solución con error en algunos estudiantes Figura 39 se ve reiteradamente la falta de comprensión del problema.

Existe diferencia significativa entre el grupo control y el grupo con la estrategia practica ejercitación porque según Portilla (2012) citando a Salomón (1985) y Grabe (1985) argumentan que a pesar que la estrategia ejercitación y practica se limita a la repetición, reconocen que esta estrategia permite la formación de habilidades, hábitos y capacidades que permite eliminar errores del aprendizaje, lo cual para esta investigación afecta principalmente los conocimientos previos, considerados recursos para resolver problemas según Schoenfled (1992).

Por otro lado, Dempsey y Sales (1993) también consideran que el uso de refuerzos y la retroalimentación en la estrategia práctica ejercitación se convierte en un tratamiento a las respuestas incorrectas que permite a los estudiantes corregir los errores cometidos

Por último se considera que la estrategia hipertexto no tuvo diferencia significativa con el grupo control ya que como lo plantea Viñao (2007) en esta estrategia para dominar la información y el conocimiento es necesario que los vínculos se establezcan no en el soporte electrónico, sino en el soporte mental de quien lee, es por esto que se considera que al no establecerse estos vínculos se ve cómo difieren los resultados entre lo observado durante la intervención y la salida en esta estrategia.

Análisis Desempeño

Ninguno de los grupos al final, presento un porcentaje de aprobación, para indagar las razones se profundiza en los resultados por nivel de complejidad, donde se ve afectado el desempeño en los tres grupos en los niveles 2 y 5.

El nivel 2 presenta como característica principal que es similar al nivel 1.

Morales (2014) plantea que la experiencia sobre problemas similares anteriores, puede producir rigidez de pensamiento y falta de flexibilidad para codificar nueva información, lo que lleva a pensar que esto afectó la solución de este tipo de problema.

Por otro lado, en el nivel 5 al observar las respuestas de los estudiantes se ve la falta reiterada de comprender el problema, se plantea que como este nivel de complejidad requiere de mayor cantidad de procesos para su solución se dificulta su compresión.

9. Conclusiones y recomendaciones

Para analizar la incidencia de las dos estrategias ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones en la Institución Educativa Departamental Serrezuela" IED Serrezuela Jornada Tarde, con los estudiantes de grado séptimo se realiza la prueba de salida para ambos grupos quince días después de haber terminado las intervenciones.

En esta se observó que no existe diferencia significativa en el desempeño de los estudiantes en la *estrategia práctica y ejercitación* a los que trabajaron con la estrategia *Hipertexto* lo que permite afirmar que el nivel de aprendizaje para ambos grupos es similar independientemente de la estrategia que se emplee al manejar diferentes niveles de complejidad, como lo sugiere López, Quintero, & Sanabria (2006).

Teniendo en cuenta que el grupo control no tuvo ninguna instrucción en los procesos de resolución de problemas, al compararse con el grupo ejercitación y práctica si existe una diferencia significativa, lo que permite afirmar que los procesos de resolución de problemas permiten un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de los problemas tipo fracción como operador, expresado por Morales (2014), donde las dificultades de aprendizaje en resolución de problemas:

> No están localizadas en la asimilación del contenido, sino que sus limitaciones se centran principalmente en la imposibilidad de aplicar o transferir el conocimiento adquirido a la resolución de problemas en otros contextos o situaciones donde se hace necesario utilizar el conocimiento adquirido en una situación nueva para el estudiante. (p.50)

Se puede concluir que construir estrategias que ejemplifiquen como se puede hacer esa transferencia de contenidos a la solución de un problema si representa un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de problemas fraccionarios.

Por otro lado, después de estudiar la gráfica de fases de resolución de problemas, Figura 35, en ambas estrategias durante el proceso de intervención, muestra que, durante el aprendizaje, la mayor dificultad se presenta en la fase *configurar un plan*, se recomienda seguir realizando estudios que permitan establecer los factores que afectan al estudiante en este tipo de proceso, ya que en esta fase la información del problema, *lenguaje verbal* se debe traducir a una formula, *lenguaje simbólico* y es ahí donde se observa el mayor grado de dificultad.

También se podría decir que esto se debe a que la interpretación semiótica de estos modelos de representación, es lo que genera la dificultad, pero si se observa nuevamente los resultados del grafico de barras de la Figura 35, observamos por otro lado, que los mejores resultados obtenidos en la intervención fueron los de la fase examinar la solución, que maneja el modelo de representación de lenguaje gráfico, en consecuencia hace falta trabajar en los procesos de interpretación entre el *lenguaje verbal* al *lenguaje simbólico,* en los contenidos curriculares, se recomienda hacer estudios posteriores a este tema.

Al analizar la incidencia de las dos estrategias, se observa que luego de implementarlas se obtuvo un mejor desempeño en la prueba de salida en la estrategia ejercitación y práctica.

El sistema de ejercitación y práctica se crea para instruir a los estudiantes sobre los conceptos presentados en el aula por el profesor, la ventaja de este sistema está en el refuerzo cognitivo, este se daba seguidamente cada vez que el estudiante resolvía una pregunta del problema, mientras que en la estrategia hipertexto el estudiante podía navegar libremente sin ninguna limitación sobre los contenidos.

Al momento de la intervención los resultados del grupo hipertexto fue mejor que el de ejercitación y práctica, caso contrario ocurre en la prueba de salida, ya que la estrategia hipertexto no obtuvo os mismos niveles de desempeño, esto puede deberse que al querer explorar no profundiza en los temas para reforzar su conocimiento. Para dominar la información y el conocimiento es necesario que los vínculos se establezcan no en el soporte electrónico, sino en el soporte mental de quien lee, Viñao (2007) también en su artículo modos de leer, maneras de pensar expresa que:

> "para unos, incentivaría los vínculos mentales del lector y las redes no jerarquizadas, informales, productoras de sociabilidad e inventiva cultural al margen del fosilizado sistema escolar. Para otros, sólo conduce a un peloteo o zapping generalizado que convierte al lector en un telespectador con control remoto que cambia de canal según sus gustos (o su aburrimiento)" (p.67).

Para mejorar los conceptos sobre producto de fracciones a través de la resolución de problemas, se recomienda explorar otras estrategias que involucren a las TIC, así como la resolución de problemas.

Es necesario en futuras investigaciones profundizar sobre en cuáles son las dificultades que llevan a cometer errores en los estudiantes, estos errores se pueden establecer a partir de la tabla 1, la cual puede servir de soporte inicial para reforzar otras investigaciones.

10. Referencias

Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemáticas.* Buenos Aires, Argentina: DOCUPRINT S.A.

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática No. 1*, 1-13.

Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2008). *Estadística para Administración y Economía.* Mexico: Cengage Learning Editores, S.A.

Astolfi, J. (1999). *El "error"; un medio para enseñar.* Sevilla, México: Diada.

Azcárate, C., Casadeval, M., Casellas, E., & Bosch, D. (1996). *Cálculo diferencial e integral.* España: Sintesis.

Balluerka, N., & Vergara, A. (2002). *Diseños de investigación experimental en psicología: modelos y análisis de datos mediante el SPSS 10.0.* Madrid: Pearson Educación.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, 91-125.

Boneu, J. (Abril de 2007). Plataformas abiertas de e-learning para el soporte de contenidos educativos abiertos. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 36-47.

Cantos, P. (1991). El hipertexto en la enseñanza de lenguas asistida por ordenador. *Infodidac No. 16*, 15-19.

Castaño, N. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Tesis de maestría.* Universidad Autónoma de Manizales, Manizales.

Castellón, L. (2008). *Bilingual Students' Conceptual Understanding of Fractions: An Interactive Interview Approach as a Means to Learn with Understanding.* Nuevo México: Universidad de Nuevo Mexico.

Céspedes, G., & González, G. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC. *Maestría en Educación.* Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.

Corrales, M. (2013). Análisis didáctico de una propuesta instrucional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la institución educativa San Vicente. *Maestría en Educación.* Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Dempsey, J., & Sales, G. (1993). *Interactive instruction and feedback. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology Publications.* Obtenido de http://books.google.com: http://books.google.com

Diaz, P., Catenazzi, N., & Aedo, I. (1996). *De la multimedia a la hipermedia.* Madrid: Rama.

Duarte, A. (1996). Los desafíos de las nuevas tecnologías y las tecnologías avanzadas para la educación y la enseñanza: los entornos hipertexto. *II Jornada sobre medios de comunicación, recursos y materiales para la mejora educativa*, 243-257.

Esteley, C., & Villareal, M. (1992). Análisis y categorización de errores en matemáticas. *Revistas de educación matemática*, 16-35.

Fanaro, M., Otero, M., & Martínez, A. (2003). Hipermedia, aprendizaje significativo y enseñanza de las ciencias. *Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería - Año 4 Nº 6*, 7-14.

Figueroa, D., & Rodriguez, M. (2009). Caracterizacion de la solución de problemas con estado inicial y final bien definidos, que no requieren conocimiento previo en niños de cuatro a cinco años. *Maestría en Educación.* Ponteficia Universidad Javeriana, Bogotá.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Mexico DF: CINVESTAV-IPN.

Fuhr, A., Iturralde, C., Boucíguez, M., & Rocha, A. (2014). Instrumento para el análisis de la práctica docente en un contexto educativo con modalidad a distancia mediado por las TIC. *Virtualidad, Educación y Ciencia No. 8*, 29-42.

Galvis, A. (1992). *Ingienería de software educativo.* Bogotá: Ediciones Uniandes.

García, S. (2013). Aplicación de la metodología de enseñanza resolución de problemas de la matemática en la planificación docente y el desempeño de los alumnos de II curso de magisterio en la práctica docente. *Tesis de maestría.* Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Granada: ReproDigital.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* España: ReproDigital.

González, O., & Flores, M. (2000). *El trabajo docente: enfoques innovadores para el diseño de un curso.* México: Trillas.

Gros, B. (1997). *Diseños y programas educativos. Pautas pedagógicas para la elaboración de software.* Barcelona: Ariel Educación.

Hernández, J. (1997). Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos. *Tesis doctoral.* Universidad de la Laguna, España.

Hernández, J. (1997). Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos. *Tesis doctoral.* Universidad de la Laguna, España.

Kaplún, G. (2005). Aprender y enseñar en tiempos de Internet. Formación profesional a distancia y nuevas tecnologías. *CINTERFOR (Organización)*, 189-197.

Kieren, T. (1976). *On the Mathematical, Cognitive and Instructional foundations of rational numbers. Number and Measurement: Papers from a Research Workshops.* EUA, EUA: Lesh, R., Columbus.

Lacroix, N. (1999). Macroestrucre contruction and organization in the processing of multiple text. *Instructional Science*, *27*, 221-233.

López, E. (Septiembre de 2008). Análisis de los modelos didácticos y estrategias de enseñanza en Teleformación: Diseño y experimentación de un instrumento de evaluación de las estrategias de enseñanza de cursos telemáticos de formación universitaria. *(Tesis de doctorado).* Universidad de Sevilla, Sevilla, España.

Lopez, E., & Cañal, P. (2011). Desarrollo de un instrumento didáctico para la evaluación de cursos universitarios en red. *INVESTIGACIÓN EN LA ESCUE LA*, 87-99.

López, O., Quintero, V., & Sanabria, L. (2006). Niveles de complejidad en la solucion de problemas. *Nuevas ideas en Informática Educativa*, 79-85.

Luelmo, M. (Julio-diciembre de 2004). Concepciones Matemáticas de los Docentes de Primaria en relación con las fracciones como razón y como operador multiplicativo. *Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle*, 83-102.

Matute, K. (Noviembre de 2010). Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la escuela normal mixta “Pedro Nufio” acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones. *Tesis de maestría.* Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán , Tegucigalpa, Mexico.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. *Tesis de Maestría.* Universidad autonoma de Manizales, Manizales, Colombia.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. *Tesis de maestría.* Universidad autonoma de Manizales, Manizales, Colombia.

Moscoso, M., & Caridad, P. (1991). *Los sistemas de hipertexto e hipermedios. Una nueva aplicación en informática documental.* Madrid: Rustica.

Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. En *Journal for Research in Mathematics Education* (págs. 3-14).

Orihuela, J., & Santos, M. (1999). *Introducción al diseño digital: concepción y desarrollo de proyectos de comunicación interactiva.* España: Anaya Multimedia. Obtenido de http://www.javeriana.edu.co/relato_digital/r_digital/taller/introdis/cap01-estructuras.htm

Palarea, M. d. (3 de Diciembre de 1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Torreón, México.

Pazmiño, P. (Junio de 2010). El impacto de las redes sociales y el internet en la formación de los jóvenes de la Universidad Politécnica Salesiana: Caso carrera de

Comunicación Social Sede Quito. (Tesis de Pregrado). Quito: Universidad Politecnica Salesiana sede Quito.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas. Decimoquinta reimpresión.* Mexico: Trillas.

Portilla, Y. (2012). La ejercitación del aprendizaje mediante software educativo. *Tesis de doctorado.* Universidad de ciencias pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Cuba.

Quispe, W. (2011). La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elementales. *Tesis de doctorado.* Universidad Nacional de Educación, Lima.

Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. En *For the Learning of Mathematics* (págs. 16-20).

Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* México: Trillas.

Schnotz, W. (2005). An integrated model of text and picture comprehension. *En R. Mayer (Ed.), Cambridge Handbook of Multimedia Learning*, 49–70.

Schoenfled, A. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In Handbook for Research on Matematics Teaching and Learning.* . New York: Macmillan.

Seni, G. (1989). Los objetos estructurados para el diseño y desarrollo de Sistemas de Ejercitación y Práctica. *Boletín de Informática Educativa UNIANDES - LIDIE*, 29-40. Obtenido de http://docencia.udea.edu.co/vicedocencia/ejercitadores.html

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Barcelona: Horsori.

Static, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. Reston (Virginia): Charles&Silver.

Trilla, J., & (Coord.). (2007). *El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI*. Barcelona: Graó.

Vergnaud, G. (1983). Acquisition of Mathematics Concepts. London: Lesh, R. & Landau, M.

Villalobos, J. (2004). Paulo Freire: Pedagogía e Hipertexto. *Investigación arbitrada*, 346-354.

Villareal, G. (2010). *Caracterización del uso de TIC en la resolución de problemas en matemática, haciendo uso de un modelo de innovación curricular.* Santiago de Chile.

Viñao, A. (2007). Modos de leer, maneras de pensar. Lecturas intensivas y extensivas. *Revista Ethos Educativo.*, 47-70.

11. Anexos

Anexo A.

Problemas para las estrategias

Nivel de Complejidad 1

Problema 1

Para una receta se necesita $\frac{2}{3}$ de una docena de Huevos, ¿cuantos huevos se necesitan para esta receta?.

A lo que un estudiante contesto, se necesitan **3** huevos

Ya que multiplique 1x3=4, luego 12÷4 = **3** Rta.

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

a. Total, huevos: 12
   Parte de huevos que se necesitan: $\frac{2}{3}$

   Huevos para la receta:?

b. Total, huevos: 12
   Parte de huevos que se necesitan: $\frac{1}{3}$

   Huevos para la receta:?

c. Total, huevos: 12
   Parte de huevos que se necesitan: 4

   Huevos para la receta:?

d. Total, huevos: 12
   Parte de huevos que se necesitan: 3

Solución:

La respuesta correcta es la **A**, ya que: implícitamente en los datos se solicitan una docena de huevos que equivalen a 12 unidades.

En este nivel de dificultad siempre debe haber prácticamente tres datos;

1 el todo o valor total “(12 huevos)”

2Las partes a hallar “$\frac{2}{3}$ $del\ total$”

3 El interrogante. “Numero de huevos para la receta”

<u>Como Plantearías el problema.</u>

a. $\frac{1}{3}$ de 12 = $\frac{12x3}{1}$ =?
b. $\frac{2}{3}$ de 12 = $\frac{2x12}{3}$ =?
c. $\frac{1}{3}$ de 12 = $\frac{1x12}{3}$ =?
d. $\frac{1}{3}$ de 12 = 1+3=4, luego $\frac{12}{4}$ = ?

Solución:

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

Para resolver un problema de fracción como operador sobre un número, dividimos ese Número por el **D**enominador y lo multiplicamos por el **N**umerador.

$\frac{N\ (Multiplico)}{D\quad (Divido)}\ de$?

Ejemplo $\frac{2}{3}$ de 24

Multiplico 24 por 2 y luego lo divido por 3

$\frac{2x24}{3}=\frac{48}{3}=16$

Rta: los 2/3 de 24 son **16**

<u>La cantidad de huevos que se necesitan para la receta son:</u>

a. 36 huevos
b. 8 huevos
c. 4 huevos
d. 3 huevos

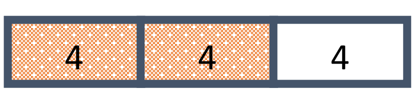
Solución:

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

$\frac{2x12}{3}=\frac{12}{3}=4$

Rta: el $\frac{2}{3}$ de 12 son **8**

a. 

b. 

c.

d.

Problema 2

Si en un depósito de agua queda 3/5 de 180lts ¿cuánta agua en litros hay en el tanque?

Para este ejercicio 4 estudiantes plantearon las siguientes soluciones:

David (180÷5)x3 Marcela $\frac{180\ x5}{3}$

Mafe 180 x $\frac{3}{5}$ Juan 180 x 3÷5

<u>¿Los datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Tanques: 1
   Fracción de agua que queda: $\frac{3}{5}$
   Cantidad de agua que queda:?
b. Total de litros en el tanque: 180lts
   Fracción de huevos que se necesitan: $\frac{3}{5}$
   Cantidad de agua que queda:?
c. Total de litros en el tanque:?
   Fracción de agua que queda: 4
   Cantidad de agua que queda: 180lts

d. Total de huevos: 10
   Fracción de agua que queda: $\frac{3}{5}$

<u>Que estudiante tiene el error:</u>

a. David
b. Marcela
c. Mafe
d. Juan

La estudiante que tiene el error es **Marcela**, ya que:
en este nivel de dificultad que toma la fracción($\frac{3}{5}$) de un todo(180lts), el numerador multiplica(x) y el Denominador divide(÷) a ese todo.

$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{N\ (Multiplico)}{D\ \ \ (Divido)}$

<u>Cuál es el error que presenta el estudiante.</u>

a. Invierte el Denominador y el numerador en la operación que debe realizar
b. Realizo mal la operación de restar
c. Tomo la parte de la fracción que no necesitábamos hallar
d. Dividió al denominador por el numerador.

La respuesta correcta es la **A** ya que:
Marcela planteo inversamente la operación a realizar por cada factor de la operación.
El error es que multiplica por el denominador (5) y Divide por el numerador (3)

<u>La solución correcta al anterior problema es:</u>

a. 108Lts
b. 300Lts
c. 60Lts
d. 36Lts

La respuesta correcta es la B, ya que:

$$\frac{3x180}{5} = \frac{540}{5} = 108$$

Rta: los $\frac{3}{5}$ de 180 es 108

<u>¿Con que método verificarías la respuesta?</u>

a. $\underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}_{40 \quad 40} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1$

$40 \quad 40 \quad 40$

b. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1$

$36 \quad 36 \quad 36 \quad 36 \quad 36$

c. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 180$

$60 \quad 60 \quad 60$

d. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1$

$\underbrace{36 \quad 36 \quad 36} \quad 36 \quad 36$

- **Problema 3**

Para preparar una torta necesito usar $\frac{4}{5}$ de un paquete de harina de 500gm ¿Cuánta harina debo usar?

Para el anterior problema Valentina planteo la siguiente solución.

500gm÷5 = 100gm Luego   100gm x 4 = 400gm

Por otro lado, Jhon Planteo la siguiente solución

500gm÷5 x1= 100gmx1= 100gm

Y Daniel presento la siguiente solución

500gm÷4 x5 = 125gm x 5= 625gm

¿Los datos que debemos usar en este problema son?

a. Tortas: 1
   Parte de harina que se necesitan: $\frac{4}{5}$

   Harina para la torta:?

b. Total harina: 500gm

   Parte de harina que se necesitan: $\frac{1}{5}$

   Harina para la torta:?

c. Total harina: 500gm

   Parte de harina que se necesitan: $\frac{4}{5}$

   Harina para la torta:?

d. Total harina: 500gm

   Parte de harina que se necesitan: $\frac{4}{5}$

Solución

La respuesta correcta es la **C**

Recuerda:

Es importante entender el problema, para esto es necesario:

Distinguir cuáles son los datos que son útiles para resolver el problema,

Saber a qué se quiere llegar, identificar el interrogante

¿Saber si hay suficiente información, o si hay información extraña o que no es útil para la solución del problema?

De las anteriores soluciones, quien tiene la razón.

a. Valentina
b. Jhon
c. Daniel
d. Ninguno

La respuesta correcta es la **A,** ya que:

Valentina plantea los procesos correctos para este tipo de problema, Pero cambia el orden en que estos procesos se realizan, hay que aclarar que esto no afecta el resultado.

Para poder calcular la cantidad de harina que se necesita, también podemos resolver así:

a. 500 de $\frac{4}{5} = \frac{500x4}{5}$
b. 500 de $\frac{4}{5} = \frac{500x5}{4}$
c. 500 de $\frac{4}{5} = \frac{500x5}{1}$
d. 500 de $\frac{4}{5} = \frac{500x1}{5}$

La respuesta correcta es la **A**, ya que:

Al plantearlo como fracción el denominador queda dividiendo y el numerador opera multiplicando al valor total.

La cantidad de harina que se necesita para la receta es:

a. 400gm
b. 625gm
c. 100gm
d. 125gm

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

$$\frac{500x4}{5} = \frac{2000}{5} = 400$$

Rta: los $\frac{4}{5}$ de 500 son 400

¿Para verificar la cantidad total de harina que necesito, que solución grafica usarías?

a. 

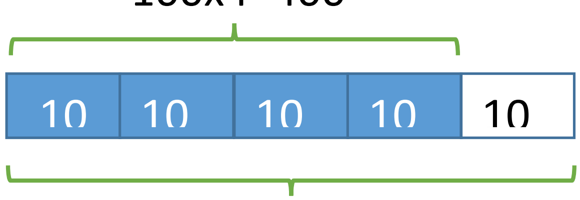
b. 

c. 

d. 

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

Partes que Tomo
100x4=400



Partes que Divido
500÷5=100

Problema 4

Resolviendo problemas de fracción como **Operador**.

En un campamento de verano hay 280 campistas, de los que 3/7 son mujeres.

¿Cuántas mujeres hay en el campamento?

Para el anterior problema juan planteo la siguiente solución:

(280 ÷7) x 4= 40x4= 160

Por otro lado Ana planteó la siguiente solución:

(280÷7) x 3= 40x3= 120

Y Marcela presento la siguiente solución:

(280x7) ÷ 4 = 1960 ÷ 4 =490

<u>¿Los datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Cantidad de hombres campistas:?

Fracción de campistas mujeres: $\frac{3}{7}$

Cantidad de mujeres campistas:?

b. Cantidad de hombres campistas : 280

Fracción de campistas mujeres: $\frac{3}{7}$

Cantidad de mujeres campistas:?

c. Numero de campistas: 280

Fracción de campistas mujeres: $\frac{3}{7}$

Cantidad de mujeres campistas:?

d. Fracción de campistas mujeres: $\frac{3}{7}$

Cantidad de mujeres campistas:?

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

En este nivel de dificultad siempre debe haber prácticamente tres datos;

- El todo o valor total "(280 campistas)"
- Las partes a hallar "$\frac{3}{7}\ del\ total$"
- El interrogante. "cantidad de mujeres campistas."

<u>De acuerdo a la anterior información, quien tiene la solución.</u>

a. Juan
b. Ana
c. Marcela

Para saber el número de mujeres debemos seguir el proceso de fracción como operador.

Recordemos…

Para resolver un problema de fracción como operador sobre un número, dividimos ese número por el Denominador y lo multiplicamos por el Numerador.

N <u>Partes que se toman</u> (Multiplico)

Partes en que se divide (Divido)

2 24

Ejemplo e ltiplico 24 por 2 y luego lo divido por 3

24x2= 48, Luego, 48/3= **16**

Rta: los 2/3 de 24 son 16

La respuesta correcta es la B , ya que:

Ana plantea las operaciones del numerador como del denominador correctamente

… Entonces según la explicación anterior **para calcular los 3/7 de 280 de campistas, que son mujeres resolvemos así:**

a. (280÷7) x 4=40x4=160
b. (280÷7) x 3=40x3=120
c. (280x7) ÷ 4=1960÷4=490

La respuesta correcta es la A, ya que:

al plantearlo como fracción el denominador queda dividiendo y el numerador opera multiplicando al valor total.

De acuerdo a lo anterior el número de campistas que son mujeres es:

a. 40
b. 70
c. 120
d. 160

La respuesta correcta es la C, ya que:

$\frac{3}{7}$ de 280 = $\frac{3}{7}\,\boldsymbol{x}\,\frac{280}{1} = \frac{3x280}{7} = \frac{840}{7} = \mathbf{120}$

Rta: los $\frac{3}{7}$ de 280 campistas son 120 mujeres

Problema 5

- A un estudiante se le solicita resolver el siguiente ejercicio de fracción como operador. Donde debe dar respuesta al siguiente enunciado:
- Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 Km. El automóvil A lleva recorridos los 5/11 del trayecto cuando B ha recorrido los 6/13 del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos Kilómetros lleva recorrido cada uno?

- A lo que el estudiante respondió:
- Primero dividí los Km que llevan recorridos cada uno por el número de Km que tenían que recorrer y el resultado que me dio es el siguiente.
- Automóvil A lleva recorrido 52Km
- Automóvil B lleva recorrido 44Km
- Eso significa que el automóvil A esta más adelantado.

¿Los datos que debemos usar en este problema son?

a. Distancia total del recorrido: 572 Km
Fracción recorrida por A y B: $\frac{5}{11} y \frac{6}{13}$

Distancia recorrida por A y B:? Y?

b. Recorrido de A y B en el mismo tiemp : 572
Fracción recorrida por A y B: $\frac{5}{11} y \frac{6}{13}$

Distancia recorrida por A y B:? Y ?

c. Numero de Automóviles: 2

Fracción recorrida por A y B: $\frac{5}{11} y \frac{6}{13}$

Distancia recorrida por A y B:? Y?

d. Recorrido de A y B en el mismo tiempo: 572
Fracción recorrida por A y B: $\frac{5}{11} y \frac{6}{13}$

¿Qué otra cosa harías tú?

a. En vez de dividir, multiplicaría cada fracción.

5x11 y 6 x13

b. Además de dividir por el denominador de la fracción multiplicaría cada valor con el numerador de la fracción indicada para A y B.

(572÷11) x5 y (572÷13) x6

c. Colocaría el valor que le falta recorrer por cada uno

572-52=520 y 572-44=528

d. Dividiría por el numerador y multiplicaría por el denominador de la fracción indicada para cada automóvil, A y B.

(572÷5) x11 y (572÷6) x13

Recordemos…

Para resolver un problema de fracción como operador sobre un número, dividimos ese número por el Denominador y lo multiplicamos por el Numerador.

N Partes que se toman (Multiplico)

Partes en que se divide (Divido)

2

24

Ejemplo e ltiplico 24 por 2 y luego lo divido por 3

24x2= 48, Luego, 48/3= **16**

Rta: los 2/3 de 24 son 16

La respuesta correcta es la B, ya que:

Como lo explica el proceso se deben usar tanto numerador para multiplicar, como denominador para dividir

Entonces según la explicación, **de los 572Km a recorrer por los dos automóviles, ¿el que va de primero es?**

a. El Automóvil A ($^5/_{11}$ del recorrido).
b. El Automóvil B ($^6/_{13}$ del recorrido).

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

Si igualamos la fracción tenemos que

$$\frac{5}{11} \rightarrow \frac{6}{13}$$

$$\frac{5}{11} x \frac{13}{13} \rightarrow \frac{6}{13} x \frac{11}{11}$$

$$\frac{65}{143} \quad \rightarrow \quad \frac{66}{143}$$

Como podemos ver la fracción recorrida por B de $\frac{6}{13}$ $equivale\ a\ \frac{66}{143}$ y es mayor que A

$$\frac{5}{11} que\ equivale\ a\ \frac{65}{143}$$

La distancia recorrida por A y B respectivamente es:

a. 52Km y 44Km
b. 44Km y 52Km
c. 260Km y 264Km
d. 264Km y 260Km

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

Auto A

$$\frac{5}{11} \text{ de } 572 = \frac{5}{11} x \frac{572}{1} = \frac{5x572}{11} = \frac{2860}{11} = 260$$

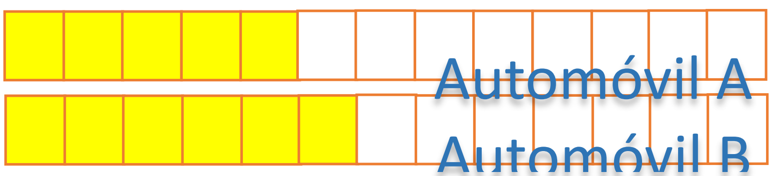
Auto B

$$\frac{6}{13} \text{ de } 572 = \frac{6}{13} x \frac{572}{1} = \frac{6x572}{13} = \frac{3432}{13} = 264$$

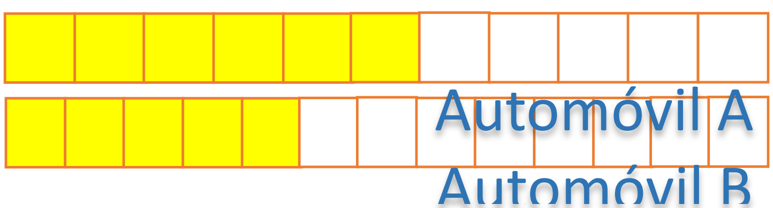
<u>¿Con que grafico verificarías la respuesta?</u>

a.

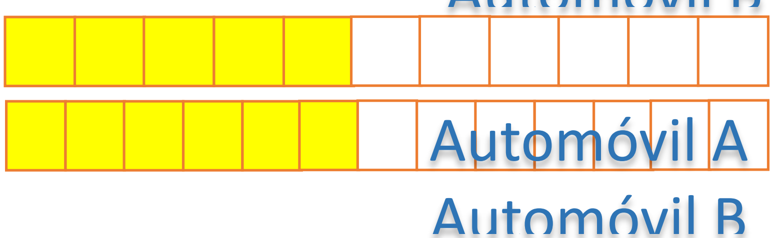
b.



c.



d.



Nivel de Complejidad 2

Problema 6

En el colegio de Alex hay 602 alumnos de los cuales participan en natación 3/7, ¿Cuántos estudiantes no entrenan natación?

A lo que el estudiante respondió:

3/7 de 602 es igual a:

3/7 x 602 = (3x602) ÷ 7=1806÷7=258

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

A. Total de alumnos: 602
Parte de estudiantes que nadan: 3/7

Fracción de estudiantes que no nadan:?

B. Partes en que se divide: 7

Partes de los que nadan: 3

Total de alumnos: 602

Alumnos que no entrena natación:?

C. Fracción de estudiantes que entrenan natación: 3/7

Total de alumnos: 602

Fracción de estudiantes que no entrenan natación:?

Alumnos que no entrena natación:?

D. Partes en que se divide: 7

Partes de los que nadan: 4

Total de alumnos: 602

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

En este nivel de dificultad siempre debe haber prácticamente 4 datos, de los cuales 2 no son datos conocidos;

1 el todo o valor total “602 Alumnos”

2 la fracción conocida del todo “$\frac{3}{7}$de estudiantes que entrenan natación”

3 La fracción que necesitamos hallar “Fracción de estudiantes que no entrenan”

4 El interrogante. “Número de estudiantes que no entrenan natación”

<u>¿Qué otra cosa harías tú?</u>

A. En vez de dividir, multiplicaría la fracción. 3x7
B. Además de dividir por el denominador de la fracción, multiplicaría el valor con el numerador de la fracción indicada para el total de estudiantes (602÷7) x3.
C. Restaría el resultado obtenido de los $^3/_7$ de los 602 estudiantes a los 602 estudiantes: 602 – ($^3/_7$x602)
D. Dividiría por el numerador y multiplicaría por el denominador de la fracción indicada para el total de alumnos (602÷3) x 7

La respuesta correcta es la **C** ya que la pregunta nos pide el número de estudiantes que <u>no</u> practican natación, es decir que si hallamos los $\frac{3}{7}$ $de\ 602$ estamos hallado la cantidad de estudiantes que si practican, luego al total que son 602 estudiantes podemos restarle la cantidad conocida.

<u>De acuerdo con la interpretación correcta de la pregunta, la fracción a tomar del total de estudiantes es:</u>

A. $\frac{3}{7}$ de 602.
B. $\frac{4}{7}$ de 602.

La respuesta correcta es la B, ya que:

$\frac{4}{7}$ Representa la fracción de estudiantes que <u>no</u> practican natación, ya que: si observamos el "Todo" en fracción es representado por 1unidad o en este caso $\frac{7}{7}$ y si queremos hallar en fracción la cantidad de estudiantes que no nadan realizamos una diferencia entre el todo y la fracción conocida $\frac{3}{7}$ estudiantes que nadan, observemos: $\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

<u>La cantidad de estudiantes que no practican natación es de:</u>

A. 256
B. 300
C. 344
D. 458

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

Metodo1

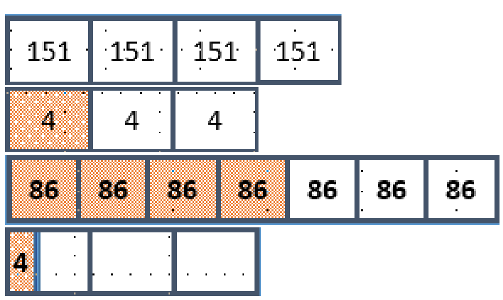
$\frac{4}{7}\ de\ 602 = \frac{4 \times 602}{7} = \frac{2408}{7}$ =344

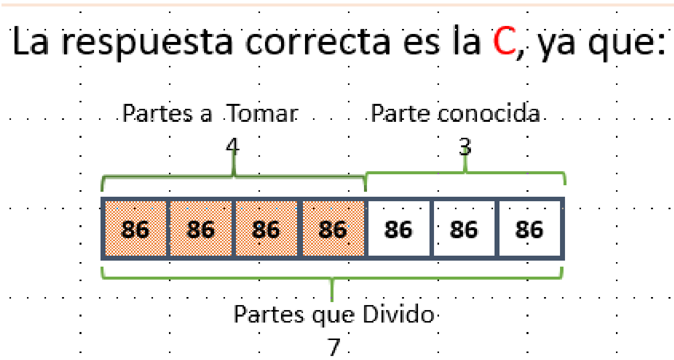
Método 2

602 – ($^{3}/_{7}$x602) = 602 - $\left(\frac{3 \times 602}{7}\right)$= 602 - $\left(\frac{1806}{7}\right)$=602- 256= 344

<u>¿Con que grafico verificarías la respuesta?</u>

a.
b.
c.
d.





Problema 7

En un paquete hay 40 naranjas de las cuales se usó 3/8 de paquete para el desayuno, ¿cuantas naranjas quedaron en el paquete?

Para este ejercicio 4 estudiantes plantearon las siguientes soluciones:

Jose $\frac{40x3}{8}$=

Daniel 40-(40x $\frac{3}{8}$)=

Maria $\frac{8}{8}$ $\frac{-3}{8}$= $\frac{5}{8}$, Luego $\frac{5}{8}x40$=

Felipe $\frac{8}{8}$ $\frac{-3}{8}$= $\frac{5}{8}$, Luego (40÷8)x5

Que estudiante planteo mal el ejercicio

a. José
b. Daniel
c. María
d. Felipe

La respuesta correcta es la **A**, ya que:

José plantea una solución que nos permite hallar la cantidad de naranjas que se usaron "$\frac{3}{8}$",

pero no una que nos permita hallar las naranjas que quedaron.

Cuál es el error que tiene el estudiante

a. Plantea una operación que permite hallar el número de naranjas usadas en el desayuno y no el de naranjas que quedaron
b. Usa mal la fracción al invertir la operación a realizar por el numerador y el denominador
c. La respuesta correcta es la **A**, ya que:
La operación que planteo José no tiene encueta la fracción de naranjas que quedaron
$\frac{"5"}{8}$, sino que hallo la fracción de naranjas que se usaron $\frac{"3"}{8}$

La respuesta correcta al anterior problema es:

a. 15
b. 25
c. 35
d. 55

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

La fracción de naranjas que quedaron es igual a,

$\frac{8}{8} \frac{-3}{8} = \frac{5}{8}$, Luego los $\frac{5}{8}$ de naranjas es igual a,

$\frac{5}{8}\ de\ 40 == \frac{5\times40}{8} = \frac{200}{8}$= **25**

Problema 8

Un estudiante realiza la prueba de atletismo de1200 metros, si ha recorrido ¾ de este, ¿Cuánto le falta aún por recorrer? Para el anterior problema 3 estudiantes plantearon las siguientes soluciones.

Juan, 4+3=7, Luego 1200÷7=171km

Daniel, $\frac{4}{4}$ - $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{4}$ luego 1200x$\frac{1}{4}$ =300Km

Pepe, $\frac{3}{4}$ de 1200= $\frac{3x1200}{4}$ = 900Km

<u>Los Datos que debemos usar para resolver este problema son:</u>

a. Total Kilómetros: 1200
   Partes que divido el recorrido: 4

   Partes que recorre: 3

   Partes sin recorrer: 1

   Distancia recorrida:?

   b. Total Kilómetros: 1200
   Partes que divido el recorrido: 4

Partes que recorre: 1

Partes sin recorrer: 3

Distancia por recorrer:?

c. Total Kilómetros: 1200
Partes que divido el recorrido: 3

Partes que recorre: 1

Partes sin recorrer: 4

Distancia recorrida:?

d. Total Kilómetros: 900
Partes que divido: 3

Partes que tomo: 4

Distancia por recorrer:?

La respuesta correcta es la **A**, ya que:

Para la revisión de datos hemos tenido en cuenta los valores de la fracción, sabemos que el denominador siempre indica las partes en que divido el todo “4” luego si sabemos que el estudiante recorre 3 de estas partes le quedara 1 parte por recorrer (4-3= 1), luego podemos definir que la parte sin recorrer es de $\frac{1}{4}$.

Por otro lado, el problema plantea como incógnita, la distancia que falta por recorrer

<u>El estudiante que tiene la respuesta correcta es:</u>

a. Juan con 171km
b. Daniel con 300Km
c. Pepe con 900Km

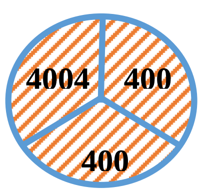
Pregunta de investigación

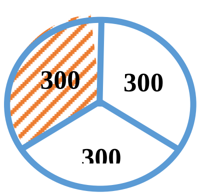
La respuesta correcta la tiene Daniel, ya que:

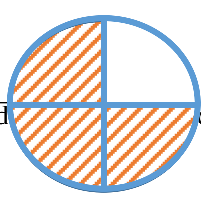
$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ luego, 1200x$\frac{1}{4} = \frac{1200}{4}$ =300

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1200$$
$$\underbrace{300 \quad 300 \quad 300} \quad 300$$

<u>Para resolver el problema cuál de estos métodos de verificación serviría:</u>

a. 

b. 



c.

d. 

La respuesta correcta es la **D**, ya que:

La representación me muestra la fracción en que fue dividido el total (por cuartos) y su correspondiente subtotal (300), además la sección o parte fraccional que hay que tomar $\frac{1}{4}$.

- **Problema 9**

Daniel tenía 2400 pesos y en 3 días gasto 3/8 de este dinero en dulces, ¿cuánto le queda?

A lo que el estudiante respondió

2400 x $\frac{3}{8}$=$\frac{7200}{8}$=900, Rta gasto \$900 pesos en dulces.

Los Datos que debemos usar para resolver este problema son:

a. Dinero de Daniel: 900
Número de días: 3

Partes de dinero que gasto: $\frac{3}{8}$

¿Dinero que Queda?

b. Dinero de Daniel: 2400
Partes de dinero que gasto: $\frac{3}{8}$

Fracción de dinero que queda:?

¿Dinero que Queda?

c. Dinero de Daniel: 2400
Número de días: 3

Partes de dinero que gasto: $\frac{3}{8}$

¿Dinero que Queda?

d. Dinero de Daniel: 900
Partes que divido: 3

Partes que tomo:?

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

En este nivel de dificultad siempre debe haber prácticamente 4 datos, de los cuales 2 no son datos conocidos;

1 el todo o valor total "602 Alumnos"

2 la fracción conocida del todo "$\frac{3}{7}$de estudiantes que entrenan natación"

3 La fracción que necesitamos hallar "Fracción de estudiantes que <u>no</u> entrenan"

4 El interrogante. "Número de estudiantes que no entrenan natación"

Por otro lado, el número de días en que Daniel gasto el dinero (3) no es un valor necesario para resolver el problema.

<u>¿Cómo se resolvería el problema?</u>

a. 2400 x $\frac{3}{8}$= ?
b. $\frac{2400}{8}$x5=1500, Luego, ¿1500÷3=?
c. 8-3=5, Luego, $\frac{2400}{5}$=?
d. 2400 x $\frac{3}{8}$ = 900, Luego, 2400 – 900 = ?

<u>La cantidad de dinero que le queda es:</u>

a. $500
b. $900
c. $840
d. $1500

- **Problema 10**
  Mafe tiene 3/7 de 175 stikers para llenar su álbum, ¿Cuántos stikers le faltan para llenar el álbum

A lo que el estudiante respondió:

3/7 de 175 es igual a:

3/7 x 175 = (3x175) ÷7=525÷7=75

<u>¿Los Datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Total de stikers: 175
   Fracción de stikers que faltan: $\frac{3}{7}$

   Cantidad de stikers que faltan:?

b. Total de stikers: 175
   Fracción de stikers que faltan:?

   Fracción de stikers que tiene: $\frac{3}{7}$

   Cantidad de stikers que faltan:?

c. Total de stikers: 175
   Fracción de stikers que faltan: $\frac{3}{7}$

   Cantidad de stikers que faltan:?

d. Total de stikers: 175
   Fracción de stikers que faltan: $\frac{3}{7}$

   Fracción de stikers que tiene:?

   Cantidad de stikers que faltan:?

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

Los datos conocidos son; la fracción de stikers que tiene el álbum y el total de stikers y Los interrogantes para resolver este problema son la fracción y cantidad de stiker que faltan para completar el álbum.

¿Qué otra cosa harías tú?

a. En vez de dividir, multiplicaría la fracción. 3x7
b. Además de dividir por el denominador de la fracción, multiplicaría el valor con el numerador de la fracción indicada para el total de stikers (175÷7) x3.
c. Restaría el resultado obtenido de los $^{3}/_{7}$ de los 175 stikers a los 175 stikers:

   175 – ($^{3}/_{7}$x175)

d. Dividiría por el numerador y multiplicaría por el denominador de la fracción indicada para el total de stikers (175÷3) x 7

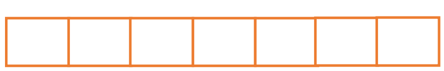
¿La cantidad de stikers que faltan para llenar el álbum es de?

a. 50 Stikers
b. 75 Stikers
c. 100 Stikers
d. 125 Stikers

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

$\frac{7}{7}-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$, Y los $\frac{4}{7}$ de 175 stikers son: 100 stikers.

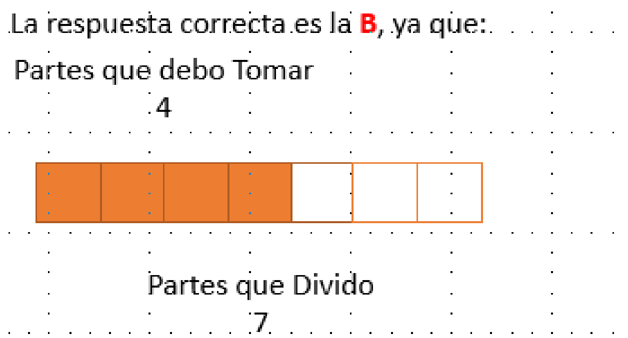
¿Con que grafico verificarias la respuesta?

a.


b.


c. 

d. 



<u>Nivel de Complejidad 3</u>

- **Problema 11**
- En una ciudad hay 48000 personas de las cuales $\frac{5}{8}$ son mujeres y $\frac{1}{3}$ de ellas son menores de edad ¿Cuántas mujeres menores de edad hay en la ciudad?

A lo que un estudiante respondió: tome la fracción que son mujeres y les reste la fracción de las que son menores de edad

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$$

Esto me dio $\frac{4}{5}$, luego $\frac{1}{5}$ serían las personas que son mujeres menores de edad, entonces $\frac{1}{5}$ de 48000 personas es igual a $\frac{1}{5} \times 48000 = 9600$

Rta: La cantidad de mujeres menores de edad es de 9600.

<u>¿Los Datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Total de personas en la ciudad:?
Total de mujeres menores de edad: 48.000
Fracción de mujeres $\frac{5}{8}$
Fracción de mujeres menores de edad $\frac{1}{3}$

b. Total de personas en la ciudad:?
Total de mujeres menores de edad: 48.000
Fracción de mujeres $\frac{1}{3}$
Fracción de mujeres menores de edad $\frac{5}{8}$

c. Total de personas en la ciudad: 48000
Total de mujeres menores de edad:?
Fracción de mujeres $\frac{5}{8}$
Fracción de mujeres menores de edad $\frac{1}{3}\ de\ \frac{5}{8}$

d. Total de personas en la ciudad: 48.000
Total de mujeres menores de edad:?
Fracción de mujeres $\frac{1}{3}$
Fracción de mujeres menores de edad $\frac{1}{3}\ de\ \frac{5}{8}$

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

En este nivel de dificultad uno de los datos, "la fracción que necesitamos hallar" se define como la fracción de una fracción. "Fracción de menores de edad $\frac{1}{3}$que son mujeres$\frac{5}{8}$"

Los otros datos son:

1 el todo o valor total conocido: “48000 personas”

2 la fracción conocida del todo “$\frac{5}{8}$ *que son mujeres*

3 El interrogante. “Número de mujeres menores de edad”

<u>¿Como plantearías la solución a este problema?</u>

E. $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$, Luego $\frac{5}{8}$ $de\ 48000 = \frac{5 \times 48000}{8} = ?$

F. $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{5}{8} = \frac{23}{24}$, Luego $\frac{23}{24}$ $de\ 48000 = \frac{23 \times 48000}{24} = ?$

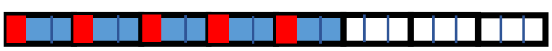
G. $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{15}{8}$, Luego $\frac{15}{8}$ $de\ 48000 = \frac{15 \times 48000}{8} = ?$

H. $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$, Luego $\frac{5}{24}$ $de\ 48000 = \frac{5 \times 48000}{24} = ?$

<u>¿Cuál es la edad actual de David?</u>

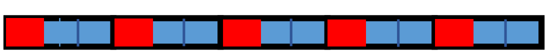
a. 2.000 habitantes son mujeres menores de edad
b. 10.000 habitantes son mujeres menores de edad
c. 25.600 habitantes son mujeres menores de edad
d. 30.000 habitantes son mujeres menores de edad

<u>¿Con que grafico verificarías la respuesta?</u>

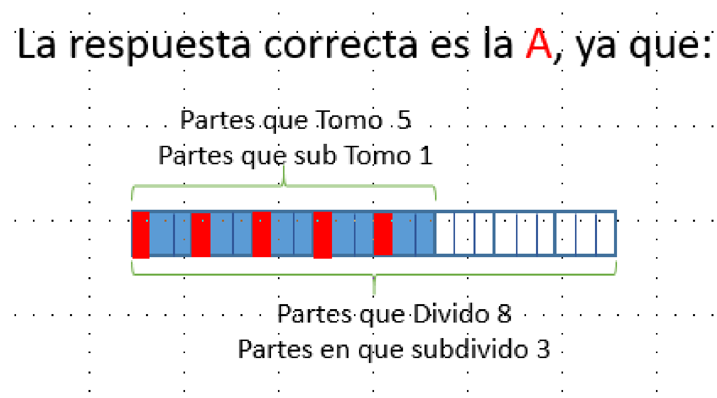


a.

b. 

c. 

d. 



- **Problema 12**

En un colegio, los $\frac{2}{5}$ de estudiantes son hombres y de ellos $\frac{1}{2}$ están en bachillerato, ¿cuántos hombres hay en bachillerato? si el total de estudiantes es de 1200
Para este problema 4 estudiantes presentaron las siguientes soluciones:

Juana: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$, Luego $\frac{9}{10}$ de $1200 = \frac{9 \times 1200}{10} = ?$

David: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$, Luego $\frac{1}{10}$ de $1200 = \frac{1 \times 1200}{10} = ?$

Fabián: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$, Luego $\frac{2}{10}$ de $1200 = \frac{2 \times 1200}{10} = ?$

Daniela: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$, Luego $\frac{4}{5}$ de $1200 = \frac{4 \times 1200}{5} = ?$

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

a. Cantidad total de estudiantes: 1200
   Fracción de estudiantes hombres: $\frac{2}{5}$
   Fracción de estudiantes hombres en bachillerato $\frac{1}{2}$

Cantidad de estudiantes hombres en bachillerato:?

b. Cantidad total de estudiantes:?
Fracción de estudiantes hombres: $\frac{2}{5}$
Fracción de estudiantes hombres en bachillerato: $\frac{9}{10}$
Cantidad de estudiantes hombres en bachillerato: 1200

c. Cantidad total de estudiantes: 1200
Fracción de estudiantes hombres: $\frac{1}{2}\ de\ \frac{2}{5}$
Fracción de estudiantes hombres en bachillerato: $\frac{2}{5}$
Cantidad de estudiantes hombres en bachillerato:?

d. Cantidad total de estudiantes: 1200
Cantidad de estudiantes hombres en bachillerato:?
Fracción de estudiantes hombres: $\frac{2}{5}$
Fracción de estudiantes hombres en bachillerato: $\frac{1}{2}\ de\ \frac{2}{5}$

La respuesta correcta es la **D**, ya que:

En este nivel de dificultad uno de los datos, "la fracción que necesitamos hallar" es la" Fracción de estudiantes ($\frac{2}{5}$) hombres$\frac{1}{2}$ en bachillerato, es decir; $\frac{1}{2}\ de\ \frac{2}{5}$,"
Los otros datos son:

1 el todo o valor total conocido: "1200 estudiantes"

2 la fracción conocida del todo "$\frac{5}{8}$ Fracción de estudiantes hombres"
3 El interrogante. "Número de mujeres menores de edad"

<u>¿Cómo se describiría el proceso de solución al anterior problema?</u>

a. Tomaría ½ de 2/5 a través de una suma obteniendo la fracción de estudiantes hombres en bachillerato y luego tomaría este resultado y lo multiplicaría por el valor total de estudiantes que tiene la institución.
b. Tomaría ½ de 2/5 a través de una resta obteniendo la fracción de estudiantes hombres en bachillerato y luego tomaría este resultado y lo multiplicaría por el valor total de estudiantes que tiene la institución.
c. Tomaría ½ de 2/5 a través de una multiplicación obteniendo la fracción de estudiantes hombres en bachillerato y luego tomaría este resultado y lo multiplicaría por el valor total de estudiantes que tiene la institución.
d. Tomaría ½ de 2/5 a través de una División obteniendo la fracción de estudiantes hombres en bachillerato y luego tomaría este resultado y lo multiplicaría por el valor total de estudiantes que tiene la institución.

<u>¿Qué estudiante plantea la solución correcta?</u>

a. David
b. Juana
c. Daniela
d. Fabián

<u>¿Cuál es la cantidad de estudiantes hombres en bachillerato que tiene el colegio?</u>

a. 120
b. 240
c. 960
d. 1080

<u>¿Con que opción verificarías la respuesta?</u>

a.

$$\underset{240}{\frac{1}{5}} + \underset{240}{\frac{1}{5}} + \underset{240}{\frac{1}{5}} + \underset{240}{\frac{1}{5}} + \underset{240}{\frac{1}{5}} = 1$$

$$\underset{120}{\frac{1}{5}} + \underset{120}{\frac{1}{5}} + \underset{120}{\frac{1}{5}} + \underset{120}{\frac{1}{5}} + \underset{120}{\frac{1}{5}} = 1$$

b.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1200$$

600 600

c.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

80 80 80 80 80

d.

- **Problema 13**

En un hospital hay 72 personas de urgencias, de las cuales $\frac{1}{4}$ presentan problemas cardiacos y de ellos, $\frac{2}{3}$ son mayores de 60 años. ¿Cuántas personas con problemas cardiacos, mayores de 60 años ingresaron a urgencias?
A lo que 4 estudiantes plantearon las siguientes soluciones:

a. Jhon: $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times 72$
b. Valentina: $\frac{72\times\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$
c. Julio: $\frac{(72\div3)x2}{4}$
d. Deidad: $\frac{1\times2\times72}{4\times3}$

¿Los Datos que necesitamos para resolver este problema son?

a. Cantidad total de personas en urgencias:?
Fracción de personas con problemas cardiacos: $\frac{1}{4}$
Fracción de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: $\frac{2}{3}\ de\ \frac{1}{4}$
Cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: 72

b. Cantidad total de personas en urgencias: 72
Fracción de personas con problemas cardiacos: $\frac{1}{4}$
Fracción de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: $\frac{2}{3}\ de\ \frac{1}{4}$
Cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años:?

c. Cantidad total de personas en urgencias:?
Fracción de personas con problemas cardiacos: $\frac{1}{4}$
Fracción de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: $\frac{2}{12}$
Cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: 72

d. Cantidad total de personas en urgencias: 72
Fracción de personas con problemas cardiacos: $\frac{1}{4}$
Fracción de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años: $\frac{2}{12}$
Cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años:?

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

En este nivel de dificultad uno de los datos,
Los otros datos son:

1 el todo o valor total conocido:“72 personas”
2 la fracción conocida del todo
“$\frac{1}{4}$ Fracción de personas con problemas cardiacos"
3 El interrogante. “Cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de sesenta años”
4 la fracción que necesitamos hallar ”$\frac{2}{3}\ de\ \frac{1}{4}$”

¿Qué estudiante tiene el error?

a. Jhon
b. Valentina

c. Julio
d. Deidad

<u>¿Cuál es el error que presenta el estudiante?</u>

a. Invierte el numerador y el denominador en la operación.
b. Multiplica la fracción con la otra fracción en vez de Dividirla.
c. Invierte el orden de las dos fracciones a operar
d. Divide la fracción con la otra fracción en vez de multiplicar.

<u>¿Cuál es la cantidad de personas con problemas cardiacos, mayores de 60 años?</u>

e. 12
f. 18
g. 27
h. 48

Problema 14

- De los huéspedes del "Hotel de la Rosa" 2/7 son rubios y la cuarta parte de estos tienen los ojos azules. Sabiendo que hay 84 huéspedes. ¿Cuántos huéspedes con los ojos azules hay en el "Hotel de la Rosa"?

Para el anterior problema Jhon planteo la siguiente solución

$$\frac{2 \times 1}{7 \times 4} \times ? = 6$$

Por otro lado, Isabel planteo la siguiente solución

$$\frac{2 \times 1}{7 \times 4} \times 6 = ?$$

Y por último Daniela planteo la siguiente solución.

$$\frac{2/7}{1/4} \times 6 = ?$$

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

a. Cantidad total de huéspedes: 6
Fracción de huéspedes rubios: $\frac{1}{4}$
Fracción de huéspedes rubios con ojos azules: $\frac{2}{7}$
Cantidad de huéspedes con ojos azules:?

b. Cantidad total de huéspedes:?
Fracción de huéspedes rubios: $\frac{1}{4}$
Fracción de huéspedes rubios con ojos azules: $\frac{2}{7}$
Cantidad de huéspedes con ojos azules: 6

c. Cantidad total de huéspedes: 6
Fracción de huéspedes rubios: $\frac{2}{7}$
Fracción de huéspedes rubios con ojos azules: $\frac{1}{4}$
Cantidad de huéspedes con ojos azules:?

d. Cantidad total de huéspedes:?
Fracción de huéspedes rubios: $\frac{2}{7}$
Fracción de huéspedes rubios con ojos azules: $\frac{2}{28}$
Cantidad de huéspedes con ojos azules: 6

La respuesta correcta es la C.

En este nivel de dificultad los datos son:

- el todo o valor total conocido: “Número de huéspedes”
- la fracción conocida del todo fracción de huéspedes rubios
- El interrogante. “Cantidad de Huéspedes rubios con ojos azules”
- la fracción que necesitamos hallar ” Fraccion de Huéspedes rubios con ojos azules”

<u>El proceso correcto lo planteo:</u>

a. John
b. Isabela
c. Daniela

<u>La Cantidad total de huéspedes es:</u>

a. 6
b. 12
c. 24
d. 42

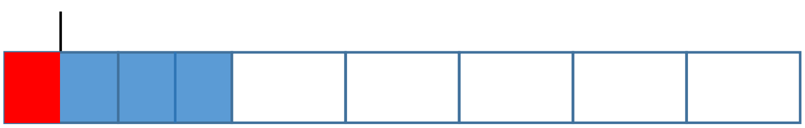
La respuesta correcta es la A, ya que:

$\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{7}$ es igual a: $\frac{1x2}{4x7} = \frac{2}{28}$

luego los $\frac{2}{28}$ de 84 huéspedes con ojos azules son:

$\frac{2}{28}$ x 84= $\frac{2 \; x \; 84}{28} = \frac{168}{28} = 6$

<u>¿Para verificar la cantidad total de huéspedes que solución grafica usarías?</u>

a. 

b. 

c. 

d. 

Problema 15

- Mónica tiene una colección de 24 tipos de bolígrafos de los cuales $\frac{3}{4}$ tienen tinta negra y de estos $\frac{1}{3}$ son de pasta morada, ¿Qué cantidad de bolígrafos de pasta morada hay en la caja?

<u>¿Los datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Cantidad total de bolígrafos:?
Fracción de bolígrafos con tinta negra: $\frac{3}{4}$
Fracción de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: $\frac{1}{3}$

Cantidad de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: 24

b. Cantidad total de bolígrafos: 24
Fracción de bolígrafos con tinta negra: $\frac{3}{4}$

Fracción de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: $\frac{1}{3}$

Cantidad de bolígrafos con tinta negra de pasta morada:?

c. Cantidad total de bolígrafos:?
Fracción de bolígrafos con tinta negra: $\frac{3}{4}$

Fracción de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: $\frac{3}{12}$

Cantidad de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: 24

d. Cantidad total de bolígrafos: 24

Fracción de bolígrafos con tinta negra: $\frac{3}{4}$

Fracción de bolígrafos con tinta negra de pasta morada: $\frac{3}{12}$

Cantidad de bolígrafos con tinta negra de pasta morada:?

La respuesta correcta es la D, ya que en este nivel de dificultad los datos son:

- el todo o valor total conocido: "24 bolígrafos"
- la fracción conocida del todo "$\frac{3}{4}$ $con\ tinta\ negra$"
- El interrogante. "Bolígrafos de pasta morada"
- la fracción que necesitamos hallar " $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$"que equivale a $\frac{3}{12}$

<u>¿El Proceso Correcto es?</u>

a. $\frac{\mathbf{3\ x\ 1}}{\mathbf{4\ x\ 3}}$**x? =24**
b. $\frac{\mathbf{24 \div 3}}{\mathbf{4}}$**=?**
c. $(\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}) \times \mathbf{24} =\ ?$
d. $(\frac{3}{4}\,x\,\frac{1}{3})$ **x24=?**

La respuesta correcta es la **D**, ya que:

Para resolver este problema debemos hallar la <u>fracción de una fracción</u> y como hemos visto en este tipo de problemas, la preposición "<u>de</u>" Indica una operación de "<u>multiplicación</u>" entre las partes.

<u>La cantidad bolígrafos con tinta negra de pasta morada son:</u>

a. 6
b. 9
c. 12
d. 18

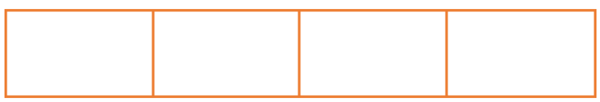
La respuesta correcta es la **A**, ya que:

$\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ es igual a: $\frac{1x3}{3x4}$= $\frac{3}{12}$

$luego\ los\ \frac{3}{12}$ de 24 bolígrafos con tinta negra de pasta morada son:

$\frac{3}{12}$ x 24= $\frac{3\ x\ 24}{12}$= $\frac{72}{12}$ = 6

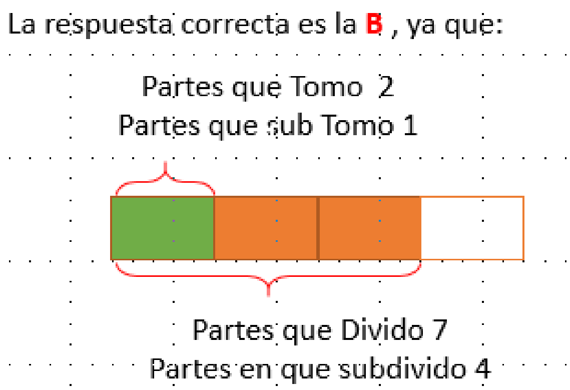
<u>¿Con que grafico verificarías la respuesta?</u>

a. 

b. 

c. 

d. 



Nivel de Complejidad 4

Problema 16

- Hace unos años David tenía 15 años, que representan los $^{3}/_{5}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene David? A lo que un estudiante respondió: Dividí 15 entre 5 y me dio 3 luego sume 15+3 y el resultado es 18
  Rta: La edad actual de David es 18 años.

  ¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

a. Edad Actual:?
   Fracción de la edad actual: $\frac{3}{5}$
   Edad parcial conocida en fracción: 15 años

b. Edad Actual: 15 años
   Fracción de la edad actual: $\frac{2}{5}$
   Edad parcial conocida en fracción:?

c. Edad Actual:?

Fracción de la edad actual: $\frac{2}{5}$
Edad parcial conocida en fracción: 15 años

d. Edad Actual: 15 años
Fracción de la edad actual: $\frac{3}{5}$
Edad parcial conocida en fracción:?

La respuesta correcta es la **A**, ya que:

En este nivel de dificultad, El todo o valor total, es el valor desconocido o interrogante. Los otros datos a usar son:

1 la fracción conocida del valor parcial : $\frac{3}{5}$
2 El valor parcial conocido: 15 años

¿Como plantearías la solución a este problema?

$a.$ $\frac{3}{5}$de? = 15, Luego $? = 15x\frac{5}{3}$

$b.$ $\frac{2}{5}$de? = 15, Luego $? = 15x\frac{5}{2}$

$c.$ $\frac{3}{5}$de? = 15, Luego $? = \frac{3x15}{5}$

$d.$ $\frac{2}{5}$de? = 15, Luego $? = \frac{2x15}{5}$

¿Cuál es la edad actual de David?

a. 21 años
b. 24 años
c. 25 años
d. 30 años

Problema 17

Años atrás el instituto contaba con 450 estudiantes que representan las $^5/_9$ partes del total de estudiantes actual. ¿Cuántos estudiantes tienen actualmente el instituto?
Para este problema 4 estudiantes presentaron las siguientes soluciones:

David: $\frac{450x5}{9}$

Juana: $\frac{450x4}{9}$

Daniela: $\frac{450x9}{5}$

Fabián: $\frac{450x9}{4}$

<u>¿Los Datos que debemos usar en este problema son?</u>

a. Cantidad Actual de estudiantes:?
   Fracción de la cantidad actual de estudiantes: $\frac{5}{9}$
   Cantidad parcial de estudiantes conocida en fracción: 450 estudiantes
b. Cantidad Actual de estudiantes:?
   Fracción de la cantidad actual de estudiantes: $\frac{4}{9}$
   Cantidad parcial de estudiantes conocida en fracción: 450 estudiantes

c. Cantidad Actual de estudiantes: 450 estudiantes
   Fracción de la cantidad actual de estudiantes: $\frac{5}{9}$
   Cantidad parcial de estudiantes conocida en fracción:?

d. Cantidad Actual de estudiantes: 450 estudiantes
   Fracción de la cantidad actual de estudiantes: $\frac{4}{9}$
   Cantidad parcial de estudiantes conocida en fracción:?

La respuesta correcta es la **A**, ya que los datos conocidos son:

1 Valor desconocido o interrogante: “Cantidad Actual de estudiantes”
2 la fracción conocida del valor parcial : $\frac{5}{9}$
3 El valor parcial conocido: 450 estudiantes

¿Cómo se describiría el proceso de solución al anterior problema?

a. multiplicaría el valor parcial de 450 estudiantes por los $\frac{5}{9}$ que los representa.
b. como 450 representa 5 partes de 9 dividirá estos dos valores 450 entre 5 y para conocer el valor total tomaría este valor resultante y lo multiplicaría por 9 que representa el total de partes que necesito para saber el valor actual de estudiantes.
c. multiplicaría el valor parcial de 450 estudiantes por los $\frac{4}{9}$ que los representa la parte faltante y el resultado lo sumaría al valor parcial conocido de 450.
d. como 450 representa 5 partes de 9 y necesito conocer las faltantes dividirá estos dos valores 450 entre 4 que son las faltantes y para conocer el valor total tomaría este valor resultante y lo multiplicaría por 9 que representa el total de partes que necesito para saber el valor actual de estudiantes.

¿Qué estudiante plantea la solución correcta?

a. David
b. Juana
c. Daniela
d. Fabián

¿Cuál es la cantidad actual de estudiantes que tiene el instituto?

a. 200
b. 250
c. 810
d. 1102

Problema 18

¿Cuántos libros tengo actualmente? si el mes pasado tenía 20 que representan los 4/5 partes de los libros que tengo ahora. A lo que 4 estudiantes plantearon las siguientes soluciones:

Jhon: $\frac{20x5}{4}$

Valentina: $\frac{20x\frac{5}{5}}{\frac{4}{5}}$

Julio: $(20 \div 4)$x5

Deidad: $20x\frac{4}{5}$

<u>**¿Los Datos que debemos usar en este problema son?**</u>

a. Cantidad Actual de libros: 20
Fracción de la cantidad actual de libros: $\frac{4}{5}$
Cantidad parcial de libros conocida en fracción:?

b. Cantidad Actual de libros: 20
Fracción de la cantidad actual de libros: $\frac{5}{9}$
Cantidad parcial de libros conocida en fracción:?

c. Cantidad Actual de libros:?
Fracción de la cantidad actual de libros: $\frac{5}{9}$
Cantidad parcial de libros conocida en fracción: 20

d. Cantidad Actual de libros:?
Fracción de la cantidad actual de libros: $\frac{4}{5}$
Cantidad parcial de libros conocida en fracción: 20

La respuesta correcta es la **D**, ya que los datos conocidos son:

1 Valor desconocido o interrogante: “Cantidad Actual de libros”
2 la fracción conocida del valor parcial : $\frac{4}{5}$
3 El valor parcial conocido: 20 libros

¿Qué estudiante tiene el error?

a. Jhon
b. Valentina
c. Julio
d. Deidad

¿Cuál es el error que presenta el estudiante?

a. Invierte el numerador y el denominador en la operación.
b. Resta el numerador con el denominador
c. Toma la parte de fracción de la cantidad parcial de libros.
d. Toma la parte de fracción de la cantidad total de libros.

¿Cuál es la cantidad actual de libros?

a. 14
b. 25
c. 29
d. 40

Problema 19

Cuánto cuesta el televisor que compro mi padre en 6 cuotas, si los 4/6 del dinero que debe pagar representa $900.000 pesos.

Para el anterior problema Jhon planteo la siguiente solución

$$(900.000x4) \div 6$$

Por otro lado, Isabel planteo la siguiente solución

$$(900.000x6) \div 4$$

Y por último Daniela planteo la siguiente solución.

$$(900.000x4) \div 2$$

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

a. Pago parcial del TV: $900.000
   Valor total del TV:?
   Fracción Pagada: $\frac{4}{6}$

b. Pago parcial del TV: $900.000
   Valor total del TV:?
   Fracción Pagada: $\frac{2}{6}$
   Fracción sin Pagar: $\frac{4}{6}$

c. Pago parcial del TV:?
   Valor total del TV: $900.000
   Fracción Pagada: $\frac{4}{6}$

d. Pago parcial del TV:?
   Valor total del TV: $900.000
   Fracción Pagada: $\frac{4}{6}$
   Fracción sin Pagar: $\frac{2}{6}$

La respuesta correcta es la **A**, ya que los datos conocidos son:

1 Valor desconocido o interrogante: “Valor total del TV”
2 la fracción conocida del valor parcial : $\frac{4}{6}$

3 El valor parcial conocido: $900.000

El proceso correcto lo planteo:

a. John
b. Isabela
c. Daniela

¿Para calcular el valor del televisor que formula usarías?

a. $(900.000 \times 4) \div 6$
b. $(900.000 \times 2) \div 6$
c. $(900.000 \times 6) \div 4$
d. $(900.000 \times 6) \div 2$

El valor total del televisor es:

a. $675.000
b. $1.200.000
c. $1.350.000
d. $1.800.000

Problema 20

Cuantas botellas de cloro tenia María en la tienda si le quedan 18 que son las 2/3 partes del cloro que tenía inicialmente.

A lo que 4 estudiantes respondieron así:

Pedro: $18 \times \frac{2}{3}$

Juan: $(18 \div 2) \times 3$

Olga:$18 + (2 \times 3)$

Javier: $\left(18 \times \frac{1}{3}\right) + 18$

<u>Los Datos que debemos usar en este problema son:</u>

a. Cantidad de botellas que quedaron:18
   Cantidad total de botellas:?
   Fracción de botellas que quedaron: $\frac{1}{3}$
   Fracción de botellas vendidas: $\frac{2}{3}$
b. Cantidad de botellas que quedaron:?
   Cantidad total de botellas:18
   Fracción de botellas que quedaron: $\frac{1}{3}$
   Fracción de botellas vendidas: $\frac{2}{3}$
c. Cantidad de botellas que quedaron:18
   Cantidad total de botellas:?
   Fracción de botellas que quedaron: $\frac{2}{3}$
d. Cantidad de botellas que quedaron:?
   Cantidad total de botellas:18
   Fracción de botellas que quedaron: $\frac{2}{3}$
   La respuesta correcta es la **C**, ya que:

- El todo o cantidad total de botellas, que es el interrogante
- La fracción conocida del valor parcial : $\frac{2}{3}$
- El valor parcial conocido: 18 botellas

<u>¿Cómo se describiría el proceso de solución al anterior problema?</u>

a. Se divide la cantidad parcial de botellas entre el numerador y después se multiplica por el denominador, que indica el total de partes.
b. Se divide la cantidad de botellas entre el denominador y después se multiplica por el numerador.

c. Se toman los dos valores de la fracción (Numerador y denominador) y los multiplicamos; Luego se suma este resultado a la cantidad parcial de botellas
d. Se toma la fracción restante del valor parcial de botellas y el resultado se suma al mismo valor parcial de botellas, obteniendo el total de botellas.

La solución correcta la tiene:

a. Pedro
b. Juan
c. Olga
d. Javier

La cantidad de botellas de cloro que tenía María en la tienda son:

a. 23
b. 25
c. 27
d. 30

¿Con que método verificarías la respuesta?

a. $\underset{9}{\frac{1}{3}} + \underset{9}{\frac{1}{3}} + \underset{9}{\frac{1}{3}} = 1$

b. $\underset{9}{\frac{1}{5}} + \underset{9}{\frac{1}{5}} + \underset{9}{\frac{1}{5}} + \underset{9}{\frac{1}{5}} + \underset{9}{\frac{1}{5}} = 1$

c. $\underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} = 1$

$\underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} + \underset{5}{\frac{1}{3}} = 1$

d.

Nivel de Complejidad 5

Problema 21

De un depósito que contenía 600 litros de agua han sacado primero 1/6 del total y después ¾ del total. ¿Cuántos litros quedan?

A lo que un estudiante respondió: sume 1/6 a 3/4 y me dio 4/10 luego tome los 4/10 de 600Litros y me dio 240, luego si son 240 litros los gastado, luego 600ltrs -240ltrs quedan 360litros
Rta: Los litros que quedan en el depósito son 360litros.

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

e. Cantidad de agua que contiene el deposito: 600lts
Fracción de la primera cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{1}{6}$
Fracción de la segunda cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{3}{4}$
Cantidad de agua que quedo:?
f. Cantidad de agua que contiene el deposito: 600lts
Fracción de la primera cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{3}{4}$
Fracción de la segunda cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{1}{6}$
Cantidad de agua que quedo:?
g. Cantidad de agua que contiene el deposito: 600lts
Fracción de la primera cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{1}{6}$
Fracción de la segunda cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{22}{24}$
Cantidad de agua que quedo:?
h. Cantidad de agua que contiene el deposito: 600lts

Fracción de la primera cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{22}{24}$
Fracción de la segunda cantidad de agua que se sacó del depósito: $\frac{1}{6}$
Cantidad de agua que quedo:?

La respuesta correcta es la **A**, Recuerda…

En este nivel de dificultad siempre debe haber mínimo 4 datos,

- el todo o valor total
- Primera fracción que tomo del todo
- Segunda fracción que tomo del todo y así sucesivamente.
- El interrogante.

¿Cuál es el error que presenta el estudiante?

a. Invierte el numerador y el denominador en la operación.
b. Multiplica la fracción con la otra fracción en vez de Dividirla.
c. Invierte el orden de las dos fracciones a operar
d. Realiza mal la suma entre las dos fracciones.

¿Cómo plantearías la solución a este problema?

a. $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{22}{24}\ , luego. 600lts\ de\ \frac{22}{24}\ = 600 \times \frac{22}{24} =?$
b. $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{4}{10}\ , luego. 600lts\ de\ \frac{4}{10}\ = 600 \times \frac{4}{10} =?$
c. $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{22}{24}\ , luego. lts\ que\ quedan\ = 600 - \left(600 \times \frac{22}{24}\right) =?$
d. $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{4}{10}\ , luego. lts\ que\ quedan\ = 600 - \left(600 \times \frac{4}{10}\right) =?$

La respuesta correcta es la **C** ya que el problema nos pide la cantidad de agua que nos queda, es decir la diferencia entre el total del agua y la fracción gastada, por otro lado la suma entre fracciones que es correcta es esta.

¿Cuál es la cantidad de agua que queda en el depósito?

a. 50ltrs
b. 240ltrs
c. 360ltrs
d. 550ltrs

La respuesta correcta es la **A**, ya que:

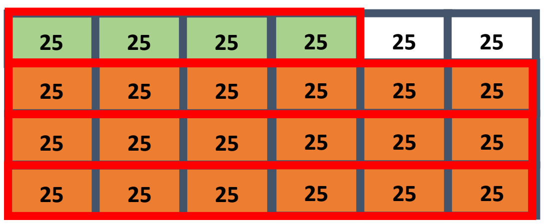
$$\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{22}{24}\text{ , } \boldsymbol{luego.\ lts\ que\ quedan} = \mathbf{600} - \left(\mathbf{600} \times \frac{22}{24}\right) = \mathbf{600} - \left(\frac{13200}{24}\right) =$$

$$\mathbf{600 - 550 = 50}$$

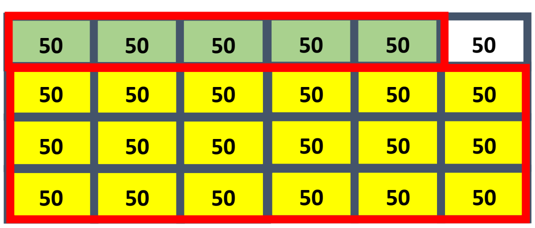
En el depósito de agua quedan 50Lts

<u>¿Con que grafico verificarías la respuesta?</u>

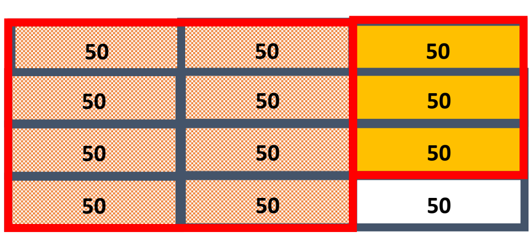
a.

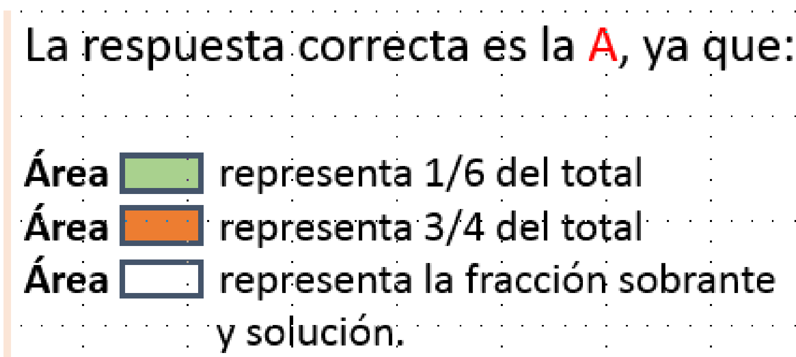


b.



c.





Problema 22

Un niño regala a su hermano 1/6 de sus canicas, vende 1/3 del total a sus amigos y pierde la quinta parte. Si tenía 60 canicas ¿cuántos quedaron?

Para este problema 4 estudiantes presentaron las siguientes soluciones:

David: $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{21}{30}$ $, luego.$ $\frac{21}{30}$ $de\ 60 = \frac{21}{30} \times 60 = ?$

Juana: $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{3}{14}$ $, luego.$ $\frac{3}{14}$ $de\ 60 = \frac{3}{14} \times 60 = ?$

Daniela: $\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{90}$ $, luego.$ $\frac{1}{90}$ $de\ 60 = ?$

Fabián: $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{21}{30}$ $, luego.$ $60-\left(60\times\frac{21}{30}\right)=?$

<u>¿Los Datos que debemos usar en este problema son?</u>

i. Cantidad regaladas: $\frac{1}{6}$

Canicas Perdidas:$\frac{21}{30}$
Canicas vendidas$\frac{3}{6}$
Total canicas:?
Canicas que quedaron: 60

j. Cantidad regaladas: $\frac{1}{6}$
Canicas Perdidas:$\frac{1}{5}$
Canicas vendidas$\frac{1}{3}$
Total canicas:?
Canicas que quedaron: 60

k. Cantidad regaladas: $\frac{1}{6}$
Canicas Perdidas:$\frac{1}{5}$
Canicas vendidas$\frac{1}{3}$
Total canicas: 60
Canicas que quedaron?

l. Cantidad regaladas: $\frac{1}{6}$
Canicas Perdidas:$\frac{21}{30}$
Canicas vendidas$\frac{3}{6}$
Total canicas: 60
Canicas que quedaron?

La respuesta correcta es la **C**, ya que los datos son:

- el todo o valor total “60 canicas”
- Primera fracción que tomo del todo “$\frac{1}{6}$ de canicas regaladas”
- Segunda fracción que tomo del todo “$\frac{1}{3}$ de canicas vendidas”
- Tercera fracción que tomo del todo “$\frac{1}{5}$ de canicas perdidas”

- El interrogante. “Canicas que quedan”

<u>¿Cómo se describiría el proceso de solución al anterior problema?</u>

a. Sumaria todas las fracciones y el resultado lo multiplicaría por el total de canicas obteniendo la respuesta
b. Multiplicaría todas las fracciones y el resultado lo multiplicaría por el total de canicas obteniendo la respuesta
c. Sumaria todas las fracciones y luego la fracción resultante la multiplicaría por 60, hallando el total de canicas repartidas y se lo restaría al total de canicas para hallar las que quedaron
d. Multiplicaría todas las fracciones y luego la fracción resultante la multiplicaría por 60, hallando el total de canicas repartidas y se lo restaría al total de canicas para hallar las que quedaron

<u>¿Qué estudiante plantea la solución correcta?</u>

a. David
b. Juana
c. Daniela
d. Fabián

La respuesta correcta es la D,

Recuerda…

Para resolver este problema debemos hallar la fracción restante de varias fracciones o partes que han sido tomadas del todo.

Recuerda que en este proceso se buscar encontrar o plantear una fórmula que permita resolver el ejercicio empleando los datos que ya conocemos.

<u>¿Cuál es la cantidad de canicas que quedaron?</u>

a. 9
b. 18
c. 42

d. 51

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

La fracción de canicas que quedaron es igual a, $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{21}{30}$, $luego.$

$$60-\left(60\times\frac{21}{30}\right)=60-\left(\frac{60\times21}{30}\right)=$$

$$60-\frac{1260}{30}=60-42=\mathbf{18}$$

Rta: Le quedan 18 canicas al niño

Problema 23

En una granja hay 24 animales de los cuales la mitad son vacas, 1/3 son cerdos y el resto son gallinas, ¿Cuantas gallinas hay en la granja?.

A lo que el estudiante respondió:

24 ÷ 3 = 8

Respuesta: hay 8 gallinas en total y verifico.

<u>¿Los Datos que debemos usar en este problema son?</u>

A. Parte de cerdos 1/3
   Partes de vacas: 1/3
   Partes de gallinas: 1/3
   Total animales:24
B. Parte de cerdos 1/3
   Partes de vacas: 1/2
   Partes de gallinas:?
   Total animales: 24
C. Parte de cerdos: 3
   Partes de vacas: 2
   Partes de gallinas:?
   Total animales: 24
D. Parte de cerdos:1/6
   Partes de vacas: 2/6
   Partes de gallinas:?
   Total animales: 24

La respuesta correcta es la **B**, ya que:

En este nivel de dificultad siempre debe haber prácticamente 4 datos, de los

Recuerda…

En este nivel de dificultad siempre debe haber mínimo 4 datos,

- el todo o valor total “Numero de Animales”
- Primera fracción que tomo del todo “ Fraccion de Vacas”
- Segunda fracción que tomo del todo “Fracción de Cerdos”
- El interrogante. “Cantidad de Gallinas”

<u>¿Como plantearías la solución a este problema?</u>

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$, $\boldsymbol{luego.\ 24\ de\ \frac{5}{6}\ =24\times\frac{5}{6}}$ =?

b. . $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$, $\boldsymbol{luego.\ 24\ de\ \frac{2}{5}\ =\ 24\times\frac{2}{5}}$ =?

c. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$, $\boldsymbol{luego.\ cantidad\ de\ gallinas\ = 24-\left(24\times\frac{5}{6}\right)}$ =?

d. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$, $\boldsymbol{luego.\ cantidad\ de\ gallinas\ = 24-\left(24\times\frac{2}{5}\right)}$ =?

<u>¿Qué otra cosa harías tú?</u>

A. En vez de dividir, multiplicaría las fracciones ½ x $^1/_3$ =

B. Tomaría ½ de 24 y $^1/_3$ de 24 luego; ½x24 y $^1/_3$ x24 y los sumaria consiguiendo la respuesta

C. Sumaria ambas fracciones y las restaría del todo fraccional, luego tomaría la fracción que quedara del total de animales. ½+$^1/_3$ = 5/6 Luego 6/6 – 5/6 = 1/6 y 1/6 de 24 es igual a 1/6x 24=

D. Dividiría por el numerador y multiplicaría por el denominador de la fracción indicada para cada animal Vacas (24÷1)x3 Cerdos(24÷1)x2

<u>¿El total de gallinas es?:</u>

e. 4
f. 8
g. 12
h. 16

La respuesta correcta es la A, ya que:

La cantidad de Gallinas que hay en la granja es igual a:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$, $luego.$

$$24-\left(24\times\frac{5}{6}\right)=24\ -\left(\frac{24\times 5}{6}\right)=$$

$$24\ -\frac{120}{6}=24-20=4$$

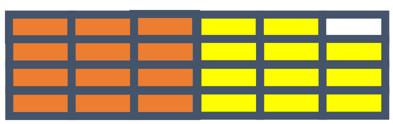
Rta: Hay 4 gallinas en total.

<u>¿Para verificar el problema, que solución grafica usarías?</u>

a.

b. 

c. 



d.

La respuesta correcta es la **C**, ya que:

Área (verde) representa ½, cantidad de vacas
Área (naranja) representa $^1/_3$, cantidad de cerdos
Área (blanco) representa la fracción sobrante y cantidad de gallinas.

Problema 24

- Entre tres hermanos deben repartirse 1.200.000 pesos. El primero se lleva 7/15 del total, el segundo 5/12 del total y el tercero el resto. ¿Qué cantidad de dinero se lleva el tercer hermano?

Para el anterior problema John planteo la siguiente solución

$$\left(\frac{7}{15}+\frac{5}{12}\right)=\frac{53}{60}\ ,Luego,\frac{60}{60}-\frac{53}{60}=\frac{7}{60},$$

$$entonces\ multiplicamos$$

$$\frac{7}{60}\times 1.200.000=?$$

Por otro lado, Isabel planteo la siguiente solución

$$\left(\frac{7}{15}\times\frac{5}{12}\right)=\frac{35}{180}\ ,Luego,\frac{180}{180}-\frac{35}{180}=\frac{145}{180}$$

$$entonces\ multiplicamos$$

$$\frac{145}{180}\times 1.200.000=?$$

Y por último Daniela planteo la siguiente solución.

$$\left(\frac{7}{15}+\frac{5}{12}\right)=\frac{12}{27}\ ,Luego,\frac{27}{27}-\frac{12}{27}=\frac{15}{27}$$

$$entonces\ multiplicamos$$

$$\frac{15}{27}\times 1.200.000=?$$

¿Los Datos que debemos usar en este problema son?

e. Cantidad de dinero a repartir: $1.200.000
Fracción que toma el 1er hermano: $\frac{7}{15}$
Fracción que toma el 2do hermano: $\frac{12}{27}$
Cantidad que le queda al 3er hermano:?

f. Cantidad de dinero a repartir: $1.200.000
Fracción que toma el 1er hermano: $\frac{7}{15}$
Fracción que toma el 2do hermano: $\frac{53}{60}$
Cantidad que le queda al 3er hermano:?

g. Cantidad de dinero a repartir: $1.200.000
Fracción que toma el 1er hermano: $\frac{7}{15}$
Fracción que toma el 2do hermano: $\frac{35}{180}$
Cantidad que le queda al 3er hermano:?

h. Cantidad de dinero a repartir: $1.200.000
Fracción que toma el 1er hermano: $\frac{7}{15}$
Fracción que toma el 2do hermano: $\frac{5}{12}$
Cantidad que le queda al 3er hermano:?

La respuesta correcta es la **D**, ya que los datos son:

- el todo o valor total “$1.200.000”
- Primera fracción que tomo del todo “$\frac{7}{15}$ de dinero para el primer hermano”
- Segunda fracción que tomo del todo “$\frac{5}{12}$ de dinero para el segundo hermano”
- El interrogante. “Cantidad de dinero para el tercer hermano”

el proceso correcto lo planteo:

a. John
b. Isabela
c. Daniela

¿Qué otra fórmula usarías para calcular la cantidad de dinero que le queda al hermano menor?

a. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}=\frac{28+25}{60}=\frac{53}{60}, luego.\ 1.200.000-\left(1.200.000\times\frac{53}{60}\right)=¿$
b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}=\frac{28+25}{60}=\frac{53}{60}, luego. (1.200.000\times 53)\div 60=¿$
c. $\frac{7}{15}\times\frac{5}{12}=\frac{35}{180}, luego.\ 1.200.000-\left(1.200.000\times\frac{35}{180}\right)=¿$
d. $\frac{7}{15}\times\frac{5}{12}=\frac{35}{180}, luego. (1.200.000\times 35)\div 180=?$

La respuesta correcta es la **A** ya que el problema nos pide hallar el dinero para el tercer hermano, es decir la diferencia entre el total del dinero y la fracción del dinero que se repartieron entre el primer y el segundo hermano,

la cantidad de dinero que le queda al hermano menor es?

a. $140.000
b. $233.000
c. $967.000
d. $1.060.000

La respuesta correcta es la A, ya que:

El dinero que le queda al hermano menor es igual a:

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{15}}+\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{12}}=\frac{53}{60}\ ,\ luego.$$

$$1200000-\left(1200000\times\frac{53}{60}\right)=1200000-\left(\frac{\cancel{1200000}\times 53}{\cancel{60}}\right)=$$

$$1200000-(20000\times 53)=1200000-1060000=140000$$

Rta: Al hermano menor le quedan $140.000

Problema 25

El propietario de una finca ha decidido venderlo en parcelas. Vendió primero 3/7 del mismo, después la mitad del predio. Si la finca mide 28.000m^2 ¿Cuántos metros le quedan sin vender?

A lo que 4 estudiantes respondieron así:

Pedro: $\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{14}, luego.\ \ \frac{3}{14}\times 28.000=?$

Juan: $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}=\frac{6+7}{14}=\frac{13}{14}, luego.\ \ \frac{13}{14}\times 28.000=?$

Olga: $\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{14}, luego.\ \ \frac{14}{14}-\frac{3}{14}=\frac{11}{14} entonces, \frac{11}{14}\times 28.000=?$

Javier: $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}=\frac{6+7}{14}=\frac{13}{14}, luego.\ \ \frac{14}{14}-\frac{13}{14}=\frac{1}{14} entonces, \frac{1}{14}\times 28.000=?$

<u>Los Datos que debemos usar en este problema son:</u>

a. Área total del terreno: $28.000
   Fracción que vendió primero: $\frac{3}{7}$
   Fracción que vendió luego: $\frac{3}{14}$
   Área que le queda:?
b. Área total del terreno: $28.000
   Fracción que vendió primero: $\frac{3}{7}$
   Fracción que vendió luego: $\frac{13}{14}$
   Área que le queda:?
c. Área total del terreno: $28.000
   Fracción que vendió primero: $\frac{3}{7}$
   Fracción que vendió luego: $\frac{1}{2}$

Área que le queda:?

d. Área total del terreno: $28.000
Fracción que vendió primero: $\frac{3}{14}$
Fracción que vendió luego: $\frac{13}{14}$
Área que le queda:?

La respuesta correcta es la **C**, ya que los datos para resolver el problema son:

- el todo o valor total "28.000m^2"
- Primera fracción que tomo del todo "$\frac{3}{7}$ del terreno"
- Segunda fracción que tomo del todo "$\frac{1}{2}$ del terreno"
- El interrogante. "Cantidad de terreno sin vender"

¿Cómo se describiría el proceso de solución al anterior problema?

a. Se multiplican las fracciones parciales vendidas, luego se resta este valor al todo fraccional y el resultado se multiplica por el área total de la finca.
b. Se suman las fracciones parciales vendidas, luego se resta este valor al todo fraccional y el resultado se multiplica por el área total de la finca.
c. Se multiplican las fracciones parciales vendidas, y el resultado se multiplica por el área total de la finca.
d. Se suman las fracciones parciales vendidas, y el resultado se multiplica por el área total de la finca.

La respuesta correcta es la B, ya que:

Para hallar la respuesta se deben sumar las fracciones parciales, para conocer la fracción vendida del terreno, Luego se completa el proceso, hallando esta fracción del área del terreno y restándola al todo.

La solución correcta la tiene:

a. Pedro
b. Juan

c. Olga
d. Javier

La cantidad de metros que quedan sin vender son:

a. 2.000 m^2
b. 6.000 m^2
c. 12.000 m^2
d. 26.000 m^2

La respuesta correcta es la A, ya que: El terreno que le queda es igual a:

$$\frac{3}{7}+\frac{1}{2}=\frac{13}{14}\ ,\ luego.$$

$$28000-\left(28000\times\frac{13}{14}\right)=28000-\left(\frac{\cancel{28000}\times 13}{\cancel{14}}\right)=$$

$$28000-(2000\times 13)=28000-26000=2000$$

Rta: El propietario queda sin vender 2000m^2 del terreno.

¿Con que grafico verificarías la respuesta?

a. 

b. 

c. 

d. 

Anexo B.

Prueba de entrada

Prueba Diagnóstica - Números Racionales Grado 7º

Nombre ___________________________________ Edad ________

En esta actividad encontrarás algunos problemas con los números racionales, no importa si te equivocas aquí será, valorado tu trabajo y tus razonamientos matemáticos; deseamos que lo realices de la manera que a ti te parezca adecuada, se pueden usar operaciones matemáticas y/o realizar interpretaciones gráficas. También se tendrá en cuenta la manera como presentes la información final, por ejemplo: como número entero o número racional.

¡Muchos éxitos!

1. Elena va de compras con $180. Se gasta 3/5 de esa cantidad. ¿Cuánto le queda?

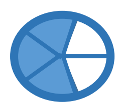
a) Tomé 5 veces 10, lo resté a $180 y el resultado es $130, ya que

$$180-(5\times 10)=$$

$$180-(50)=130$$

b) Le quedan 2 y verifico con el gráfico.

$5\div 3=1$ y sobran 2



c) Le quedan $72 porque:

$$\left(180\times\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{180\times 3}{5}\right)=\frac{540}{5}=108$$

$$180-108=72$$

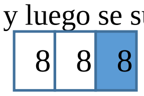
d) El resultado es $36 pesos porque

$$180\div 5=36$$

Explique su respuesta aquí:

2. Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los $^2/_3$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

a) Como falta un tercio para completar la edad actual, halla la tercera parte de 24 y luego se suma a 24.



$$24+8=32$$

Explique su respuesta aquí:

La edad actual de Pedro es 32 b) La edad actual de Pedro es 36 ya que: $24 \div 2 = 12$ $12 \times 3 = 36$ c) Multipliqué 2x3 y me dio 5, luego: 5 años más 24 años es igual a 29 años d) Pedro tiene 48 años, porque $24 \times 2 = 48$	

3. Si tengo \$25000 y hago compras por los $^6/_5$ de esta cantidad, ¿Cuánto debo?	
a) Debería 5000 pesos ya que: $\frac{6}{5} - \frac{5}{5} = \frac{1}{5}$, Luego $25000 \times \frac{1}{5} = 5$ b) Debería \$55000 pesos ya que: $6 + 5 = 11$, Luego. $11 \times 25000 = 275000$ $275000 \div 5 = 55$ c) Debería \$25001 pesos ya que: $6 - 5 = 1$ y … $25000 + 1 = 25001$ d) Debería 30000 pesos ya que $^6/_5$de 25000=	Explique su respuesta aquí:

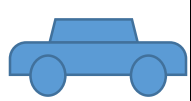
$\frac{150000}{5} = 30000$	

4. Se necesitan $^2/_5$ de naranja para hacer un vaso de jugo ¿Cuántas naranjas necesitas para hacer 2 vasos y medio?	
a) Se necesitan 25 naranjas para hacer 2 vasos y ½ ya que: 2+2+2+2+2=10 luego, 10 naranjas = 1 vaso 10 naranjas = 1 vaso 5 naranjas = ½ vaso Total 25 naranjas par 2 vasos y ½ b) Se necesitan 5 naranjas para un vaso de jugo Ya que $^2/_3$ de $^3/_5$ 3 + 2 = 5 c) Se necesita 1 naranja para 2 ½ vasos ya que: Dos y medio vasos = $\frac{(2\times2)+1}{2} = \frac{5}{2}$vasos, d) Luego,$\frac{\frac{2}{5}}{X} = \frac{1 \text{ vaso}}{\frac{5}{2}\text{vasos}}$ $X = \frac{\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}\right)}{1} = \frac{\left(\frac{10}{10}\right)}{1} = \frac{1}{1} = 1$ e) Se necesitan 3/5 de naranja para hacer 2 ½ vasos ya que: $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$	Explique su respuesta aquí:

5. Queremos llenar 100 botellas de agua con una capacidad de 1/4 de l. c/u. ¿Cuántos litros de agua son necesarios?	
a. 400 litros, porque 4 botellas x litro $4 \times 100 = 400$	Explique su respuesta aquí:

b. 75 litros, porque ¾ de litro por botella son: $\frac{3}{4} \times 100 = 75$ c. 25 litros. porque la cantidad de botellas (100) multiplicado por la capacidad de cada una, que es un cuarto (1/4 de litro) es igual a 25. $\frac{1}{4} \times 100 = 25$ d. 100 litros. porque 1 litro es igual a $^{4}/_{4}$ de litro, luego; $100 \times \frac{4}{4}$=100	

6. Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los $^{5}/_{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $^{6}/_{13}$ del mismo. ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?	
a) A: $^{572}/_{11}$=52 B: $^{572}/_{13}$= 44 El “Auto A” lleva 52 Km recorridos y el “Auto B” lleva 44Km recorridos. b) A: $^{572}/_{11}$=52 52X5=260 B: $^{572}/_{13}$= 44 44x6=264 El “Auto A” recorrió 260Km y el ”Auto B” recorrió 264 c) Se toman las $^{5}/_{11}$ partes de A 572÷6 = 95 y sobran 2 Y luego las $^{6}/_{13}$ partes de B	Explique su respuesta aquí:



572÷7= 81 y sobran 5 El Auto A va 95 km y el auto B va 81 Km d) A: $^{572}/_{11}$=52 52x6=312 B: $^{572}/_{13}$= 44 44x7=308 El Auto A va recorrido 312 Km y B recorrió 308	

7. Tenía $4000 y gasté $^{3}/_{8}$. ¿Cuánto me queda?	
a) Queda $2500 ya que: 3/8 de $4000 son 3/8 x 4000= 12000/8 = 1500 pesos, Luego $4000 - $1500 = $2500 b) Queda $800 ya que: 8 – 3 = 5 y 4000÷5=800 c) Queda $1500 ya que 4000 x $^{3}/_{8}$ = $^{12000}/_{8}$ = $1500 d) Queda $500 ya que 4000÷ 8 = 500	Explique su respuesta aquí: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________

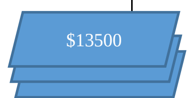
8. Si galón y medio de gasolina cuesta $ 13.500pesos. ¿Cuánto cuesta un galón de gasolina?	
a) Un galón cuesta $20250, ya que: $1^1/_2 = \frac{(1x2)+1}{2} = \frac{3}{2}$ luego,	Explique su respuesta aquí:

$$13500 \times \frac{3}{2} = \frac{40500}{2} = 20250$$

b) Un galón cuesta \$6750 ya que:
Si $1^1/_2$ Cuesta \$ 13.500, luego
$$\frac{13500}{2} = 6750$$

c) Un galón cuesta \$4500 ya que
$1^1/_2$ cuesta \$13500 luego
$$\frac{13500}{3} = 4500$$

d) Un galón cuesta \$9000 ya que:
$1^1/_2 = \frac{(1x2)+1}{2} = \frac{3}{2}$ luego,
$$\frac{3}{2}x9000 = \frac{27000}{2} = 13500$$



9. Tito tiene $1^2/_5$ tarjetas de baloncesto de las que tiene Mario. Mario tiene 55tarjetas; ¿Cuantas tarjetas tiene Tito?.

a. 22 tarjetas ya que:
55x2/5 = 22

22x1=22

b. 23 tarjetas ya que
55x2/5 = 22

22+1=23

c. 77 tarjetas ya que:
$1\frac{2}{5} = \frac{1x5+2}{5} = \frac{7}{5}$ luego,

$^7/5$ de 55= $^7/5$ x 55 = $\frac{7x55}{5} = \frac{385}{5} = 77$

Explique su respuesta aquí:

d. 11 tarjetas, ya que 55 ÷ 5 = 11	

10. En un campamento de verano hay 280 campistas, de los que 3/7 son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el campamento?	
a) Hay 4 mujeres porque 3/7=4 b) Hay 40 mujeres porque 280x7= 40 c) Hay 233 mujeres porque 7÷3=2.3333 d) Hay 120 Mujeres porque 280x3/7=120	Explique su respuesta aquí: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________

11. Leonardo usa $^{2}/_{3}$ de una caneca de pintura verde para hacer un cuadro de una selva. Planea hacer 5 cuadros de selvas. ¿Cuántas canecas de pintura usará Leonardo?	
a. Entre 1 y 2 canecas, porque 3÷2=1 y sobra 1 luego queda 1 y $^{1}/3$ de caneca b. Entre 3 y 4 canecas, porque $^{2}/3$ x5= $^{10}/3$ y 10÷3= a 3 y sobra 1, luego queda 3 y $^{1}/3$ de caneca	Explique su respuesta aquí: ____________________ ____________________

c. Entre 1 y 2 canecas porque 5÷3=1 y sobra 2, luego queda 1 y $^{2}/3$ de caneca d. 5 canecas porque 3-2=1 y 1x5=5	

12. Un tanque lleno de agua con capacidad de 2000 litros empieza a vaciarse de la siguiente manera: - El primer día se vació la quinta parte. - El segundo día se vació la cuarta parte de lo que quedaba. - El tercer día se vació las dos cuartas partes de lo que quedaba. ¿Qué cantidad de agua queda en el tanque en el cuarto día?

a) La cantidad de agua que queda en el tanque en el cuarto día es 50Lts ya que: 1^{er} día vació $^{1}/_{5}$ parte, luego 2000x $^{1}/_{5}$ = 400 Lts 2^{do} día se vació ¼ parte, Luego 400x ¼ = 100Lts 3^{er} día se vació $^{2}/_{4}$ partes, Luego 100x $^{2}/_{4}$ = 50Lts Sobran 50Lts para el 4^{to} Día b) La cantidad de agua que queda en el tanque es de 615 litros ya que: $^{1}/_{5}$+¼+$^{2}/_{4}$=$^{4}/_{13}$, luego 2000x$^{4}/_{13}$ =615Lts y sobran 5 c) La cantidad de agua que queda en el tanque en el cuarto día es 600Lts ya que: 1^{er} día vació $^{1}/_{5}$ parte, luego 2000x $^{1}/_{5}$ = 400 Lts y 2000-400=1600Lts	Explique su respuesta aquí:

<table>
<tr>
<td>
2^{do} día se vació ¼ parte, Luego 1600x ¼ =

400Lts y 1600 – 400= 1200Lts

3^{er} día se vació $^{2}/_{4}$ partes, Luego 1200x $^{2}/_{4}$ =

600Lts y

1200 – 600 = 600Lts

Sobran 600Lts para el 4^{to} Día

d) La cantidad de agua que queda en el tanque es de 1600 litros ya que:
$^{1}/_{5}$+¼+$^{2}/_{4}$=$^{4}/_{5}$, Luego $^{4}/_{5}$ x 2000 = 1600Lts.
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td colspan="2">13. Cuatro hermanos se reparten unas tierras de acuerdo al aporte que cada uno ha hecho hasta el momento. Al mayor le corresponde ¼; al siguiente $^{1}/_{3}$; al tercero $^{1}/_{5}$ y al menor el resto. Si las tierras miden un total de 120 hectáreas ¿Cuántas hectáreas le corresponden al hermano menor?</td>
</tr>
<tr>
<td>
a) Al hermano menor le quedan 108 hectáreas ya que:
¼+$^{1}/_{3}$+$^{1}/_{5}$= $^{1}/_{12}$, Luego 120 – 12 =108

b) Al hermano menor le quedan 30 hectáreas ya que:
120÷4= 30 y verifico
<table><tr><td>30</td><td>30</td><td>30</td><td>30</td></tr></table>
c) Al hermano menor le quedan 26 hectáreas ya que:
?+ ¼+$^{1}/_{3}$+$^{1}/_{5}$= $^{60}/_{60}$ =120 hectáreas

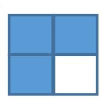
Luego, ? = $^{60}/_{60}$ - ¼+^{1}/3+^{1}/5.

? = $^{60}/_{60}$ – $^{47}/_{60}$

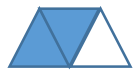
? = $^{13}/_{60}$
</td>
<td>Explique su respuesta aquí:

____
____
____
____
____
____
____
________________________</td>
</tr>
</table>

Luego, $^{13}/_{60}$ de 120 hectáreas son: $^{13}/_{60}$ x 120= $^{1560}/_{60}$=26 Verifico: ¼ de 120= ¼ x120=30 ?+30+40+24=120 $^{1}/_{3}$ de 120=^{1}/3 x120=40 ? =120 - 94 $^{1}/_{5}$ de 120=^{1}/5 x120=24 ? =26 d) Dividí y multipliqué y a cada hermano le toca: Hermano mayor 120÷4=30 2do Hermano 120÷3=40 3er Hermano 120÷5=24	

14. El salón de informática mide 140 m^2, ¿cuánto mide 3/4 del salón?	
a) Tomé 4 veces 10, lo resté a 140 m^2 y el resultado es 100 m^2 140 m^2 – (4x10)= 140 m^2 – (40)= 100 m^2 b) Le queda 1 y verifico con el gráfico. 4÷3=1 y sobra 1  c) Mide105m^2 porque: 140 x $^{3}/_{4}$ = $^{140.3}/_{4}$= $^{420}/_{4}$ = 105m^2 d) El resultado es 35m^2 porque	Explique su respuesta aquí: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________

$\$140\ m^2 \div 4 = 35\ m^2$	

15. Juan tiene 18 ovejas, si vende 2/3 ¿cuantas le queda?.	
a) Tomé 3 veces 2, lo resté a 18 y el resultado es 13 18 – (3x2)= 18 – (5)= 13 b) queda 1 y verifico con el gráfico.  3÷2=1 y sobran 1 c) Quedan 6 ovejas porque: $18\ x\ {}^{2}/_{3} = {}^{18.2}/_{3} = {}^{36}/_{3} = 12$ 18 – 12 = 6 d) El resultado son 6 ovejas porque: $18 ÷ 3 = 6	Explique su respuesta aquí:

Anexo C.

Prueba de salida

IED SERREZUELA MADRID – CUND	***Intervención – Prueba de Salida*** ***Problemas con números racionales: Tipo Fracción como Operador***	Universidad Pedagógica Nacional de Colombia

Nombre:	**Edad:**

En esta actividad encontrarás algunos problemas con los números racionales. Aquí será, valorado tu trabajo y tus razonamientos matemáticos; se pueden usar operaciones matemáticas y/o realizar interpretaciones gráficas.

¡Muchos éxitos!

Problema 1: En un Jardín hay 72 pantas con flores de las cuales la mitad son rojas, $\frac{1}{3}$ son amarillas y el resto son Verdes, ¿Cuantas plantas con flores verdes hay en el jardín?

Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 2: *En una fiesta hay 1200 personas, de las cuales $\frac{3}{5}$ son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en la fiesta?*

Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 3: ¿Cuántas canciones tengo grabadas en mi celular? si el mes pasado tenía 180 que representan los $\frac{4}{5}$ partes de las canciones que tengo ahora.

Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Evaluación:*
	Respuesta :	

Problema 4: Juan tiene una colección de 25 Zapatillas, de las cuales $\frac{2}{5}$ son para futbol y de estas $\frac{1}{2}$ son de marca Adidas, ¿Qué cantidad de Zapatillas para futbol de marca Adidas tiene Juan?

Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 5: *Juan tiene 84 chocolatinas, si vende $\frac{2}{3}$ ¿cuantas le queda?*

Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 6: *Javier va a comprar equipo deportivo y gasta $\frac{3}{5}$ de $180.000 pesos. ¿Cuánto le queda?*

A) $36.000 pesos B) $72.000 pesos C) $108.000 pesos D) $144.000 pesos	*Explicación de la respuesta :*

Problema 7: Años atrás el Colegio contaba con 800 estudiantes que representan las $\frac{4}{7}$ partes del total de estudiantes actual. ¿Cuántos estudiantes tienen actualmente el Colegio?

A) 200 estudiantes B) 400 estudiantes C) 1200 estudiantes D) 1400 estudiantes	*Explicación de la respuesta :*

Problema 8: *Para preparar una torta se necesita $\frac{2}{5}$ de 30 huevos, ¿Cuántos huevos se necesitan para ésta receta?*	
A) 6 Huevos B) 12 Huevos C) 23 Huevos D) 24 Huevos	*Explicación de la respuesta :*

Problema 9: *En un parque sembraron $\frac{2}{5}$ de árboles, el resto en arbustos y otras plantas y de estos árboles $\frac{1}{2}$ son de flores amarillas, ¿Cuantos arboles de flores amarillas sembraron en el parque si sembraron 3000 plantas?*	
A) 600 arboles B) 1200 arboles C) 1800 arboles D) 2400 arboles	*Explicación de la respuesta :*

Problema 10: Un niño regala a su primo $\frac{1}{5}$ de sus Laminas Panini, vende $\frac{1}{2}$ del total a sus amigos y pierde la cuarta parte. Si tenía 400 Laminas Panini ¿cuántas le quedaron?	
A) 20 Laminas B) 380 Laminas C) 480 láminas D) 600 Laminas	*Explicación de la respuesta :*

Problema 11: *Juan gasto $\frac{3}{5}$ de 2500 pesos que tenía. ¿Cuánto Gasto juan?*		
Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 12: Mafe tiene una colección de 180 canciones en su celular de las cuales $\frac{1}{3}$ son reggaeton, $\frac{1}{5}$ son popular y el resto de otros géneros ¿cuántas canciones de otros géneros tiene Mafe en su celular?		
Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 13: *un parque recibe el fin de semana a 20.000 personas,, de las cuales $\frac{3}{4}$ partes compraron el pasaporte dorado para entrar a todas las atracciones. ¿Cuántas personas no compraron el pasaporte dorado?*		
Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 14: *Tatiana tiene 420 fotos en su celular de las cuales $\frac{4}{6}$ son selfies y de estas $\frac{2}{5}$ son girlfie (Fotos con Amigas). ¿Cuantas girlfie tiene Tatiana en su celular?*		
Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	

Problema 15: *hace algunos años Daniel tenía 28 años que representan $\frac{4}{5}$ de su edad actual. ¿Cuántos años tiene Daniel?*		
Datos del problema	*Desarrollo del problema*	*Pregunta del problema:*
	Respuesta :	