



**REFLEXIÓN DOCENTE ALREDEDOR DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA
PARA PROMOVER EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO**

Alba Carolina Navas Polanco

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.

2020



**REFLEXIÓN DOCENTE ALREDEDOR DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA
PARA PROMOVER EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO**

Alba Carolina Navas Polanco

CÓDIGO: 20171850

C.C. 52.121.632

Trabajo de Grado realizado como requisito parcial para optar al título de Magister en Docencia
de la Matemática

Directora:

Johana Andrea Torres Díaz

Magister en docencia de las matemáticas

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.

2020

“Para todos los efectos, declaro que el presente estudio es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he proporcionado los respectivos créditos.”

(Acuerdo 031 del 2007. Artículo 42. Parágrafo 2.)

Alba Carolina Navas Polanco

*A mi familia, soporte de mis
logros.*

AGRADECIMIENTOS

Durante mi maestría se abrió ante mí un mundo nuevo lleno de saberes y posibilidades que una docente de matemáticas que quiera ejercer a conciencia su profesión no puede ignorar; agradezco a todos los educadores que contribuyeron a mi formación en este tiempo.

Agradezco especialmente a Johana, por su sabia guía e infinita paciencia.



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

**ACTA DE VALORACIÓN
DE TRABAJO DE GRADO**

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado *Reflexión docente alrededor de una propuesta de enseñanza para promover el pensamiento algebraico*, presentado por la estudiante:

Alba Carolina Navas Polanco, Cód. 2017185016, CC. 52121632

como requisito parcial para optar al título de **Magister en Docencia de la Matemática** y analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobada**, treinta y nueve (39) puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 25 días del mes de febrero de 2020.

JURADOS

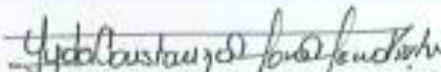
Director del Trabajo:

Profesora:



JOHANA ANDREA TORRES (UPN)


Jurados:

Profesora:


LYDA CONSTANZA MORA (UPN)

Profesor:


LUIS FRANCISCO GUAYAMBUCO (UPN)

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación en Pedagogía</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012		Página I de VI

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado maestría de profundización
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Reflexión docente alrededor de una propuesta de enseñanza para promover el pensamiento algebraico
Autor(es)	Navas Polanco, Alba Carolina
Director	Torres Díaz , Johana Andrea
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2019. 160 páginas.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	FORMACIÓN DE DOCENTES, ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, PRÁCTICA PEDAGÓGICA.

2. Descripción
<p>El trabajo de grado que desarrollo en este documento muestra un camino trazado por la reflexión docente que valora y fortalece la práctica del docente de matemáticas; para realizar esta reflexión tomo el modelo que expone Parada (2009) y planteo una propuesta metodológica para recopilar en fragmentos la información que soporta mi reflexión en los diferentes momentos en los que los presento, antes, durante y después de la acción; estos fragmentos provienen de la observación de mi práctica durante estos períodos.</p> <p>Estos fragmentos los elegí teniendo en cuenta criterios previamente establecidos que me permiten dar cuenta de mi reflexión alrededor de los aspectos que plantea Parada (2009), estos matices son mis pensamientos didácticos y matemáticos, -mi uso del lenguaje, mi elección y aplicación de herramientas-. En esta oportunidad muestro el modelo aplicado a una serie de trabajos que buscan apoyar el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de grado séptimo que se encuentran dentro de un sistema de enseñanza de las matemáticas escolares los cuales se mantiene en prácticas tradicionales, con el manejo de expresiones algebraicas y variables; este es el panorama en la institución</p>

educativa donde implementé tal propuesta de enseñanza con el objetivo de propender el desarrollo del pensamiento algebraico.

En esta ocasión solo me centro en el análisis de mi conocimiento didáctico y mi manejo de herramientas ya que estos son aspectos muy sensibles en mi práctica, dejo los otros aspectos para un trabajo reflexivo futuro ya que no considero que sean menos importantes, sino que busco limitar el alcance de esta reflexión en este momento.

La reflexión docente, de manera sistemática, es ideal para el desarrollo de propuestas de enseñanza bien planeadas, ejecutadas y evaluadas, en tanto yo como docente tengo la oportunidad de tomar conciencia de mis actuaciones y decisiones, según las etapas que presenta Parada (2009): para/en/sobre la práctica del docente. Estas circunstancias dan el marco necesario para el diseño de una serie de tareas que potencien el pensamiento algebraico de estudiantes de séptimo grado que no han tenido experiencias previas en trabajos de este tipo, máxime, cuando mi tradición de las prácticas docentes, y de la propuesta curricular de la institución educativa donde laboro, propende por la “transición aritmética-álgebra”. Así, este trabajo muestra cómo la reflexión docente permite superar estas tradiciones, para el diseño de una nueva postura en la enseñanza del álgebra escolar en una institución educativa oficial.

Enfoco este trabajo en el marco de la perspectiva de la investigación acción, una metodología que se adapta muy bien al proceso de reflexión del docente alrededor de su práctica; en particular, sus etapas corresponden a los momentos de reflexión planteados por Parada (2009).

Bajo esta perspectiva, lo primero fue determinar el problema a tratar, una problemática referida a la práctica del docente; con esto reconozco el ejercicio reflexivo como la posibilidad de avanzar y afianzar el reconocimiento de las fortalezas y necesidades, y desde ahí desarrollo acciones puntuales de mejoramiento. Para ello, tomo como excusa la planeación, desarrollo y evaluación de una propuesta de enseñanza como la principal muestra de la práctica del docente.

La reflexión la centré en dos aspectos, de los sugeridos por Parada (2009) para observar la labor del docente. 1. El conocimiento didáctico. 2. La aplicación de herramientas didácticas. Los dos aspectos elegidos son de especial interés para mí, ya que mi pregrado no fue en educación, estos aspectos son especialmente débiles en mi desempeño.

Finalmente, la reflexión alrededor de las observaciones, las conclusiones y recomendaciones realizadas, dan cuenta de mi avance como maestra y de la gran contribución de mi trabajo de grado al cambio positivo en mi desempeño.

3. Fuentes

- Agudelo-Valderrama, C. (2007). La creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas, las proclamaciones oficiales y las realidades del aula de clase: las concepciones de profesores y profesoras de Matemáticas sobre el álgebra escolar y el propósito de su enseñanza. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Ene 2007. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/314349837_TEXTO_COMPLETO-La_Creciente_Brecha_entre_las_Disposiciones_Educativas_Oficiales
- Agudelo-Valderrama, C. Una innovación curricular que enfoca el proceso de transición entre el trabajo aritmético y el

- algebraico. Tunja: UPTC. 2000.
- Carr, W. & Kemmis, S. (1986) Llegar a ser crítico. Educación, conocimiento e investigación acción.
- Castilla, C. (2004). Reflexionar, reflexión, reflexivo. Madrid.
- Dewey, J. (1989). Cómo pensamos. Cognición y desarrollo humano. Barcelona, España: Paidós. Recuperado de: http://www.villaeducacion.mx/descargar.php?idtema=1341&data=5605aa_como-pensamos.pdf
- Fierro, C. y Rosas, L. Transformando la práctica docente. Una propuesta basada en la investigación-acción. Paidós. México. 1999.
- Flores, P. (2000). Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *Revista EMA*, 5, 113-138.
- Freire, Paulo. (1997) La pedagogía de la autonomía. Ed Siglo XXI. España.
- García, B. et al. Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión. *Revista electrónica de investigación educativa versión On-line ISSN 1607-4041*. 2008
- García, J., Loredó, B. y Carranza G. “Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión”, en (17) (PDF) Análisis de la práctica educativa de los docentes: Pensamiento, interacción y reflexión. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/28321794_Analisis_de_la_practica_educativa_de_los_docentes_Pensamiento_interaccion_y, mayo de 2012.
- García, M. y León I. (2017). Ensayo Qué es para mí la práctica reflexiva. Chilpancingo: Univ. Autónoma de G. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/316380376_EnsayoQue_es_para_mi_la_practica_reflexiva.
- Godino, J. y Batanero, C. Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. Conferencia Invitada al VI CIBEM, Puerto Montt (Chile). Enero 2009.
- Godino, J., Aké, L y Gonzato, M Niveles de algebraización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Universidad de Granada. Enseñanza de las Ciencias, 32.1, 199 – 219.
- Hernández K y Tapiero K. Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la Generalización de patrones gráficos - icónicos en estudiantes de educación básica primaria. Cali: Editado por Universidad del Valle. 2014.
- Lewin, K. (1946) Investigación acción y problemas menores. *Journal for Social Issues*, 2(4), 34-46.
- Llinares, S. (1998). La investigación «sobre» el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, 153-179
- Mason, J et al (1999). Rutas hacia el álgebra, raíces del álgebra. 2ª. Ed. Ibagué: Universidad del Tolima ediciones.
- MEN. (1994). Ley 115 febrero 8 de 1994. Congreso de La República de Colombia.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, 46–95.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Mora, L. (2012) Álgebra en primaria. Programa de Transformación de la Calidad Educativa del MEN en convenio con la Universidad Pedagógica Nacional.
- Nolan, A. (2008). Encouraging the reflection proces in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian*

journal of early childhood, 33, 31-36

- Parada, S. (2011) Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de educación y pedagogía*, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011.
- Parada, S. Figueras, O. y Pluvinage, F. (2009). Hacia un modelo de reflexión de la práctica profesional del profesor de matemáticas. *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 355-366). Santander: SEIEM.
- Ramos, E y Flores P. Reflexión sobre la práctica de profesores de matemáticas en un curso de formación continua. *Revista Iberoamericana de investigación matemática Unión*. Número 46 – junio 2016 – Página 71
- Rowland, T y Zazkiz, R. *Contingency in the Mathematics Classroom: Opportunities Taken and Opportunities Missed*. University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom b Simon Frazer University, Vancouver, British Columbia, Canada Published online: 31 May 2013.
- Sessa, Carmen (2005). *Inicio al estudio didáctico del álgebra, orígenes y perspectivas*. Buenos Aires: El Zorzal Ediciones.
- Schön, D y De Sanctis, V. *El practicante reflexivo: Cómo piensa el profesional reflexivo en acción*.
- Vergel, Rodolfo (2015). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*. Bogotá: UD Editorial.

4. Contenidos

Este documento se divide en cinco capítulos. En el primero describo la situación inicial, tanto de mi práctica como maestra en la enseñanza de las matemáticas, como de la enseñanza del álgebra en la institución en la que desarrollé el conjunto de clases propuestas; esto me permitió establecer el problema objeto de este trabajo, su justificación y los objetivos para su desarrollo.

En el segundo capítulo presento el marco de referencia que soporta este trabajo, con el ánimo de dar respuesta a las preguntas que se derivan del estudio de la reflexión docente ¿Qué es la reflexión docente?, ¿Cómo se relaciona esta reflexión a la práctica?, ¿cómo se reflexiona? y ¿A cerca de qué asuntos de mi práctica se puede reflexionar? En particular, expongo el modelo de Sandra Parada (2009), el cual es la base de este trabajo.

En el tercer capítulo muestro la metodología para el desarrollo de este trabajo, con énfasis en aspectos referidos a la recolección de la información que realicé, utilizando los siguientes elementos: documentos relacionados con el desarrollo del pensamiento algebraico, grabaciones de sesiones con Johana Torres asesora del trabajo de grado, planeación de la propuesta de enseñanza, un diario personal en el que consignaba las impresiones y apreciaciones en cada momento del estudio; antes, durante y después de las clases, grabaciones del desarrollo de las clases propuestas. Estos elementos sirven como evidencia para recolectar los datos que soportan la reflexión docente, criterios y categorías definidas para la organización y el análisis de la información acopiada.

En el cuarto capítulo desarrollo el análisis de las evidencias recopiladas y documento la reflexión docente, que es el resultado de lo que observé de las evidencias del capítulo anterior, esta reflexión es profunda y está muy bien fundamentada; con esto busco en todo momento tomar decisiones que mejoraran mi práctica docente.

Finalmente, en el capítulo quinto expongo las conclusiones y recomendaciones que son el resultado de este ejercicio alrededor de la reflexión y de la práctica del docente de matemáticas.

5. Metodología

La metodología que apliqué en este trabajo es la investigación-acción la cual lleva al docente a una indagación de su propia práctica esto lo ilustra Stenhouse cuando dijo que era importante que se estimule la investigación con miras al desarrollo personal para el profesor, indicó también que esto aumentaría la comprensión de su labor (1984).

En la primera etapa de la investigación-acción identifiqué un problema relacionado con el desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes que estudian en la institución educativa en la que yo trabajo, pero en este momento decidí enfocar el problema desde el punto de vista del maestro, mi idoneidad como docente tiene que ser examinada y tengo que replantear mis actuaciones para que este problema se pueda resolver.

Lo primero que hice fue desarrollar un plan de trabajo el cual tiene que ver con el restablecimiento de mis reflexiones alrededor de las evidencias que muestran mi actuar como docente, pero para que estas reflexiones sean incuestionables recopilé primero las pruebas que demostrarán mis actuaciones, estas tienen que ver con mis estudios didácticos (documentos de educación matemática), la planeación de una serie de trabajos, mis diarios de reflexión durante todo el proceso, los videos de implementación de las clases que planteé para enfrentar el problema y los del desarrollo de estas clases.

La observación de los procesos de aprendizaje y enseñanza que realicé por medio de estas evidencias me llevaron a reflexiones profundas acerca de mi actuar y éstas se ven plasmadas en mi trabajo. Estas consideraciones me permitieron vislumbrar el plan de clases mejorado que puedo plantear pero que no hacen parte de este plan, mejoras que se evidencian en las conclusiones y recomendaciones expuestas, al culminar un ciclo de la investigación-acción.

En general los procesos elaborados en este trabajo son de tipo cualitativo. Toda la información se recolecta de la forma en la que se describe en el capítulo 3, teniendo en cuenta los diferentes momentos de la práctica y los aspectos escogidos (conocimiento didáctico y uso de instrumentos) para el análisis de mi desarrollo como docente.

A partir de esta organización de las tablas 3 y 4 del capítulo 3 procedo a realizar la reflexión en los tres momentos que contempla Parada (2009), antes de la clase en la que contemplo la planeación del conjunto de tareas, durante el desarrollo de las clases y luego de la aplicación de las tareas el cual es un análisis posterior principalmente de evaluación.

6. Conclusiones

La práctica reflexiva me ayudó para evaluar la pertinencia de mis actuaciones en clase, análisis que desarrollé desde los planteamientos de Sandra Parada, teniendo en cuenta los aspectos como conocimiento del docente, en didáctica y pedagogía; en la escogencia de los recursos aplicados en clase y los momentos para la acción, en la acción y sobre la acción.

Esta reflexión tuvo como excusa la adecuación de una propuesta de enseñanza que desarrollará el pensamiento algebraico en estudiantes de grado séptimo que no han tenido acercamiento con este tema, lo cual me dio la oportunidad de desarrollar una propuesta que impactará el currículo de la institución educativa en la que trabajo, en uno de los temas que más me cuestiona como maestra. La propuesta me permitió movilizar nuevos saberes y experiencias sobre la enseñanza del álgebra a nivel escolar.

La reflexión docente está íntimamente relacionada con la investigación-acción, especialmente porque comparten las etapas de planeación, acción, observación y reflexión, aunque ilustré tan solo un ciclo de estos; la reflexión docente es constante y puede implicar muchos ciclos iguales, tantos como sean necesarios para que el docente pueda acercarse a ser el educando ideal.

Elaborado por:	Navas Polanco, Alba Carolina		
Revisado por:	Torres Díaz , Johana Andrea		
Fecha de elaboración del Resumen:	20	08	2019

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
1. ASPECTOS GENERALES DEL ESTUDIO.....	4
1.1 REFLEXIONES INICIALES COMO DOCENTE DE MATEMÁTICAS Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.2 OBJETIVOS.....	8
1.2.1 Objetivo general	8
1.2.2 Objetivos específicos.....	9
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	9
2. MARCO DE REFERENCIA.....	16
2.1. ¿CÓMO SE ENTIENDE LA REFLEXIÓN DOCENTE?.....	16
2.2. REFLEXIÓN ALREDEDOR DE LA PRÁCTICA DOCENTE	17
2.3. EL MODELO DE SANDRA PARADA.....	20
2.4 ASPECTOS ACOGIDOS PARA LA REFLEXIÓN EN ESTE TRABAJO	24
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS	27
3.1 METODOLOGÍA DEL ESTUDIO. INVESTIGACIÓN-ACCIÓN.....	27
3.2 DOCUMENTACIÓN Y RECOLECCIÓN DE INSUMOS PARA LA REFLEXIÓN	30
3.2.1 Anteproyecto octubre 2017, segundo semestre maestría.....	30
3.2.2 Diario personal	31
3.2.3. Fichas de lectura	33
3.2.4. Apuntes y grabaciones de las asesorías	34
3.2.5. Planeaciones de clases	34
3.2.6. Videos de las clases	35

3.3. ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN	36
4. ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	42
4.1 REFLEXIÓN PARA LA ACCIÓN	43
4.2 REFLEXIÓN EN LA ACCIÓN.....	68
4.3 REFLEXIÓN SOBRE LA ACCIÓN	90
BIBLIOGRAFÍA.....	100

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Síntesis del Ciclo de Smyth por Flores	19
Ilustración 2. Bosquejo del modelo de reflexión	21
Ilustración 3. ¿Sobre qué se reflexiona?	23
Ilustración 4. Guías de Reflexión.....	24
Ilustración 5. Fragmento del anteproyecto que muestra un trabajo aritmético de los estudiantes	31
Ilustración 6. Fotografías de unas páginas de mi diario personal como docente de matemáticas	33
Ilustración 7. Foto de algunas fichas de lectura.....	34
Ilustración 8. Pantallazo de la carpeta de las grabaciones de asesoría.....	34
Ilustración 9. Fragmento de la planeación de clase que diseñé como intervención	35
Ilustración 10. Imagen de videos de la clase de la propuesta didáctica realizada	35
Ilustración 11. Fragmento 13 mis intereses antes de plantear el trabajo de grado.....	44
Ilustración 12. Fragmento 30 ¿cómo concretar lo que estudie en mi trabajo de grado?.....	44
Ilustración 13. Fragmento 19 bibliografía principal que fundamentará este trabajo de grado	46
Ilustración 14. Fragmento 23 Ilustraciones de la enseñanza del álgebra desde Vergel (2015)	47
Ilustración 15. Fragmento 24 Dudas después de leer Vergel (2015).....	47
Ilustración 16 Fragmento 26 Rutas del álgebra que propone Mason (1999).....	48
Ilustración 17. Fragmento 22 Consideraciones de los diferentes autores consultados.	48
Ilustración 18. Forma de obtener un binomio en el Álgebra geométrica.....	50
Ilustración 19. Planteamiento de un cuadrado mágico	51
Ilustración 20. Planteamiento de un cuadrado con algunas respuestas.....	51
Ilustración 21. Fragmento 18 observaciones acerca del uso de la x	52
Ilustración 22. Fragmento 9 diagnóstico del estado del pensamiento algebraico en estudiantes .	54
Ilustración 23. Fragmento 29 Decisiones iniciales acerca de las actividades planteadas en la propuesta de enseñanza.....	58
Ilustración 24. Fragmento 31 Decisiones iniciales acerca de las actividades, relacionada con una secuencia rítmica.....	58
Ilustración 25. Fragmento 35 Herramientas y recursos	59
Ilustración 26 Fragmento 41 Planteamiento segunda tarea	60
Ilustración 27. Secuencias utilizadas en tercera clase.....	63
Ilustración 28. Arreglo usado para desarrollar estrategias de conteo	64
Ilustración 29. Estrategias de conteo del arreglo de puntos.....	65
Ilustración 30. Actividad de cuadrado de números.....	65
Ilustración 32. Fragmento 44 Secuencia de la tarea final para generalizar.	67
Ilustración 33. Fragmento 45 Reflexión antes de implementar la propuesta didáctica.	68
Ilustración 34. Fragmento 46 Fragmento de las primeras impresiones de la clase.....	70
Ilustración 35. Fragmento 4 Evidencia de una buena decisión al escoger la música como elemento de introducción para realizar generalizaciones	70

Ilustración 36. Fragmento 48 Evidencia de una buena decisión al escoger la música como elemento de introducción para realizar generalizaciones	71
Ilustración 37. Fragmento 49 Mi actuar para reforzar el aprendizaje.....	72
Ilustración 38. Ejemplo de secuencia figural en el ejercicio final de la primera clase.	73
Ilustración 39. Cartel pegado en el tablero con el ejercicio 1 de secuencias.	74
Ilustración 40. Dibujo con el que Sara representó la posición 4 del ejercicio 1 de la clase 2	74
Ilustración 41. Fragmento que reporta mis recuerdos cuando en clase observo el trabajo de mis estudiantes.....	75
Ilustración 42. Fragmento 52 que indica lo que se espera	76
Ilustración 43. Fragmento que registra mis reflexiones cuando pido una llamada en clase.....	77
Ilustración 44. Fragmento que ilustra el ejercicio de secuencias propuesto en la primera clase..	78
Ilustración 45. Fragmento que ilustra las inseguridades de los estudiantes frente al trabajo planteado.	80
Ilustración 46. Fragmento que ilustra el comienzo de describir la secuencia.....	80
Ilustración 47. Fragmento 77 que ilustra la tarea de la clase 3.	81
Ilustración 49. Secuencia 2 presentada para “decir” lo que los estudiantes veían.....	83
Ilustración 50. Secuencia 3 presentada para “decir” lo que los estudiantes veían.....	83
Ilustración 51 Fragmento 83 que ilustra la tarea de la clase 4	85
Ilustración 52. Arreglo de puntos para conteo.	85
Ilustración 53. Fragmento que ilustra la tarea de la clase 4.	85
Ilustración 54. Fragmento 85 ilustra las dificultades en el ejercicio 2 de la clase 4.....	86
Ilustración 55. Imagen en el tablero para ayudar a los estudiantes a realizar el ejercicio 2 de la clase 4.....	87
Ilustración 56. Fragmento que da cuenta del fracaso de la clase 4.	87
Ilustración 57 Fragmento que ilustra mis sensaciones al inicio de la quinta clase.....	88
Ilustración 58. Forma en la que el grupo 1 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final...	89
Ilustración 59. Forma en la que el grupo 2 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final...	89
Ilustración 60. Forma en la que el grupo 3 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final...	89
Ilustración 61. Fragmento de mis impresiones al final de la quinta clase.	90
Ilustración 62. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1	91
Ilustración 63. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1.	91
Ilustración 64. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1	93
Ilustración 65. Fragmento que evidencia las dificultades de los estudiantes en el “decir”	93

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Etapas de la investigación acción.	27
Tabla 2. Secciones según fecha y asunto en las que se dividió el diario.	30
Tabla 3: Tabla de criterios para seleccionar los fragmentos.....	34
Tabla 4. Aspectos de la reflexión en cada momento	36
Tabla 5. Presentación de los fragmentos escogidos.....	39

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1. Tabla de fragmentos que apoyan la reflexión docente Para la acción.	100
ANEXO 2. Tabla de fragmentos que apoyan la reflexión docente En la acción.....	114
ANEXO 3: tabla de fragmentos que apoyan la reflexión docente Sobre la acción	126
ANEXO 4. Planeación de las tareas	132
ANEXO 5. Guía 1 Del Estudiante	136
ANEXO 6 Guía 2 Del Estudiante	138
ANEXO 7. Guía 3 Del Estudiante	139

INTRODUCCIÓN

La práctica docente es compleja y está definida no solo en los momentos en los que el docente ejerce su labor directamente con estudiantes, sino que son un conjunto de acciones que empiezan en la planeación y terminan en la evaluación de la gestión en la clase, en las cuales se van presentando decisiones por parte del maestro y están influenciadas por sus conocimientos, experiencias, observaciones del contexto, uso de recursos, representaciones y lenguaje; la interacción con sus estudiantes y otros factores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Esta práctica puede ser un proceso meramente técnico que siempre se cumple de la misma manera, con métodos y recursos estandarizados, incluso por el mismo docente en su tradición, y sin espacio para evaluar ésta práctica en sí, solo acumulando conocimientos tácitos acerca de su quehacer como maestro o por el contrario, ésta se puede volver una práctica reflexiva en la cual el maestro tome conciencia de las consecuencias y el significado de sus acciones y decisiones, y repiense sus actuaciones en función de sus objetivos, deberes sociales y circunstancias contextuales de su enseñanza.

En este documento pretendo realizar una reflexión que tenga en cuenta la descripción de los asuntos preliminares y del contexto plasmados en el capítulo 1, la teoría estudiada acerca de la reflexión docente recogida en el capítulo 2 y la metodología utilizada en el trabajo, la cual es una combinación entre la investigación-acción y el modelo de reflexión de la colombiana Parada (2009), esta se recopila en el capítulo 3; todos estos aspectos combinados, dejan el terreno listo para realizar un análisis sistemático que brinde un espacio de comprensión de mi propia práctica. Este es un estudio en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional, que se ubica en la línea del conocimiento del profesor de matemáticas; específicamente, en el énfasis referido a la reflexión alrededor de mi práctica docente. Así, este documento recoge la experiencia de un ejercicio reflexivo de manera sistemática, con la excusa de temas de la matemática escolar de gran interés para mí, la introducción al pensamiento algebraico, en una actividad natural de la práctica docente: el diseño, ejecución y evaluación de propuestas de enseñanza.

Inicio con una descripción del contexto profesional personal y profesional laboral que motiva la

pregunta de este estudio; esto es, mi situación e ideas iniciales como docente y mi proceso de concienciación respecto al desarrollo del pensamiento algebraico y un colegio detenido en el tiempo en cuanto a la enseñanza del álgebra ya que siempre se ha realizado de manera tradicional con la introducción a las expresiones algebraicas y su manipulación. Todo esto lleva al interés por plantear un cambio en esta etapa de la educación matemática de los estudiantes, un cambio hacia lo que propone la educación matemática en la actualidad y con ello, la posibilidad de tomar la reflexión como principal vía para el desarrollo de una propuesta viable, coherente, pertinente y para mi mejoramiento como profesional de la educación.

En el segundo capítulo desarrollo el marco de referencia acerca de diferentes acercamientos teóricos a la reflexión docente, su actualidad y reconocimiento como característica del profesional en la materia y como estrategia de formación docente, y, en especial, el modelo desarrollado por Parada (2009) el cual establece como la base para la definición de los momentos y categorías para la selección y análisis de la información que permitirá documentar el proceso reflexivo.

En el capítulo 3 describo los diferentes instrumentos que permitieron recolectar información acerca de mi práctica y otros que apoyaron mi reflexión, así como los criterios que guiaron la escogencia de los diferentes fragmentos que utilicé como evidencia durante el desarrollo de la reflexión docente.

En el capítulo 4 y con base en los fragmentos escogidos descritos en el capítulo tres, expongo las precisiones acerca de la reflexión que efectué sobre mi práctica y que tiene en cuenta diferentes aspectos de mi proceder como docente; este fue un proceso de reflexión muy juicioso y que documento en este escrito fruto de mis hallazgos durante todo este proceso.

Finalmente, en el capítulo 5 recojo las conclusiones y recomendaciones resultantes de este trabajo, las cuales dejan vislumbrar los aciertos y errores de mis decisiones durante el proceso que llevé a cabo para esta reflexión alrededor de los diferentes aspectos de mi proceder como docente de matemáticas.

Cabe anotar que mi práctica se ha visto altamente beneficiada por este análisis, pero ahora me queda todavía camino para continuar mejorando, el método de reflexión que propongo para la mejora de mi práctica docente es aplicable no solo a la introducción del pensamiento algebraico sino que es una fuente prolífera para que yo aborde diferentes objetos matemáticos que se presentan diariamente en mi aula y que gracias a éste pueden ser analizados de una manera

sistemática para optimizar mis procesos de enseñanza. También puedo buscar organizar procesos como éste en compañía de otros docentes que acepten realizar el ejercicio conjuntamente. Solo es un intento inicial para mejorar mi práctica, con base en la reflexión, pero no quiero que se quede así; espero poder conformar un grupo de docentes interesados en la misma estrategia a los que les compartiré mi experiencia con el objetivo de que este proyecto impacte en mayor magnitud mi práctica y la de ellos, por supuesto, también en los estudiantes de mi institución educativa.

1. ASPECTOS GENERALES DEL ESTUDIO

En este capítulo presento el problema que se aborda con el desarrollo de este trabajo de grado. Primero expondré algunos sucesos que caracterizan mi proceder como docente, desde antes de iniciar la Maestría, y que referencian el problema que dio origen a este estudio, así como una justificación que pone en evidencia su pertinencia, con base en algunos elementos del campo de la Educación Matemática que resaltan la relevancia y actualidad del asunto que me interesa abordar con este trabajo. Asimismo, se presentan los objetivos que guiaron el desarrollo del trabajo.

1.1 REFLEXIONES INICIALES COMO DOCENTE DE MATEMÁTICAS Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Aunque mi formación de pregrado no fue en el campo de la Educación sino en el de la Ingeniería, siempre me vi rodeada de un ambiente muy académico; en mi familia hay varios docentes y predomina un ambiente de aprendizaje en muchas de las actividades que compartimos. Debido a esto luego de ejercer la ingeniería por largo tiempo, decidí desenvolverme profesional y laboralmente como profesora en un colegio del Distrito; fue amor a primera vista, me encantaba planear las clases, estar en contacto con los niños y niñas constantemente e involucrarme en su aprendizaje de manera directa.

Recuerdo que mis preocupaciones iniciales como docente no eran sobre mi conocimiento acerca de las Matemáticas, sino sobre la forma en la que debía preparar la clase. Mi familia me apoyó con ideas y recomendaciones; pero, en general, creía que solo tenía que hacer las exposiciones de los temas y ya quedaba todo claro, no tenía en cuenta el contexto en el que hablaba, ni las diferencias entre un niño y otro del mismo grupo, ni que los niños dejan de prestar atención en un tiempo determinado, no cabía en mi cabeza tanta falta de respeto por sus profesores o la falta de interés por algo que iba a ser muy importante en su futuro.

Desde que me dedico a la enseñanza he trabajado como profesora en colegios oficiales.

Recuerdo haber pensado cosas como: ¿Por qué estos niños no comprenden, si yo soy una persona tan clara?, o, ¿Cómo es posible que a estos niños no les guste mi clase, si soy tan entretenida? Era una profesora que creía que los estudiantes se quejaban demasiado... si para mí las Matemáticas eran una maravilla, pero ellos no lo entendían así, pensaba... tal vez “no sirven para esto”; recuerdo que algunos decían “sabes mucho de Matemáticas, pero definitivamente no entiendo”, estaba convencida que ellos tenían que cambiar de actitud, que estaban mal y que no iban a lograr nada si no escuchaban todo lo que yo decía, y no hacían todo lo que yo pedía. No obstante, no notaba con que mis herramientas para la enseñanza eran limitadas además no ayudaban a mis estudiantes, aunque tenía las mejores intenciones para mejorar mis procesos en el aula, no lo hacía de manera efectiva, por lo menos en la mayoría de los casos.

Fui tomando consciencia de mi necesidad de preparación. Ser docente no era nada fácil; así, mis cuestionamientos fueron cambiando, luego, me preguntaba cosas como: ¿Por qué estos niños van a querer prestar atención en clase?, ¿Cómo los voy a convencer de que lo que yo vengo a enseñarles es importante? Mis preguntas cambiaron para poner en duda todo lo que yo creía que estaba bien y que no podía fallar.

Ya hace cuatro años fui nombrada por concurso como docente de planta del Distrito y, después fui nombrada de tiempo completo, pensé: “es hora de prepararme adecuadamente”; pues teniendo estabilidad laboral, debía hacer mi trabajo de la mejor manera posible. Pensé, lo mejor es ir donde los expertos, para suplir un poco mi formación en otro campo, me inscribí en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Empecé la Especialización en Educación Matemática, con la expectativa de no estar muy desfasada de lo que era ser una buena docente, solo creía que había que realizar unos leves ajustes porque yo era una maravilla en mi trabajo. Pero al entrar en contacto con los discursos de la Universidad, me di cuenta de que los ajustes que iba a necesitar eran realmente profundos; todo en la Universidad llenó mis expectativas más allá de lo que hubiera imaginado, pero al mismo tiempo, descubrí que lo que yo esperaba encontrar allí era completamente diferente a lo que hallé. Esto, durante el desarrollo de la Maestría se hizo mucho más evidente para mí.

En la UPN, estudié aspectos de la Educación Matemática que no creí que existieran, me di cuenta que la Educación del Docente de Matemáticas es un asunto muy serio, que la Historia de las Matemáticas es imprescindible para su estudio, que el aspecto social de la Educación Matemática es un tema que se cree nuevo pero lleva años de investigación y, aunque no ha

permeado profundamente las aulas de matemáticas, es un aspecto fundamental para acercar la enseñanza de las Matemáticas a la realidad de las personas.

Uno de los asuntos que más me sorprendió y llamó mi atención fue la existencia de teorías y trabajos alrededor del desarrollo de pensamiento algebraico. La enseñanza del Álgebra era de mi un interés particular, era una de mis dificultades más sentidas en el aula, no comprendía cómo explicar a mis estudiantes las expresiones algebraicas y hacerlas entendibles para ellos; solo podía pensar en que, llegado el octavo grado, era el momento de presentarles su “amiga la x ” y muchos trucos y procedimientos para manipularla.

Resulta que la Educación Matemática tenía planteamientos interesantes acerca del desarrollo del pensamiento algebraico que yo no había oído nombrar; aunque era un tema muy importante en la educación matemática, era muy poco conocido entre los docentes del Distrito con quienes trabajaba.

Ahora bien, paso a mirar mi entorno de trabajo, la enseñanza del álgebra empieza en grado octavo y el Álgebra de Baldor (1941) es la mejor opción para desarrollar esta enseñanza. Este es un pensamiento tradicional que lleva mucho tiempo en la escuela y que por falta de información y actualización no ha sido desplazado por las nuevas propuestas para el desarrollo del pensamiento algebraico. Hace tres años en esta institución educativa distrital, debido a las dificultades de los estudiantes al iniciar su trabajo algebraico, los docentes de matemáticas decidieron incluir en la propuesta de área para el grado séptimo una unidad final que tiene por título “*Pre-álgebra*”, con la intención de dar un mayor significado al aprendizaje del álgebra.

Este fue un intento por re significar la introducción al álgebra, o facilitar eso que llaman “transición aritmética-álgebra”, pero no se definió algún enfoque o los contenidos para esta unidad. En estos tres años, con la rotación constante de profesores y la falta de comunicación entre ellos no se ha desarrollado la idea inicial con la que se creó esta unidad, en el mejor de los casos, esta unidad se ha dedicado a “adelantar” la primera unidad de octavo grado y, en otros casos, simplemente se ha ignorado y se dedica a “reforzar la aritmética para después comprender el álgebra, pues los estudiantes en séptimo no podrían comprender algo de álgebra, así sea introductoria.”

Ya en la especialización habíamos estudiado didáctica de álgebra y había reconocido algunas tendencias actuales para su enseñanza, como Early-álgebra y Pre-álgebra, que apuestan por un trabajo en el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años de la escolaridad

(Radford, 2010), las cuales fueron una motivación para orientar mis intereses hacia exponer “nuevas” maneras de enseñar álgebra, expectativa con la cual pensé mi propuesta de trabajo de grado en el proceso de admisión de la maestría. Había en estas teorías ideas para nutrir esa unidad de pre-álgebra que se había definido en mi institución educativa, pero en ese momento era un poco inmadura profesionalmente para reconocer esa relación. Fue en el desarrollo de la Maestría que se reveló ante mis ojos esta posibilidad, al tomar conciencia de una actividad, aparentemente cotidiana del profesional de la educación: la reflexión del docente. Cuando conocí el énfasis de la corte 2017-II, reflexión en la práctica docente, me sentí plenamente identificada con esta y fui concretando la idea de realizar una propuesta didáctica para la “introducción” al álgebra en mi institución educativa, pero con la perspectiva de un ejercicio reflexivo, de manera sistemática, que me permitiera tomar decisiones didácticas más sustentadas y, con ello, mejorar mi práctica.

En el desarrollo del Seminario de Investigación de la corte 2017-II se planteó la tarea de grabar una de nuestras clases. Hecha la consideración del asunto que me interesaba estudiar en mi trabajo de grado, desarrollé una clase de álgebra para grado sexto, orientada a la identificación de patrones en secuencias, una de las raíces del álgebra propuestas por Mason (1999) y, desde mi punto de vista, la que menos preparación previa requiere. Observando con detenimiento esta clase, me di cuenta que cometía varios errores: no siempre estaba atenta a las reacciones de los estudiantes, el hilo de la clase a veces no tenía coherencia, no mantenía el contacto visual con los estudiantes, tendía a ser muy conductista en mis clases, la retroalimentación de las diferentes tareas no era suficiente, valoraba más el resultado que el proceso; no realizaba una transformación de lo disciplinar apropiadamente, es decir no era suficiente mi conocimiento didáctico; los recursos no fueron aprovechados al máximo, había podido usar otros más apropiados los cuales hubieran apoyado mejor la clase, y todo esto era solo a simple vista, ¿Qué podría ver de mi clase con más herramientas conceptuales?

Las consideraciones tomadas hasta el momento, aunadas a la falta de comprensión de los estudiantes al tratamiento tradicional de la clase de álgebra, a la dificultad para desprenderme de mis concepciones y acciones más arraigadas acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje, inapropiadas y ancladas a errores de fondo, y de pronto de forma, son factores sobre los que es posible reflexionar a la luz de las propuestas y constructos de la Educación Matemática para que resulte en una práctica reflexiva, mejorada, adecuada al contexto y que pueda cambiar, según lo

exija el entorno.

Quiero lograr por medio de un ejercicio importante de toma de conciencia alrededor de asuntos como mis actitudes, procedimientos y recursos, un cambio consciente para mejorar mi ejercicio docente y mi práctica diaria de manera importante y así poder llegar a ser una buena docente de matemáticas.

Mi proceder como profesora ha sido llevado a cabo a partir de mis experiencias pasadas como estudiante, y después como docente. Este proceder se formó desde mis experiencias propias en diferentes contextos educativos de suposiciones que realicé y que apliqué en mis clases. Pero este proceder no ha sido examinado ampliamente ni juzgado con herramientas sistemáticas y rigurosas. Siendo la educación una responsabilidad social tan importante ya que con ella se forman los ciudadanos del futuro, es pertinente observarla a la luz de las teorías desarrolladas para hacerla más efectiva, importante y contextualizada.

Para abordar de una manera más aterrizada la reflexión docente, he decidido hacerlo a través de un problema real de mi práctica: el diseño y desarrollo de una propuesta de enseñanza, alrededor del asunto de la matemática escolar que antes he señalado como uno de los temas que más me cuestiono como docente. Una propuesta de enseñanza desarrollada bajo los principios de la reflexión en la práctica me permitiría desarrollarme profesionalmente como profesora de matemáticas y dar la oportunidad a mis estudiantes de vivir en un ambiente de aprendizaje que propenda por el desarrollo de su pensamiento, en este caso, algebraico. Este ejercicio me permitirá cuestionar mi labor, buscar mejores estrategias y profundizar saberes.

Todo lo anterior me lleva a plantear la pregunta que guía el desarrollo de este trabajo de grado: *¿Cuál es la relación entre la reflexión alrededor de la práctica docente y la definición de un conjunto de tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de educación básica secundaria que no tienen experiencias escolares previas para el desarrollo de tal pensamiento?*

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

Indagar cómo la reflexión acerca de la práctica docente favorece la selección, adaptación o creación de tareas que ayuden a promover el pensamiento algebraico en estudiantes de

secundaria que por primera vez se acercan al trabajo algebraico.

1.2.2 Objetivos específicos

- Fundamentar el proceso de reflexión docente como medio para apoyar la planeación de tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico, por parte del docente de matemáticas.
- Describir las decisiones que toma el docente antes, durante y después del desarrollo de una propuesta de tareas que promueva el desarrollo del pensamiento algebraico.
- Analizar los efectos de la puesta en escena de la propuesta, desde la perspectiva del docente, para fortalecer la propuesta misma a partir de las reflexiones del profesor de matemáticas.

1.3 JUSTIFICACIÓN

El énfasis de este trabajo de grado es la reflexión acerca de la práctica profesional del profesor de matemáticas, ya que es una tendencia que, aunque lleva bastante tiempo planteado en la Educación Matemática, en los últimos años ha tomado más fuerza y se han desarrollado una mayor cantidad de investigaciones alrededor de ello. Es una herramienta reconocida como relevante para la mejora de la práctica del docente de matemáticas, en procesos de formación inicial y en servicio.

La reflexión en la práctica del docente de matemáticas le da al profesor herramientas para desarrollar su ejercicio en clase, estas herramientas surgen del análisis de las dificultades en la práctica a partir de un interés profesional que involucra la conciencia del maestro, es decir el deseo interno de ser un buen maestro. A partir de estas intenciones, surge un trabajo que inicia con el desarrollo de la capacidad del profesor de mirarse a sí mismo de manera crítica y efectiva.

La práctica del profesor se puede mirar a través de diversos lentes, estos son posibilidades diferentes de mejora, es importante fundamentar ese estudio y llegar a desarrollarlo cubriendo componentes de la práctica docente que aporten al mejoramiento del desempeño en el aula, descubriendo nuevas dimensiones que caractericen la práctica profesional del profesor de matemáticas y que hagan más completo el análisis. Entonces, la reflexión sobre la práctica se hace para comprender las fortalezas, limitaciones, aciertos y fallas, para aprender mejores formas

de aprovechar los aspectos positivos y superar los aspectos negativos; se hace necesaria porque la educación es una actividad humana en la que intervienen las subjetividades de profesor y, entonces, es una práctica que puede muy fácilmente ser llevada de forma inconsciente sin tener en cuenta sus intenciones, procedimientos y finalidades. Por esto se hace necesaria su documentación para observarla, el estudio de la teoría para aplicarla, y el análisis de resultados para una mejora continua.

La reflexión en la práctica docente ha tomado un lugar importante en los procesos de mejora de la práctica profesional del profesor, básicamente, desde dos puntos de vista. El primero, consiste en asumir la reflexión como una cualidad del docente profesional, esto es “...percibir situaciones de su práctica que necesiten de otra manera de actuar; distanciarse de esas situaciones para poder analizarlas; explicitar y examinar los elementos que hacen parte de la situación y también buscar cómo ellos son influenciados por sus creencias y; buscar otras formas de interpretar la situación a partir de diferentes fuentes como los compañeros de trabajo, documentos oficiales, libros de textos, investigaciones, etc.” (Flores, 2007).

El segundo es en la formación de profesores. Como dice Ñancupil (2013), “la reflexión es una importante herramienta de formación para los profesores, porque permite que piensen de forma sistemática sobre su práctica, buscando la forma de interpretar los problemas que encuentra a la luz de teorías y aportes de la didáctica de la Matemática”.

Al respecto, Llinares (1998) recopila aportes de algunas investigaciones realizadas en España a finales del siglo XX alrededor del profesor de matemáticas como objeto de investigación, plantea algunos problemas acerca de la idoneidad del mismo teniendo como referentes el conocimiento del docente tanto disciplinar como pedagógico, lo que él llama el proceso de socialización o su desempeño en las prácticas pedagógicas y la innovación como mejoramiento de su conocimiento y el enrolamiento del profesor en otras formas de ver la enseñanza, este documento me da una idea general de algunas de las posibilidades en torno a las cuales han girado los intereses investigativos del profesor de matemáticas, en estas investigaciones, el autor observa la relación entre las concepciones y creencias de profesor y el desarrollo de sus prácticas de enseñanza, también refiere investigaciones en las que el conocimiento del profesor en el aula, en las que se analiza la gestión y estructura de las lecciones y algunas dificultades que se presentan en su ejercicio profesional al llevar esos conceptos al desarrollo de sus clases.

Este autor observa también investigaciones en los que se refiere a la transparencia del uso de

instrumentos en el aula y cómo estos pueden ser apropiados o no dependiendo de su diseño y su aplicación oportuna en clase. Estas dos perspectivas me dan una idea de estudios previos que refieren temas en los que me considero débil en cuanto a mi conocimiento para desempeñarme como docente de matemáticas.

Flores (2005) analiza procesos de reflexión en personas en formación para ser profesores, esto lo hace indagando acerca de sus ideas, de la enseñanza y el aprendizaje, esto se realiza mientras estos docentes en formación profundizan acerca de cuestiones profesionales prácticas acerca del profesor de matemáticas. En esta investigación el autor descubre que “En el proceso de generar ideas y relacionarlas con las creencias, los sujetos se dejan influenciar por su experiencia, pero también por a quién conceden y dónde sitúan la prioridad de convicción, es decir, a qué acontecimientos o sujeto le atribuyen autoridad para establecer la validez de las ideas”.

En su investigación, Flores reporta cómo los profesores tienen creencias ocultas y poco científicas acerca del conocimiento matemático y didáctico, acerca de las buenas prácticas de enseñanza y acerca de los procesos de aprendizaje de las matemáticas en general. Pero refiere que el análisis de esta información cambia la actitud de los profesores en formación y porta la buena disposición de estos para realizar una formación más consciente y formal de todos estos aspectos en su formación.

Los diferentes estudios acerca de las concepciones de los profesores y el conocimiento del profesor de matemáticas me referencian algunas indagaciones que han orientado a docentes de matemáticas en la observación de sus características esenciales como profesores de matemáticas, sus hallazgos me dan una perspectiva de las posibilidades que aplicaré en mis propias indagaciones de mi práctica docente. Por ejemplo, Flores busca que los profesores generen hábitos de reflexión acerca de problemas usuales que se han presentado en sus prácticas, este estudio se parece mucho a lo que pretendo con este trabajo de grado así que es importante que observe desarrollos como este para saber qué buscar en los análisis de mi práctica.

Como lo referencia Parada (2011), “La reflexión de los profesores está ganando un espacio especial en el campo investigativo de la educación matemática, dado que se reconoce la relevancia de su rol como seres humanos promotores de la actividad matemática que los estudiantes realizan en la clase”. Esta autora indica los beneficios que aportan al ejercicio profesional del profesor observar su práctica, verbalizar estas observaciones y a la luz de la Didáctica de las Matemáticas o de otros elementos importantes de la Educación Matemática

modificarla en pro de la mejora continua de la misma.

Ella indica los múltiples factores que intervienen en la optimización de la práctica y plantea un método para lograr su mejora, a partir de la reflexión del profesor, es decir a partir de las propias ideas que se van formando gracias al estudio juicioso de temas importantes que el maestro requiere para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula.

Es por eso que mi reflexión es la protagonista de este trabajo de grado, es la herramienta para fortalecer mi conocimiento profesional y cualificar realmente mi práctica. Esta reflexión que plantean los diferentes autores me lleva a mirarme en mi quehacer con unas gafas específicas, mirar mi gestión de conocimientos y recursos y generar reflexiones en mí que den frutos en una segunda versión mía, una versión 2.0 que emprenda el camino de la reflexión juiciosa e informada en su desempeño como docente.

Ahora bien, habiendo establecido la importancia de la reflexión docente podemos pasar a tratar acerca de mi segundo interés en este trabajo de grado, y es el desarrollo del pensamiento algebraico de mis estudiantes. Son estudiantes a punto de empezar grado octavo que no han tenido la oportunidad de afrontar tareas de aula que desarrollen su pensamiento algebraico, es decir que su educación ha sido tradicional en este aspecto; frente a este panorama, he pensado que no puedo simplemente decir que estos niños ya están perdidos, que no tienen la oportunidad de iniciar apropiadamente su aprendizaje del álgebra, es por eso que con esta propuesta quiero iniciar, aunque sea tardíamente, una serie de tareas que les muestre un camino más provechoso para comenzar su trabajo algebraico.

El “tránsito de la aritmética al álgebra” es una expresión que ha ido perdiendo vigencia en el campo de la educación matemática, ya que los planteamientos recientes proponen el desarrollo del pensamiento algebraico a lo largo de toda la escolaridad, como herramienta para el análisis y solución de situaciones referidas a la variación y a la modelación de fenómenos a través de las matemáticas.

La Educación Matemática promueve desde hace algún tiempo el estudio del álgebra o mejor la formación del pensamiento algebraico desde los primeros años escolares, es así como lo referencia Molina (2009), “en las últimas dos décadas se han realizado a nivel internacional, numerosas investigaciones que analizan y promueven el álgebra en el currículo de la educación primaria”. A partir de la década de los noventa, los estudios, investigaciones y propuestas de la Educación Matemática acerca de la enseñanza del álgebra muestran una marcada tendencia al

desarrollo del pensamiento algebraico como objetivo principal, que va más allá del manejo eficiente del lenguaje simbólico, o de la realización correcta de algoritmos rutinarios encaminados a la transformación de expresiones algebraicas, o de la resolución de problemas planteando ecuaciones, o a encontrar la famosa “ x ” en tales.

Al respecto, Agudelo-Valderrama (2006) afirma que “...el fenómeno de la persistencia de los enfoques tradicionales en las aulas de clase de matemáticas colombianas —o en cualquier otro contexto— lo realmente importante es conocer las concepciones que los profesores tienen de su propia práctica de enseñanza, y este conocimiento debe incluir lo que ellos ven como barreras del cambio en el contexto de su escuela o colegio” Esta autora reconoce la persistencia de la enseñanza tradicional del álgebra a pesar de todas las teorías y estrategias desarrolladas en favor de otras metodologías e invita a los profesores de matemáticas a explorar su propia práctica y relacionarla con el contexto en el que se desempeña para identificar los problemas que pueden surgir en sus procesos de enseñanza, esta es una forma de invitar a la reflexión docente y a la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en su propia práctica.

Hoy en día el inicio de la enseñanza del álgebra desde grados tempranos es una apuesta en la cual coinciden diferentes autores como García (1998), Booth (1999), Mason (1999), Godino (2000), Kaput (2000) y Kieran (2006), y los referentes de calidad de nuestro país, desde 1998 con los Lineamientos Curriculares del área de Matemáticas. En lugar de proponer una transición, estos discursos y disposiciones proponen el desarrollo del pensamiento algebraico de manera progresiva a lo largo de toda la escolaridad, a través de actividades variadas e intencionadas que promuevan el trabajo alrededor de procesos de la actividad matemática como generalizar, simbolizar, visualizar, entre otros; en consecuencia, es un proceso que debe implicar un trabajo de largo aliento y debe estar incluido en las propuestas curriculares desde los primeros grados y en articulación con lo numérico, lo geométrico, lo métrico y lo estocástico.

Nuestros referentes de calidad para el área de matemáticas hablan acerca de la importancia del desarrollo de este pensamiento; por ejemplo, los Lineamientos Curriculares (1998) indican que: Proponer el inicio y desarrollo del pensamiento algebraico como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos inter estructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre,

como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (MEN, 1998).

Ahora bien, los Estándares básicos de competencia (2006), se refieren también a lo mismo en los siguientes términos: “El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo con un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón”.

Agudelo-Valderrama en su artículo de 2007, afirma que: “los demás profesores hacían énfasis en la necesidad de posponer el trabajo algebraico hasta que los estudiantes dominaran el trabajo de aritmética objeto de los primeros siete años del ciclo básico (el trabajo algebraico debería iniciarse en el Grado 8)”, hay un arraigo importante a considerar el inicio del estudio del álgebra en grado octavo, con la introducción a las expresiones algebraicas. No obstante, teniendo en cuenta las orientaciones de los referentes de calidad oficiales en la Educación Matemática en Colombia se tiene como asunto muy importante que los profesores propendamos por el desarrollo del pensamiento algebraico a partir del trabajo en el aula de matemáticas de estudiantes de los grados iniciales de la Educación básica, leyendo a Agudelo-Valderrama se ve que impulsa a los maestros a considerar el desarrollo del pensamiento algebraico antes de grado octavo como es tradicional.

Con base en todo lo anterior, quiero buscar la forma de hacerme una mejor maestra con la reflexión docente como principal herramienta y apoyar este proceso considerado como una “transición aritmética-álgebra” en mi institución educativa; esto es, mejorar mis procesos de enseñanza en el aula, tomando como pretexto el desarrollo de una propuesta novedosa para iniciar el trabajo algebraico, sustentado con un ejercicio reflexivo, y para “remediar” de alguna forma la situación actual de los estudiantes que se encuentran en grado séptimo y que no han tenido contacto con tareas de tipo algebraico.

Planeo llevar a cabo este proyecto a la práctica con mis estudiantes aprovechando el plan de estudios de final de este curso que da un espacio para realizar una introducción al álgebra; voy a realizar una propuesta de enseñanza que contribuya de alguna forma a que esta introducción no se haga de forma tradicional como ha venido ocurriendo en este colegio, sino que se pueda

intentar dar un inicio a este trabajo acorde con tendencias más actuales de la didáctica de las matemáticas, con lo cual espero fortalecer mi conocimiento pedagógico y didáctico, y el uso y selección de herramientas (Parada, 2009), aspectos que considero más débiles en mi diario quehacer como docente de Matemáticas. Esta propuesta será apoyada por mis reflexiones como maestra antes, durante y después de su desarrollo.

2. MARCO DE REFERENCIA

En este apartado se exhiben las cuestiones que soportan la reflexión de la práctica docente, alrededor de un asunto de las matemáticas escolares, en este caso el desarrollo de pensamiento algebraico, como una excusa para documentar los procesos, recursos e ideas alrededor de la reflexión docente. Como sustento teórico de la reflexión alrededor de la práctica docente se tienen en cuenta autores como Nolan (2008), Smith (1991) y Parada (2009).

2.1. ¿CÓMO SE ENTIENDE LA REFLEXIÓN DOCENTE?

La reflexión intelectual es un proceso que ha sido descrito por diversos autores a lo largo del estudio del razonamiento humano; por ejemplo: Locke (1689) en su ensayo sobre el entendimiento humano señala la reflexión como uno de los dos orígenes de las ideas, dice que la reflexión es “la actividad interior de nuestra alma”. Hegel (1986, b), por su parte, indica que “la reflexión es un conocimiento mediato, un reflejo de la esencia de un fenómeno de la realidad” y que “la reflexión es la imagen recíproca de una cosa en otra, por ejemplo, en la esencia del fenómeno”. Hume (1739) decía que las ideas son reflexiones acerca de impresiones recibidas desde el exterior. Estas definiciones de reflexión tomadas de la filosofía proveen un primer paso para abordar el concepto desde la educación. La característica de ser reflexivo es adquirida por los actos humanos a partir de la actividad mental y del reflejo de la realidad en la mente humana. La filosofía en su amplio estudio de la reflexión indica que esta se da cuando el ser humano considera algo con detenimiento, es un mecanismo del cual surgen nuestras ideas, pero tiene que ser cuidadosamente utilizado para que estas ideas surjan de la observación y sirvan como estructura de nuestro pensamiento. En un discurso de Carlos Castillo (Madrid, 2004) acerca de la reflexión humana, el autor indica que la reflexión “es meramente una evocación de lo que se hizo; anticipar el no volverlo a hacer; o anticipar el hacerlo de una manera mejor si la primera se hizo mal; o anticipar lo mejorado para la próxima vez...” indica que la realidad se refleja en nuestro intelecto y, luego, el reflexionar permite examinar este reflejo y “corregir nuestras

actuaciones futuras a partir del reflejo de las pasadas”; es posible, entonces, “corregirse a uno mismo”.

Uno de los pioneros en el reconocimiento de la relevancia de la reflexión en el campo de la Educación es Dewey (1989), quien afirma que la reflexión es mucho más que una sucesión de pensamientos uno detrás de otro, esta secuencia debe tener una ‘con-secuencia’ entre uno y otro pensamiento, deben estar ligados y ser consecuencia uno de otros. Bajo esta perspectiva, se reconoce la complejidad que implica asumir un proceso reflexivo y sus amplias posibilidades para integrar los pensamientos hacia un propósito específico.

En cuanto a la reflexión de los profesores, Paulo Freire (1997), dijo al respecto: “cuanto más me asumo como estoy siendo y percibo la o las razones de ser del por qué estoy siendo así, más me vuelvo capaz de cambiar y de promoverme, en este caso del estado de curiosidad ingenua al de curiosidad epistemológica”. Paulo Freire con esta frase indica que los maestros debemos tener una mirada introspectiva: puedo tener conciencia del cambio que necesito, supongo un cambio para mejorar como docente.

2.2. REFLEXIÓN ALREDEDOR DE LA PRÁCTICA DOCENTE

Las teorías educativas actuales, como el constructivismo, y las teorías sociales invitan al individuo a ser protagonista de sus procesos de aprendizaje y a la escuela a proponer procesos significativos para promoverlo en contexto. Estas tendencias desplazan la idea de “culpar al estudiante” porque “no entiende” o porque “no trabaja” y le da al profesor la responsabilidad de mirar todos los aspectos de su práctica y trabajar para darle un carácter reflexivo.

En esta línea se ha considerado que el docente reflexivo piense en sus procesos y se vuelva “un buen profesor”, esto quiere decir que examine sus creencias, sus procesos y pensamientos en torno a su práctica, tenga una reflexión seria, cuidadosa, informada y replantee su forma de llevar a cabo sus procesos de enseñanza y aprendizaje; esto quiere decir que se vuelva un profesor profesional y cumpla a cabalidad con las condiciones que esto implica.

“La práctica educativa de los docentes es una actividad dinámica, reflexiva, que comprende los acontecimientos ocurridos en la interacción entre maestro y estudiantes. No se limita al concepto de docencia, es decir, a los procesos educativos que tienen lugar dentro del salón de clases, incluye la intervención pedagógica ocurrida antes y después de los procesos interactivos en el

aula”. (García et al. 2008). Así, la reflexión contribuye a que la práctica del profesor no sea un asunto conflictivo, oscuro, indefinido y azaroso sino una situación clara, intencional, coherente y evaluada a la luz del conocimiento, de la observación y de la comprensión de los procesos; todo esto para lograr optimizar actividades profesionales de enseñanza y aprendizaje.

La reflexión alrededor de la práctica del profesor es un asunto que ha tomado gran importancia en la Educación Matemática en tiempos recientes; muchos autores han escrito al respecto, por ejemplo, Shön (1986), Flores (2000), Llinares (2000 y 2007), Godino (2009) y Parada (2009 y 2014). Aquí trataré de tomar ideas relevantes de algunos de ellos, que me permitieron valorar la potencia de la reflexión para cualificar mi práctica y, al mismo tiempo, reconocer el reto que implica asumir la reflexión de una manera sistemática y consiente.

El desarrollo profesional del profesor le da el carácter de reflexivo a su práctica (Flores, 2000). Dewey afirmaba que “para que el profesor adquiriera el conocimiento de manera significativa, tiene que relacionarlo con un problema profesional, distanciarse de él y organizar sus creencias, ideas y aportes externos en relación con él mismo (1999). Esto lo decía respecto a los profesores en formación e indicaba que el profesor, idealmente, es un profesional reflexivo que examina su propia práctica desde una posición autocrítica y pone en duda sus acciones.

Peñas (2005) considera la reflexión como “un proceso mental sistemático, que surge para clarificar una situación de la práctica docente, que es vista como problemática, con la intención de reconstruir dicha práctica. La reconstrucción de esta práctica es propuesta a partir de un distanciamiento de la misma para observar sus características y bajo una óptica crítica se invita al profesor a tomar las medidas necesarias para mejorarla.

Nolan (2008) refiere las ventajas que aporta la reflexión a los profesores como por ejemplo la posibilidad de conectar la teoría con la práctica, la profundización en el conocimiento en la relación entre las creencias y las experiencias y el hecho de que esta reflexión lo muestre luego como un profesor exitoso.

Junto con Dewey, Schön (1986) fue uno de los pioneros en hablar de reflexión docente en la educación. Schön apoya los métodos como el estudio de caso en los cuales el profesor está mucho más involucrado en la investigación de su propia práctica estudiando ejemplos específicos; así, la reflexión en la práctica es un ejemplo de investigación del profesor por su propia cuenta, la reflexión tiene que darse después de que él mismo tome conciencia de su “estado inicial” y lo cambie, gracias a la reflexión acerca de lo que es.

Otro autor que escribió acerca de la formación de profesores y la reflexión en la práctica fue Flores (2000). Él comprende la reflexión como una acción que realiza el docente en cuatro etapas definidas como el Ciclo de Smyth (1991), las cuales responden a los cuestionamientos que se plantea el maestro al detectar una dificultad, diseñar una clase que aborde el tema a profundidad, implementar la clase, someter los aspectos de esa clase al juicio de sus compañeros y reconstruir una nueva clase “mejorada” (Ilustración 1).



Ilustración 1. Síntesis del Ciclo de Smyth por Flores
 Fuente. (2000, Citando a Smyth, 1991)

De acuerdo con Flores, este ciclo proporciona al profesor un proceso sistemático para reflexionar sobre alguna situación problema que genera conflicto en sus prácticas.

Andrea Nolan (2008) es una autora que destaca la reflexión docente implementada desde que los profesores se encuentran en formación, afirma que a pesar de todas las dificultades que se vieron al principio para la implementación de la misma, ella cita autores como Mezirow (1981), Brockband y McGill (1988), Kim (1999) y Bolton (2001) ya que ellos aseguran que la reflexión docente es un proceso de aprendizaje y desarrollo que se logra a través de la propia práctica.

Esta autora publicó un artículo en el que describió un ejercicio práctico de reflexión que se propuso en una escuela de formación de maestros. El ejercicio consistió en que los profesores expresaran su propia forma de ser como maestros realizando relatos de experiencias pasadas,

reconociendo sus cualidades, comparando su forma de proceder con algún animal, y otros recursos que buscaban que cada uno construyera un perfil propio; luego, se realizaba la socialización entre los profesores en formación, para el intercambio de experiencias e ideas.

La recolección de datos se hizo anotando en un cuaderno cada uno y grabando audios. Los resultados fueron asombrosos; quedaron admirados con su habilidad de ahondar más en sus procesos de enseñanza y aprendizaje, aclararon su filosofía de enseñanza, crearon conexiones entre sus creencias y su forma de enseñar y tuvieron una mayor comprensión de sus influencias como maestros. Fue un ejercicio que provocó un gran impacto en los profesores en formación y ayudó a clarificar varios aspectos de su práctica.

El proceso de la reflexión en este caso se vio primero apoyada por la observación de la propia práctica de cada profesor, luego gracias al análisis de esta documentación, tomaron conciencia de sus procesos de enseñanza y aprendizaje y fueron capaces de proponer transformaciones a su práctica, este proceso resume una metodología apropiada para la reflexión docente, observación, documentación y propuestas de cambio.

2.3. EL MODELO DE SANDRA PARADA

Este modelo fue desarrollado por la autora Sandra Parada (2009 cuando estaba realizando la Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Instituto Politécnico Nacional de México), preocupada por la reflexión en la educación básica de los maestros, desarrolló un modelo para realizar la reflexión sobre la práctica docente que tiene en cuenta aspectos importantes del quehacer diario de un profesor.

El modelo aporta herramientas teóricas y prácticas que guían al docente en un proceso de observación de su propia práctica para buscar mejorar sus actuaciones a partir de la reflexión al respecto; pero no es una reflexión *per se*, es un ejercicio que involucra procesos metódicos y planeados cuidadosamente para lograr los objetivos de ésta.

Este modelo cubre de manera completa los procesos de actuación y reflexión del profesor, antes, durante y después de la acción, es decir de la clase en sí. La clase es un momento clave porque en esta se interactúa con los estudiantes y es el objetivo primordial del profesor, pero también es importante la planeación para precisar lo que se va a poner en juego, y la reflexión posterior ayudará a tomar conciencia de la actuación y para mejorarla posteriormente.

Sandra Parada invita a que los maestros reflexionemos acerca de la actividad matemática que promovemos en nuestros estudiantes. Esta actividad matemática la delimita en términos de autores como Chevallard, Bosch y Gascón (1997), quienes señalan que “hacer matemática es un trabajo del pensamiento que construye conceptos para resolver problemas”. Parada llama la atención en que estos problemas no pueden ser meramente matemáticos, sino que también pueden ser problemas del contexto que se matematizan en los procesos escolares, para darle sentido a esta actividad matemática del estudiante.

Parada ha publicado varios documentos acerca de su modelo de reflexión (Parada, 2009, 2011; Parada, Figueras & Pluvinage, 2011; Parada & Pluvinage, 2014), pero específicamente en el documento publicado en 2014, junto con su coautor Pluvinage, presentan un esquema de su modelo (Ilustración 2), en el cual llama la atención la referencia al triángulo pedagógico y las relaciones entre el profesor, el estudiante y el conocimiento matemático.

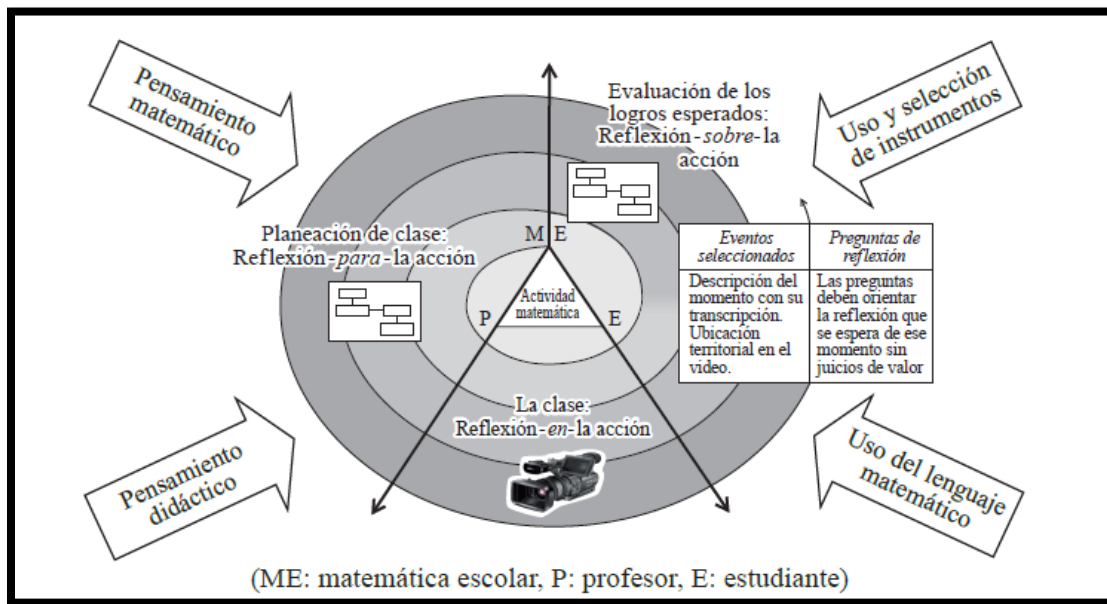


Ilustración 2. Bosquejo del modelo de reflexión

Fuente. Parada y Pluvinage (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre Aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Relime* 17 (1): 83 -113

En este bosquejo se puede ver la actividad matemática como eje central del modelo y, alrededor de ella, las diferentes relaciones que se dan entre el estudiante, el profesor y la matemática

escolar. Además de este eje central, los autores también proponen realizar la reflexión en tres momentos diferenciados del quehacer del docente. El primer momento, reflexión para la acción, se da en la vinculación del profesor y la matemática escolar cuando el profesor realiza su planeación de clase, teniendo como herramientas fundamentales el pensamiento matemático y el pensamiento didáctico, es decir sus conocimientos disciplinares de las matemáticas y sus conocimientos didácticos y pedagógicos. Aquí se consolida la ruta cognitiva, una guía que relaciona un tema a tratar cualquiera en clase con sus antecedentes, la forma de presentarlo, posibles dificultades de los estudiantes, recursos didácticos utilizados, y todo lo que pudiera documentar la forma en la que se va a orientar la clase, objetivos de esta, estrategias de presentación, métodos de evaluación y todo lo que pueda aportar a los procesos de enseñanza del tema a tratar en clase.

En un segundo momento se ve la reflexión en la acción, la cual se da durante la clase. Ahí es donde, las autoras refieren que desde la planeación no es fácil para el profesor realizar una conexión apropiada entre el conocimiento matemático y los estudiantes, y que precisamente es en la clase donde se ve la forma en la que el profesor realiza esta conexión y también la forma en la que actúa frente a las reacciones, errores y preguntas de los estudiantes.

En un tercer momento se tiene la reflexión sobre la acción, es cuando el profesor tiene en cuenta los objetivos que se había planteado y, apoyado en la ruta cognitiva, evalúa la interacción entre el conocimiento matemático y el estudiante; de allí surgen toda clase de opiniones, ideas, sugerencias e incluso rediseño total de la clase, si fuera necesario.

Además de la actividad matemática y de los momentos de reflexión descritos en el modelo de Parada, aparecen cuatro diferentes aspectos sobre los que ella sugiere que puede reflexionar el profesor, como se observa en la siguiente Ilustración:

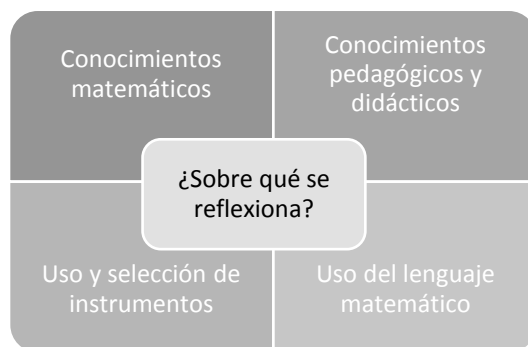


Ilustración 3. ¿Sobre qué se reflexiona?

Fuente. (Schulman, 1987. Citado por Parada y Pluvinaige)

Las autoras señalan que el profesor debe desarrollar suficientemente los conocimientos matemáticos relacionados con los objetivos propuestos en cada clase, así como los conocimientos pedagógicos y didácticos que le dan la facilidad de representar de diversas formas los conocimientos y hacerlos más comprensibles para los estudiantes (Schulman, 1987. Citado por Parada y Pluvinaige). El uso y selección de instrumentos; en este caso, se refiere a tener en cuenta todos los elementos que el profesor considera para comunicar el conocimiento a sus estudiantes, desde elementos como las preguntas y los problemas, pasando por materiales manipulables y tecnológicos y, finalmente, otra opción que presenta es la posibilidad de hablar sobre la relación existente entre lenguaje matemático y aprendizaje-conocimiento de ella, hacer conciencia de la necesidad de un cambio de enfoque del proceso de aprendizaje enseñanza de la matemática.

Como tercer componente del modelo, además de los momentos y los aspectos de reflexión, las autoras mencionan las herramientas para llevarla a cabo; estas son diversas formas de recolectar la información que, en determinado momento, documentan los momentos o aspectos que se van a incluir en la reflexión. Entre tales herramientas están las rutas cognitivas, esquemas que representan el camino del conocimiento que el estudiante debe recorrer para cumplir los objetivos que el profesor propone, en esta herramienta el profesor puede consignar dudas, ejercicios, objetivos, observaciones, etc. Estas rutas cognitivas ayudan a realizar estudios comparativos entre el camino seguido por el estudiante y el camino propuesto por el profesor.

Otras herramientas de registro son los eventos de clase, sucesos de la clase que se pueden identificar con base en videos o registros en audio para no perder detalles. También se pueden implementar guías de reflexión, tablas en las que se consigna el evento que se seleccionó en la clase, la pregunta que se realiza el profesor con base en este y el aspecto que se quiere estudiar (Ilustración 4).

Para la aplicación del modelo las autoras proponen, además, los siguientes aspectos metodológicos:

- Mantener siempre una perspectiva objetiva y crítica.

- Que el profesor mantenga su mente abierta para aceptar correcciones y sugerencias que lo lleven a reflexionar.
- Enfocarse en aspectos muy puntuales de su práctica
- Plantear preguntas de acuerdo con el aspecto de interés
- Realizar las preguntas con una actitud de introspección
- Tener en cuenta siempre el contexto y las condiciones de la práctica al realizar las reflexiones al respecto.

<i>Evento seleccionado</i>	<i>Pregunta de reflexión</i>	<i>Aspecto de reflexión</i>
Descripción del momento, con su respectiva transcripción. Ubicación temporal en video con el fin de ubicarlo en el mismo, con minutos y segundos. (Para el desarrollo de la actividad se sugiere hacer un videoclip del momento seleccionado)	La pregunta debe orientar la reflexión que se espera de ese momento, evitando emitir juicios de valor, pues lo que se espera es que el maestro se exprese sobre lo que observa de su propio desempeño en el aula.	Identificación del tema sobre el cual se pretende promover la reflexión del maestro.

Ilustración 4. Guías de Reflexión

Fuente. Parada y Pluvinage (2014). Relime 17 (1): 83 -113. Reflexiones de profesores de matemáticas sobre Aspectos relacionados con su pensamiento didáctico

2.4 ASPECTOS ACOGIDOS PARA LA REFLEXIÓN EN ESTE TRABAJO

Atendiendo a los referentes antes descritos, y en correspondencia con los propósitos de este trabajo, asumo para su desarrollo el modelo de reflexión descrito por Sandra Parada. Por una parte, la posibilidad de considerar los tres momentos de reflexión: para/en/sobre la acción y, específicamente, en lo que tiene que ver con su conocimiento pedagógico y didáctico, y el uso y escogencia de recursos para la clase. Esta decisión la sustento bajo las siguientes razones: la primera es que es posible generar una correspondencia con los momentos de la investigación-acción, para avanzar en la solución del problema: mi gestión docente; la segunda razón está basada en la naturaleza misma de este trabajo, requiero de herramientas que me permitan reconocer los atributos de mi conocimiento profesional y las decisiones que tomo en mi gestión como docente.

En este trabajo se escogió solamente tratar dos de los aspectos propuestos por Sandra Parada, en primer lugar, el conocimiento de profesor de matemáticas conocimiento pedagógico y didáctico, y el uso y escogencia de recursos para la clase.

El conocimiento pedagógico del profesor le da las herramientas suficientes para indicarle la manera más eficaz, de qué enseñar, cómo enseñar y cuándo hacerlo (Fingermann, 2011). También Braylovsky (2018) afirma que “Hacer pedagogía es, ni más ni menos, recorrer una serie de reflexiones sobre la educación, y especialmente sobre la educación que sucede dentro de las escuelas.” Se puede decir que la pedagogía es el fundamento filosófico de los procesos de enseñanza y aprendizaje y que gracias a ella el saber que se imparte en la escuela se puede moldear apropiadamente para la efectividad de los desarrollos educativos. Por su parte, el conocimiento didáctico tiene que ver con la transformación del saber para presentarlo en la escuela; citando a Chevalard, “este ejercicio consiste en la transformación de un saber científico a un saber posible de ser enseñado”. (1997). Azcárate indica que es pertinente que los docentes conozcan el qué y cómo enseñar atendiendo los componentes conceptuales, actitudinales, y procedimentales que permitan definir los objetivos de aprendizaje que se desean alcanzar ya que la mayoría trabaja sin preocuparse en crear situaciones formativas que favorezcan la experiencia reflexiva y la participación del colectivo (1998).

Así, se observa que el conocimiento pedagógico y didáctico del profesor de matemáticas es fundamental para enriquecer su proceso de enseñanza y, si en la formación inicial no se cuenta con este conocimiento, es natural mi intención de aprovechar esta oportunidad de la reflexión, para formarme en este tema como docente.

Por otra parte, el trabajo de los estudiantes con diferentes tipos de elementos o materiales concretos les ayuda a comprender los conceptos matemáticos abstractos y a darles una dimensión manejable según sus ideas y percepciones. El proceso de construcción de las ideas matemáticas correctas se beneficia con la manipulación de objetos, materiales, representación de ideas (puede ser solo lápiz y papel); todas estas características benefician el entendimiento de las matemáticas y le dan al estudiante la posibilidad de crear su propia matemática y tener una verdadera comprensión de la misma, al contrario de lo que dicen los estudiantes muchas veces, que la matemática es difícil y no es para ellos.

Estos aspectos los consideré básicos para esta reflexión inicial en mi práctica, porque debido a mi formación de pregrado, diferente a una Licenciatura, son aspectos que urgentemente tenía que

estudiar y analizar para fortalecer mis procesos de enseñanza y mi conocimiento profesional como docente de matemáticas.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este trabajo se realizará en función de la observación de mi actuación como profesora, observación en cuanto a la movilización de mis conocimientos pedagógicos en la enseñanza del álgebra y de la elección y aplicación de recursos didácticos, todo esto a la luz de un ejercicio reflexivo metódico y documentado por fuentes expertas en todos los aspectos mencionados en este párrafo.

3.1 METODOLOGÍA DEL ESTUDIO. INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

La metodología de este trabajo de grado es cualitativa y se desarrolla siguiendo el paradigma metodológico de la investigación-acción, la cual surge en ámbitos de investigación social, pero se adapta de muy buena forma a la investigación educativa. Quien acuñó el término Investigación-Acción (IA) fue Kurt Lewin (1946), quien indicó: “La investigación-acción es una forma de cuestionamiento auto reflexivo, llevada a cabo por los propios participantes en determinadas ocasiones con la finalidad de mejorar la racionalidad y la justicia de situaciones, de la propia práctica social educativa, con el objetivo también de mejorar el conocimiento de dicha práctica y sobre las situaciones en las que la acción se lleva a cabo” (Lewin, 1946).

Ahora bien, específicamente hablando de la investigación acción en la educación cito a Elliott quien afirmaba que: “La Investigación-Acción en Educación, implica que los docentes elaboren y creen cambios educativamente valiosos en sus clases y en otros ambientes de aprendizaje” (Elliott, 1991). Con este documento el autor pretendía que los maestros se convirtieran en investigadores de su propia práctica, para generar un impacto real en el aprendizaje de sus estudiantes. En este mismo sentido, “para llevar a cabo la investigación-acción, los docentes tienen que comprender que hay espacios en los que es posible crear y generar cambios educativamente valiosos en las situaciones prácticas en las que están implicados” (Elliott, 1991). Estos cambios se realizan a la luz de la investigación y de procesos metódicos, por medio de los cuales se busca mejorar la práctica docente.

Las características de la investigación-acción que fueron descritas por Kemmis y Taggart (1988), y que coinciden con los planteamientos de Elliot, se refieren a que en ella trabajan personas con la intención de mejorar sus propias prácticas, en una especie de espiral introspectiva formada por ciclos como planificación, acción, observación y reflexión que se pueden repetir constantemente. La investigación-acción somete a prueba las prácticas, pero también las ideas y las suposiciones que se tengan alrededor de éstas, y las cuestiona a la luz de las teorías. Las características de la investigación-acción analizan la práctica ayudando a mejorarla, aportando recursos metodológicos que la mejoran y la optimizan. Debido al enfoque de la investigación-acción establece entre los participantes una relación de iguales que busca sobre los aportes a la investigación.

La investigación-acción es también un proceso sistemático de aprendizaje orientado a lograr una acción críticamente informada y comprometida. Realizar una investigación-acción implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; exige llevar un diario personal en el que se registran las reflexiones. Informada ya que para lograr el aprendizaje que me propongo en este trabajo, la información que recoja de mi diario proceder como docente va a ser el insumo principal para realizar la reflexión muy implicada porque se realiza con una intención real y comprometida pues es de mi mayor interés mejorar mis prácticas como docente de matemáticas.

A partir de los planteamientos anteriores, es evidente que la investigación-acción se adapta a este trabajo, en tanto la esencia de esta metodología es la discusión de las prácticas sociales para buscar un esclarecimiento de cómo y por qué ocurren éstas y, para el caso del esclarecimiento de mis prácticas de enseñanza, está de presente la necesidad de impactar mi habilidad profesional por medio de la reflexión que puede surgir a partir de mis propias observaciones, en un proceso sistemático de exploración e indagación en torno a mi práctica.

En la investigación-acción se tienen tres modalidades: (i) la investigación-acción técnica, la cual busca hacer más eficaces las prácticas sociales gracias a la participación de los profesores en trabajos diseñados, (ii) la investigación-acción práctica, la cual busca el protagonismo del profesor en su propia acción y, finalmente, (iii) la investigación-acción que busca acciones emancipadoras y está realmente comprometida con el cambio social y educativo.

En este caso, se usará la investigación-acción práctica que, según Rodríguez et al (2011) “(...) confiere un protagonismo activo y autónomo al profesorado, siendo estos quienes seleccionan los

problemas de investigación y quienes llevan el control del propio proyecto”. Esta perspectiva fue desarrollada por Stenhouse (1998) y Elliot (1993) quienes señalan que implica la transformación de la conciencia de los participantes, así como el cambio en las prácticas sociales (...), se centra en la praxis educativa, intentando profundizar en la emancipación del profesorado y busca la comprensión de quienes ejecutan la práctica y la transformación de su conciencia por medio de la reflexión.

Bajo esta modalidad, las etapas de la investigación acción son cuatro, Planificación, Acción, Observación y Reflexión, para cada una de las cuales se definen unas preguntas que centran el trabajo (Tabla 1).

La etapa de planificación se da con la identificación del problema que se comprendía al tratar de reconocer características de mi práctica, identifiqué algunas de mis dificultades como docente, en este caso la falta de conocimiento didáctico que afectaba mi enseñanza del álgebra, mis antecedentes como maestra y los procesos que llevo a cabo en mi ejercicio propio de enseñanza, la falta de conocimientos didácticos y pedagógicos alrededor del tema, además otros factores que contribuían a la falta de aprendizaje efectivo de la educación matemática en los estudiantes del colegio NZ. Esto se detalló en el primer capítulo de este documento.

Tabla 1. Etapas de la Investigación Acción.

Etapa	Preguntas	Aspectos
Planificación	¿Qué sucede?	Identificación del problema.
	¿Por qué es un problema?	Diagnóstico del problema
	¿Qué puedo hacer al respecto?	Formulación de la propuesta de acción
Acción	¿Qué datos son importantes?	Plan sistemático para recoger datos
	¿Cómo se recopilan sistemáticamente?	
Observación		Cómo supervisar la acción
	¿Qué ocurrió en la acción?	Acciones que pueden supervisarse para generar información
	¿Qué aspecto se observará	Recoger la información.
Reflexión		Cierre de ciclo
	¿Qué significados relevantes genera la IA?	Proceso reflexivo
	¿Qué evidencias se tienen de las transformaciones a partir del plan de acción?	Análisis de datos
		Informe

Fuente. Rodríguez et al (2011). Investigación acción Métodos de investigación en Educación Especial

La intervención la planifiqué para atacar el problema por varios flancos: el fortalecimiento de mis conocimientos pedagógicos y didácticos alrededor de “la introducción al álgebra”; en particular, aspectos históricos, teorías recientes como Early-álgebra y pre-álgebra, posibles recursos para esta etapa del desarrollo del pensamiento de los estudiantes, desarrollo del pensamiento algebraico en los niños, y el proceso de generalizar.

Luego, en la etapa de aplicación, tengo la documentación de las clases y las evidencias de mi reflexión, en este caso el diario se continuó llevando, pero enfocado a la etapa en la que se llevaban a cabo las clases y otras herramientas que describiré en este capítulo. Durante las clases, tomé notas de mis impresiones en el momento, asuntos en los que pensaba cuando me fijaba en algún detalle de lo ocurrido en el salón y que no quería olvidar luego cuando mirara en retrospectiva la clase, estas anotaciones fueron breves pero importantes ya que recogí aspectos fugaces sobre los que también reflexioné. Luego, justo después de la clase, realicé un escrito más extenso con impresiones más globalizadas e ideas centradas en los aspectos a analizar.

Finalmente, en la etapa de evaluación, se analicé las diferentes evidencias que recolecté durante este ejercicio y realicé las reflexiones sobre estas y cómo estas contribuyen al planteamiento de una propuesta de trabajo académico que propenda por el pensamiento algebraico de los estudiantes.

3.2 DOCUMENTACIÓN Y RECOLECCIÓN DE INSUMOS PARA LA REFLEXIÓN

Para poder apoyar la reflexión en todos sus momentos, documenté mi práctica antes, durante y después de la acción, con lo cual se evidencian las diferentes intervenciones, decisiones, pensamientos, preocupaciones e ideas que se dieron en estos momentos respecto a los aspectos de la práctica docente que definí para este estudio, a saber, mi conocimiento didáctico y pedagógico y la escogencia y uso de recursos para las clases de matemáticas.

3.2.1 Anteproyecto octubre 2017, segundo semestre maestría

El anteproyecto es el documento con el que inicié este trabajo de grado; pero, sobre todo, evidencia la mirada sobre los cambios en el desarrollo del trabajo. Fue un insumo que utilicé para la reflexión, en especial al remitirme al contexto en el cual se aplicaría el estudio.

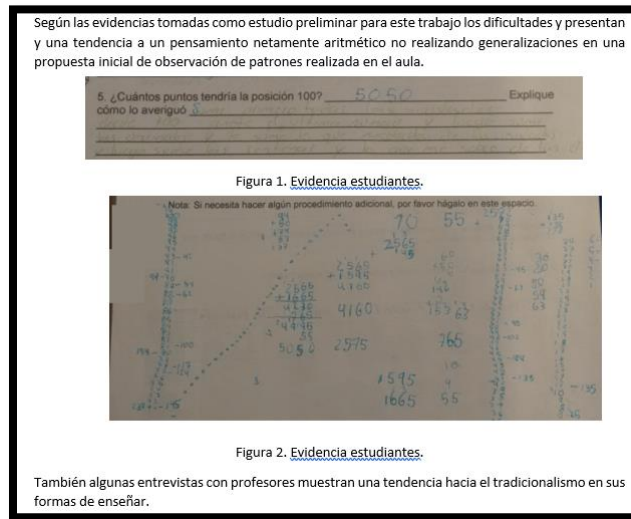


Ilustración 5. Fragmento del anteproyecto que muestra un trabajo aritmético de los estudiantes
 Fuente. La autora. Anteproyecto octubre 2017

3.2.2 Diario personal

Era importante documentar mis ideas alrededor de muchos aspectos de mi quehacer como docente, este es un diario en el que consigno mi pensamiento a lo largo del estudio de la maestría, manuscrito en un cuaderno que llevo a todas partes y en el que escribo diferentes ideas acerca de mi desempeño como maestra. Las primeras páginas me llevaron a valorar las circunstancias que me llevaron a ser profesora de matemáticas y qué ideas marcaron esos comienzos, luego mis cambios de perspectiva a medida que iba estudiando, no solo para el desarrollo de este trabajo de grado sino otros seminarios de la maestría, también acerca de mi situación como profesora del colegio distrital en el que trabajo actualmente y las observaciones que apoyaron mis decisiones en el desarrollo de este trabajo.

Aunque las anotaciones las hacía a diario en ciertos períodos de tiempo, y más esporádicamente en otros según mi actividad académica del momento, no era lo mismo anotar una vez a la semana cuando asistía a los seminarios de la maestría que las notas a diario cuando estaba adelantando los procesos para la planeación, implementación y evaluación de la propuesta didáctica. Este diario se divide en siete secciones, dependiendo de mis diferentes etapas como docente, las cuales se identifican con alguna pregunta que moviliza el desarrollo del proceso reflexivo como

se observa en la siguiente tabla:

Tabla 2. Secciones según fecha y asunto en las que se dividió el diario

Sección	Rango de fechas	Acerca de qué escribí en mi diario.
1	Agosto-septiembre 2017	Mis inicios en la enseñanza de las matemáticas e impresiones en mis prácticas
2	Octubre-noviembre 2017	Exploración de las “nuevas” ideas de la enseñanza del álgebra
3	Febrero-abril de 2018	¿Cómo es mi enseñanza del álgebra?
4	Mayo-julio 2018	¿Aprenden álgebra los estudiantes del Colegio Nueva Esperanza? ¿Qué supuestos e ideas tenemos los profesores de este colegio acerca de la enseñanza del álgebra?
5	Agosto-octubre 2018	¿Qué ideas de enseñanza del álgebra existen? ¿Cómo puedo adaptar estas ideas a mi enseñanza?
6	Noviembre 2018	¿Cómo gestiono una clase diseñada para la introducción del pensamiento algebraico? ¿Qué problemas observo durante la clase?
7	Febrero-marzo 2019	¿Qué tan pertinente, informada, eficaz y apropiada es la propuesta didáctica e introducción al álgebra diseñada y aplicada en grado séptimo?

Fuente. Diario personal. La autora.

Las anotaciones fueron más específicas a medida que se desarrollaba el trabajo de grado; esta especificidad se debió en este caso a que me iba sintonizando mucho más con el proceso que estaba llevando a cabo y la reflexión para la acción ya iba rindiendo frutos y podía escribir acerca del cambio que tenían mis ideas acerca de la enseñanza del álgebra y cómo podía adoptar de manera práctica los constructos de la educación matemática alrededor del asunto en mis clases reales; esto en razón a que, durante la maestría estudié teorías e investigaciones que invitan a cambiar la práctica del profesor de matemáticas, pero que no siempre sabía cómo aplicarlas realmente a mi práctica diaria.

Durante las clases, para efectos de motivar mi reflexión en la acción y sobre la acción, tomé notas de mis impresiones en el momento, asuntos en los que pensaba cuando me fijaba en algún detalle de lo ocurrido en el salón y que no quería olvidar luego, cuando mirara en retrospectiva la clase, estas anotaciones fueron breves pero importantes ya que recogían aspectos fugaces sobre los que también hice un ejercicio reflexivo. Finalmente, justo después de la clase, realicé un

escrito más extenso con impresiones más globalizadas e ideas centradas en los aspectos a analizar sobre mi práctica.



Ilustración 6. Fotografías de unas páginas de mi diario personal como docente de matemáticas
Fuente. Diario personal. La autora.

3.2.3. Fichas de lectura

El estudio de documentos que perfilaban mi conocimiento didáctico del álgebra eran importantes y se tenían que tener a mano para poder consultarlos constantemente; por eso, realicé fichas de lectura, también en un cuaderno, con diversos colores y en forma de esquema que mostrara la estructura y las ideas esenciales del texto para efectos de este trabajo. La ficha incluye: identificación del texto leído, información bibliográfica, esquema del cuerpo del texto y anotaciones específicas que me sirven en el momento de la lectura.



Ilustración 7. Foto de algunas fichas de lectura
Fuente. La autora. Fichas

3.2.4. Apuntes y grabaciones de las asesorías

Durante las reuniones periódicas con mi asesora Johana Torres grabé audios de lo que hablamos de los diferentes aspectos de mi trabajo de grado. Estas grabaciones fueron hechas con una aplicación de grabación de voz instalada en mi celular, luego transcribí los diferentes fragmentos escogidos de las grabaciones que se relacionarán en el anexo 1 y que soportarán la reflexión alrededor de mi práctica docente.

Estas grabaciones fueron una fuente importante de mi reflexión (antes, durante y luego de la acción) durante las etapas del estudio realizado, mi asesora fue una fuente de inspiración, conocimiento y corrección constante. Muestro un pantallazo de los audios que guardé en un computador y que son fuente de consulta:

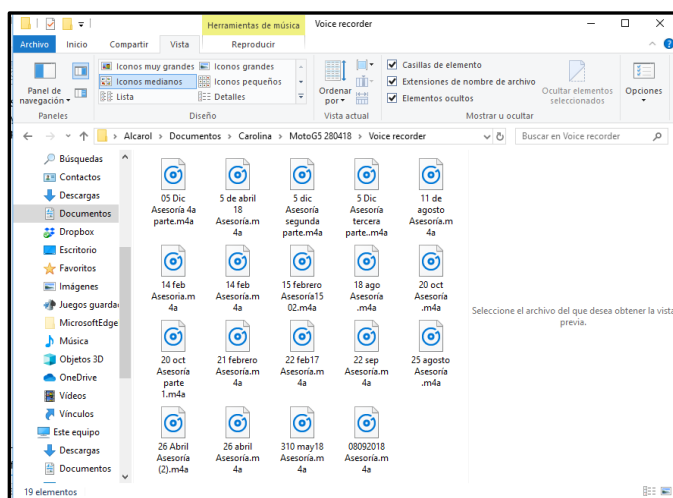


Ilustración 8. Pantallazo de la carpeta de las grabaciones de asesoría
Fuente. Archivo personal en mi pc. La autora

3.2.5. Planeaciones de clases

La planeación de la propuesta de enseñanza se propuso para cinco clases, cada una de estas con una planeación detallada de las actividades a realizar e información relevante para su desarrollo, aspectos como el objetivo, las reflexiones iniciales que consigné antes de cada clase y el resumen de las actividades o procesos de cada clase que sirven como guía rápida para su desarrollo.

Clase 1.	
Práctica Docente	
Grado Objetivo	Séptimo
Tema	Introducción al álgebra
Clase 1	Identificación de patrones
Objetivo	Familiarizar a los estudiantes con secuencias y patrones que se encuentran en su cotidianidad.
Reflexiones iniciales del profesor:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Las secuencias y patrones se encuentran en muchos aspectos de la vida de los estudiantes ✓ Si se orienta a los estudiantes a realizar una observación sistemática de las secuencias pueden visualizar lo que es una secuencia y lo que es un patrón. ✓ El trabajo con secuencias sonoras le dará al estudiante una introducción al trabajo con patrones de una forma muy familiar, en esta primera tarea es importante que él reconozca las secuencias y una noción de un patrón, se presenta de manera sonora porque las secuencias y patrones no son una cuestión exclusivamente matemática, tienen que ver con el mundo real, pero tienen un tratamiento matemático después.

Ilustración 9. Fragmento de la planeación de clase que diseñé como intervención

Fuente. Archivo planeación de clase colegio Nueva Esperanza. La autora

3.2.6. Videos de las clases

Ya que no es fácil recordar cada detalle de lo ocurrido en clase y se podrían perder detalles importantes para el análisis posterior de lo ocurrido durante la intervención, decidí grabar en video las clases realizadas, estas grabaciones las hice con el celular fijo en un punto del salón, tratando que no se perdiera el sonido cuando los estudiantes intervenían, los guardé en formato AVI, su calidad es aceptable para recordar y comprender lo que ocurre en la clase. En términos de Parada (2009), estos son los eventos de clase que dan cuenta del trabajo del profesor en su gestión de aula y que se constituyen en objeto de reflexión y sobre la acción.



Ilustración 10. Imagen de videos de la clase de la propuesta didáctica realizada

Fuente. Archivo personal sobre mis clases. La autora

3.3. ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN

La reflexión que suscita el diseño e implementación de una propuesta didáctica no es lo mismo que su reconstrucción. Precisamente, se hace necesario establecer unos criterios para seleccionar y hacer el análisis de la información recolectada durante la realización de este trabajo de grado, para observar con claridad aquellos eventos relevantes que evidencian mi reflexión en relación con la práctica que desarrollé alrededor de la propuesta didáctica. Para ello, creamos con la asesora una forma particular de organizar toda la información que acopié con los instrumentos antes referidos.

Los aspectos sobre los que cavilo y los descriptores de cada uno de ellos, en los diferentes momentos de reflexión, se ilustran en la siguiente tabla:

Tabla 3. Criterios para seleccionar los fragmentos

Momento	<i>PARA– la acción</i>	<i>EN– la acción</i>	<i>SOBRE– la acción</i>
Aspecto	Definiciones	Gestión	Evaluación del aprendizaje
Pensamiento pedagógico y didáctico	Concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza del álgebra.	Gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje.	Evidencia de los aprendizajes y desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.
		Formas de presentar y abordar los contenidos durante la implementación de la propuesta	
	Diseño	Nuevas decisiones	Evaluación de mi gestión
	Decisiones acerca del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a desarrollar.	Modificaciones de las actividades durante la clase según las circunstancias.	Evaluación de las decisiones tomadas para el desarrollo de la propuesta.
	Definición de las tareas que propondré a los estudiantes de grado séptimo del colegio Nueva Esperanza.		Evidencias de propuestas o ideas que puedan ser implementadas en planeaciones alternativas.

Momento	<i>PARA– la acción</i>	<i>EN– la acción</i>	<i>SOBRE– la acción</i>
Aspecto	Identificación y selección	Utilización	Evaluación de los recursos
Recursos e instrumentos	Selección de los recursos y materiales didácticos apropiados, de acuerdo con las tareas definidas.	Uso de los materiales y recursos en la clase.	Valoración del uso realmente dado a los recursos definidos
	Definición del lugar de los recursos y materiales seleccionados en la planeación de las tareas.		Reconocimiento de las dificultades y aciertos en la utilización de los recursos.

Fuente. La autora

En la reflexión PARA la acción consideraré el estudio que adelanté en el campo de la didáctica del álgebra, el diseño que se realiza de la propuesta didáctica, como contenido de tal estudio, y la planeación del contenido de las clases. En la reflexión EN la acción tendré en cuenta mis conocimientos didácticos de las matemáticas, mi actuación en el desarrollo de las actividades de clase, de la institucionalización de conocimientos y de la evaluación del aprendizaje de mis estudiantes. Finalmente, en el momento SOBRE la acción tendré en cuenta mi gestión de los elementos utilizados en clase y la contribución de estos a la obtención de objetivos, la forma en la que llevé a cabo la clase para encontrar posibilidades de mejora en los planteamientos propuestos, especialmente, mis análisis acerca de decisiones tomadas en cada momento y aspecto de la clase para profundizar cómo estas me influyen para mejorar en pro de mi desempeño como profesora.

En la siguiente tabla se indican los criterios que se tendrán en cuenta para escoger los fragmentos que evidencian los aspectos de reflexión en cada momento, cada uno de estos aspectos tiene asociada una pregunta que tendré en cuenta para guiar la reflexión en cada momento y aspecto:

Tabla 4. Aspectos de la reflexión en cada momento

Momento Aspecto	<i>PARA– la acción</i>	<i>EN– la acción</i>	<i>SOBRE– la acción</i>
Pensamiento Pedagógico y Didáctico	Concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza del álgebra.	Gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje.	Evidencia de los aprendizajes y desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.
	Fragmentos que evidencian mis antecedentes acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Pregunta: ¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?	Fragmentos que evidencian mis decisiones didácticas en la gestión de la clase. Pregunta: ¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?	Fragmentos que evidencian lo apropiado de las actividades escogidas en cuanto a la búsqueda del aprendizaje. Pregunta: ¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes?
	Fragmentos que ilustran mis conocimientos, concepciones y comprensiones de la didáctica del álgebra. Pregunta: ¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?	Fragmentos que evidencian la construcción del conocimiento, por parte de los estudiantes. Pregunta: ¿Qué momentos observados en clase manifiesta la construcción del conocimiento?	
		Formas de presentar y abordar los contenidos durante la implementación de la propuesta	
		Fragmentos que evidencian la presentación “apropiada” de los contenidos. Pregunta: ¿Qué acciones o decisiones tomo para que las actividades tengan impacto en	

Momento	<i>PARA– la acción</i>	<i>EN– la acción</i>	<i>SOBRE– la acción</i>
Aspecto		los procesos de enseñanza y aprendizaje a mi cargo?	
	Decisiones acerca del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a desarrollar.	Modificaciones de las actividades durante la clase según las circunstancias.	Evaluación de las decisiones tomadas para el desarrollo de la propuesta.
	Fragmentos que muestran decisiones acerca del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a presentar. Pregunta: ¿Cómo evidencia la propuesta de enseñanza mis conocimientos acerca de didáctica del álgebra?	Fragmentos que evidencian las modificaciones a la planeación, en el desarrollo de la clase. Pregunta: ¿Cuáles son las razones y la pertinencia de los cambios realizados en la ejecución de la actividad?	Fragmentos que evidencian la evaluación de mis decisiones didácticas. Pregunta: ¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas?
	Definición de las tareas que se propondrán a los estudiantes de grado séptimo del colegio Nueva Esperanza.		Evidencias de propuestas o ideas que puedan ser implementadas en planeaciones alternativas.
	Fragmentos que muestran decisiones acerca de las tareas definidas para los estudiantes. Pregunta: ¿Cuáles son los criterios para plantear, adaptar o elegir actividades de la propuesta de introducción al pensamiento algebraico?		Fragmentos que evidencian planteamientos para cualificar la propuesta. Pregunta: ¿Qué se puede hacer mejor?

Momento	<i>PARA– la acción</i>	<i>EN– la acción</i>	<i>SOBRE– la acción</i>
Aspecto			
Recursos e instrumentos	Selección de los recursos y materiales didácticos apropiados, de acuerdo con las tareas definidas.	Uso de los materiales y recursos en la clase.	Valoración del uso dado a los recursos definidos
	Fragmentos que evidencian la selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Pregunta: ¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?	Fragmentos que muestran el uso de recursos didácticos en las actividades de clase. Pregunta: ¿cómo favorecen los recursos escogidos y utilizados realmente los procesos de aprendizaje en el aula?	Fragmentos que evidencian la valoración de la utilidad del recurso en el desarrollo de la clase. Pregunta: ¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?
	Definición del lugar de los recursos y materiales seleccionados en la planeación de las tareas.		Reconocimiento de las dificultades y aciertos en la utilización de los recursos.
	Fragmentos que muestran las razones por las cuales son escogidos los materiales y recursos. Pregunta: ¿Con qué intención se utiliza el recurso en el desarrollo de las tareas?		Fragmentos que muestran situaciones que generaron cambios o modificaciones en el uso de los instrumentos. Pregunta: ¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?

Fuente. La autora

En la tabla anterior exhibo los criterios que tuve en cuenta para la selección de fragmentos, los cuales cumplen con características que ilustran el aspecto que se quiere mostrar respecto a los de mi conocimiento profesional que serán objeto de reflexión; estas características son los ejes centrales de la reflexión y conectan los insumos que elaboré para tener evidencias del ejercicio reflexivo en los momentos y aspectos definidos para este estudio.

Así, esta tabla permite re-leer la información registrada en los diferentes instrumentos, para seleccionar aquellos que son evidencia de la reflexión o que suscitan una reflexión de mi parte, en relación con los 11 descriptores de la tabla 3 que asocian los momentos de reflexión con los aspectos propuestos por Parada (2009). Los fragmentos que elegí los presento en una tabla así: en la primera columna consigno el fragmento en sí que puede ser una transcripción de un momento filmado en la clase, o de un apartado del diario, puede ser una foto de una ficha de lectura o una parte de la planeación de la secuencia didáctica; en la segunda columna aparece la fuente del fragmento con fecha, lugar y origen; en la tercera columna hago referencia del aspecto a reflexionar, el cual tomo de la tabla 3 y la cuarta columna contiene una pregunta que le hago al fragmento en el momento de considerarlo. Estas tablas presentarán los fragmentos que apoyan la reflexión en el Anexo 1: PARA la acción, Anexo 2: EN la acción y Anexo 3: SOBRE la acción:

Tabla 5. Presentación de los fragmentos escogidos

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
Número de orden del fragmento	Fragmento seleccionado (textual)	Instrumento y fecha del fragmento	Qué aspecto de reflexión ilustra el fragmento (tabla 3)	Qué pregunta de reflexión suscita este párrafo

Fuente. La autora

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS.

La práctica docente es compleja y está definida no solo en los momentos en los que el profesor ejerce su labor de enseñanza, sino que es un conjunto de acciones que empieza en la planeación y termina en la evaluación de los procesos, y en las cuales se van presentando decisiones por parte del maestro, según sus conocimientos y experiencias, el contexto, uso de recursos, representaciones y lenguajes, y todo lo que intervenga en los procesos de enseñanza y aprendizaje en interacción con sus estudiantes.

Esta práctica no puede ser un proceso meramente técnico que siempre se cumpla de la misma manera, con métodos y recursos estandarizados y sin espacio para evaluar esta práctica en sí, solo acumulando conocimientos tácitos acerca de su quehacer como maestro o por el contrario esta se puede volver una práctica reflexionada en la que el maestro genere conciencia de las consecuencias y el significado de sus acciones y repiense sus actuaciones en función de sus objetivos, deberes sociales y circunstancias contextuales de su enseñanza.

En este documento se pretende realizar una reflexión que tenga en cuenta la descripción de los asuntos preliminares y del contexto plasmados en el capítulo 1, la teoría estudiada acerca de la reflexión docente recogida en el capítulo 2 y la metodología utilizada en el trabajo, la cual es una combinación entre la investigación acción y el modelo de reflexión de Sandra Parada, esta se recopila en el capítulo 3, todos estos aspectos combinados dejan el terreno listo para realizar un análisis sistemático que brinde un espacio de comprensión de mi propia práctica.

Para precisar este análisis, tendré en cuenta los aspectos y momentos de Sandra Parada y los criterios para la elección de fragmentos, estas etapas son: Reflexión PARA la acción, la cual se soporta en el estudio de documentos especializados de didáctica del álgebra, las decisiones y claridades derivadas de tal estudio y el diseño de la propuesta de enseñanza como consecuencia de lo anterior; luego, la Reflexión EN la acción, asociada a la aplicación de esta propuesta en clase con mis estudiantes y a la puesta en escena de mis conocimientos didácticos y el uso de los recursos didácticos, como componentes de mi saber profesional como docente de matemáticas adquirido en la primera etapa; finalmente, la Reflexión SOBRE la acción que es la etapa en la que se confrontan los objetivos de la propuesta de enseñanza y otras generalidades acerca de mi

actuación docente, y en la que se observan los fragmentos que evidencian mis actuaciones y decisiones respecto a los criterios definidos en la tabla

Para precisar este análisis, tendré en cuenta los diferentes momentos de análisis propuestos por Sandra Parada, por ejemplo en la reflexión PARA la acción que se soporta en el estudio de documentos especializados de didáctica del álgebra, las decisiones y claridades derivadas de tal estudio y el diseño de la propuesta de enseñanza como consecuencia de lo anterior; luego, la Reflexión EN la acción, asociada a la aplicación de esta propuesta en clase con mis estudiantes y a la puesta en escena de mis conocimientos didácticos y el uso de los recursos didácticos, como componentes de mi saber profesional como docente de matemáticas adquirido en la primera etapa; finalmente, la Reflexión SOBRE la acción que es la etapa en la que se confrontan los objetivos de la propuesta de enseñanza y otras generalidades acerca de mi actuación docente, y en la que evalúo los aspectos que se definieron según las evidencias .

4.1 REFLEXIÓN PARA LA ACCIÓN

El comienzo de los eventos que suscitaron mi ejercicio de reflexión en este trabajo se remonta a cuando tuve que impartir clases de álgebra en grado octavo por primera vez; por lo menos, este ejercicio reflexivo me llevó en regresión a este pasado como punto de referencia para comprender mis concepciones y reconocer, ahora, mis transformaciones. Yo estaba convencida de que mi manejo del álgebra era muy bueno; a decir verdad, era toda una malabarista con esta materia y pensaba que los niños también lo podían hacer, que su comprensión era cuestión de paciencia y práctica.

También estaba convencida de que la clase de matemáticas debía ser muy tradicional, que los estudiantes debían escuchar sin perder detalle de lo que yo hablaba, que yo debía explicar muy bien un tema de manera expositiva, dar unos ejemplos de los procedimientos matemáticos que tenían que ver con el tema y, luego, que los estudiantes debían realizar ejercicios planteados similares a los ejemplos y demostrar sus “conocimientos matemáticos” por medio del dominio de algoritmos. No obstante, no podía ser sorda y ciega frente a las dificultades de mis estudiantes para aprender álgebra; así que todo este proceso empezó con una idea en mente: cómo hacer una mejor transición entre la aritmética y el álgebra. De esta manera, de seguro ayudaría a mis estudiantes. Cuando cursé la Especialización en Educación Matemática en la UPN, había visto

algunas ideas “revolucionarias” para mí sobre la enseñanza del álgebra: ¡álgebra en primaria!, ¡desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años! Pero apenas fue un abrebocas y no había tenido la oportunidad de hacerlas realidad en mi práctica como docente. De ahí, nació mi curiosidad por el desarrollo de pensamiento algebraico y, en consecuencia, desde el principio de la maestría me interesé por revisar el tema en diferentes seminarios.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
13	Mis diferentes experiencias en la enseñanza del álgebra y en el estudio de las teorías de enseñanza antes y durante la maestría marcaron en mí un gran interés por el desarrollo de pensamiento algebraico, mi trabajo de grado se desarrollará alrededor de este tema.	Diarios personales, Abril de 2017.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?

Ilustración 11. Fragmento 13 mis intereses antes de plantear el trabajo de grado.
Fuente propia

Como manifiesto en la Ilustración 11 tuve la oportunidad de acercarme a algunos autores, investigadores de la comunidad de educadores matemáticos, que abordaron este asunto de la enseñanza del álgebra, orientada hacia el desarrollo del pensamiento algebraico y corrientes como Early-algebra y Pre-álgebra. La transición aritmética-álgebra era un tema “superado” en la educación matemática y, con las lecturas, había reconocido que los retos eran diferentes para la enseñanza del álgebra: no es una transición desde lo aritmético, es más bien un proceso de desarrollo de largo plazo.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
30	Todo lo que he estudiado hasta ahora de la enseñanza del álgebra se va a ver reflejado en una serie de tareas en las que quiero observar el progreso del proceso de generalización de mis estudiantes.	Diarios personales, abril de 2017.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?

Ilustración 12. Fragmento 30 ¿cómo concretar lo que estudie en mi trabajo de grado?
Fuente propia

Entonces, ¿cómo concretar estas ideas en una propuesta para la enseñanza del álgebra?, si no es “apropiado” pensar en la transición aritmética-álgebra, ¿qué hacer?, ¿ya están “muy grandes” para desarrollar su pensamiento algebraico? Pero, precisamente pensando en mis estudiantes, decidí que, aunque fuera tarde, ellos podrían tener la experiencia en actividades que los llevarán a pensar algebraicamente; y dentro de las posibilidades que recordaba, el proceso de generalización, por ejemplo, parecía una vía apropiada y viable.

En consecuencia, el diseño de una propuesta de tareas para promover el desarrollo del pensamiento algebraico es el elemento más relevante para caracterizar esta reflexión para la

acción, en tanto las actividades que desarrollé en la fase de preparación me motivaban a justificar cada decisión que tomaba, haciendo conciencia de las motivaciones y aprendizajes que guiaron mi gestión docente.

Ahora bien, mi objetivo principal al planear este conjunto de tareas es dar, a estos estudiantes que están terminando su grado séptimo, la oportunidad de tomar un camino diferente para sus inicios en el álgebra, con esto me refiero al camino que nosotros los profesores del colegio debimos darles para un desarrollo de su pensamiento algebraico desde el inicio de su escolaridad. Pero como no fue así, debido a “la tradición”, este es el momento de no pensar que estos niños “están perdidos”, que no hay remedio, por eso para la clase decidí buscar un camino para la introducción al álgebra, ahora documentada con unos elementos más formales de la didáctica de la matemática. En este caso es importante que implemente estrategias pedagógicas y didácticas que no he tenido en cuenta hasta el momento y, con ello, lograr resultados que no han sido posible hasta ahora. Con mi preparación como profesora quiero lograr un mayor interés por parte de los estudiantes, una mayor comprensión y uso de estos conocimientos, y, por qué no, mejores resultados académicos.

Había aprendido a lo largo de estos años, en mis estudios de posgrado, que un factor importante para el éxito de una propuesta de enseñanza, sin importar si es solo una tarea o una unidad didáctica, es contar con la planeación de lo que se quiere realizar. La planeación es un proceso anterior a la clase que realizo con unos objetivos en la mira, mediante la cual defino las tareas que quiero que mis estudiantes desarrollen y organizo mi proceder de forma coherente; para esta planeación, aparte de los objetivos tengo en cuenta el contexto en el cual estoy trabajando y los estudiantes para quienes preparo la clase, sus experiencias previas en el aprendizaje de las matemáticas y su predisposición con las clases.

Para realizar la planificación, empecé a leer algunos artículos y libros acerca de la enseñanza del álgebra y comprendí que no soy una “experta” en la enseñanza del álgebra. Entonces, el asunto a tratar en este momento del desarrollo del trabajo era mi falta de conocimiento acerca de didáctica del álgebra; la solución era obvia, tenía que estudiar, así que me decidí por los documentos iniciales y empecé a leer de manera analítica, este fue un paso importante para empezar a avanzar en mi proceso reflexivo; cambiar mis ideas tradicionales de como siempre he orientado mis clases no iba a ser fácil, por más que reconozca la pertinencia de los asuntos y la fragilidad de mis métodos, ¡sí o sí, tenía que estudiar!

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
19	Debido a mi interés en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la introducción al pensamiento algebraico, la asesora sugiere leer los documentos Sessa, Carmen (2005). Inicio al estudio didáctico del álgebra, orígenes y perspectivas. Buenos Aires: El Zorzal Ediciones. Y Vergel, Rodolfo (2015). Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. Bogotá: UD Editorial. Y además Mason, J et al (1999). Rutas hacia el álgebra, raíces del álgebra. 2ª. Ed. Ibagué: Universidad del Tolima ediciones.	Grabaciones de asesoría 2017.	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 13. Fragmento 19 bibliografía principal que fundamentará este trabajo de grado
Fuente propia

Ya debido a la necesidad de fundamentar el trabajo en mi conocimiento acerca de las nuevas tendencias en didáctica del álgebra, para lograr trasladarme a ese lugar de la reflexión docente y escoger adecuadamente las mejores herramientas que podían ilustrar adecuadamente mi camino para lograr ser una buena profesora, la asesora sugirió los libros: *Inicio al estudio didáctico del álgebra, orígenes y perspectivas* (Sessa, 2005), y *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria* (Vergel, 2015), y yo sugerí el libro *Rutas hacia el álgebra, Raíces del álgebra* (Mason, et al, 1999), libro que había conocido desde la Especialización y que, para mí, presentaba el asunto del desarrollo de pensamiento algebraico de una manera práctica y aplicada al aula.

Estas lecturas cambiaron y ampliaron por completo mi visión acerca de la enseñanza de álgebra. En primer lugar Vergel (2015), este libro mencionado en el párrafo anterior es su tesis de doctorado, su propósito era aclarar cómo surge el pensamiento algebraico en un estudiante al enfrentar una tarea con características algebraicas, también expone cómo se puede considerar si una tarea es de tipo algebraico, en este libro estudió la forma en la que surge el pensamiento algebraico dando una mirada a la teoría de la objetivación que indica que la educación no debe ser solamente alrededor de saberes sino que tiene en cuenta a los participantes como sujetos humanos, culturales e históricos que aportan y aprenden gracias a la interacción entre ellos y a un carácter semiótico de la enseñanza del álgebra, carácter que ve los procesos de enseñanza y aprendizaje como actos con significado científico y social que busca lograr la comprensión de la naturaleza y alcance del conocimiento humano me llevó a reconocer que el álgebra no puede ser vista como una asignatura más.

Ahora, veo el álgebra como una forma de pensar que se debe desarrollar a partir de la niñez (en este punto se encuentra con el Early-algebra) y en la que observan manifestaciones de diferente tipo, como por ejemplo gestos acompañados por verbalizaciones que indican una toma de conciencia de la comprensión de indeterminancia, se deben interpretar por parte de la persona

que está a cargo de los procesos de enseñanza, para tener en cuenta los avances del sujeto que aprende.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
23	Vergel habla acerca del trabajo que el profesor debe plantear en clase y los objetivos de este. "Uno de los intereses actuales, según Radford, es la creación de actividades de clase que tengan una densidad epistemológica y propicien la interacción entre los estudiantes y entre estudiantes y profesor, en torno a tareas sobre generalización de patrones, que puedan ofrecer a los estudiantes la oportunidad de reflejar su pensamiento algebraico" Tomado de Vergel R. (2015).	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 14. Fragmento 23 Ilustraciones de la enseñanza del álgebra desde Vergel (2015)

Fuente propia

Vergel (2015) presenta todo un estudio de reconocimiento de indicios del surgimiento del pensamiento algebraico a partir de los simples gestos y expresiones del estudiante, esto me dio indicios acerca de lo que significa qué puedo observar en la producción de los estudiantes que me indique que realizan una aproximación a un procedimiento pre-algebraico, es un libro que me dio toda una visión mucho más profunda y amplia del proceso que implica el desarrollo de pensamiento algebraico, realizar la comprensión de la existencia de la introducción al pensamiento algebraico y poder evidenciarlo en los ejercicios de los estudiantes presenta diferencias sustanciales, el autor describe lo que significa cada respuesta y cada procedimiento de los estudiantes que realizan ejercicios de generalización de secuencias figurales y numéricas.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
24	La lectura de Vergel fue muy importante para vislumbrar aspectos del desarrollo del pensamiento algebraico que no se si alcanzo a comprender completamente ya que la teoría de la objetivación tiene que ver con asuntos mucho mas profundos de los que trataré en mi trabajo de grado.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 15. Fragmento 24 Dudas después de leer Vergel (2015)

Fuente propia

Los resultados de los estudios de Vergel (2015) me sorprendieron positivamente, en realidad el desarrollo del pensamiento algebraico comprende dimensiones que se alcanzan a escapar de mi comprensión, por ejemplo, la teoría de la objetivación tiene una conexión entre el conocimiento y la dimensión social del ser que no sabía que podía existir. De todas maneras, viendo sus análisis a groso modo comprendo la importancia de no desestimar las producciones de los estudiantes cuando no expresa literalmente lo que yo espero de ellos.

Mason y sus colegas (1999) presentan diversas estrategias para el desarrollo del pensamiento algebraico a partir de algunas raíces que ellos describen y, cada una de estas, relacionadas con

una posible ruta a seguir para el desarrollo de este pensamiento. Las raíces que el autor menciona específicamente en su libro son: la expresión de las generalidades, reordenamientos y manipulación, posibilidades y restricciones y aritmética generalizada. A mí me interesó sobremanera la raíz 1ª, la expresión de las generalidades, ya que es un ejercicio en el que el estudiante no precisa de un conocimiento previo profundo, en estas se le solicita que observe una secuencia y realice un contexto y una proyección de conteos más adelante, esta raíz es muy poderosa porque logra la generalización con un proceso que se puede decir es muy básico y que logra resultados potentes así como comprensiones de las generalidades.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
26	<p>Mason (1999) El álgebra es un lenguaje sucinto que no implica lo mismo que el lenguaje cotidiano, hay que realizar un trabajo en la escuela que le dé un sentido completo y apropiado a este lenguaje.</p> <p>Existen cuatro diferentes caminos por los que se puede tomar la enseñanza del álgebra, cada uno de estos caminos viene de la matemática de primaria, pero trabajados adecuadamente pueden llevar a una apropiación real del álgebra, estos caminos son aritmética generalizada, posibilidades y restricciones (aritmética creativa), reordenamiento y manipulación y expresión de la generalidad.</p>	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 16 Fragmento 26 Rutas del álgebra que propone Mason (1999).

Fuente propia

Mason (1999) al tratar el tema de la expresión de las generalidades indica que se espera que el estudiante tenga un proceso que se da en varias etapas a saber: “ver”, luego “decir”, “registrar” y “comprobar” el patrón de una secuencia. Aunque estas etapas es posible verlas en un mismo ejercicio

Este libro me permitió, como profesora de álgebra, contemplar diferentes posibilidades de trabajo en clase para la introducción al pensamiento algebraico en estudiantes, que antes consideraba muy pequeños para iniciar su aprendizaje de álgebra, a partir de operaciones comunes en primaria y el reconocimiento, manipulación y expresión de las generalidades que se encuentran al alcance de todos los seres humanos, y que se pueden llegar a expresar matemáticamente.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
22	Son varios los autores que han escrito acerca de la introducción del pensamiento algebraico, hacer una síntesis y combinación de todas estas propuestas es una tarea ardua y que requiere aplicar criterios académicos que voy adquiriendo a medida que estudio los diferentes referentes.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 17. Fragmento 22 Consideraciones de los diferentes autores consultados.

Fuente propia

Fui descubriendo así, que la introducción al pensamiento algebraico se puede plantear desde la óptica de diversos autores y concepciones y, entonces, mis decisiones respecto a la propuesta de clases presentada aquí se dieron luego de estudiar diferentes autores y dilucidar mis comprensiones acerca del álgebra escolar. Estas concepciones son la forma en la que se puede organizar el conocimiento de acuerdo con su utilidad o la manera de estudiarlo, así el álgebra puede ser considerada en primer lugar como aritmética generalizada, esta modalidad se da cuando se invita a los estudiantes a ver las letras como si fueran números pero sin mayor profundidad, se utiliza para aclarar alguna propiedad constante de los números o de las operaciones con estos, un ejemplo puede ser $a + b = b + a; a \text{ y } b \in \mathbb{N}$, en este caso se presenta la conmutatividad de la suma en el conjunto de los números naturales.

Otra concepción del álgebra es el estudio de procedimientos para resolver problemas; en este caso, las letras van a representar “lo desconocido”, se tendrá que hacer un manejo lógico de estas letras, como se hacía en aritmética con los números y gracias a estas manipulaciones se logrará resolver un problema, no es tan sencillo como se dice porque subyace en cada concepción del álgebra la expresión de la generalidad la cual es otro aspecto del álgebra escolar.

Otra de las concepciones del álgebra es la manipulación de las ecuaciones, se da cuando el estudiante manipula la expresión algebraica para hallar una solución, este paso lo debe dar el estudiante cuando se sienta listo para hacerlo, cuando sienta la necesidad de encontrar una solución a partir de que enfrente un problema, la expresión matemática que obtiene puede ser manipulada de forma lógica para observar relaciones o para obtener la resolución de un problema, esta manipulación se observa en la factorización de expresiones algebraicas en grado octavo a la cual llegamos generalmente como por arte de magia sin recorrer un camino lógico y significativo. El estudiante debe descubrir la posibilidad de manipular expresiones para obtener algún resultado que necesite, concebir la construcción de la expresión y su posible cambio si es necesario y finalmente decidir en determinado momento cómo transformar la expresión según lo que necesite.

La siguiente concepción a la que me referiré es el álgebra geométrica, esta concepción estaba documentada en la serie de libros Elementos de Euclides y era una forma en la que se resolvían problemas algebraicos a partir del manejo de áreas, generalmente de rectángulos. Esta técnica también era conocida por los árabes, en tiempos de Al-Khwarizmi. Esta concepción se propone como estrategia de enseñanza y aprendizaje de asuntos como la factorización de polinomios por

medio del uso del lenguaje algebraico y las representaciones geométricas, a través de áreas, perímetros y superficies con material concreto y virtual que permitan que los estudiantes potencien la comprensión de estas expresiones algebraicas, haciendo un especial énfasis en el manejo de la variable como incógnita específica o valor desconocido.

Obtener polinomios complejos a partir de los problemas que podríamos llamar cotidianos no es tan fácil, en este caso entra el álgebra geométrica que se puede tomar como una estrategia pedagógica la cual nace a partir del estudio de relaciones geométricas con variables en vez de números, y puede llegar a ser una herramienta muy efectiva para la enseñanza por ejemplo de la equivalencia de expresiones algebraicas de una forma lógica y entendible para los estudiantes, por medio de la construcción de figuras hallando sus áreas y perímetros para llegar a relacionar expresiones algebraicas equivalentes.

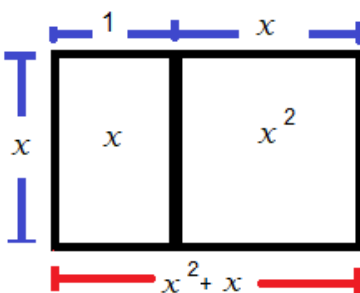


Ilustración 18. Forma de obtener un binomio en el Álgebra geométrica.
Fuente propia

Falta mencionar una de las raíces de Mason, que en este caso sería “posibilidades y restricciones” que a partir de equivalencias puede aclarar la forma correcta en la que se pueden manejar las expresiones con otras equivalentes; este trabajo se puede realizar en la escuela a partir de expresiones aritméticas y que se podrán trasladar a la manipulación correcta de expresiones algebraicas.

Un ejercicio que ilustra el posible comienzo del conocimiento del álgebra por medio de las restricciones es por ejemplo el caso de los cuadrados mágicos en los que en un arreglo de $n \times n$ cuadrados se debe buscar la ubicación de números en la cuadrícula de tal forma que todas las filas, columnas o diagonales de números sume lo mismo, en la siguiente Ilustración se muestra otra posibilidad de restricciones.

			40
			65
			25
60	30	40	130

Ilustración 19. Planteamiento de un cuadrado mágico.

Tomada de Mason et al (1999), p. 74

En este caso se plantea la ubicación de números para que las sumas den verdaderas tanto horizontal como verticalmente.

		5	40
15	20	30	65
15		5	25
60	30	40	130

Ilustración 20. Planteamiento de un cuadrado con algunas respuestas.

Tomada de Mason et al (1999), p. 74.

En este caso se han hecho algunos intentos para completar el cuadrado, estos pasos restringen cada vez más las posibilidades de respuesta de los cuadrillos que todavía están en blanco.

Un nivel más avanzado del resultado de todas las posibilidades vistas hasta el momento es el trabajo con relaciones funcionales, el cual se favorece con estas iniciativas ya que preparan al estudiante para afrontar la forma relacional de las variables en las funciones, y continuar la manipulación de estas teniendo en cuenta las concepciones del álgebra escolar ya mencionadas.

Todas estas concepciones de álgebra, tratadas desde el ámbito escolar, es decir aplicadas en ejercicios introductorios al trabajo del aula de estudiantes de grados anteriores a octavo, por lo menos, según la propuesta de los autores consultados acerca de desarrollo del pensamiento algebraico, lograrán dar al estudiante una visión más completa y clara de las posibilidades que le da el álgebra, esto se daría más fácilmente si desde el principio de la escolaridad el estudiante tuviera familiaridad con tareas de tipo algebraico; pero si no, como en este caso, es un buen conjunto de tareas para darle herramientas suficientes para trabajar algebraicamente con mucha propiedad y comprensión.

Ahora finalmente me referiré a la expresión de la generalidad, esta es una de las opciones que proponen los diversos autores de la Educación Matemática para la introducción del pensamiento

algebraico en el trabajo escolar de los estudiantes. Para Mason (1999, p.16) la generalización es la vida de las matemáticas y el álgebra es el lenguaje en el que se expresa esa vida.

Esta es la concepción que más me gusta, porque a partir de la observación de las particularidades de una secuencia, los estudiantes logran expresar una generalización, observan un patrón de manera simbólica y luego de comprender la forma de cambio de esta secuencia el estudiante está listo para usar la x en el momento en el que él la necesita y de una forma en la que comprende una relación y la va a expresar de forma sucinta. Bueno, el uso de la x es un decir, en principio no se pretende que el estudiante use lenguaje simbólico para expresar la generalidad que observa, es suficiente con que verbalice sus observaciones, lo hará con lenguaje natural, al principio puede ser con expresiones verbales extensas, pero con el tiempo será de una manera más sincopada, el uso de la x deberá ser una necesidad que con el tiempo el estudiante “sienta”, yo como profesora debo tener el suficiente conocimiento disciplinar, didáctico y de los aspectos de enseñanza para guiar su camino apropiadamente y observar sus producciones descubriendo lo necesario para actuar según mis conocimientos.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
18	“El uso de la x tiene que resultar de una necesidad de estudiante, esto llega a ser gracias a un proceso de largo tiempo realizando tareas de generalización (Agudelo-Valderrama en seminario de evaluación de las matemáticas).”	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

Ilustración 21. Fragmento 18 observaciones acerca del uso de la x
Fuente propia

Es la concepción del álgebra en la que el pensamiento algebraico del estudiante apropia la expresión de la generalidad y el uso de las letras queda más afianzado surge de una necesidad genuina por contar con expresiones cada vez más simplificadas, es la oportunidad de reconocer la simpleza y potencia del lenguaje algebraico. Este es un trabajo que puede reportar rápidamente avances en el desarrollo del pensamiento algebraico y no necesita conocimientos previos de mucha exigencia por parte de los estudiantes., es suficiente con que el estudiante observe, cuente y pueda expresar sus conclusiones al respecto

La expresión de la generalidad tiene algunas consideraciones adicionales para poder observar de una mejor manera las producciones de los estudiantes, en primer lugar, se tienen los pasos que sigue un estudiante para realizar una generalización según Radford (2008) y estos son: i) Tomar conciencia de una propiedad común entre los elementos de la sucesión, ii) generalizar esa

propiedad común a todos los términos de la sucesión, y iii) Usar esa propiedad observada para poder calcular cualquier término de la sucesión. Estos pasos me ayudan a mí como profesora a observar con otros ojos las producciones de los estudiantes.

También el nivel de generalización puede ser importante en el momento de evaluar los resultados de las tareas propuestas en clase, para esta observación los autores Cruz y Martínón, (1998) en un trabajo realizado en torno a la generalización de patrones proponen observar las tareas de los estudiantes en tres niveles, en primer lugar una actividad procedimental inicial en la que el estudiante reconoce lo que “cambia” entre uno y otro término de la sucesión y puede reproducir gráficamente la continuación de la sucesión, en un segundo lugar se observa una generalización local en la cual el estudiante puede gracias al reconocimiento del patrón ya realizado obtener cualquier posición más adelantada que se le solicite y finalmente lo que ellos llaman una generalización global que le permite utilizar los resultados anteriores para obtener resultados en nuevas tareas del tipo de generalización de patrones que enfrenten.

Antes de empezar con la descripción de las tareas, relacionaré un documento consultado que no es menos importante que los tres anteriores y es el escrito Álgebra en primaria de Lyda Mora, este es un documento importante que precisa conceptos importantes, habla acerca de Early-Algebra, pensamiento y razonamiento algebraico y el proceso de generalizar y precisa puntos importantes de estos conceptos, pero en el aspecto en el que más me fue útil es en la presentación y clasificación de las secuencias matemáticas, las trata ampliamente e incluso muestra los diferentes de dificultad que pueden tener y el avance del estudiante en el manejo de ellas, desde las secuencias corporales hasta las secuencias por recurrencia. En este trabajo de grado considero las propuestas de Mora (2016) ya que se presentan las diferentes secuencias y se aumenta la dificultad progresivamente para tratar de abarcar hasta las secuencias numéricas.

Mi estudio hasta el momento de los aspectos de la didáctica del álgebra, habían contribuido a no ver esta como un simple cúmulo de posibles procedimientos que realiza el estudiante con la variable “ x ” sin entender muy bien por qué, como ocurre incluso en niveles universitarios. Mi estudio me dio una visión más amplia y estructurada de lo que es el pensamiento algebraico y, de paso, el pensamiento matemático. Mi actuar como profesora de matemáticas tenía que dar un vuelco total.

Este vuelco tiene que ver con la implementación en el aula de una propuesta de tareas que apoyen el desarrollo del pensamiento algebraico, en este caso en estudiantes de sexto o séptimo

grado de secundaria, propuestas que tengan en cuenta el cambio de concepciones tradicionales que, aunque ya hace tiempo ha sido investigado en el campo de la Educación Matemática, no habían impactado mi aula y algunas otras que conozco.

El desarrollo del pensamiento algebraico implica todo un cambio en el modo en el que se concibe el estudio de las matemáticas y específicamente del álgebra, este pensamiento busca que el estudiante establezca relaciones entre cantidades, que pueda observar y expresar generalidades a partir de estas relaciones y como consecuencia de estas habilidades resuelva problemas, matematice situaciones, estime resultados, fundamente respuestas y procedimientos y aplique las matemáticas a todas las posibles situaciones de su entorno, del ámbito netamente matemático o de una combinación entre estos.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
9	Al realizar la prueba de generalización a los estudiantes a los que se les aplicará la propuesta didáctica se obtienen resultados que evidencian la falta de procesos de generalización y la no realización de tareas de características algebraicas.	Diarios personales feb 2018	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?

Ilustración 22. Fragmento 9 diagnóstico del estado del pensamiento algebraico en estudiantes

Fuente propia

De los autores principales consultados para este trabajo ya referí a Vergel y a Mason y las diferentes ópticas que introdujeron a la enseñanza del Álgebra, la tercera autora en la que fundamenté este trabajo de manera protagónica en Sessa (2005). En este documento la autora presenta una serie de ejercicios para desarrollar en clase que propenden por el desarrollo del pensamiento algebraico a partir de la generalización de patrones. Ella explica que en la mayoría de los casos se ha visto una gran complejidad en los asuntos que tienen que comprender los estudiantes cuando realizan sus primeros trabajos algebraicos.

Esta complejidad se debe a las características del trabajo aritmético previo que vienen realizando en la que por ejemplo una ecuación tendría un valor falso o verdadero y no se considera como el conjunto de valores que la pueden hacer verdadera o falsa y otro aspecto importante que indica ella que casi nunca se considera es el conjunto numérico para el cual el conjunto de valores hace una expresión verdadera, estas consideraciones le dan a mi trabajo como profesora matices que no se me había ocurrido tener en cuenta en mis procesos de enseñanza del álgebra pero que e dan la posibilidad de abordar esta enseñanza desde una perspectiva e comprensión de mi parte de ciertos aspectos que le dan una mayor pertinencia a mi trabajo de profesora.

También explica que otra de las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aula de Álgebra es la falta de necesidad de utilizar ecuaciones para resolverlos, ella refiere que generalmente es una opción forzada en las que las razones para utilizarlas son “Estamos viendo Álgebra”, es decir que la razón por la que queremos darle un nivel de dificultad a la resolución de problemas es simplemente “porque sí”.

En este punto la autora presenta la generalización como un buen camino para iniciar el trabajo algebraico de los estudiantes ya que es un procedimiento que está siempre presente en las consideraciones matemáticas o no matemáticas del entendimiento humano, todo el tiempo estamos buscando generalizar para comprender mejor el mundo.

La generalización es un camino, se podría decir que “natural” para desarrollar el concepto de ecuación y el de variable como número general. Sessa (2005) presenta la generalización como una “entrada vigorosa al Álgebra” que permite la exploración de las diferentes posibilidades que dan las expresiones algebraicas para expresar una idea que proviene de una observación de una característica general de una sucesión, y le aporta al estudiante el sentido de la variable y de la ecuación de una manera progresiva y permitiéndole visualizar toda la riqueza de estos objetos matemáticos. Esta posible solución al problema de falta de sentido en la enseñanza del Álgebra que yo reportaba cuando hablaba de mis inicios como maestra de Álgebra, es un camino que se presenta claro y justificado para el inicio del trabajo algebraico y además lo veo como una posibilidad realizable en mis clases.

Sessa (2005) plantea dos posibilidades para el inicio del trabajo de generalización de patrones, la producción de fórmulas para el conteo de colecciones y la formulación y validación de conjeturas sobre los números, las operaciones y las propiedades de ambos.

Luego de esta recopilación de la Didáctica de este trabajo, la autora pasa a proponer tareas de generalización de patrones, la primera tarea que propone es como ella misma lo indica “un ejemplo ejemplar”, es la actividad conocida como “Bordes”, indica las preguntas que orientan el trabajo de aula y expresa que el fin de estas preguntas es que el estudiante pase por algunas etapas de comprensión de los ejercicios.

Estas etapas empiezan con el estudiante dándose cuenta de qué se trata la tarea planteada (1), luego se le plantea que busque estrategias para simplificar el conteo (2), después busca que los estudiantes discutan en grupo (3) para que haya confrontaciones entre las diferentes soluciones, puedan apreciar los criterios de solución de los demás y convenzan o se dejen convencer por la

vía de la razón. Las siguientes etapas le dan a este trabajo un detalle mucho más fino y se ocupa de detalles importantes en las comprensiones matemáticas de los estudiantes, a continuación ella propone enfrentar a los estudiantes a una cantidad de diferentes expresiones que se pueden obtener de un trabajo como el planteado que son equivalentes entre sí (4) ella indica que espera desconcierto y discusión entre los estudiantes pero una discusión que fortalecerá sus observaciones, posibilidad de expresión de sus ideas y aplicación de criterio para juzgar la validez o no de una expresión y la forma en la que pueden llegar a argumentar en favor o en contra de una posible solución.

Después de confrontar las diferentes soluciones la autora indica que ellos pueden tratar de encontrar la relación entre las posibles soluciones (5) aceptar que en este caso la respuesta es una fórmula (6) pero dimensionando qué significa esta respuesta y finalmente que visualice las posibilidades que le da la solución de un solo ejercicio (6).

Esta autora escoge la actividad de “Bordes” para iniciar el trabajo de introducción al álgebra para dar una visión completa de las posibilidades que aporta este tipo de ejercicios, luego de esto se devuelve a ejercicios más sencillos en el que solicita la observación de una secuencia figural sencilla que él puede “ver” el patrón y puede generalizarlo. En este caso, aunque me gusta mucho la actividad de “Bordes” creo que la dejaría para el final del conjunto de tareas que pienso plantear, creo que las características que tiene dan pie para que sea una culminación apropiada de algunas sesiones con las que solo pretendo analizar un conjunto de tareas y observar el efecto que este tiene en el pensamiento algebraico de mis estudiantes.

Partiendo de estas metas que se buscan en el estudiante con el desarrollo del pensamiento algebraico, se tienen en cuenta varios aspectos que yo como profesora debo abordar para lograr el desarrollo del mismo; dentro de estos aspectos se encuentran las dificultades en el proceso de generalizar que se pueden presentar en clase, pero para que estos se superen debo asegurarme de que mi intervención como profesora debe estar muy bien planificada y adaptada al contexto con: estudiantes de alrededor de 11 años que no han empezado su desarrollo del pensamiento algebraico. Y aunque esto no corresponde al escenario ideal, según lo indican las teorías estudiadas, pienso que es necesario que se empiece a resolver esta falta de pertinencia en su educación matemática en este momento.

Para esto tengo que pensar en la mejor forma de iniciar la propuesta de cinco clases que voy a desarrollar con estos estudiantes para observar la efectividad de las tareas planteadas, este es un

buen número ya que es suficiente para tener la posibilidad de observar un proceso en mis estudiantes respecto al desarrollo de su pensamiento algebraico y también no es excesivo y no se vuelve inmanejable en el ejercicio de análisis que haré en las tres etapas que plantea Parada (2009) Antes, durante y después de la acción o de la clase en sí.

Tengo que tener en cuenta varias de las recomendaciones generales que siempre he tenido en cuenta para desarrollar mis clases, en primer lugar, busco que las clases sean interesantes para activar su deseo de aprender y su interés por lo que hacen, si el estudiante no está interesado en lo que hace difícilmente logrará resultados reales de aprendizaje.

Ahora bien Bishop (1981) afirma que las Matemáticas necesitan dos modos de pensamiento muy diferentes y complementarios: el pensamiento creativo, regido por la «intuición», y el analítico, guiado por la «lógica», También Polya (1962) considera dos aspectos fundamentales en el conocimiento matemático: información y “saber cómo” (know-how), y de la especial importancia al segundo, precisando que con él se refiere a la habilidad para resolver problemas que requieren independencia, juicio, originalidad y creatividad. Estos dos autores y otros más indican la importancia de involucrar al estudiante en procesos de actividad matemática para que vean las matemáticas en todo su potencial para tratar asuntos muy serios de su propia realidad como las cuentas, mediciones, etc., y asuntos fantásticos que implican juegos, retos, creación y una amplia serie de posibilidades que pueden encontrar en sus estudios matemáticos.

Es también importante que yo tenga en cuenta que mis estudiantes deben seguir el estudio del álgebra en un camino ascendente, es decir que deben ser introducidos al desarrollo del pensamiento algebraico a partir de asuntos contextuales y luego aumentar la dificultad de los ejercicios para poder desarrollar sus niveles de abstracción y generalización y poder, en el futuro, estudiar comprensivamente las matemáticas en su forma más avanzada. Dentro de esta complejidad del álgebra debo tener en cuenta que esta implica un lenguaje completamente nuevo, que los estudiantes no manejan, pero que tiene unos elementos que se deben aprender a manejar adecuadamente, todo esto sin perder el interés y avance en el saber del estudiante. De las posibles formas citadas para iniciar los estudios algebraicos, opté por realizar el trabajo en expresión de la generalidad. Ya indiqué mis motivaciones para tomar el camino de la generalización al exponer los planteamientos de Sessa, en la Ilustración 23 relaciono el fragmento que relata cómo en las conversaciones con mi asesora y después de haber estudiado las diferentes posibilidades de introducción al pensamiento algebraico y tomando decisiones

acerca del diseño de enseñanza que nos iba a ocupar tomamos la decisión de optar por el camino de la expresión de la generalidad.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
29	En discusiones con la asesora acordamos los pasos a seguir para que los estudiantes trabajen con generalizaciones de secuencias geométricas, el primer paso acordamos plantearlo con el fin de que ellos identifiquen los conceptos de <i>secuencia</i> y <i>patrón</i> de forma relacionada a algo cotidiano de ellos.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?

Ilustración 23. Fragmento 29 Decisiones iniciales acerca de las actividades planteadas en la propuesta de enseñanza.

Fuente propia

Otras decisiones acerca de la secuencia de tareas planteadas para lograr los objetivos de este trabajo tienen que ver con el orden de estas tareas, en términos generales quiero observar a medida que los estudiantes desarrollan las tareas las etapas de Mason para la expresión de la generalidad. Esto me lleva a tomar algunas decisiones iniciales, por ejemplo, la primera tarea buscará la introducción contextual de los conceptos secuencia y patrón, se pueden hacer imitaciones con palmas y movimientos corporales, eso permitirá una introducción sencilla pero significativa a los conceptos de secuencia y patrón.

Fragmentos para la acción				
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
31	En una reunión con la asesora discutimos detalles de la propuesta de clases en marcha y acordamos empezar por una secuencia rítmica que tenga más que ver con el contexto de los estudiantes y luego si trabajaremos con secuencias matemáticas, además acordamos que la dificultad de las tareas debe ser progresiva y que la segunda tarea tendrá material manipulativo.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?

Ilustración 24. Fragmento 31 Decisiones iniciales acerca de las actividades, relacionada con una secuencia rítmica.

Fuente propia

En la Ilustración 24 se ve un fragmento en el que señalo el momento en el que decidí empezar el trabajo con patrones utilizando secuencias rítmicas, en este caso tenía grabaciones hechas con una batería de varias secuencias, algunas secuencias presentaban patrón o repetición de unidades rítmicas y las otras no, esto lo decidí buscando que los estudiantes notaran la diferencia entre unos y otros y comprendieran que cuando ellos podían repetir la secuencia en batería golpeando sus manos en las mesas la secuencia tenía patrón y cuando no podían la secuencia no tenía patrón.

Después de esta introducción y para cerrar la primera clase se planteó un ejercicio de secuencias gráficas sencillo con el que buscábamos conectar el concepto de secuencia visto en la música con el concepto de secuencia en matemáticas. Este ejercicio se muestra en la Ilustración 25, en este se solicita que el estudiante observe varias secuencias y las complete una secuencia gráfica lógica, en este caso se busca que el estudiante vea las secuencias de una forma diferente a lo que hemos presentado hasta el momento.

<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	1	3	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> </table>	1	4	1	5	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td></tr> </table>	1	6	1	7	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	?	?	?	?
1	2																		
1	3																		
1	4																		
1	5																		
1	6																		
1	7																		
?	?																		
?	?																		
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; text-align: center;">?</td> </tr> </table>								?											
				?															
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; text-align: center;">■</td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; text-align: center;">■</td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; text-align: center;">■</td> <td style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; text-align: center;">■</td> </tr> </table>				■	■	■	■												
■	■	■	■																
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>↑</td><td>→</td></tr> <tr><td>←</td><td>↓</td></tr> </table>	↑	→	←	↓	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>→</td><td>↓</td></tr> <tr><td>↑</td><td>←</td></tr> </table>	→	↓	↑	←	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>↓</td><td>←</td></tr> <tr><td>→</td><td>↑</td></tr> </table>	↓	←	→	↑	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	?	?	?	?
↑	→																		
←	↓																		
→	↓																		
↑	←																		
↓	←																		
→	↑																		
?	?																		
?	?																		
<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A</td> <td style="padding: 0 10px;">C</td> <td style="padding: 0 10px;">B</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">+</td> <td style="padding: 0 10px;">+</td> <td style="padding: 0 10px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">B</td> <td style="padding: 0 10px;">C</td> <td style="padding: 0 10px;">A</td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td style="padding: 0 10px;">7</td> <td style="padding: 0 10px;">11</td> <td style="padding: 0 10px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A=?</td> <td style="padding: 0 10px;">B=?</td> <td style="padding: 0 10px;">C=?</td> </tr> </table>				A	C	B	+	+	+	B	C	A	7	11	9	A=?	B=?	C=?	
A	C	B																	
+	+	+																	
B	C	A																	
7	11	9																	
A=?	B=?	C=?																	

Ilustración 25. Fragmento 35 Herramientas y recursos
Fuente propia

En esta primera tarea se planea la introducción a la expresión de la generalidad, uno de los pilares planteados por diversos autores para el inicio de trabajo algebraico en clases de matemáticas.

La siguiente tarea se inicia presentando una secuencia geométrica que busca que el estudiante desarrolle las etapas de Mason para la expresión de las generalidades, “ver, decir, registrar y comprobar”. En esta ocasión es una secuencia geométrica que va a dar una conexión entre el juego anterior y los elementos matemáticos que desde ahora apoyarán el proceso de generalización.

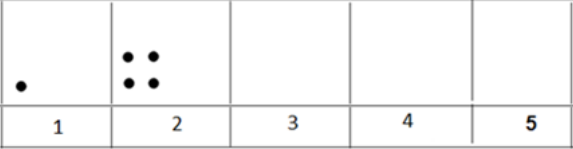
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
41	<p>En la segunda tarea propuse a mis estudiantes un trabajo con una secuencia geométrica que ellos realizan con material manipulable. En esta ocasión se tiene primero un trabajo individual para que las observaciones sean personales y cada uno pueda llevarlas a cabo a su propio ritmo. Después se tuvo un trabajo en grupo, con esto yo pretendía que los estudiantes expusieran sus ideas y por medio de argumentaciones pudieran convencer a otros de unirse a su razonamiento o bien escuchando los razonamientos de otros se dejaran convencer de buenas ideas que escuchen de sus compañeros.</p> 	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?

Ilustración 26 Fragmento 41 Planteamiento segunda tarea
Fuente propia

En la Ilustración 26 ilustro la secuencia planeada y los aspectos de reflexión que busco con esta propuesta, en esta tarea la expresión de la generalidad es protagonista ya que busca una conexión entre las actividades realizadas en la primera clase y una formalización de este ejercicio sin perder las ventajas que le da el juego a los procesos de aprendizaje en los estudiantes. En este caso el manejo de material manipulable ayudará a mejorar la atención y la concentración de los estudiantes, también se tiene como estrategia para mejorar la comunicación entre ellos, para quitarle a la actividad académica la característica de imposición e impulsar el gusto por el planteamiento de preguntas, la indagación y la búsqueda de respuestas de una forma auténtica por parte de los estudiantes.

El hecho de que los profesores queramos que el estudiante utilice la x sin mayores problemas y con la suficiente apropiación, nos lleva a dedicarle mucho tiempo al proceso de expresión de las generalidades, teniendo en cuenta las etapas mencionadas el primer paso es “ver” la secuencia, esto quiere decir que el estudiante va a identificar un patrón en la secuencia presentada, el primer trabajo se plantea de manera individual ya que se requiere que él primero explore a su ritmo sus ideas acerca de la actividad que realizará.

En el desarrollo de esta tarea propongo que el trabajo sea inicialmente individual, así esta construcción, por ser de sus propias observaciones, resultará en un conocimiento que los estudiantes apropiarán de manera muy natural y que no será algo que olviden en un futuro cercano, será algo que les servirá de base para sus estudios del futuro, algo de lo que podrán echar mano cuando estén complejizando su conocimiento del álgebra y su desarrollo del

pensamiento que apoyará no solo sus estudios en matemáticas, sino cualquier otro estudio que requiera generalizaciones.

Esta actividad se desarrollará con el fin no solamente de que el estudiante complete la secuencia sino que responda una serie de preguntas que le muestren el camino a seguir para realizar la generalización requerida, lo primero será indicarle que observe la secuencia dada, que se fije en cada paso de la misma, luego que construya con el material dado la figura correspondiente a la siguiente casilla, en este momento el estudiante está captando el cambio que sufre la figura de un paso al otro.

Enseguida se buscará que sepa expresar el cambio que sufren las figuras, así que la siguiente pregunta que tendrá que resolver tiene que ver con describir la secuencia para una persona que no vino hoy a clase, supongo que en principio tendrá muchas dificultades en esta descripción ya que no es usual que ellos expresen verbalmente lo que observan y menos en clase de matemáticas.

Luego de esto se le solicita que describa cómo es el cambio entre una figura y otra, es decir que describa a quien no vino a clase la construcción de la secuencia de la manera más breve posible. El siguiente paso que se solicitaría teniendo en cuenta que ya logró hacer una descripción de cambio de la secuencia es que se imagine cómo sería la posición 10, por ejemplo, supongo que en este caso habrá una variedad de estrategias para hallar la figura solicitada. Habrá niños que dibujen las figuras restantes desde la última que dibujaron en los primeros pasos hasta la figura solicitada. Pero es muy posible que otros logren encontrar una relación entre el número de la figura (secuencial en la parte inferior) y la cantidad de puntos que se requieren para construirla.

Esta es un paso que se requiere en el momento en el que se quiere construir la figura 10 y que algunos lograrán a esta altura, en el caso de los niños que decidan dibujar las 10 figuras de la secuencia avanzarán hacia esta estrategia en la siguiente pregunta en la que se pide que indique cómo se construiría la figura 82, en este caso ya no será posible que dibuje todas las figuras y se verá abocado a realizar una observación más profunda de la secuencia.

El hecho de que el estudiante conecte la forma de construir una posición con el número de secuencia de la misma es un paso fundamental para su avance en la realización del ejercicio y es un paso que si logra por sí mismo lo animará a continuar con entusiasmo en la búsqueda de lograr las tareas propuestas en estas clases. Es por esto que yo vigilaré que los estudiantes logren

este paso, si alguno está muy despistado realizaré sugerencias sutiles para encaminarlo en este descubrimiento.

En un último paso individual se le solicitará al estudiante que diga una regla para construir cualquier posición de la secuencia, el estudiante logrará esto cuando de un salto de observar varios casos particulares (los que hemos observado hasta este momento) a un caso general, recuerdo que, en clases de didáctica del álgebra, Johana expresaba que esa era la esencia de la generalización, esto es lo que se quiere lograr en esta clase. Describiendo todos estos pasos que se quiere que el estudiante logre en una sola clase, se podría pensar que es demasiado, pero en realidad son pasos sucesivos en el pensamiento del estudiante que son consecuencia natural uno del anterior y que no hay problema en cubrir en una sola clase, ya que en las próximas clases nos detendremos en cada paso para que los estudiantes vean más conscientemente su proceso de generalización.

La segunda parte de la tarea se realizará en grupo, yo buscaría que entre todos los estudiantes socializaran el resultado de los ejercicios y la discusión de la misma, la idea sería que yo tuviera mucho cuidado en escuchar las ideas de todos valorándolas como aportes a la construcción colectiva de la secuencia completa y escuchándolas con mi mente abierta, ya que uno es el plan trazado pero no necesariamente es la forma en la que llegaremos a la solución, yo como profesora debo tener la suficiente preparación para reconocer en las intervenciones de mis estudiantes rutas diferentes a la solución que me había planteado inicialmente, así como identificar los posibles errores que el estudiante pueda tener en el proceso requerido en el ejercicio para poder corregir oportuna y adecuadamente su camino para que logre una comprensión verdadera del tema.

Para la tercera clase se tiene una actividad de nuevo con secuencias gráficas, pero con otros ingredientes que llevarán a los estudiantes a avanzar en el proceso de generalización, en este caso las secuencias que se presentarán en clase son las siguientes:

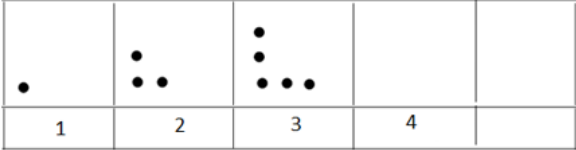
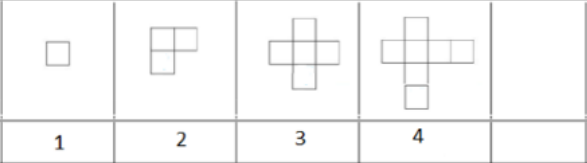
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
42	<p>Se les pedirá a los estudiantes que se dividan en dos grupos, al primer grupo se le entregará una hoja con el siguiente dibujo:</p>  <p>A la otra mitad del grupo se le entregará la siguiente secuencia:</p>  <p>Se les solicita que observen la secuencia, que la describan fijándose en el cambio entre una figura y la siguiente, que construya los siguientes 3 términos, que calculen el número de puntos o palitos necesarios para la figura 10, que escriban una carta muy corta a un amigo describiendo la forma en la que se puede construir la figura 20. Se intercambian las cartas de los dos grupos y se</p>	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?

Ilustración 27. Secuencias utilizadas en tercera clase

Fuente propia

En esta ocasión se escogen dos secuencias matemáticas, de nuevo solicito a los estudiantes que “describan” la secuencia que les tocó a una niña que no vino ese día a clase. Espero que los estudiantes transiten por las etapas de generalización de Mason, es decir que primero “vean” la secuencia y luego la “digan” en esta ocasión el trabajo se propone para que primero se haga individual y el estudiante produzca sus propias ideas a partir de observaciones, es importante este ejercicio, el cual se parece al anterior pero ayudará a afianzar en los estudiantes los pasos de la generalización, el hecho de que se les solicite que describan a una niña que no vino a clase la secuencia presentada les ayudará a mejorar la forma en la que describen sus observaciones en la secuencia, si dicen lo que observan con sus propias palabras lograrán tener una mejor comprensión de ejercicio. Con base en una comprensión más completa del ejercicio se busca que en algún momento avancen hacia una expresión más sucinta de sus ideas y que su pensamiento algebraico se vaya conformando apropiadamente.

En esta ocasión se tendrá una etapa de observación de la secuencia individual y también una descripción de esta, después trabajarían en grupo y entrarían en una fase de “negociación” en la cual concretan sus propias ideas, las defienden o se dejan convencer por los argumentos del otro.

Todos estos pasos son muy importantes para la construcción de ideas matemáticas propias que fundamenten su trabajo algebraico más adelante.

En este caso yo volveré a recurrir a la estrategia del juego para apoyar el trabajo en clase, planeo dividir el grupo en dos equipos, a cada equipo le entrego una secuencia que el otro grupo no podría ver, y por turnos un estudiante de un grupo pasaría a intentar reproducir la secuencia del otro grupo solo por las descripciones que realizaría uno de sus miembros, en este caso espero que al principio los estudiantes tengan dificultades con sus descripciones ya que no tienen práctica realizándolas.

Viendo sus dificultades para que el estudiante del tablero reproduzca la secuencia que él está describiendo, creo que los estudiantes que describen afinarán su forma de “decir” lo que ven y no solo afinarán sus descripciones sino las observaciones de la secuencia de nuevo como camino a una mejor comprensión del ejercicio y de la forma en la que funcionan las generalizaciones.

Para la clase cuatro de esta serie, decidí cambiar un poco el camino seguido, no quiero que los estudiantes se vean envueltos en la monotonía del trabajo repetitivo y busco reforzar la habilidad de conteo que debe tener el estudiante a medida que las secuencias se van complejizando y, además, porque esta es una habilidad que apoyará su trabajo matemático futuro. Para este caso se dan arreglos de puntos que se deben contar implementando diversas estrategias:

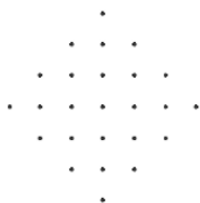


Ilustración 28. Arreglo usado para desarrollar estrategias de conteo

En este caso la actividad que se plantea presenta el arreglo y da varias posibilidades de conteo del arreglo, se solicita a los estudiantes que validen las diferentes opciones de conteo presentados y que indiquen cómo se hizo cada una de ellas.

“Suponer que las siguientes expresiones numéricas fueron encontradas por algunas personas para contar los puntos del arreglo:”

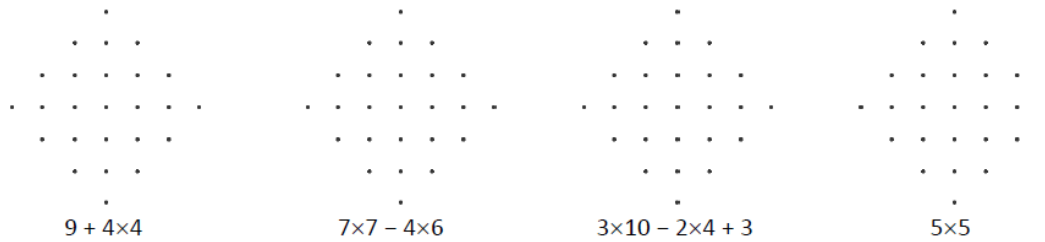


Ilustración 29. Estrategias de conteo del arreglo de puntos.

El objetivo de esta tarea será que ellos tuvieran en cuenta varias posibilidades para realizar el conteo de puntos, que descubrieran las ideas para realizar el ejercicio de otras formas y que supieran validar resultados matemáticos que encontraran planteados en su estudio.

En esta clase también quiero conectar el trabajo realizado con secuencias geométricas y relacionar sus principios de solución con una secuencia que se ve diferente, es la siguiente:

Cero en medio

Resolver las siguientes potencias

$304^2 =$

$403^2 =$

$602^2 =$

$206^2 =$

$107^2 =$

Buscar unos ejemplos similares y escribir una regla para realizar este tipo de multiplicaciones

Ilustración 30. Actividad de cuadrado de números

Esta es una secuencia numérica que tiene como objeto que el estudiante aplique las técnicas de solución de secuencias que ha utilizado hasta ahora, no exactamente, pero si va a llegar a una generalización ¿Qué pasa cuando elevo al cuadrado un número de tres cifras que tiene en la cifra de las decenas un cero?

En este caso el estudiante observará los números al elevar el número propuesto al cuadrado y observar los resultados podrá decir que:

$$304^2 = 92416$$

3^2	$2(3)(4)$	4^2
9	24	16

Ilustración 31. Solución actividad de cuadrado de números

Para resolver rápidamente el cuadrado de un número de tres cifras con un cero en la posición de las decenas, se puede elevar al cuadrado los números de los extremos y luego multiplicarlos entre ellos y por dos, la respuesta estará conformada por los dígitos organizados así: cuadrado de las centenas, seguido por el producto entre centenas y unidades multiplicado por dos y finalizado por el cuadrado de las unidades, el resultado de cada operación se considerará como de dos cifras, es decir que si el cuadrado de uno de los números mencionados tiene una sola cifra (por ejemplo 9), este número se escribirá precedido por un cero y si tiene tres cifras, la primera se sumará al número anterior en posición.

En este caso se necesita que los estudiantes tengan en cuenta la observación del número no solo como resultado de una operación, sino que lo vea como un número de varias cifras (en este caso seis) escrito como una secuencia de resultados que parecerán con poca lógica, el estudiante tendrá que realizar una abstracción diferente al que realiza en una simple operación, tendrá que observar posiciones de los números como resultado de operaciones parciales de la pregunta. Espero que los estudiantes no presenten dificultades en este asunto.

Para la clase final presento una actividad de generalización con unas características muy especiales, a pesar de que solo se presenta al estudiante una figura, esta supone una secuencia de infinitos elementos como lo eran las manejadas en la segunda y tercera clases. Es la actividad de bordes:

Esta actividad es una secuencia, pero no parece: con solo una figura se tiene una idea de la secuencia completa. Aunque la primera idea al enfrentarse a este ejercicio puede ser de dificultad extrema, el estudiante tiene un camino recorrido durante las clases previas, este camino inició con la identificación de lo que es una secuencia, de cuándo esta secuencia tiene o no patrón, luego abordó una secuencia pictórica que lo llevó a relacionar los conceptos vistos con una forma gráfica de presentar estas secuencias, luego trató de resolver secuencias geométricas en las que aplicó los conceptos vistos anteriormente y además se le pidió una observación diferente de la secuencia, se le pidió que “viera” las características de la misma y de que contara los elementos de “cualquier posición”, se le instó a “decir” lo que veía y se le insistió en que lo hiciera bien, de modo que alguien que lo escuchaba pudiera reproducir la secuencia y luego se le pidió que esas características generales que había observado en estas secuencias las viera en otro

tipo de ejercicios, uno aritmético y otro geométrico, yo esperaba que todas estas herramientas lo prepararan para tener éxito con la siguiente actividad.

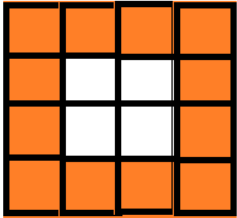
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
44	<p>Tarea 5 - Bordes. Esta es la tarea de generalización por excelencia, no se tiene que presentar como una secuencia, pero el trabajo que se desarrolla con ella implica trabajo con secuencias, además da una gran cantidad de posibilidades de solución.</p> 	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?

Ilustración 32. Fragmento 44 Secuencia de la tarea final para generalizar.
Fuente propia

Los recursos que presento en esta secuencia de actividades van desde lo más lúdico y cercano a la cotidianidad de los estudiantes hasta una actividad importante en la generalización de patrones pasando por varios estadios de dificultad que creo que llevarán al estudiante al desarrollo de su pensamiento algebraico, estos recursos le permiten “hacer” en todo momento, es decir apropiar las ideas que surgen a lo largo de las actividades.

En esta actividad se le da al estudiante una figura, esta figura es un cuadrado conformada por cuadrillos, el número de cuadrillos que tiene el lado de la figura es el dato importante. Se le indica que la figura es parte de una secuencia y se le pregunta si puede saber cuántos cuadrillos tiene en el borde, esperamos que aquí entren algunas técnicas de conteo vistos en la anterior clase luego se le pide que diga cuántos cuadrillos tiene el borde de una figura como la presentada, pero con 29 cuadrillos de lado. En este caso esperamos que la respuesta sea más sucinta que en los casos anteriores, no pretendemos que la respuesta implique el uso de una variable, pero que sea más cercana al lenguaje matemático, es decir más abreviada, luego se le pregunta el número de cuadrillos del borde de una figura con cualquier número de cuadrillos en el lado, se espera que pueda hacer una generalización sin dificultades y relacionando el número de cuadrillos el lado de cuadrado grande.

Todas estas previsiones que considero antes de ir a clase, son mis herramientas, las que debo llevar siempre que pretendo desarrollar procesos de aprendizaje y enseñanza en el aula, como profesora antes de mi acción en el aula debo cumplir algunas funciones previas como planear las clases teniendo en cuenta los estándares curriculares colombianos, el currículo institucional del

colegio en el que trabajo, las necesidades e intereses de mis estudiantes y todos los elementos que potencien sus habilidades y destrezas. Así como registrar y llevar el control de los resultados que deseo obtener según la planificación, elaborar el material de apoyo según la planificación y pensar en actividades complementarias en las que participen mis estudiantes que les den la posibilidad de tener un aprendizaje significativo y oportuno de las matemáticas a diario.

4.2 REFLEXIÓN EN LA ACCIÓN

En este apartado daré cuenta de la reflexión durante la acción, en la Ilustración 33 relaciono un fragmento que muestra mi forma de sentirme en el momento de empezar las clases de esta propuesta, esta acción está encaminada a observar y analizar los sucesos durante la implementación de las clases; en particular, los momentos planeados en el apartado anterior, mis reacciones y decisiones sobre la acción que determinan mi capacidad de ejecutar las acciones planeadas y de atender los “imprevistos”. Para este análisis tendré en cuenta las evidencias que permitieron recoger mis actuaciones en clase, en especial los videos grabados durante la clase. En este punto será posible cotejar los elementos proyectados durante la planeación con relación a los eventos que en realidad ocurrieron, dando paso al análisis sobre la ejecución de lo planeado.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
1	En el momento en el que paso a la acción, es decir a la implementación de la propuesta didáctica siento que la planeación me ha preparado realmente para desempeñarme efectivamente como profesora en este caso.	Diarios personales agosto 2017.	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Qué espero de mis clases?

Ilustración 33. Fragmento 45 Reflexión antes de implementar la propuesta didáctica.
Fuente propia

Durante una clase yo, como profesora, tengo que encargarme de un sinnúmero de cosas que aseguren su “buen funcionamiento”; por ejemplo, debo siempre decir lo correcto, no olvidar lo importante, vigilar que los niños trabajen, propender porque el aprendizaje sea efectivo, que mis estudiantes encuentren gusto por las tareas propuestas, que las entiendan, realizar una evaluación constante, oportuna y efectiva, etc. Teniendo en cuenta, la reflexión PARA la acción, puedo decir que una planeación cuidadosa es un buen antecedente para mi buen desempeño durante la clase.

Durante el desarrollo del conjunto de tareas que buscan propender por el desarrollo del pensamiento algebraico de estudiantes que están finalizando grado séptimo me sentí realmente preparada, lista para cualquier cosa; no quiere decir que la clase fue perfecta todos los días, pero

fui consciente, como nunca antes, de lo que pasaba en mi clase y de las posibilidades de resolver varios de los problemas que se presentaron, ¡qué sensación tan satisfactoria!

En el inicio de la clase yo buscaba llamar la atención de los estudiantes, pues uno de los aspectos de la clase de matemáticas que más me preocupa es el hecho de que los estudiantes no se conectan con los sucesos de la clase y con las intenciones formativas de la misma. Para poder estimular esta conexión he reflexionado cuidadosamente en la etapa de planeación y consideré aspectos que llamaran la atención del estudiante para incluirlos en la planeación de estas tareas, espero haber acertado en mis decisiones.

Al iniciar la primera clase había una tensión extraña entre los niños y yo; en ese momento yo no era su profesora de matemáticas, lo había sido el año anterior en la época del anteproyecto, pero en el momento de la implementación de la propuesta, tuve que recurrir a su profesor quien me ayudó cediéndome cinco clases con ellos. Lo primero que tuve que hacer fue disminuir la tensión del grupo, digo esto porque en el momento de realizar las clases yo no era su profesora titular y no había hablado con ellos acerca de este grupo de clases en el que iba a reemplazar a su profesor habitual, así que los saludé y les explique que quería continuar con el trabajo que el año pasado habíamos empezado con la exploración realizada para el anteproyecto y con esto logré quitarles la prevención con la que habían llegado; después de hablar un poco el grupo se mostró dispuesto a colaborar.

La clase empezó como había sido planificada, a pesar de que eventualmente los estudiantes preguntaban ¿esta es una clase de matemáticas? Esta pregunta surgió a raíz de que esta clase era realmente atípica, ellos estaban acostumbrados a clases magistrales en las que el profesor llegaba a revisar tareas, hacer quiz, proponer ejercicios de mecanización, “explicar” nuevas teorías matemáticas; pero en esta ocasión, llegué a plantear un “juego” que para ellos no tenía nada que ver con las matemáticas, esta había sido una reacción que esperaba desde la planeación, sorprenderlos y llamar su atención. La clase se desarrolló sin dificultades y la cooperación y participación y participación de los estudiantes fue realmente interesada.

Dentro de las cosas que hablé con la asesora durante la fase de planeación de las tareas, ella me aconsejó que no hablara al principio de las palabras secuencia y patrón, pero en realidad fue de las primeras cosas que hice al iniciar esta clase, ¡definitivamente no confío en mis estudiantes!, quise asegurarme de enfocarlos desde el principio en estos dos elementos y creí que debía mencionarlos desde el comienzo.

Pero lo único que logré fue “agregar ruido” innecesario en mis clases, de pronto predisponerlos un poco con las dos palabras, las mencionaban con frecuencia durante la clase, tuve que recuperar el control solicitándoles que las olvidaran por un tiempo y prometiendo que volveríamos al asunto en el momento oportuno.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
46	Propuesta didáctica: La primera tarea propuesta a los estudiantes pareciera que no tiene nada que ver con el pensamiento algebraico, pero sí, se trata de la repetición de secuencias corporales, de imitación de sonidos y de un ejercicio de secuencias figurales, todo para dar una introducción al trabajo algebraico.	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Qué aspectos se deben tener en cuenta en la enseñanza del álgebra escolar?

Ilustración 34. Fragmento 46 Fragmento de las primeras impresiones de la clase.

Fuente propia

En la Ilustración 34 se ve un fragmento que ilustra a planeación de la primera tarea a proponer, empezamos con las imitaciones de los movimientos en secuencia que yo realizaba, fue un ejercicio que les gustó mucho, especialmente cuando los invité a iniciarlo ellos y a adicionar movimientos que tenían que repetir los demás. Esta actividad sirvió para que los estudiantes se concentraran y se sintonizaran con mucho interés con la clase.

En la Ilustración 31 se ve un fragmento que relaciona mis impresiones de la reacción de los estudiantes en la primera clase. Por el momento solo disfrutábamos de las actividades, apropiando poco a poco conceptos de una manera lúdica, yo estaba pendiente de que realizaran correctamente las secuencias. Luego les pedí que escucharan muy bien unos sonidos, como eran sonidos realizados con batería, era muy fácil que los imitaran golpeando la mesa, les pedí precisión y coordinación. El primer sonido tenía un patrón muy sencillo y era fácilmente “imitable”, los estudiantes lo realizaron con mucho interés.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
4	El trabajo con secuencias corporales les ha gustado mucho, tienen buena disposición hacia a clase en general.	Diarios personales Nov 2018	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Pregunta: ¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?

Ilustración 35. Fragmento 4 Evidencia de una buena decisión al escoger la música como elemento de introducción para realizar generalizaciones.

Fuente propia

El segundo sonido era bastante desordenado, no tenía un patrón que se repitiera y por lo tanto era difícil de imitar, los niños lo intentaron, pero pronto dijeron “no se puede” y yo les dije ¿no se

puede qué?, ¿quieren oírlo otra vez? Ellos aceptaron, pero no pudieron imitarlo, yo es pregunté ¿qué pasa con ese sonido? ¿por qué no lo imitan? Los niños explicaron que le hacía falta algo, pero en ese momento no sabían qué era. La Ilustración 36 ilustra el fragmento en el que veo cómo reaccionan los niños a los dos tipos de sonidos, en principio dicen que uno se puede repetir y el otro no.

9	En la clase tenemos una sucesión de sonidos con y sin patrón, los estudiantes observan la diferencia entre los dos y aclaran que si el sonido tiene un “orden” o “algo que se repite” es un sonido que ellos pueden repetir.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?
---	--	--	----------------------	---

Ilustración 36. Fragmento 48 Evidencia de una buena decisión al escoger la música como elemento de introducción para realizar generalizaciones.

Fuente propia

Yo propuse que continuáramos haciendo el ejercicio y alterné sonidos con y sin patrón varias veces, de repente una niña dijo, “profesora, a los que no podemos imitar les falta ritmo” Ella había notado una característica de las secuencias presentadas y con una palabra cotidiana en la música como es “ritmo” quería vislumbrar la característica que hacía repetibles los sonidos. Yo le dije ¿y qué es el ritmo? En ese momento quería indagar a qué se refería cuando afirmaba “falta ritmo”, le pregunté para reforzar su idea y que la expresara de otra manera y para ayudarla a que los otros estudiantes también la observaran. Y un niño dijo es cuando se repite algo, en los sonidos que tienen ritmo se repiten los mismos sonidos y en los que no, los sonidos son muy diferentes” en ese momento intervine y les dije: “¿Recuerdan lo que les dije al comienzo de la clase? Que íbamos a estudiar secuencia y patrón, son palabras que ustedes usan a veces en sus conversaciones diarias, los niños opinaron acercándose al concepto de secuencia, pero no al de patrón. En este caso intervine para hilar lo que ellos pensaban cuando realizaban el ejercicio, les pregunté qué creían que era una secuencia, ellos opinan y yo recojo lo que dicen, escribo ideas sueltas en el tablero y le solicito a una estudiante que concrete, ella dice “secuencia es una serie de ‘algo’ que se ven uno detrás de otro, pregunto ¿qué puede ser ese ‘algo’? Ellos dicen que sonidos, les pregunto si solo sirve con los sonidos y un niño dice también con los números...En la Ilustración 37 se ve el fragmento que recoge mi reflexión indicando que quiero construir los conceptos secuencia y patrón alrededor de las actividades realizadas.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
49	En la primera clase los estudiantes estaban realmente atentos, fue un éxito empezar el trabajo con secuencias físicas primero y luego con secuencias musicales, los conceptos de patrón y secuencia , todos los conceptos repasados debo reforzarlos, darles a los conceptos la importancia necesaria para que los estudiantes realmente tengan exitosos procesos de aprendizaje.	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Cómo aplico la didáctica en mi actuar durante la clase?

Ilustración 37. Fragmento 49 Mi actuar para reforzar el aprendizaje.

Fuente propia

Las palabras no eran extrañas para los niños y con los ejercicios que realizamos sus ideas al respecto se activaron y por eso tenían opiniones al respecto ya que en el concepto de patrón no se ponían de acuerdo, entonces yo dije “cuando una secuencia tiene patrón se puede reproducir” “Ah, dijeron ellos entonces el patrón es como el ritmo o las repeticiones” “Exactamente”, dije yo, “el patrón está presente cuando hay repeticiones en los sonidos y entonces los podemos imitar”

Después de aclarar estos conceptos escuchamos la canción “*Animals*” de Martin Garrix, tal como lo había planeado. Una niña dijo “oye la música tiene ritmo” y un niño aseguró “Es decir que tiene patrón” luego de que se terminó la canción yo aclaré que tenían razón, la música se puede disfrutar porque tiene ritmo, esto le da un orden y una cadencia. Mis intervenciones en este caso buscan clarificar las observaciones de los estudiantes y llevarlas a conceptos matemáticos. Aproveché sus reacciones para relacionar lo que estábamos trabajando con sus ideas de secuencias y patrones para concretar una definición acordada de secuencia y patrón. La música fue una decisión realmente acertada porque relacionaba los conceptos matemáticos secuencia y patrón con elementos del entorno diario de los estudiantes, cosas que ya sabían o, al menos, las intuían.

Finalmente presenté una hoja con una secuencia figural, les solicité que completaran las secuencias y de nuevo estábamos relacionando la palabra ya no con una fila de sonidos, sino con una fila de figuras que tenían un patrón porque podíamos predecir el siguiente elemento de la secuencia.

Esta secuencia figural les ayudó a relacionar los conceptos de secuencia y patrón en elementos diferentes a la música, elementos que presentaban secuencias diferentes a las vistas en clase hasta el momento, pero en las que las ideas se podían relacionar las ideas desarrolladas en esta clase.

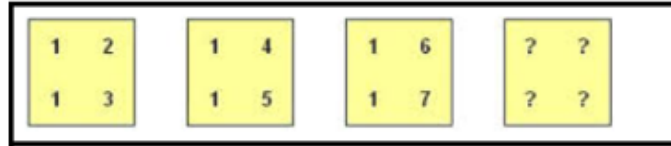


Ilustración 38. Ejemplo de secuencia figural en el ejercicio final de la primera clase.

Fuente propia

Al presentar esta secuencia solo les pedí el favor a los estudiantes que resolvieran los ejercicios, no les di más indicaciones, yo pretendía observar qué tanto relacionaban los conceptos estudiados con lo que tenían que hacer en la actividad propuesta; si esto no funcionaba tendría que dar indicaciones más precisas: primero leería el enunciado del ejercicio, o mejor pediría que un estudiante lo leyera, y luego pediría reacciones al respecto para que todos opinen y estén de acuerdo con las construcciones que resultan de las observaciones, opiniones y análisis de todos, es mejor que ellos se sientan partícipes de la clase para tengan una visión más comprensiva de su proceso de aprendizaje.

Para la siguiente clase tanto los estudiantes como yo teníamos una alta expectativa yo quería que el proceso introductorio diera frutos y pudiéramos realizar comprensiones más estructuradas acerca de secuencia y patrón y relacionar estos conceptos matemáticamente para poder utilizarlos en los procesos de generalización que quería yo lograr con ellos y los estudiantes tenían una alta curiosidad por saber qué seguía después de la primera clase tan particular que habíamos tenido, para que los estudiantes tuvieran una fase de exploración del material y pensarán en sus propias ideas para la solución de las cuestiones planteadas en la guía a su propio ritmo, es decir que todavía no quería cambios de impresiones, sino que cada uno pensara en sus propias interpretaciones de las situaciones y los posibles caminos que tenían para resolver la guía., como se previó la primera parte de trabajo fue individual sin embargo como el salón en el que tuvimos clase tenía mesas grandes compartidas el trabajo no fue estrictamente individual, los estudiantes comparaban constantemente su trabajo y se “corregían” unos a otros según las comprensiones de cada uno y hubo un poco de distracción.

En ese momento pedí que un niño leyera la guía y pedí que todos prestáramos atención, se inició una lectura y esto ayudó a que los estudiantes se concentraran en su trabajo, pedí a varios niños que leyeran y cada vez que avanzábamos las preguntas surgieron pero eran preguntas enfocadas en el ejercicio cuando la guía pedía dibujar las posiciones cuarta y quinta los estudiantes querían

comprobar con la profesora si lo estaban haciendo bien, previendo cualquier situación yo había llevado el inicio de la secuencia en una cartulina que pegué en el tablero

●	● ● ● ●	● ● ● ● ● ● ● ● ●		
1	2	3	4	

Ilustración 39. Cartel pegado en el tablero con el ejercicio 1 de secuencias.
Fuente propia

Ya había pensado que si surgía alguna inquietud lo mejor era poder ver entre todos la secuencia y unificar procedimientos, antes de realizar el ejercicio en el tablero comprobé la solución en la guía de muchos estudiantes y le pedí a Sara que nos mostrara su solución de la posición 4 en el tablero, Sara dibujó lo siguiente:



Ilustración 40. Dibujo con el que Sara representó la posición 4 del ejercicio 1 de la clase 2
Fuente propia

Pregunté a todos si estaban de acuerdo y nadie objetó, me di cuenta de que haber numerado las posiciones les dio la idea inmediata de relacionar el número de la posición con la cantidad de puntos, al menos eso vi en algunos, enseguida se pusieron a trabajar con el material manipulable, pegatinas negras redondas, hicieron el cuadro en las hojas blancas que llevé y hubo niños que configuraron hasta ocho posiciones. Al continuar la realización de la guía el conteo fue muy fácil para casi todos, les gustó el trabajo propuesto, les sorprendió que todo es pareciera tan fácil y quedaron satisfechos con su trabajo, a decir verdad, se fueron con una ligera sensación de que no estábamos haciendo un trabajo “muy difícil” sino que continuábamos jugando.

Los materiales escogidos fueron apropiados, facilitaron el trabajo y motivaron a los estudiantes a llevarlo a cabo, el cartel del tablero nos ayudó a unificar ideas en el momento en el que los estudiantes tuvieron dudas y las pegatinas redondas motivaron la construcción de las diferentes posiciones.

En este caso les pedí a los estudiantes que trazaran la cuadrícula de la secuencia con seis espacios en ella y formaran las primeras tres figuras como se mostraba en la Ilustración. Este

primer paso no les tomó demasiado tiempo, se presentaron algunas dudas y errores en la reproducción del modelo, cuando un estudiante tenía algún error en su construcción yo le pedía el favor de revisar el modelo, les solicité que la distancia entre dos puntos del arreglo fuera siempre la misma, en este caso estuvimos un rato formando la secuencia, yo pretendía que al formarla completamente con el material manipulable no solamente se motivaran por realizar la actividad sino que ya que la construían punto a punto iban a fijarse mejor en las características que se repetían de un cuadro otro de la secuencia.

Los estudiantes y yo empezamos a construir la secuencia con el material manipulable en una hoja de trabajo, se les solicitó que organizaran las posiciones en una disposición observable, empezaron a trabajar con entusiasmo y llegaron a la tercer posición de la secuencia que fue la que les di en la guía, en ese momento fue muy fácil continuar la secuencia: después de haber construido punto a punto las dos primeras posiciones ya sabían cómo continuar, construyeron hasta seis posiciones a los que les rindió pegar los puntos autoadhesivos.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
24	Al mirar las producciones de mis estudiantes recuerdo que en general los autores de la Educación Matemática indican que las etapas de que se pueden encontrar en la generalización de patrones si son Ver, Decir, Registrar y comprobar pero que no se distinguen exactamente una de otra en el trabajo del análisis en aula.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Cómo veo las producciones de mis estudiantes cuando observo su trabajo en clase?

Ilustración 41. Fragmento que reporta mis recuerdos cuando en clase observo el trabajo de mis estudiantes
Fuente propia

Aunque los autores de Educación Matemática refieren etapas para mirar las tareas de generalización, estas etapas en la realidad no se distinguen unas de otras tan fácilmente, no hay una clara separación entre estas. Sin embargo, las tareas planteadas para estas clases tienen como objetivo explorar las diferentes etapas y me concentro en ver cada una de estas en las tareas que realizan mis estudiantes, además en clase hablo acerca de los objetivos de cada paso para que los estudiantes se concentren en lo que se quiere lograr. Por ejemplo, en el primer paso el hecho de fijarnos tanto en la parte gráfica del ejercicio, ayuda a los estudiantes a desarrollar esta habilidad y fijarse muy bien en las características de la secuencia que están trabajando.

En este punto los invité a observar su secuencia, a decir en voz alta sus características, los estudiantes expresaron ideas como:

“es una serie de pasos” a lo que yo como profesora les indicaba “En este ejercicio podemos ver una secuencia, ¿están de acuerdo?”

Los estudiantes recordaron las secuencias de la clase anterior y dijeron “Si, pero de otro tipo”, a lo que yo dije “claro son una secuencia, pero esta vez no a componen sonidos sino otra cosa” y ello aclararon “figuras de puntos”

Ellos también decían “cada figura contiene a la anterior y se le agregan puntos en cuadrito para completar la nueva figura”, y yo le aclaraba, “claro para construir una figura podemos tomar en base la anterior, ¿cómo la modificamos?” y ellos decían “se agregan estos puntos ” y señalaban con el dedo en forma de L, en ese momento recordé los escritos de Vergel en los que indicaba que los signos de los estudiantes y sus palabras encerraban un significado que se podía interpretar como generalización. Sólo recordé esta lectura, pero creo que interpretar esos signos se sale del alcance de este trabajo, pero me da una idea de ir por buen camino.

Cuando ellos dicen “los puntos se sacan fácil, para el diez deben ser 10x10”. A todas estas afirmaciones yo les iba expresando una idea diferente como por ejemplo “Ah, eso quiere decir que viste una relación entre la figura y el número de puntos de una posición”

A todas las intervenciones de los estudiantes yo le agregaba aclaraciones y observaciones que aterrizaran su conocimiento y lo institucionalizara.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
52	El propósito de estas clases es conseguir que los estudiantes realicen generalizaciones teniendo en cuenta la propuesta de pasos que realiza Mason primero se buscará que “vean” la secuencia, luego que con base en las características de esta secuencia “digan” cómo se construye y luego que “expresen” sucintamente lo observado.	Diario de reflexión durante la clase	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el

Ilustración 42. Fragmento 52 que indica lo que se espera
Fuente propia

Como se ve en la Ilustración 42 la intención de la primera tarea es establecer la etapa “Ver”. Luego de decorar las secuencias con el material manipulable y terminarlas continuamos con las preguntas respecto a la secuencia, preguntas como ¿cuántos puntos crees que tiene la posición 10 de la secuencia? Para los niños es muy fácil realizar la estimación, creo que el tiempo dedicado al proceso de construcción de la secuencia les da herramientas suficientes para trabajarla sin dificultades. En seguida les pregunto por los puntos que tendría la figura 100, en este caso los estudiantes se sienten intimidados con el número, En ese momento les pido calma y les sugiero que se fijen como han resuelto hasta ahora el ejercicio que repasen sus descubrimientos y lo vuelvan a intentar, de repente una niña dice “para la posición 2 era...2x2, para la posición

3...3×3, apuesto que par la posición 100... son 100×100 puntos, se escucha un murmullo de desaprobación, pero empiezan a verificar: ¡ella tiene razón!, sirve para todas las posiciones.

La siguiente pregunta que planteo en la guía es que me expresen con sus propias palabras cuál sería el número de puntos de una posición cualquiera, le solicito que me cuenten con sus palabras cómo calcularía esta cantidad, en este momento la pregunta es muy importante ya que les estoy pidiendo que no calculen ya la cantidad de puntos de una cantidad conocida sino que les estoy pidiendo que generalicen, que se imaginen cualquier posición y calculen el número de puntos sin importar cuál sea esta. En este caso los estudiantes comprenden la idea, no les queda fácil expresarla, pero dicen cosas como “cualquiera por cualquiera...”, esto que dicen los estudiantes me da a entender que comprenden la pregunta y pueden realizar la generalización, pero les pido que describan un procedimiento con sus propias palabras, espero que este ejercicio les ayude a “decir” lo que observan en la generalización de un patrón, les pido a algunos que lean su descripción y en el tablero sigo sus instrucciones, esto lo hago con el ánimo de que se den cuenta que su descripción no es tan precisa.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
25	Al sugerirles que llamen a alguien para dictarle las características de la secuencia surgen al principio procedimientos confusos, pero a medida que se van socializando las instrucciones son más sencillas y precisas.	Transcripción clase 2	Diarios durante la clase nov. 2018	¿Qué momentos observados en clase manifiesta la construcción del conocimiento?

Ilustración 43. Fragmento que registra mis reflexiones cuando pido una llamada en clase
Fuente propia

Enseguida les indico que tienen que hacer una llamada a Gina que no vino hoy a clase y le tienen que describir con palabras lo que debe hacer para la clase, todos lo intentan de nuevo y las descripciones mejoran notablemente. Este paso lo pensé para prepararlos para afrontar la siguiente etapa que sería “decir”, solo quiero que lo ensayen, los estudiantes escriben solos lo que podrían decirle a Gina luego les pido que lean lo que escribieron, en ese momento los estudiantes quieren dibujar, hacer gestos, etc. Yo les pido que tengan en cuenta

Ya en este punto de la clase siento que hemos realizado las tareas planteadas, ya hemos realizado los pasos que solicitaba la guía y el modelo realizado con el material manipulable ya quedó bien hecho, creo que una buena planeación rinde sus frutos al aplicarla en clase, los puntos que yo más temía el eran la estimación de puntos de una posición muy alta se superó sin mayor dificultad y la descripción de la cantidad de puntos para una posición “cualquiera”.

La clase fluyó muy bien, la participación y comprensión de los estudiantes no pudo ser mejor. El hecho de que se dedicara tiempo a la construcción de la secuencia con el material manipulable nos ayudó a observar cómo cambiaba la secuencia entre una posición y otra fue importante para el manejo analítico de la misma. La secuencia escogida (números cuadrados) no presenta una gran dificultad y esto es importante para que los estudiantes afiancen otras observaciones antes de ponerse a pensar en asuntos más complejos relacionados con las secuencias.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
51	Antes de empezar una de las clases de la propuesta de enseñanza implementada en este trabajo de grado, en plenaria invito a los estudiantes a realizar una recapitulación de los conceptos vistos previamente, de sus impresiones hasta ahora de las clases que hemos desarrollado y de los sucesos que les llamen la atención por algún motivo.	Diario de reflexión "durante la clase"	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?

Ilustración 44. Fragmento que ilustra el ejercicio de secuencias propuesto en la primera clase.

Fuente propia

En este momento yo invito a los estudiantes a realizar una recapitulación de las dos clases que hemos tenido, quiero que acordemos lo que hemos estudiado y que no perdamos el hilo que nos ha llevado a realizar todas las acciones de estas clases, veo que los estudiantes pueden hilar sin dificultades cada una de las actividades que hemos hecho y entienden que todas van en secuencia y que sus comprensiones se ven sustentadas cada vez por la anterior actividad.

Les pido que me describan las actividades los conceptos aprendidos y que me indiquen las relaciones que hayan observado en el trabajo de un día y de otro, los estudiantes recapitulan con facilidad las actividades de la primer clase, los conceptos secuencia y patrón, las actividades de esta clase y sí encuentran relación, Oscar indica que el ejercicio que se trabajó en la clase 2 era una secuencia que tenía una característica por la que se podía decir cuántos puntos tenía otra posición diferente, le pregunto que si eso tendrá que ver con el concepto de "patrón" e indica que es muy posible ya que en la música la secuencia se repite por el patrón o ritmo de la misma y en este caso puedo predecir el número de puntos por esa característica.

Les aclaro que tienen razón, que gracias al patrón la secuencia es "reproducible" en cualquiera de sus posiciones, también les recomiendo la necesidad de que las palabras sean exactas, de observar cuidadosamente y "decir" de manera sucinta sus observaciones.

En este caso el plan inicial tenía que ver con decirles que hicieran una llamada, esta propuesta se realizó después de que los estudiantes intentaron la primera vez hacer la descripción y se dieron cuenta, ellos mismos, que no era apropiado lo que decían. Al decirles que tenían que llamar a su

compañera por teléfono, mejoró notablemente su descripción, esta estrategia busca que ellos mismos se den cuenta de que su verbalización acerca de las situaciones que empiezan a comprender, es escasa y desestructurada.

En esta clase logré que, gracias a las preguntas planteadas y a la guía de trabajo, los estudiantes reflexionaran alrededor de sus descripciones, que fueran conscientes de que expresar oralmente no es fácil y que se tengan en cuenta las palabras que se utilizan, que no es suficiente decir cosas acerca de lo que se quiere describir sino que lo que se dice debe tener un orden, explicar claramente las características de lo que se quiere describir y comunicar de forma apropiada, según la situación vivida en el momento.

La didáctica de las Matemáticas me ha ayudado a plantear el trabajo, a optar por posibilidades en las que no había pensado cuando veo que no se logra algún objetivo, en este caso por ejemplo la recapitulación hecha al final sirvió para que los estudiantes establecieran las construcciones hechas como parte de un conocimiento más grande, relacionado e importante que nos va a servir para seguir avanzando en nuestro camino hacia la generalización de patrones. En el caso en el que les solicito a los estudiantes a describir el patrón trabajado por teléfono los estoy ayudando a que logren después de “Ver” la secuencia, logren “Decir” lo que están viendo y así impulsarlos por las diferentes etapas de manera consciente y comprendiendo sus procesos.

En la segunda clase y en las demás se plantea primero un trabajo individual en el que se pretende que el estudiante realice sus propias observaciones del ejercicio y luego las pueda trabajar a su ritmo; después de esto, se propone una socialización de dichas observaciones para que el intercambio de opiniones refuerce mucho más sus procesos de argumentación y comunicación y que se haga una construcción negociada de conocimiento con sus compañeros. Sin embargo, los estudiantes están muy inquietos con sus descubrimientos y empiezan a hablarlos en voz alta, es por eso que tengo que realizar una intervención en la que no puedo simplemente callarlos, pero necesito que den tiempo a sus compañeros que no han avanzado tanto para que aterricen sus ideas y tengan un punto de partida propio para el ejercicio. Generalmente la comprensión de los estudiantes tiene asociada factores como por ejemplo la atención, el interés, los ritmos de aprendizaje, etc. Muchos de estos factores no son controlables por mi como profesora, tengo que encararme de un curso de varios estudiantes, en este caso 32 que no tienen los mismos intereses, que no tienen el mismo ritmo de aprendizaje, etc. Y entonces debo aplicar estrategias para que

los estudiantes un poco más rezagados completen sus procesos y los más adelantados tengan un buen ritmo de trabajo para que no se distraigan ni tomen una actitud de desinterés por la clase

73	El trabajo en este caso fue en mesas grandes con 3 o cuatro niños por mesa, se nota que no confían en ellos mismos, tratan de copiar procedimientos de niños que hacen algo, no verifican si está bien o no solo repiten lo que alguien si hace.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
----	--	--	----------------------	--

Ilustración 45. Fragmento que ilustra las inseguridades de los estudiantes frente al trabajo planteado.

Fuente propia

Así que se me ocurre rápidamente organizar en parejas a los estudiantes que ya terminaron para que comparen ideas y se decidan por una de las dos, la cual van a defender frente a todos sus compañeros en el momento de la socialización. Este paso me da tiempo para que cada uno produzca sus propias ideas al respecto y los que ya terminaron tengan la oportunidad de avanzar en su proceso, convencerán a un solo estudiante, pero es un primer paso muy válido para que reevalúe sus ideas a la luz de las ideas de otro.

El intercambio de ideas en este punto es muy importante ya que los dos tienen una idea inicial de entrada y al compararlas entran en una etapa de negociación en la que uno convence al otro de que su idea es mejor o entre los dos construyen una idea “más buena”, de la que se convencieron después de argumentaciones a favor o en contra de esta. En ese momento paso por los puestos de los estudiantes que no han terminado hago preguntas, sugerencias y reviso el trabajo en general.

Los estudiantes tienen descripciones que han mejorado respecto a las de la clase 1, pero todavía caen en errores como gesticular, no hacer descripciones completas, no utilizar palabras descriptivas que les ayudarían como “horizontal”, “vertical”, “derecha” o “izquierda”. Y en general decir muchas imprecisiones.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
77	Luego de reconstruir la secuencia y comprender el primer paso de cálculo de elementos de la misma, solicito a los estudiantes que describan la secuencia para alguien que no vino a clase, en este caso empezamos con un trabajo en el cual ellos no tenían experiencia	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

Ilustración 46. Fragmento que ilustra el comienzo de describir la secuencia.

Fuente propia

Como se ve en la Ilustración 45, los estudiantes no tenían experiencia en verbalizar asuntos de matemáticas, algunos expresan que no ven en realidad las matemáticas en este ejercicio, yo les aclaro que el lenguaje es muy importante para las Matemáticas, que es más fácil si hacemos

buenas descripciones comprender la parte matemática y en un futuro el álgebra. En esta clase los estudiantes expresaban por turnos sus descripciones de un patrón a un niño, quien trataba de reproducirlo en el tablero. Los estudiantes afinaron su forma de describir la secuencia, fueron mucho más observadores y describieron con más cuidado estas observaciones. Esto se debe a que yo decidí pasar al tablero y dibujar lo que ellos iban leyendo, a medida que yo dibujaba, ellos mismos se iban dando cuenta de sus imprecisiones y pedían una oportunidad para volver a intentarlo, este ejercicio les ayudó a mejorar notablemente sus descripciones. Esto se me ocurrió porque tenía previsto que ellos solo las leyeran, pero esta idea les daba una evidencia inmediata de lo que estaban diciendo y se les ocurría una mejor forma de realizar su descripción.

Ahora si según la planeación es hora de que ellos describan una secuencia al otro grupo, esto se organiza como se muestra en la Ilustración 47.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
77	En la tercera tarea se busca que los estudiantes practiquen “decir” lo que observan en la secuencia, para esto se plantea un trabajo por grupos, a cada grupo se le entrega un ejercicio de generalización que trabajarán como en la clase anterior y se les pedirá que “digan” lo que ven para el otro grupo, se tratará de que el otro grupo pueda reconstruir la secuencia descrita sin verla antes.	Propuesta didáctica. Tarea 3	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?

Ilustración 47. Fragmento 77 que ilustra la tarea de la clase 3.

Fuente propia

En la tercera clase nos dedicamos a mejorar el proceso de verbalización de las observaciones de la secuencia que van a permitir la generalización. Este ejercicio se realiza en dos grupos y se establece una especie de competencia en la cual se solicita que cada grupo reconstruya la secuencia del grupo contrario, tomando la descripción de la secuencia que cada uno tiene, sin dejarla ver al otro grupo.

Los estudiantes poco a poco fueron descubriendo la manera de mejorar sus verbalizaciones, se dieron cuenta de que no puedo decir cualquier cosa; para evitar que la verbalización se ayudara con los gestos, en ese momento impuse otra condición: que la persona del tablero no podía mirar a la persona que describía la secuencia, esta se tenía que reproducir exclusivamente desde la descripción. Ya que lo que pretendía yo con esta clase era que los estudiantes afinaran su habilidad de “Decir” lo que tuvieran que decir acerca de la secuencia de una forma clara, precisa y que en es que decían describieran no solo lo que veían a simple vista sino que dijeran las características que habíamos visto en la primera clase como es una secuencia, cada posición tiene un arreglo de puntos, el número de puntos de una nueva posición está relacionada con la anterior,

todas las características que le servirían para contestar preguntas matemáticas acerca de la secuencia más adelante.

Parece que los estudiantes no estaban acostumbrados a realizar puesta en común de sus opiniones o negociación de significados, ya que se creó un poco de desorden al realizar esta parte del ejercicio; parecía que quien tenía la razón era quien más gritara o que si alguien era considerado “pilo” en el grupo era quien tenía la palabra; en este momento tuve que intervenir y moderar la discusión, aclaré que si uno tiene que convencer a alguien para que comparta su opinión debe “argumentar”, uno de ellos dijo “Ah, ya, es decir, explicar por qué creo que es así”.

Yo les indiqué que, si algo es correcto o es verdad, siempre hay razones para afirmar esto; entonces, lo que debemos es exponer las razones basadas en nuestros conocimientos, en lecturas o en otra fuente que puede ser la observación cuidadosa para “convencer” a los demás que lo que dio es así. La falta de práctica en estos asuntos era evidente pero poco a poco lo que decían era más fundamentado, lógico y por supuesto convincente. Para que mejoraran en sus argumentaciones mi intervención tenía que ser definitiva, así decidí crear el ambiente para escucharlos a todos y construir entre todos un procedimiento correcto para el ejercicio planteado. En este caso yo tenía listas varias secuencias gráficas, no sabía cuánto se iba a tardar cada grupo en el ejercicio y tenía que prever que alguien terminara muy rápido, dividí el tablero en dos secciones e hice que dos estudiantes tomaran marcadores y otros dos se hicieran detrás de ellos describiendo su secuencia, revisaba cómo les iba y qué dificultades tenían, si lograban o no hacerse entender por su compañero. Hablaban por turnos y estudiantes del mismo grupo ayudaban y apoyaban ordenadamente.

Esto me tomó más de quince minutos, pero valió la pena.

Después de esto, mi intervención en esta clase fue mínima. Luego de este evento, los estudiantes administraron los turnos equitativamente, se corrigieron para que su próxima descripción fuera más efectiva que la anterior y se preocuparon por conseguir mejorar la actividad con base en sus propios criterios. Fue una actividad muy interesante, se pudo lograr un proceso de aprendizaje de la forma en la que describo correctamente lo que veo en el que los estudiantes eran vigilantes de sus acciones y propositivos, en el momento de corregirlas.

A continuación, mostraré algunas secuencias presentadas y lo que los estudiantes decían para describirlas:

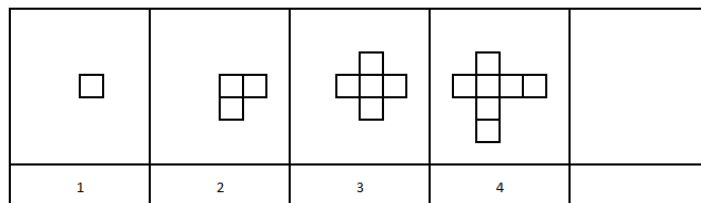


Ilustración 48. Secuencia 1 presentada para “decir” lo que los estudiantes veían

Fuente propia

El estudiante de turno decía:

Dibuje un cuadro, ... no en las casillas, no en las cajitas para hacer la secuencia, un cuadrado... no, más pequeño... no, en el centro...

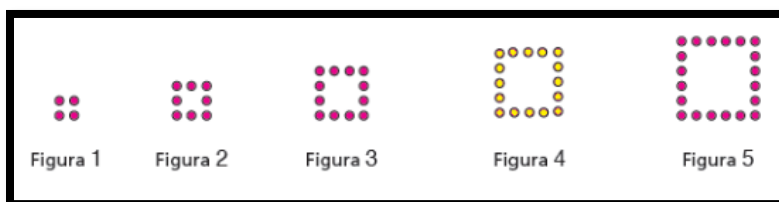


Ilustración 49. Secuencia 2 presentada para “decir” lo que los estudiantes veían

Fuente propia

El siguiente estudiante dijo: divida el rectángulo en 5 secciones iguales, bien, ahora dibuje un cuadro de puntos, no así no, así (gesticula), le pido que vuelva a intentarlo sin gesticular. Ahora con cuatro puntos forma un cuadrado pequeño en el centro de la primera casilla. Bien, en la segunda casilla dibuje 9 puntos, no así no, en cuadrado, no son muchos, perdón, dibuje solo ocho puntos.



Ilustración 50. Secuencia 3 presentada para “decir” lo que los estudiantes veían

Fuente propia

Ahora pasa una estudiante muy decidida, dice “primero dibuje un cuadrado en el centro de la casilla, pero en la parte inferior...no, en el centro de lado a lado, es decir así (gesticula), le ayudo y le digo ¿quieres decir horizontalmente?, ella dice sí. En la segunda casilla dibuje el cuadrado de

la primera casilla y ahora uno de igual tamaño justo encima de este compartiendo el lado superior horizontal del primer cuadrado y otro a la izquierda compartiendo el lado vertical de la izquierda del primer cuadrado.

Las descripciones mejoraron mucho, aunque la última estudiante no describió exactamente la figura dada, le fue muy bien describiendo la figura. Les hice caer en cuenta en lo importante de decir las cosas de manera exacta, El plan original no estaba funcionando muy bien pero reorganicé la actividad y el propósito se logró confiando en ellos y entendiendo que una cosa es lo que yo planeo y está muy bien y otra es la forma de convencerlos a ellos, Aunque esto no está expreso en mi planeación, es importante que yo como profesora reconozca la oportunidad para impulsar la autonomía de aprendizaje de mis estudiantes, de manera que ellos avancen en procesos metacognitivos, que ellos mismos juzgue sus avances y adopten estrategias para mejorarlas, en este caso se logró y se tuvo éxito en la descripción de las secuencias, al equipo que logró reproducir la secuencia descrita de primero se le asignó una nueva para dar la oportunidad a los otros de continuar intentándolo y que todos tuvieran las mismas oportunidades. Creo que me falta tener confianza en sus procesos para que desde la planeación considere los procesos autónomos en mi clase.

En estas clases cubrí los diferentes procesos que planteé para trabajar la generalización a partir de secuencias geométricas, estos eran primero el reconocimiento en contexto de los conceptos secuencia y patrón, segundo la observación en matemáticas de las secuencias, tercero la indagación profunda sobre estas secuencias, teniendo en cuenta relaciones y generalizaciones que se pueden realizar con ellas y la exploración entre las etapas de la generalización, “ver”, “decir” y “registrar.

Luego, cuando en un ejercicio de observar una secuencia se pregunta por el número de puntos o elementos de la secuencia en una posición grande, puede ser la posición 100, y ellos no tienen dificultad en realizar el conteo, en relacionar este conteo con la posición que ocupa cada paso de la secuencia y en generalizar de manera verbal, incluso tratan de expresarlo cada vez más sucintamente, es el momento de explorar algunas estrategias de conteo.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
83	Para la clase 4 se propone una actividad en la que los estudiantes logren realizar conteo de grupos de puntos con diferentes estrategias propuestas por ellos inicialmente y luego que descubran otras propuestas por medio de las cuales se realizaron conteos en determinada forma. En un segundo momento de la clase 4 se les presenta a los estudiantes un ejercicio en los que van a elevar al cuadrado números de tres cifras con un cero en el medio.	Transcripción clase 4	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?

Ilustración 51 Fragmento 83 que ilustra la tarea de la clase 4
 Fuente propia

En la Ilustración 52 se encuentra el fragmento que describe el ejercicio de la clase 4. Esta tarea la pensé para afianzar las técnicas de conteo y mirar otras posibilidades en el conteo de arreglos de puntos, en este caso de nuevo se pide a los estudiantes que miren el material de manera individual un rato y traten de idear estrategias para la resolución de las preguntas. Entonces, en la siguiente clase se propone un ejercicio en el que los estudiantes buscan cómo se pueden contar los puntos de un arreglo como este:

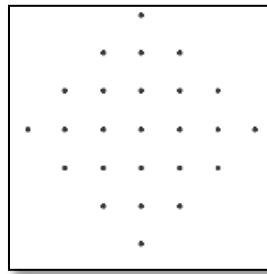


Ilustración 52. Arreglo de puntos para conteo.
 Fuente propia

Luego de que los estudiantes miren el ejercicio solos, se reúnen en grupos de 4 y se les solicita que resuelvan el siguiente punto, el cual solicitaba “imaginar” cómo se contaron los puntos de la figura 40, si se tenían en cuenta las siguientes operaciones:

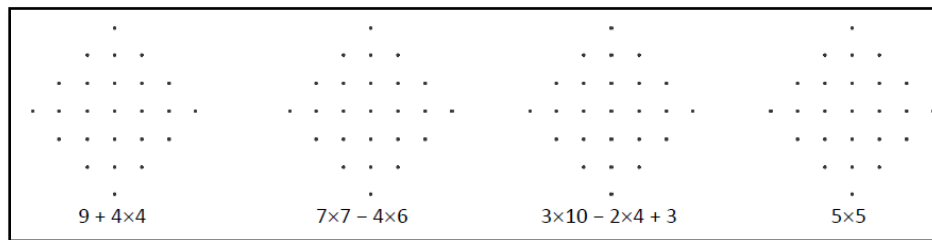


Ilustración 53. Fragmento que ilustra la tarea de la clase 4.
 Fuente propia

En este punto se les dan “ideas” y se les solicita que expliquen cuál fue el proceso de conteo que creen que cada persona realizó. En este caso, los estudiantes visualizaron fácilmente las soluciones de casi todas las posibilidades, se tomó este ejercicio en el que se planteaban opciones de conteo porque no se quería que simplemente se optara por un conteo simple, sino que se viera

la posibilidad de aplicar diferentes relaciones entre los puntos que les permitiera contar el arreglo.

En este punto la creatividad de los estudiantes salió a flote, fue fácil para ellos encontrar las soluciones y, en el momento de socializarlas, muchos estaban de acuerdo con sus hallazgos. Pero también socializaron soluciones originales que no necesariamente eran iguales unas a otras, también hubo una solución que se dificultó más que las otras, ninguno podía encontrar la posibilidad en la cual aplicar el conteo de la forma $3 \times 10 - 2 \times 4 + 3$.

En este caso tuve que cambiar de estrategia para resolver el problema, sugerí que pensáramos entre todos qué teníamos en el arreglo para contar los puntos de esa forma y una niña sugirió que teníamos que buscar grupos de 3 puntos, pero luego restar algo y volver a sumar, así que los grupos tenían que ser un poco extraños.

Después de trabajar un rato, ellos mismos encontraron la solución, tuve que utilizar un recurso no planeado como fue un video beam para proyectar la figura y observarla entre todos y, así, poder ayudarlos a encontrar la solución.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
85	En un segundo momento, el cuadrado de números de tres cifras, los estudiantes realizan muy bien las operaciones luego tienen que descubrir una regla general para realizar esta operación pero tienen dificultades, no reconocen los cuadrados de los naturales, no captan las características de los resultados y pierden todo interés en esta actividad.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

Ilustración 54. Fragmento 85 ilustra las dificultades en el ejercicio 2 de la clase 4.

Fuente propia

En la segunda actividad las dificultades fueron mayores. En esta, los estudiantes tenían que descubrir una generalización para elevar al cuadrado un número de tres cifras con un cero en la mitad, la primera duda que surgió fue acerca del cuadrado de un número, aclaramos la duda con algunos ejemplos numéricos y gráficos (cuadrados de lado L con área $L \times L$). Aclaradas estas dudas volvemos a problema.

3	0	4
9	24	16
1	0	8
1	16	64
5	0	3
25	30	09

Ilustración 55. Imagen en el tablero para ayudar a los estudiantes a realizar el ejercicio 2 de la clase 4.

Fuente propia

A los niños no se les ocurre la solución de ese problema, entonces yo vuelvo a utilizar el tablero y escribo las cifras separadas (3 0 4), le pido a Juanito que haga la operación tradicionalmente para saber el resultado y así poder encontrar la generalización.

Al escribir las operaciones así, enseguida los estudiantes reconocieron los cuadrados de los números extremos de la pregunta en los extremos de la respuesta, pero no sabían cómo conseguir el número central de la respuesta. Son estudiantes de séptimo así que no han utilizado la estrategia "...dos veces el primero por el segundo...", lo intentan, pero no logran descubrirlo, poco a poco el tiempo se termina y tengo que decirles cómo se hace. Realizo una recopilación del trabajo realizado en clase y lo guardo cuidadosamente para su posterior análisis.

En esta clase las cosas se salieron de control, no fue posible que los estudiantes realizaran el ejercicio se desmotivaron bastante, tuve que darles la respuesta y quedó una mala impresión en el ambiente, no sé qué sucedió, pero tengo la impresión de que venía muy confiada por el rotundo éxito que había tenido hasta el momento. Después de

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
88	En definitiva, fue imposible darle ritmo a la clase 4, tuve que recordar la operación "elevar al cuadrado" en los naturales y mostrar las características del resultado de elevar un número de tres cifras con cero en el centro, terminó siendo una clase bastante tradicionalista, nada que ver con lo que yo quería lograr.	Transcripción clase 4	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

Ilustración 56. Fragmento que da cuenta del fracaso de la clase 4.

Fuente propia

En la última clase yo llego con un leve temor ya que en la clase anterior no logré hacer que los estudiantes realizaran un ejercicio por ellos mismos, de todas maneras, en esta clase empiezo mi trabajo con entusiasmo, los estudiantes están dispuestos a trabajar, en esta ocasión trabajaremos una actividad que me gusta mucho, entre los muchos ejemplos que estudie de varios autores, y a la que se le puede sacar mucho provecho en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Con la actividad de bordes (Sessa, Año, pagina) se busca que los estudiantes recuerden los conceptos básicos vistos en las tareas anteriores y los apliquen para realizar una actividad que se presta para expresar fácilmente un conteo, una generalización y posiblemente una fórmula.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
89	Para la clase 5 la tarea propuesta era la actividad de "bordes", actividad muy popular en los procesos de generalización, popular por sus características matemáticas que facilitan la generalización ya que es muy intuitiva, se puede	Transcripción clase 5	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza

Ilustración 57 Fragmento que ilustra mis sensaciones al inicio de la quinta clase.

Fuente propia

En esta ocasión se explica a los estudiantes que el objetivo de la actividad es contar el borde inicialmente del cuadrado que les di en el modelo y luego el de cualquier cuadrado con otro número de cuadritos de lado. Los estudiantes empiezan a trabajar y a discutir en el grupo las diferentes estrategias de conteo y la verdad tienen buenas ideas y las estrategias son diversas en los diferentes grupos.

Fue un trabajo bastante productivo, nada que ver con la clase anterior, la actividad fue un completo acierto, esta sigue la misma estructura de las que se presentaron en las tres primeras clases, era una sucesión que se puede presentar en una sola figura, los estudiantes comprendieron enseguida la forma de abordar el ejercicio, a pesar de la infortunada experiencia con la generalización numérica, esta actividad fue comprendida y resuelta por todos y no solo fue a causa de la actividad en sí también fue la manera como se presentó, se les dio a entender a los estudiantes que cada grupo podría realizar una presentación de sus soluciones en exposición, y presentando algunos elementos en una cartelera..

cada grupo logró implementar una estrategia de conteo diferente y logró una generalización dependiendo del número de cuadritos de lado que tenía el cuadrado. Los estudiantes relacionaron los conteos relacionados en clases anteriores con los conteos propuestos en esta clase, y además en sus clases corrientes de matemáticas habían mencionado el uso de la x así que algún grupo llegó a la expresión $4x - 4$ para el conteo de los cuadritos de un cuadro con x cuadritos de lado. Otros llegaron a una expresión con palabras, pero también contaban lo bordes, decían lo siguiente: "Multiplicamos el número de cuadritos del lado por 4 y restamos 4 esquinas, porque ya las habíamos contado". Dentro de las estrategias planteadas por los estudiantes se tienen:

Uno de los grupos propone multiplicar por cuatro los cuadritos de los lados y luego restar las esquinas que ya había contado dos veces.

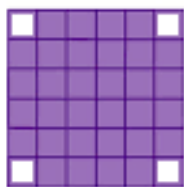


Ilustración 58. Forma en la que el grupo 1 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final
Fuente propia

Otro grupo propone contar los bordes cada uno con un cuadro menos y multiplicar por cuatro



Ilustración 59. Forma en la que el grupo 2 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final
Fuente propia

Otro grupo plantea contar todos los cuadros y resta los del centro:

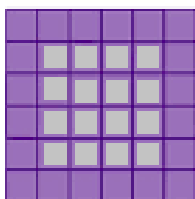


Ilustración 60. Forma en la que el grupo 3 resuelve el conteo de cuadros en la actividad final
Fuente propia

En este caso se logra la generalización, el ejercicio de bordes está relacionado con los conteos realizados en las clases 1 a 3 y los estudiantes relacionaron estos trabajos fácilmente, incluso alguno tiene expresiones con la letra x o n , al preguntarles por qué la utilizan, mencionan que la han visto en algunos problemas, sobre todo de regla de tres.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXION	PREGUNTA DE REFLEXION
91	En la última clase recuperé la expectativa por el proceso en general, que una actividad no haya salido como fue previsto no quiere decir que el proceso total sea un fracaso, en la actividad de bordes el interés de los estudiantes y su creatividad salieron a flote y aunque no todos los grupos lograron el mismo nivel de generalización todos lograron la generalización, unos pocos la lograron en lenguaje simbólico y la mayoría en lenguaje sincopado. Al preguntarles por qué habían utilizado la x , ellos respondieron que su profesor de matemáticas ya les había dicho que tenían que usarla en "caso necesario" y que veían que esta era una buena oportunidad para usarla.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

Ilustración 61. Fragmento de mis impresiones al final de la quinta clase.

Fuente propia

Al final de la clase cuatro me sentía realmente angustiada, sobredimensioné los problemas y creía que había fracasado en mi implementación, es decir que los estudiantes no iban a entender el ejercicio, que no iban a producir expresiones sucintas o que iba a tener otros problemas que imaginaba antes de esta clase, pero la clase cinco fue muy buena, los estudiantes estuvieron de nuevo enfocados, interesados y su comprensión del proceso de generalización y específicamente de la resolución de la actividad **bordes**, fue realmente sorprendente, lograron **generalizar** con un lenguaje bastante exacto y algunos usaron la x lo cual me sorprendió, su profesor ya les había hablado del uso de esta cuando fuera necesario para expresar “*algo desconocido*” y en esta ocasión vieron una oportunidad para utilizarla.

A los estudiantes les gustó mucho la secuencia, es un ejercicio excelente para realizar un proceso de generalización, tuve que hacer preguntas que les dieran a entender que con una figura podían tener una secuencia completa, también les solicité una expresión sucinta, es decir una expresión sin muchas palabras, les indiqué que si más bien lo decían más matemáticamente era mejor, estaban motivados por realizar el cálculo de los cuadritos, pensaron un poco y se dieron cuenta que un simple conteo podía sobreponer las esquinas de los cuadros grandes y operaron para sacar el resultado, hice una introducción a esta clase en la que planteaba el problema y en la que es propuse una exposición a cada grupo y trabajaron en verdad bien para sacar adelante este ejercicio.

4.3 REFLEXIÓN SOBRE LA ACCIÓN

El análisis de las clases, posterior a ellas, se llevó a cabo desde diferentes perspectivas como mi conocimiento didáctico de la enseñanza del álgebra y el conocimiento pedagógico de los instrumentos, pensando en los aspectos que se tuvieron en cuenta en este caso, cuando se analice el conjunto de actividades y los materiales propuestos, se podrán describir las acciones de la profesora en clase, los cambios realizados en la clase y propuestas que se presenten para mejorar el plan de clase.

En el caso de la reflexión sobre la acción, evalué las decisiones tomadas en cuanto a los aspectos a tratar, primero la evaluación de mis decisiones didácticas a la luz de la pregunta ¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares?

punto de vista de los recursos, se podrá evaluar la elección y el uso apropiado de los recursos

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
1	Iniciar la primera clase con una actividad como las secuencias gestuales o las sonoras fue una idea que contribuyó a la comprensión desde el contexto de las secuencias y los patrones.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes

Ilustración 62. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1

Fuente propia

El conocimiento o contenido protagonista en este grupo de clases propuesto aquí fue la introducción al pensamiento algebraico por medio de la expresión de la generalidad con diferentes secuencias. En la Ilustración 63 se muestra un fragmento en el que se ven que las secuencias estaban relacionadas con un contexto muy conocido para los estudiantes. En el contexto de los estudiantes se tienen varios elementos para elegir secuencias que muestren un patrón, pero la música fue una elección muy acertada ya que los estudiantes se identifican inmediatamente con un sonido y si es de batería mucho más, para iniciar este proceso; los elementos escogidos, como secuencias físicas y sonoras, fueron muy apropiadas para despertar el interés de los estudiantes y conseguir su comprensión, los estudiantes reconocieron una sucesión de sonidos como una secuencia y relacionaron las secuencias sonoras on ritmo como secuencias con una característica especial que las distinguía, el patrón de la misma. a partir de elementos contextuales fácilmente manejados por ellos; otras propuestas similares que se podrían implementar en estas clases son, por ejemplo, trabajos con secuencias de colores, un juego con fichas de las que se tengan que repetir secuencias, juegos con secuencias numéricas como, por ejemplo, vamos de viaje y el que quiera ir tiene que decir un número según alguna regla que se deba descubrir, etc.

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
2.	En la clase 1 solo realicé mi planeación y convencí a los estudiantes de que trabajaran, estoy segura que tenían gran expectativa por el trabajo a realizar, esta clase fue de exploración de pare de ellos y mía también.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes

Ilustración 63. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1.

Fuente propia

La Ilustración 63 muestra un fragmento en el que indico el éxito de mi planeación. Las decisiones de la primera clase fueron realmente acertadas, el hecho de utilizar algo tan familiar para ellos como la música propició una comprensión adecuada y real de los conceptos secuencia y patrón, empezamos con estos conceptos sencillos ya que son los elementos básicos del proceso de generalizar, es un paso importante para poder realizar procesos de generalización, comprender los elementos matemáticos básicos en la generalización.

También los procesos de los estudiantes al realizar una tarea de generalización se manejaron de una manera interesada, comprendida y hábil. Es bueno que para este caso se tengan en la visión recursos que puedan apoyar este trabajo en clase, es por esto que en los fragmentos escogidos para esta parte del trabajo se tienen algunos ejemplos de posibles recursos

Cuando ya manejen los conceptos de secuencia y patrón, se pueden introducir complicaciones al juego, como por ejemplo el que diga un número de la forma $3n+1$ puede ir o cualquier otra combinación que se les ocurra.

Esta otra opción sería un poco más demorada de implementar por la complejidad, pero es un juego y eso continuaría llamándoles la atención y además conectaría un poco más con el trabajo numérico que se les pide en el manejo de secuencias geométricas.

En cuanto a la introducción a las secuencias por medio de ejercicios sencillos figurales, fue una conexión importante y suficiente para realizar en estas clases, si la propuesta se puede implementar desde el principio de grado sexto; por ejemplo, se puede aumentar el tiempo de aplicación de estos ejercicios a un tiempo más largo para que la adaptación sea mejor, en este caso se tendría que extender el estudio de las secuencias y se podría hacer más profundo.

El manejo de las secuencias geométricas es un gran comienzo para introducir el pensamiento algebraico, el entusiasmo de los estudiantes fue grande en general durante todas las actividades y todos querían “descubrir” por ellos mismos la “clave” para indicar el término n de la secuencia.

A pesar del éxito de este grupo de clases, el cual se evidencia por el entusiasmo de los estudiantes y por sus comprensiones en los procesos de generalización, por el diseño de tareas después del estudio didáctico, el trabajo tiene que ser más extenso y variado, después de este comienzo no pueden los estudiantes volver a un tratamiento tradicional de las variables porque se demostró que se puede ganar mucho terreno fácilmente con la estrategia expresión de la generalidad, hay que conectar este ejercicio con el trabajo algebraico importante de octavo y continuar dándole pertinencia a esta transición de la aritmética al álgebra.

Para la tercera clase en la que se escribía una carta a una niña que no había venido, tenía guardadas varias secuencias por si acaso un equipo cogía rápidamente la secuencia descrita, en este caso un equipo pudo reproducir dos secuencias y el otro una, es importante que lo intenten repetidamente y afiancen sus estrategias de “decir” lo que ven.

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
18	Los elementos elegidos fueron muy pertinentes, fueron de fácil uso para los estudiantes, los ayudaron a comprender el proceso de enseñanza y aprendizaje.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas

Ilustración 64. Fragmento que ilustra la evaluación clase 1
Fuente propia

En la Ilustración 64 se dice que los elementos escogidos para esta clase ayudaron a desarrollar la comprensión. En este caso fue importante que la expresión corporal no ayudara a que el niño al que se le describía la secuencia tuviera pistas adicionales, sino que se conformara con lo que escuchaba de su compañero, aunque en este ejercicio les cuesta mucho empezar, con el tiempo se acostumbran y lo hacen muy bien, es importante que se acostumbren a manejar los asuntos matemáticos a partir del lenguaje.

Estas primeras clases fueron realmente atípicas para ellos, no eran las clases de siempre en matemáticas por las que sientes tanto estrés, eran clases en las que tenían avances controlados en cierto modo por ellos mismos, en cuanto a que podían saber cómo avanzar cuando completaban cada paso de trabajo con las secuencias (ver, decir, etc.) este aspecto del trabajo fue importante para que quisieran saber más y avanzar, este trabajo implica una planeación cuidadosa de las clases que se pueden implementar después, que el trabajo de la clase de matemáticas no pierda esta característica y siga siendo completamente comprensible y lógico para ellos con aumento de la complejidad del trabajo matemático realizado.

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
19	En la clase 3 se creó una confusión cuando los estudiantes notaron que no era fácil describir lo que veían, estaban confundidos.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov/2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?

Ilustración 65. Fragmento que evidencia las dificultades de los estudiantes en el “decir”
Fuente propia

En cuanto a la cuarta clase, recojo el material de la clase y lo organizo, nos vamos sin haber podido producir resultados, es decir que los estudiantes visualizaran el resultado de una manera clara, se perdió en cierto momento el sentido de la clase, la conexión con el trabajo que se venía

realizando, no debo ser tan dramática, pero si es importante saber analizar qué ocurrió y cómo se puede plantear en una próxima versión de esta clase.

¿Qué pudo pasar? De pronto mi exceso de confianza en ver lo bien que habían salido las clases hasta este momento, quizá no me aseguré de realizar las preguntas correctas, o no tenía una estrategia de emergencia previendo que algo así pudiera pasar. También puede influir el hecho de que los estudiantes no vienen siempre con la misma disposición.

Es necesario replantear esta clase con cuidado, es posible que llegaran distraídos o que ese día ya estuvieran cansados, pero como la idea de este trabajo es que yo no deje al azar lo que puedo solucionar con mi conocimiento didáctico, replantaría el trabajo de esa clase, en cuanto a la actividad de conteo de puntos, se puede implementar una actividad introductoria más sencilla que les dé ideas para que se encaminen a la solución de la actividad.

Este problema se generó porque las tareas propuestas, no estaban en el mismo hilo que las tareas iniciales, se venía trabajando con generalizaciones de patrones gráficos y se propuso una tarea de generalizar relaciones numéricas, es posible que los recursos no fueron los más apropiados para los estudiantes que realizaron estas tareas, no era el momento de cambiar de perspectiva, además viendo el video veo que mis indicaciones, no fueron afortunadas, creo que era un asunto muy complejo para ellos.

Tal vez se pueda trabajar antes completando secuencias numéricas con relaciones sencillas primero e ir complejizando la relación entre un número y el siguiente para poder abordar tareas numéricas, tal vez hizo falta seguir los mismos pasos que se realizaron cuando se abordaron secuencias figurales.

En esta clase mi propósito era pasar el uso de las mismas herramientas matemáticas con otro tipo de elementos en este caso números, pero fue un intento no afortunado que quizá necesitaba otros pasos previos. Quería que entráramos a la última clase con una visión ganada en el conteo de arreglos y en la generalización de relaciones numéricas, es un aspecto que los estudiantes deben cubrir, es necesario que desarrollen habilidades también en este sentido ya que su futura formación dependerá no solo de “ver” relaciones en el lenguaje simbólico del Álgebra sino tener que visualizar las propiedades de los números y sus operaciones y trasladar estas al ámbito algebraico.

Este ejercicio presentó mucha dificultad en clase, a decir verdad, ninguno lo resolvió, es posible que, explorando las posibilidades con el ejemplo anterior, logren vislumbrar la forma de resolver

el ejercicio que no lograron mis estudiantes en clase. Además, después de intentarlo de manera individual, se pueden reunir, por ejemplo, en parejas para intercambiar ideas y así puede ser más probable que lo resuelvan.

En la clase cuatro, siento que los estudiantes perdieron el rumbo que traían en las anteriores clases, cuando en la quinta clase volvimos a las secuencias geométricas con la actividad de “bordes”, ellos volvieron de nuevo a ser creativos, recordaron sus estrategias para resolver secuencias anteriores y recogieron los conceptos y procedimientos que se habían desarrollado en las primeras clases y en esta se utilizaron con mayor apropiación y de formas variadas entre un grupo y otro, esta variedad de expresiones se sale del alcance de esta serie de tareas pero es un resultado importante para abordar en el futuro la determinación de expresiones equivalentes en Álgebra, el grupo de clases, incluso lograron expresiones sucintas del término general de la secuencia.

Es probable que sea necesario un trabajo más intenso con las secuencias geométricas, como lo propone Mora (2012), antes de las numéricas, que yo tenga que vigilar más de cerca el trabajo con estas y que un ejemplo ilustrativo de dificultad intermedia como el presentado en la Ilustración 65 pueda ser el paso que necesitan para acostumbrarse a estudiar secuencias numéricas.

Tengo que pensar que los estudiantes que no han tenido acercamiento a las tareas algebraicas están muy a tiempo de manejar apropiadamente el álgebra escolar, pero por medio de un trabajo como el propuesto en esta ocasión, el cual es el podrá darles un desarrollo apropiado de su pensamiento algebraico para que entren en el mundo del Álgebra abstracta con un nivel de comprensión que no se logra con métodos tradicionales de enseñanza.

5. CONCLUSIONES

El interés al desarrollar este trabajo fue precisar cómo la reflexión acerca de la práctica docente favorece la definición de un conjunto de tareas para promover el pensamiento algebraico en estudiantes de secundaria, sin experiencias escolares previas para el desarrollo de tal pensamiento. Bajo este entendido, debo señalar que acercarme a un ejercicio reflexivo, sobre mi propia práctica, fue un reto profesional muy formativo, pero también demandante.

Reto profesional, en tanto ese cuestionamiento constante sobre mis actuaciones y decisiones en mi rol docente, se asume ahora como el motor que me impulsa a mejorar mis prácticas y a asumir un papel más decidido como profesional e intelectual de la educación. Este trabajo me permitió entender que el reconocimiento del docente como profesional es posible cuando su quehacer se asume como objeto de estudio y de análisis, principalmente por parte del mismo docente sobre sí mismo; los efectos se notan: yo noto que soy una docente más consiente de sus decisiones, más precavida frente al trabajo con mis estudiantes, y mis estudiantes notan que las clases son distintas, las tareas novedosas, las relaciones en clase más dinámicas respecto al saber y, sobre todo, que las gestiono con naturalidad. Sí considero que hay un mejoramiento en mis prácticas y en la manera como me asumo como profesora de matemáticas.

Un reto formativo, pues desde el comienzo asumí la reflexión alrededor de mi práctica como un medio para mejorar mi conocimiento profesional como profesora de matemáticas. Ahora pienso que precisamente esta es la esencia del trabajo, a través de la reflexión descubrí mis necesidades de formación alrededor de la enseñanza del álgebra, perfilé nuevas ideas para avanzar en procesos de pensamiento algebraico y, efectivamente, considero que mejoré mi conocimiento didáctico, en particular, sobre la enseñanza del álgebra a nivel escolar. Estudiar sobre diferentes propuestas para el desarrollo del pensamiento algebraico me permitió la construcción de una propuesta de enseñanza, un conjunto de tareas para estudiantes de básica secundaria, las cuales se convirtieron en la excusa o el detonante para movilizar mi reflexión, para hacerla menos etérea, más práctica y concreta, en los diferentes momentos que abarca la práctica del docente; en términos de Sandra Parada, PARA la acción, EN la acción y SOBRE la acción.

Un reto demandante al reconocer que la reflexión es un proceso y que trasciende de una simple observación a un ejercicio sistemático de registro y análisis. Realizar el proceso de reflexión para precisar su relación con el desarrollo de una propuesta de enseñanza de álgebra requirió establecer una ruta de reflexión, en la que dispuse de varios instrumentos para registrar mi práctica y unas categorías para analizar la información acopiada en ellos; lo que significó apersonarme de todos los momentos que viví y afronté como docente, los sentimientos que generaron y los aprendizajes que fui ganando. Esto se hizo posible en este trabajo a través de la construcción de una tabla de doble entrada para definir en cada uno de los tres momentos de mi reflexión, los dos aspectos del conocimiento del profesor de matemáticas en los cuales quise centrar el trabajo: el conocimiento pedagógico y didáctico, y el uso de recursos y materiales.

Retomando los objetivos que me planteé para realizar este trabajo, quiero señalar algunas impresiones de lo que este trabajo ha significado para mí y cómo me ha transformado en mi ser, hacer y saber docente.

Al fundamentar el proceso de reflexión docente tuve la posibilidad de encontrar diferentes desarrollos que muestran la potencia de la reflexión como atributo del docente profesional y como estrategia y recurso para su formación. Como estrategia y recurso, me permitió admitir la relevancia de una buena planeación en la que la Reflexión PARA la Acción guíe la toma de decisiones de manera documentada, proyectiva y consciente. En tanto atributo, este trabajo es un primer paso para mí como maestra, en cuanto a mi comprensión de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de mis estudiantes, la pertinencia de mis planeaciones y mi desempeño general; cuando empecé con esta profesión no me daba cuenta lo mucho que me faltaba para llegar a ser considerada una buena maestra, hoy que he estudiado tanto en torno a la Educación Matemática no creo que sea suficiente aún, es mi propósito continuar preparándome para ser cada día mejor profesora de matemáticas, específicamente en mi rol docente.

La descripción de las decisiones tomadas antes, durante y después del desarrollo de una propuesta de tareas para promover el desarrollo del pensamiento algebraico, me llevó a desarrollar criterios valiosos para juzgar las tareas que propongo en mis clases; así, me fui haciendo más rigurosa en la claridad sobre las características y propósitos de las tareas que quería proponer a mis estudiantes, más precisa en la definición de mi rol y mis actuaciones, más inquisitiva sobre mi gestión en el aula alrededor de los conceptos y procesos que quiero desarrollar con, menos casual en las intervenciones que hago para encaminar la clase, y menos

superficial en la mirada que hago sobre mi hacer y saber, como profesora de matemáticas, por lo menos en lo que atañe al conocimiento pedagógico y didáctico y al uso de recursos.

Puedo decir con certeza, basada en el problema que motivó este trabajo, que el proceso sistemático de reflexión que realicé no solo me aportó elementos conceptuales, sino que el proceso mismo me ha hecho más consciente de la necesidad e importancia de la reflexión en aras de mejorar mis prácticas dentro y fuera del aula de clase. Respecto al desarrollo del pensamiento algebraico como excusa para observar y hacer conciencia de mi propio proceso reflexivo, en este momento no solo sé más de lo que inicialmente sabía, sino que reconozco que “no saber” no es excusa para no intentar mejorar esa situación, además que es la oportunidad de seguir aprendiendo y de sorprenderme por nuevas posibilidades, incluso en un terreno que las personas consideran demasiado formal y abstracto como el álgebra. Considero que la reflexión sobre mi práctica no solo se enfoca en mejorar lo que sé sino en reconocer lo que no sé, y esto es tan o más valioso que el mismo hecho de saber algo.

Al analizar los efectos de la puesta en escena de la propuesta, desde la perspectiva del docente, puedo afirmar que el diseño de tareas que se presentaron en este trabajo en general fue afortunado, estas tareas fueron pensadas para ser progresivas empezando con un ámbito contextual primero y, luego, avanzando en complejidad hasta llegar a realizar procesos importantes de la generalización en la última tarea, todo esto con las comprensiones que fui ganando al estudiar a diferentes autores que han realizado sus estudios acerca de la Didáctica del álgebra. Asimismo, la propuesta también fue nutrida con la definición de materiales que apoyaran el desarrollo de tales tareas, también bajo el entendido del lugar que pueden ocupar estos recursos y de su complejidad creciente a partir de lo concreto.

El próximo año los estudiantes que tuvieron otro camino hacia el Álgebra, este camino, tendrán la oportunidad de realizar un aprendizaje más significativo y consciente para poder apreciar el valor del Álgebra en su desempeño en el mundo.

Finalmente, quiero remitirme a la pregunta que me propuse responder con este trabajo, *¿Cuál es la relación entre la reflexión alrededor de la práctica docente y la definición de un conjunto de tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de educación básica secundaria que no tienen experiencias escolares previas para el desarrollo de tal pensamiento?* Poner el lente de la reflexión en mi mirada me llevó a orientar la observación a

través de preguntas planteadas para este momento, preguntas como ¿Qué acciones o decisiones tomo para que las actividades tengan impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje a mi cargo? o ¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos matemáticos en mi proceder durante la clase? Y si se trataba de los instrumentos utilizados en clase la pregunta era ¿cómo favorecen los recursos escogidos los procesos de aprendizaje en el aula?

Las reflexiones después de la clase me llevaron a preguntas mucho más profundas, cuestiones que tenían que ver con mi posición en la clase, es decir, por ejemplo ¿privilegiaba yo mis actuaciones como profesora? O ¿era más importante el aprendizaje de mis estudiantes? Esta pregunta me llevó a cuestionarme acerca de mis objetivos en clase, estos siempre están planteados con la idea de realizar los mejores procesos de enseñanza o aprendizaje posibles, pero mis actuaciones no siempre obedecen a esta intención, en ocasiones solo quiero ser protagonista de mi clase como “quien sabe de matemáticas”.

El diario de clase se convirtió en el instrumento por excelencia, mis impresiones se concretaron en mis escritos, no eran pensamientos al azar que no llegaban a alguna parte o se quedaban en lugares comunes o que solo se focalizaban en las carencias de mis estudiantes; escribir acerca de mis impresiones, observaciones y evaluación de resultados de mi proceder fue una oportunidad que aportó realmente al avance que necesito hacia convertirme en la mejor profesora posible. En particular, para este trabajo, me fue posible concretar un conjunto de tareas, documentadas, desarrolladas y analizadas para promover el pensamiento algebraico de estudiantes de básica secundaria.

Crear toda esta serie de reflexiones fundamentadas en la observación cuidadosa y en el estudio que realicé alrededor de mi práctica hacen que esta sea realmente más reflexiva, supongo que mis avances en el tema apenas empiezan, que tendré que continuar formalmente con mis observaciones de clase ya que han resultado en tomas de conciencia realmente importantes para mejorar muchos aspectos de mi práctica, pero es posible que apenas esté rasguñando la superficie de lo que debo mejorar. Este debe ser un proceso constante y mucho mejor como lo realizan los japoneses, de la mano de colegas y expertos que realicen colaborativamente la labor de observación. Los profesores en Colombia vivimos realmente temerosos de ser observados en clase, pero esto nos ayudaría enormemente a sacar lo mejor de nuestro ser, hacer y saber, como docentes.

BIBLIOGRAFÍA

- Agudelo-Valderrama, C. (2007). La creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas, las proclamaciones oficiales y las realidades del aula de clase: las concepciones de profesores y profesoras de Matemáticas sobre el álgebra escolar y el propósito de su enseñanza. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Ene 2007. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/314349837_TEXTO_COMPLETO-La_Creciente_Brecha_entre_las_Disposiciones_Educativas_Oficiales
- Agudelo-Valderrama, C. Una innovación curricular que enfoca el proceso de transición entre el trabajo aritmético y el algebraico. Tunja: UPTC. 2000.
- Carr, W. & Kemmis, S. (1986) Llegar a ser crítico. Educación, conocimiento e investigación acción.
- Castillo, C. (2004). Reflexionar, reflexión, reflexivo. Madrid.
- García-Cruz, J.A., & Martiñón, A. (1998). Levels of generalization in linear patterns. En A. Olivier y K. Newstead (eds.), *Proceeding of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 329-336). University of Stellenbosch. Stellenbosch, South Africa.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Cognición y desarrollo humano*. Barcelona, España: Paidós. Recuperado de: http://www.villaeducacion.mx/descargar.php?idtema=1341&data=5605aa_como-pensamos.pdf
- Fierro, C. y Rosas, L. Transformando la práctica docente. Una propuesta basada en la investigación-acción. Paidós. México. 1999.
- Flores, P. (2000). Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *Revista EMA*, 5, 113-138.
- Freire, Paulo. (1997) La pedagogía de la autonomía. Ed Siglo XXI. España.
- García, B. et al. Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión. *Revista electrónica de investigación educativa versión On-line* ISSN 1607-4041. 2008

- García, J., Loredo, B. y Carranza G. “Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión”, en (17) (PDF) Análisis de la práctica educativa de los docentes: Pensamiento, interacción y reflexión. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/28321794_Analisis_de_la_practica_educativa_de_los_docentes_Pen-samiento_interaccion_y, mayo de 2012.
- García, M. y León I. (2017). Ensayo Qué es para mí la práctica reflexiva. Chilpancingo: Univ. Autónoma de G. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/316380376_EnsayoQue_es_para_mi_la_practica_reflexiva.
- Godino, J. y Batanero, C. Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. Conferencia Invitada al VI CIBEM, Puerto Montt (Chile). Enero 2009.
- Godino, J., Aké, L y Gonzato, M Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Universidad de Granada. Enseñanza de las Ciencias, 32.1, 199 – 219.
- Hernández K y Tapiero K. Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la Generalización de patrones gráficos - icónicos en estudiantes de educación básica primaria. Cali: Editado por Universidad del Valle. 2014.
- Lewin, K. (1946) Investigación acción y problemas menores. *Journal for Social Issues*, 2(4), 34-46.
- Llinares, S. (1998). La investigación «sobre» el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, 153-179
- Mason, J et al (1999). Rutas hacia el álgebra, raíces del álgebra. 2ª. Ed. Ibagué: Universidad del Tolima ediciones.
- MEN. (1994). Ley 115 febrero 8 de 1994. Congreso de La República de Colombia.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, 46–95.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Mora, L. (2012) Álgebra en primaria. Programa de Transformación de la Calidad Educativa del MEN en convenio con la Universidad Pedagógica Nacional.
- Nolan, A. (2008). Encouraging the reflection proces in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian journal of early childhood*, 33, 31-36

- Parada, S. (2011) Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de educación y pedagogía*, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011.
- Parada, S. Figueras, O. y Pluinage, F. (2009). Hacia un modelo de reflexión de la práctica profesional del profesor de matemáticas. *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 355-366). Santander: SEIEM.
- Ramos, E y Flores P. Reflexión sobre la práctica de profesores de matemáticas en un curso de formación continua. *Revista Iberoamericana de investigación matemática Unión*. Número 46 – junio 2016 – Página 71
- Rowland, T y Zazkiz, R. *Contingency in the Mathematics Classroom: Opportunities Taken and Opportunities Missed*. University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom b Simon Frazer University, Vancouver, British Columbia, Canada Published online: 31 May 2013.
- Sessa, Carmen (2005). *Inicio al estudio didáctico del álgebra, orígenes y perspectivas*. Buenos Aires: El Zorzal Ediciones.
- Schön, D y De Sanctis, V. *El practicante reflexivo: Cómo piensa el profesional reflexivo en acción*.
- Vergel, Rodolfo (2015). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*. Bogotá: UD Editorial.

ANEXO 1

TABLA DE FRAGMENTOS QUE APOYAN LA REFLEXIÓN DOCENTE PARA LA ACCIÓN.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
1	Tradicionalmente la enseñanza del álgebra es iniciada apenas en grado octavo no obstante la recomendación de los lineamientos Curriculares (1998) del MEN que indican que "...puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas." (pág. 50)	Anteproyecto octubre 2017. Segundo semestre maestría	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
2	En el momento de realizar el anteproyecto, se decidió utilizar una prueba que evidenciara el nivel de generalización en estudiantes de grado séptimo del Colegio Nueva Esperanza. Esta prueba también se aplicó a estudiantes de grado once.	Anteproyecto octubre 2017. Segundo semestre maestría	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
3	Al realizar una indagación con mis compañeros, profesores del campo matemático en el Colegio Nueva Esperanza descubro que una minoría concibe la enseñanza del álgebra de manera tradicional realizando un trabajo repetitivo de manejo de algoritmos para afianzar su "comprensión", la mayoría de profesores entiende que hay otra forma de enseñar el álgebra, pero no sabe exactamente cómo hacerlo o en el momento en el que lo hace se siente presionado por la comunidad educativa y las costumbres pasadas a volver a la enseñanza tradicional.	Anteproyecto octubre 2017. Segundo semestre maestría	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
4	Se revisa el plan de estudios del colegio Nueva Esperanza para buscar la forma en la que la enseñanza del álgebra se lleva a cabo en esta institución.	Anteproyecto octubre 2017. Segundo semestre	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
		maestría	aprendizaje	trabajo de grado?
5	Al comienzo de mi ejercicio como profesora de matemáticas, me llevé algunas sorpresas desagradables respecto a mi conocimiento didáctico, fue así como en alguna ocasión me sentía inútil al tener que enseñar a los niños a factorizar, yo sabía cómo hacerlo, pero no sabía cómo convencer a un niño de que trabajara y de la importancia de este tema.	Diarios personales agosto 2017. Sección 1 del diario.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
6	Hace algunos años cuando enseñé matemáticas por primera vez en grado octavo, llegué cuando el año ya había comenzado, los niños vieron con el anterior profesor los primeros “casos de factorización” y teníamos que continuar, al orientar estas clases recuerdo una sensación muy extraña por tener que explicar casos de factorización que simplemente eran procedimientos mecánicos, que nada tenían que ver con una comprensión real de las matemáticas.	Diarios personales agosto 2017. Sección 1 del diario.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
7	Siempre me he preguntado por qué los profesores de matemáticas a quienes nos gustan las matemáticas y sabemos que son muy importantes no hemos podido comunicar estos sentimientos a nuestros estudiantes, ellos creen que la matemática es difícil, que no es para ellos y otras cosas que no van con nuestras ideas.	Diarios personales octubre de 2017. Sección 2 del diario.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado??
8	Recuerdo que en mis comienzos como profesora de matemáticas creía que era muy importante que los estudiantes aprendieran los algoritmos correctamente y que los aplicaran oportunamente, pensaba que esto se lograría con muchas repeticiones de los procedimientos.	Diarios personales, agosto de 2017. Sección 1 del diario.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado??
9	Al realizar la prueba de generalización a los estudiantes a los que se les aplicará la	Diarios personales	Antecedentes de	¿Qué antecedentes

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	propuesta didáctica se obtienen resultados que evidencian la falta de procesos de generalización y la no realización de tareas de características algebraicas.	feb 2018	mis procesos de enseñanza y aprendizaje	apoyan la realización de mi trabajo de grado?
10	Al proponer tareas en grado once como por ejemplo estudiar el comportamiento de las funciones matemáticas y la relación entre variables encuentro gran dificultad en el trabajo de los estudiantes, en realidad su pensamiento algebraico no está desarrollado y se les dificulta generalizar resultados de su trabajo.	Diarios personales Abril 2018	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
11	Cuando hablé con mis compañeros profesores en el departamento de matemáticas, pude detectar que, aunque conocíamos las teorías e investigaciones en Educación Matemática, para nosotros no era clara a estrategia para aplicarla efectivamente, hacíamos el intento, pero no éramos efectivos en este trabajo.	Diarios personales Mayo 2018	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
12	Revisando el programa de matemáticas de grado octavo del colegio Nueva Esperanza, ha sido planeado de manera tradicional para el álgebra, es decir manipulación de variables y polinomios a partir de grado octavo.	Diarios personales, abril de 2017.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
13	Mis diferentes experiencias en la enseñanza del álgebra y en el estudio de las teorías de enseñanza antes y durante la maestría marcaron en mi un gran interés por el desarrollo de pensamiento algebraico, mi trabajo de grado se desarrollará alrededor de este tema.	Diarios personales, abril de 2017.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
14	En la especialización estudiamos didáctica de la aritmética y del álgebra, hay muchas teorías al respecto, pero la que más me llama la atención se llama Early-Algebra, plantea que desde preescolar se incluya el álgebra en el plan de estudios.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
			álgebra.	álgebra a medida que estudiaba?
15	Recuerdo una nota acerca de la enseñanza del álgebra que vi en la especialización: “El propósito es aportar elementos conceptuales que les permita a los docentes de matemáticas participantes reflexionar sobre su práctica profesional, analizar situaciones y problemáticas relacionadas con la aritmética y el álgebra escolar, considerar elementos de estos campos, su historia y su didáctica y hacer conciencia de la construcción del pensamiento numérico y del pensamiento algebraico como un proceso continuo que incluye otras áreas de las matemáticas, para, a partir de ello, consolidar e implementar propuestas curriculares innovadoras para la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y el álgebra a nivel escolar”	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
16	En clase con la profesora Cecilia siempre hemos tenido indicaciones de su parte de la forma en la que los profesores podemos encaminar nuestra mejora continua en el aula, primero fue en clase de investigación en la cual insistía que era importante que el profesor se volviera un investigador de su propia práctica y luego en evaluación en la realizamos un ejemplo de evaluación completo en una clase de algebra.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
17	Las tareas de generalización como por ejemplo el trabajo con secuencias y patrones gustan a los estudiantes y es un trabajo en el que pueden ver fácilmente un avance significativo sin que tengan que aplicar conocimientos previos, deben ser observadores y contar apropiadamente.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
18	“El uso de la x tiene que resultar de una necesidad de estudiante, esto llega a ser gracias a un proceso de largo tiempo realizando tareas de generalización (Agudelo-Valderrama en seminario de evaluación de las matemáticas).”	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
19	En charlas con la asesora yo declaro que estoy interesada en la transición aritmética-álgebra, ella me aclara que ese enfoque no se consideraba hoy en día pero que debería estudiar acerca de la historia curricular al respecto para informarme exactamente qué había pasado y cómo había evolucionado la enseñanza del álgebra.	Grabaciones de asesoría 2017.	Antecedentes y búsqueda de mis intereses.	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
20	Debido a mi interés en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la introducción al pensamiento algebraico, la asesora sugiere leer los documentos Sessa, Carmen (2005). Inicio al estudio didáctico del álgebra, orígenes y perspectivas. Buenos Aires: El Zorzal Ediciones. Y Vergel, Rodolfo (2015). Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. Bogotá: UD Editorial. Y además Mason, J et al (1999). Rutas hacia el álgebra, raíces del álgebra. 2ª. Ed. Ibagué: Universidad del Tolima ediciones.	Grabaciones de asesoría 2017.	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
21	Los diferentes enfoques del trabajo algebraico que propone la literatura en Educación Académica ayudan a realizar ejercicios que apoyen el desarrollo de pensamiento algebraico en cualquier momento en clase de matemáticas, sin cambiar abruptamente el curso de la clase, solo hay que aprovechar la oportunidad de cambiar un poco el trabajo en clase, pero con la iniciativa de proponer tareas de tipo algebraico. (Mason, 1999)	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
22	Son varios los autores que han escrito acerca de la introducción del pensamiento algebraico, hacer una síntesis y combinación de todas estas propuestas es una tarea ardua y que requiere aplicar criterios académicos que voy adquiriendo a medida que estudio los diferentes referentes.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
23	De la literatura en Educación Matemática que leí, me parece que apoyan más el desarrollo de la propuesta de enseñanza los libros de Sessa quien detalla lo que ocurre en las clases con tareas de generalización y también Mason con sus múltiples propuestas de tareas para expresar generalidades.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
24	Vergel habla acerca del trabajo que el profesor debe plantear en clase y los objetivos de este. “Uno de los intereses actuales, según Radford, es la creación de actividades de clase que tengan una densidad epistemológica y propicien la interacción entre los estudiantes y entre estudiantes y profesor, en torno a tareas sobre generalización de patrones, que puedan ofrecer a los estudiantes la oportunidad de reflejar su pensamiento algebraico” Tomado de Vergel R. (2015).	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
25	La lectura de Vergel fue muy importante para vislumbrar aspectos del desarrollo del pensamiento algebraico que no se si alcanzo a comprender completamente ya que la teoría de la objetivación tiene que ver con asuntos mucho más profundos de los que trataré en mi trabajo de grado.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?

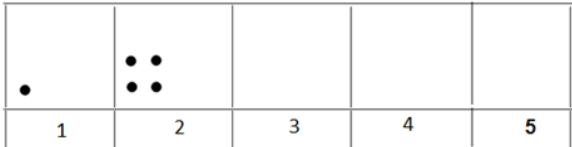
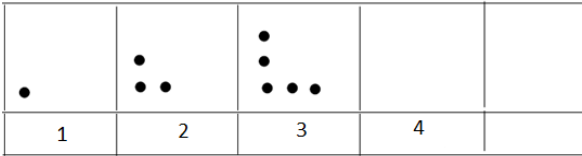
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
				que estudiaba?
26	Sessa (2005) afirma que existe una fuerte tensión en el álgebra escolar ya que los profesores consideran el álgebra como una herramienta poderosa por excelencia y en cambio los estudiantes la ven como “una fuente inagotable de pérdida de sentido y de dificultades operatorias muy difíciles de superar”. Esta falta de acuerdo en las posiciones de profesores y de estudiantes es una brecha que la investigación en Educación Matemática ha tratado ampliamente.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
27	Mason (1999) El álgebra es un lenguaje sucinto que no implica lo mismo que el lenguaje cotidiano, hay que realizar un trabajo en la escuela que le dé un sentido completo y apropiado a este lenguaje. Existen cuatro diferentes caminos por los que se puede tomar la enseñanza del álgebra, cada uno de estos caminos viene de la matemática de primaria, pero trabajados adecuadamente pueden llevar a una apropiación real del álgebra, estos caminos son aritmética generalizada, posibilidades y restricciones (aritmética creativa), reordenamiento y manipulación y expresión de la generalidad.	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
28	Leyendo a Sessa, me doy cuenta de que el trabajo algebraico de los estudiantes está lleno de obstáculos, que no es un camino fácil, sino que está lleno de baches que los profesores no ayudamos a superar, sino que lo empeoramos sin tener en cuenta las dificultades para el estudiante. Ella afirma: “...Las ecuaciones son objetos complejos y su tratamiento muy temprano puede llevar a una simplificación que oculta su naturaleza y la descarga de sentido”	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones acerca de la enseñanza de álgebra.	¿De qué forma se ilustra mi conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
29	Mason propone rutas hacia el álgebra, estas constituyen posibles caminos a seguir para dar inicio a un trabajo algebraico, entre esas rutas están la expresión de la	Fichas de lectura - 2017	Mis concepciones y comprensiones	¿De qué forma se ilustra mi

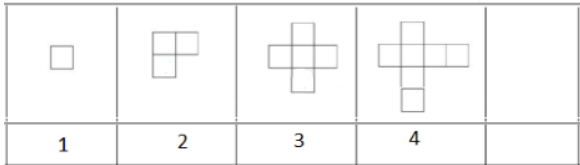
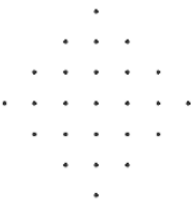
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	generalidad, los reordenamientos y manipulaciones, las posibilidades y restricciones y la aritmética generalizada. Cada una de estas da la posibilidad de abrirse paso hacia el álgebra minimizando los problemas y las dificultades.		acerca de la enseñanza de álgebra.	conocimiento pedagógico del álgebra a medida que estudiaba?
30	Todo lo que he estudiado hasta ahora de la enseñanza del álgebra se va a ver reflejado en una serie de tareas en las que quiero observar el progreso del proceso de generalización de mis estudiantes.	Diarios personales, abril de 2017.	Antecedentes de mis procesos de enseñanza y aprendizaje	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
30	En la reunión con la asesora, decidimos que es hora de empezar con el diseño de la propuesta didáctica para introducir en el pensamiento algebraico a niños de grado séptimo, discutimos acerca de las generalidades de la propuesta y acordamos que serían cuatro o cinco sesiones de cincuenta minutos cada una, que tendríamos en cuenta tareas de generalización y que yo grabaría las sesiones como evidencia para mi reflexión docente.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
30	En discusiones con la asesora acordamos los pasos a seguir para que los estudiantes trabajen con generalizaciones de secuencias geométricas, el primer paso acordamos plantearlo con el fin de que ellos identifiquen los conceptos de secuencia y patrón de forma relacionada a algo cotidiano de ellos.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta de enseñanza y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
31	En una reunión con la asesora discutimos detalles de la propuesta de clases en marcha y acordamos empezar por una secuencia rítmica que tenga más que ver con el	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la	¿Cómo se evidencian en la

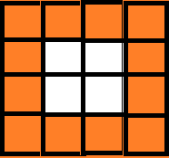
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	contexto de los estudiantes y luego si trabajaremos con secuencias matemáticas, además acordamos que la dificultad de las tareas debe ser progresiva y que la segunda tarea tendrá material manipulativo.		propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
32	En conversación con la asesora acordamos que la actividad específica para finalizar este proceso es la actividad de bordes, referida en muchos documentos, pero esta vez consultada en Sessa con bastante notas y observaciones didácticas, esperamos que los estudiantes logren formular la manera de contar los cuadritos, de pronto no de una forma sucinta, pero si algebraica, así sea en lenguaje natural.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
33	En conversaciones con la asesora acerca de la actividad dos, acordamos realizar esta secuencia con material manipulable, este atrae a los estudiantes y les ayuda a enfocarse en el trabajo realizado.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
34	En conversaciones con la asesora acerca de la actividad tres, consideramos que ahora es bueno retar a los estudiantes a “decir” (Mason, 1999) lo que vieron, por esto se piensa en que los estudiantes escriban una carta que con solo palabras describa a otro la forma en la que arma una secuencia, esto pondrá a prueba su capacidad de observación y de comunicación de sus observaciones.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
				didáctica del álgebra?
35	Aparte de las consideraciones didácticas que se deben tener en el diseño de las actividades en clase, no hay que olvidar que debemos realizar procesos educativos que refuercen conceptos y procedimientos generales de las matemáticas	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
36	En conversaciones con la asesora acerca de la actividad cuatro o de conteo, acordamos que es importante que los estudiantes practiquen técnicas de conteo, conteo de puntos o técnicas para realizar multiplicaciones, que practiquen la recursividad en matemáticas, por esto se plantea esta actividad, en esta sección se presenta un resumen, pero la actividad completa se encuentra en los anexos.	Grabaciones de asesoría 2017.	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
37	En conversaciones con la asesora hablamos acerca de recomendaciones generales de las clases de matemáticas ella expresa que es muy bueno en el desarrollo de las clases confiar en las capacidades de los estudiantes, no decirles todo sino dejar que ellos hagan descubrimientos y deduzcan aspectos del aprendizaje.	Grabaciones de asesoría 2017	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
38	La propuesta se diseña para cinco sesiones, cada una de estas se planea para una	Diseño de la	Decisiones del	¿Cómo se

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	duración de 50 minutos, las tareas tendrán una complejidad creciente y serán tareas tomadas de la literatura en Educación Matemática que apoyen el trabajo algebraico.	propuesta	contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
39	La propuesta de enseñanza que resultará después de tener en cuenta las consideraciones pedagógicas y didácticas necesarias de acuerdo a lo que hemos estudiado alrededor de estos tema tendrá características que las hagan más atractiva para los estudiantes estas características son por ejemplo actividades que los estimulen a trabajar, que los lleven a una comprensión gradual y en aumento y que ayude a los estudiantes a tener una comprensión real y significativa de las generalizaciones, sus conceptos asociados y los procedimientos que realizo para expresarlas correctamente.	Diseño de la propuesta	Decisiones del contenido de la propuesta didáctica y de la secuencia a presentar.	¿Cómo se evidencian en la propuesta de enseñanza mis conocimientos de la didáctica del álgebra?
40	En reunión con la asesora a comienzos del 2018, hablamos acerca del currículo en la institución educativa en la que trabajo y pensamos que sería interesante vincular mi interés por la enseñanza del álgebra con una circunstancia que se tenía allí por medio de una propuesta didáctica para el último período de grado séptimo con el objeto de realizar una introducción al álgebra escolar.	Grabaciones de asesoría febrero de 2018.	Antecedentes y búsqueda de mis intereses.	¿Qué antecedentes apoyan la realización de mi trabajo de grado?
41	En la tarea 1 presenté diferentes ejercicios, primero secuencias corporales y luego sonoras, primero yo pedía a los estudiantes que repitieran una secuencia corporal después de mí, luego les pedía que ellos propusieran una secuencia del mismo tipo y la seguíamos todos. Después presenté secuencias sonoras, unas presentaban un patrón de repetición y	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	<p>otras no, le pedí que sacaran conclusiones de los sonidos trabajados y que las anotaran en el cuaderno, escuché a los estudiantes y construimos en común acuerdo la teoría del asunto.</p>			favorecen el aprendizaje de los estudiantes?
42	<p>En la segunda tarea propuse a mis estudiantes un trabajo con una secuencia geométrica que ellos realizan con material manipulable En esta ocasión se tiene primero un trabajo individual para que las observaciones sean personales y cada uno pueda llevarlas a cabo a su propio ritmo. Después se tuvo un trabajo en grupo, con esto yo pretendía que los estudiantes expusieran sus ideas y por medio de argumentaciones pudieran convencer a otros de unirse a su razonamiento o bien escuchando los razonamientos de otros se dejaran convencer de buenas ideas que escuchen de sus compañeros.</p> 	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?
43	<p>Se les pedirá a los estudiantes que se dividan en dos grupos, al primer grupo se le entregará una hoja con el siguiente dibujo:</p>  <p>A la otra mitad del grupo se le entregará la siguiente secuencia:</p>	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	 <p>Se les solicita que observen la secuencia, que la describan fijándose en el cambio entre una figura y la siguiente, que construya los siguientes 3 términos, que calculen el número de puntos o palitos necesarios para la figura 10, que escriban una carta muy corta a un amigo describiendo la forma en la que se puede construir la figura 20, Se intercambian las cartas de los dos grupos y se solicita a cada niño que intente reconstruir la figura 20 de cada secuencia. Y luego se trabaja con la figura 100 de la secuencia.</p>			
44	<p>Para la tarea cuatro se afianzarán las técnicas de conteo presentando arreglos configurados para ello, también se buscará que los estudiantes generalicen con secuencias numéricas.</p> 	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	¿Por qué los elementos escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?
45	<p>Tarea 5 - Bordes. Esta es la tarea de generalización por excelencia, no se tiene que presentar como una secuencia, pero el trabajo que se desarrolla con ella</p>	Diseño de la propuesta	Selección de los recursos que	¿Por qué los elementos

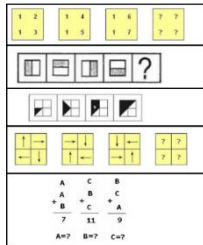
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	<p>implica trabajo con secuencias, además da una gran cantidad de posibilidades de solución.</p> 		<p>faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.</p>	<p>escogidos para la propuesta de enseñanza favorecen el aprendizaje de los estudiantes?</p>

ANEXO 2

TABLA DE FRAGMENTOS QUE APOYAN LA REFLEXIÓN DOCENTE EN LA ACCIÓN.

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
1	En el momento en el que paso a la acción, es decir a la implementación de la propuesta didáctica siento que la planeación me ha preparado realmente para desempeñarme efectivamente como profesora en este caso.	Diarios personales agosto 2017.	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Qué espero de mis clases?
2	<p>En los objetivos de las tareas de la propuesta didáctica escribí:</p> <p>Iniciar el trabajo introduciendo las secuencias y buscar lograr cierta familiaridad con ellas. Para esto se buscará familiarizar a los estudiantes con secuencias y patrones que se encuentran en su cotidianidad.</p> <p>Introducir el manejo de secuencias gráfico-numéricas por medio de material manipulable.</p> <p>Lograr que el estudiante comunique sus descripciones acerca de patrones geométrico-numéricos.</p> <p>Lograr que el estudiante visualice técnicas de conteo para aplicar en las generalizaciones</p> <p>Lograr que el estudiante realice una generalización utilizando todas las herramientas que ha adquirido a lo largo de las clases anteriores</p>	Propuesta didáctica, generalidades.	Propósitos de la enseñanza.	Propósitos de la enseñanza.
3	Los propósitos a lograr con la implementación de la propuesta didáctica de este trabajo son: lograr que los estudiantes tengan una introducción al pensamiento algebraico de manera relacionada con asuntos muy cotidianos de ellos, la música es un ejemplo que puede llegar a ligar muy bien los conocimientos que se pretenden introducir con su cotidianidad, las siguientes tareas deben tomar un carácter más	Diarios personales noviembre 2018. Sección 6	Propósitos de la enseñanza.	¿Qué quería conseguir de manera específica en el desarrollo de la propuesta

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	formal cada ve sin perder el interés del estudiante ni su comprensión entusiasmada de proceso.			didáctica?
4	El trabajo con secuencias corporales les ha gustado mucho, tienen buena disposición hacia a clase en general.	Diarios personales Nov 2018	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Pregunta: ¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?
5	En la tarea 1 se presentaron diferentes ejercicios, primero secuencias corporales y luego sonoras, primero se pedía a los estudiantes que repitieran una secuencia corporal después de la profesora, luego se pedía que ellos propusieran una secuencia del mismo tipo y la seguíamos todos. Después se presentaron secuencias sonoras, unas presentaban un patrón de repetición y otras no, se les pedía que sacaran conclusiones de los sonidos trabajados y que anotaran conclusiones en el cuaderno, se escuchaba a algunos y se aclaraban dudas.	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿De qué forma se pueden traducir las propuestas didácticas para la introducción al álgebra en los diseños de clase?
6	En la primera clase de la propuesta didáctica, contrario a las recomendaciones de la asesora, lo primero que hago es aclarar que el objetivo de esas cinco clases es reconocer lo que es secuencia y patrón.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?
7	A medida que se desarrolla la tarea de la clase 1, se presentan secuencias sonoras, unas con patrón de repetición de los sonidos y otros sin patrón. En este punto se ha escogido un elemento muy conocido para los estudiantes y enseguida identifican los conceptos patrón y secuencia sin mayores dificultades.	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Las decisiones didácticas tomadas fueron afortunadas?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
8	A pesar de que algunas participaciones se salen del contexto, como la niña que dice: “El patrón de mi papá se pone bravo” yo como profesora acepto el comentario, le doy unos segundos de reacción (en este caso risa) y retomo el curso de la clase, esto quita tensión a los niños y facilita su participación activa.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?
9	En la clase tenemos una sucesión de sonidos con y sin patrón, los estudiantes observan la diferencia entre los dos y aclaran que si el sonido tiene un “orden” o “algo que se repite” es un sonido que ellos pueden repetir.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Cómo se evidencian mis conocimientos didácticos en mi proceder durante la clase?
9	En la primera clase los estudiantes estaban realmente atentos, fue un éxito empezar el trabajo con secuencias físicas primero y luego con secuencias musicales, los conceptos de patrón y secuencia , todos los conceptos repasados debo reforzarlos, darles a los conceptos la importancia necesaria para que los estudiantes realmente tengan exitosos procesos de aprendizaje.	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿Cómo aplico la didáctica en mi actuar durante la clase?
10	Por último, se entregó a cada uno una hojita con un ejercicio que pedía completar una secuencia. 	Propuesta didáctica. Tarea 1	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿De qué manera se pueden conectar los conceptos contextuales de secuencia y patrón con los conceptos matemáticos?

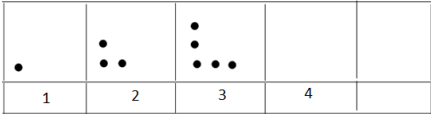
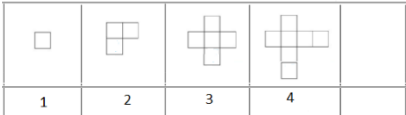
#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
11	Antes de empezar una de las clases de la propuesta de enseñanza implementada en este trabajo de grado, en plenaria invito a los estudiantes a realizar una recapitulación de los conceptos vistos previamente, de sus impresiones hasta ahora de las clases que hemos desarrollado y de los sucesos que les llamen la atención por algún motivo.	Diario de reflexión “durante la clase”	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?
12	En la clase se logra una buena participación de los estudiantes, esto es muy difícil con los estudiantes en este colegio, generalmente son reacios a participar y extremadamente tímidos, en este caso se entusiasman con la actividad y participan todos.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen la participación de mis estudiantes?
13	En la primera clase la actividad final tuvo un momento confuso yo respondía preguntas atropelladas, es mejor al realizar aclaraciones hacerlas cuando todos presten atención y ser más claro en las indicaciones.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
14	En la primera clase se ve una buena medida del tiempo, las actividades son suficientes, se llevan a cabo en el tiempo planeado y se ve una buena finalización del tema.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
15	Doy una buena dinámica a la clase les pregunto a varios niños, tomo en cuenta las participaciones repitiendo lo que el niño dice y ayuda a que se saquen conclusiones parciales con base a estas opiniones.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
		del diario.		estudiantes?
16	A pesar de que mi intención es darles participación a todos, no me doy cuenta de que Sandy pide la palabra varias veces, la niña termina un poco disgustada.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
17	Cuando planteo la actividad final de completar secuencias gráficas en una hoja, permito que haya un momento de confusión, no soy clara en las instrucciones y en medio de la confusión aclaro detalles de la actividad para unos pocos.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
18	Debo tener más cuidado con la gestión de la clase, hacer claridades para todos y promover más la participación de todos, yo creía que lo hacía, pero me hace falta hacer un poco más.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
19	En resumen, la actividad fue un éxito, se siguió el hilo de la clase, los estudiantes apropiaron los conceptos que se necesitaban y se relacionó con una actividad matemática inicial.	Transcripción clase 1	Procesos en el aula.	¿Qué se logró en cada clase?
20	En general la clase uno estuvo interesante para los estudiantes, los propósitos de la clase se logran, aunque en cuanto al dominio del grupo por momentos dejo que desear, debo organizar mejor mi gestión de preguntas y mi atención a las participaciones e intenciones de participación de los estudiantes.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
21	El lenguaje de la profesora debe ser apropiado a toda hora, se requiere que en matemáticas los estudiantes adopten un lenguaje correcto y esto no se logra sin ejemplo.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
22	Los niños logran construir la secuencia y concentrarse en el ejercicio, en determinados momentos hay demasiado ruido debido a las mesas no se puede individualizar fácilmente el trabajo cuando se requiere.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
23	Al principio el trabajo empieza con dificultades, pero luego la clase fluye muy bien.	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
24	Al mirar las producciones de mis estudiantes recuerdo que en general los autores de la Educación Matemática indican que las etapas de que se pueden encontrar en la generalización de patrones si son Ver, Decir, Registrar y comprobar pero que no se distinguen exactamente una de otra en el trabajo del análisis en aula.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Cómo veo las producciones de mis estudiantes cuando observo su trabajo en clase?
25	Al sugerirles que llamen a alguien para dictarle las características de la secuencia surgen al principio procedimientos confusos, pero a medida que se van socializando las instrucciones son más sencillas y precisas.	Transcripción clase 2	Diarios durante la clase nov. 2018	¿Qué momentos observados en clase manifiesta la construcción del

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
				conocimiento?
25	Yo contesto preguntas directas, aunque trato de no decirles los conceptos básicos todavía no confío en ellos y contesto preguntas con conceptos determinantes que no aceptan dudas luego y que termina con los procesos de exploración.	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
26	En la segunda tarea se plantea un trabajo con una secuencia geométrica que los estudiantes realizarán con material manipulable En esta ocasión se tendrá primero un trabajo individual para que las observaciones sean personales y cada uno pueda llevarlas a cabo a su propio ritmo. Después se tendrá un trabajo en grupo, con esto se pretende que los estudiantes expongan sus ideas y por medio de argumentaciones puedan convencer a otros de unirse a su razonamiento o bien escuchando los razonamientos de otros puedan dejarse convencer de buenas ideas que escuchen de sus compañeros.	Propuesta didáctica. Tarea 2	Enfoque de trabajo matemático en grado séptimo.	¿de qué manera se puede introducir el trabajo con secuencias en grado séptimo de una manera entretenida?
27	El propósito de estas clases es conseguir que los estudiantes realicen generalizaciones teniendo en cuenta la propuesta de pasos que realiza Mason primero se buscará que “vean” la secuencia, luego que con base en las características de esta secuencia “digan” cómo se construye y luego que “expresen” sucintamente lo observado.	Diario de reflexión “durante la clase”	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?
28	Las indicaciones en la clase 2 fueron más claras, pero todavía puedo mejorar más al respecto.	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
29	El trabajo en este caso fue en mesas grandes con 3 o cuatro niños por mesa, se nota que no confían en ellos mismos, tratan de copiar procedimientos de niños que hacen algo, no verifican si está bien o no solo repiten lo que alguien si hace.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
30	El material manipulable cumple con el objetivo, llama mucho la atención al principio, pero trabajan la secuencia con este luego se concentran en la construcción de la secuencia.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
31	El material solo ocupa el principio de la clase, en el momento en que se requiere adaptarse a la idea de la secuencia construida, luego se pasó a trabajar a hojas en las que se tenían preguntas acerca de la secuencia utilizada, estas preguntas aclaran las características que se quieren obtener en las secuencias.	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
32	Se enfoca el trabajo de los estudiantes con preguntas, a ellos les gusta el material manipulable, pero pasan sin problemas a las preguntas en las hojas, recuerdan las características de trabajo con el material y realizan sus conjeturas primero de forma individual y luego de forma colectiva.	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
33	Luego de reconstruir la secuencia y comprender el primer paso de cálculo de elementos de la misma, solicito a los estudiantes que describan la secuencia para alguien que no vino a clase, en este caso empezamos con un trabajo en el cual ellos no tenían experiencia	Transcripción clase 2	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
				estudiantes?
34	En la tercera tarea se busca que los estudiantes practiquen “decir” lo que observan en la secuencia, para esto se plantea un trabajo por grupos, a cada grupo se le entrega un ejercicio de generalización que trabajarán como en la clase anterior y se les pedirá que “digan” lo que ven para el otro grupo, se tratará de que el otro grupo pueda reconstruir la secuencia descrita sin verla antes.	Propuesta didáctica. Tarea 3	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?
35	Se les pedirá a los estudiantes que se dividan en dos grupos, al primer grupo se le entregará una hoja con el siguiente dibujo:  A la otra mitad del grupo se le entregará la siguiente secuencia: 	Propuesta didáctica. Tarea 3	Mis conocimientos, creencias y actitudes acerca de la enseñanza del álgebra.	¿Cómo debe ser la propuesta didáctica que se diseñe para el inicio del trabajo algebraico?
36	En la clase 3 se trabaja por equipos y cada uno tiene una secuencia, primero la trabajan individualmente, se nota el trabajo anterior con secuencias, los estudiantes saben cómo proceder al principio y realizan la parte individual sin dificultades.	Transcripción clase 3	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?
37	Para la segunda parte de la clase 3, los equipos sin haber dejado ver su secuencia la describen a alguien del otro equipo que pasa al tablero que trata de reproducirla según lo que le digan, al principio hay instrucciones no precisas y erradas, pero a medida que se turnan los equipos las descripciones se vuelven más concretas,	Transcripción clase 3	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	apegadas a la realidad y más sencillas de seguir.			estudiantes?
38	En la clase 3 se crea un ambiente de sana competencia, los estudiantes toman en sus manos la responsabilidad de hacer cada vez mejor a descripción, la clase fluyó muy bien y mi dominio de grupo estuvo realmente bien.	Transcripción clase 3	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
39	Para la clase 3 el salón era amplio, con puestos individuales para los estudiantes, en este espacio se me facilita mucho el manejo del grupo y la fluidez de la clase.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
40	Para la clase 4 se propone una actividad en la que los estudiantes logren realizar conteo de grupos de puntos con diferentes estrategias propuestas por ellos inicialmente y luego que descubran otras propuestas por medio de las cuales se realizaron conteos en determinada forma. En un segundo momento de la clase 4 se les presenta a los estudiantes un ejercicio en los que van a elevar al cuadrado números de tres cifras con un cero en el medio.	Transcripción clase 4	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?
41	Durante esta clase se tuvieron dos momentos, durante el primero no se tienen dificultades y se logra el conteo de puntos, el planteamiento de estrategias y el descubrimiento de otras planteadas.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
42	En un segundo momento, el cuadrado de números de tres cifras, los estudiantes realizan muy bien las operaciones luego tienen que descubrir una regla general para	Diarios personales,	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	realizar esta operación, pero tienen dificultades, no reconocen los cuadrados de los naturales, no captan las características de los resultados y pierden todo interés en esta actividad.	noviembre de 2018. Sección 6 del diario.		favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
43	La actividad de hoy iba muy bien en principio, pero luego no logré salir adelante con el trabajo de los estudiantes en cuanto a calcular el cuadrado de un número de tres cifras con un cero en la posición de las decenas, los estudiantes perdieron completamente la concentración, el problema fue que en cuanto a conceptos previos no manejaban la operación “elevar al cuadrado”	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos del contexto debo tener en cuenta para el éxito de las actividades matemáticas propuestas?
44	Al realizar la planeación de la clase asumo que los estudiantes de séptimo saben las operaciones básicas con naturales por lo menos, pero no es así, esta dificultad es superable cuando el profesor tiene un grupo que ha manejado durante el año, a este grupo me lo prestaron para aplicar la propuesta didáctica en el período final de grado séptimo.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
45	En definitiva, fue imposible darle ritmo a la clase 4, tuve que recordar la operación “elevar al cuadrado” en los naturales y mostrar las características del resultado de elevar un número de tres cifras con cero en el centro, terminó siendo una clase bastante tradicionalista, nada que ver con lo que yo quería lograr.	Transcripción clase 4	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?
46	Para la clase 5 la tarea propuesta era la actividad de “bordes”, actividad muy popular en los procesos de generalización, popular por sus características matemáticas que facilitan la generalización ya que es muy intuitiva, se puede realizar de muchas maneras y además es una secuencia que no se tiene que mostrar de manera	Transcripción clase 5	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el

#	FRAGMENTO	FUENTE	ASPECTOS DE LA REFLEXIÓN	PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	tradicional, con una sola figura ya se entiende como una secuencia.			aula?
47	En esta clase se logra recuperar el trabajo de los estudiantes, fluye muy bien la actividad, se trabaja inicialmente individualmente, luego en grupos de 4 personas y cada grupo expone su estrategia de conteo y sus conclusiones y todos logran generalizar, en un lenguaje básico, pero lo logran.	Transcripción clase 5	Procesos en el aula.	¿Cómo llevo a cabo procesos de enseñanza aprendizaje en el aula?
48	En la última clase recuperé la expectativa por el proceso en general, que una actividad no haya salido como fue previsto no quiere decir que el proceso total sea un fracaso, en la actividad de bordes el interés de los estudiantes y su creatividad salieron a flote y aunque no todos los grupos lograron el mismo nivel de generalización todos lograron la generalización, unos pocos la lograron en lenguaje simbólico y la mayoría en lenguaje sincopado. Al preguntares por qué habían utilizado la x , ellos respondieron que su profesor de matemáticas ya les había dicho que tenían que usarla en “caso necesario” y que veían que esta era una buena oportunidad para usarla.	Diarios personales, noviembre de 2018. Sección 6 del diario.	Procesos en el aula.	¿Qué aspectos de mi proceder favorecen o no la comprensión de mis estudiantes?

ANEXO 3

TABLA DE FRAGMENTOS QUE APOYAN LA REFLEXIÓN DOCENTE SOBRE LA ACCIÓN.

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
1	Iniciar la primera clase con una actividad como las secuencias gestuales o las sonoras fue una idea que contribuyó a la comprensión desde el contexto de las secuencias y los patrones.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes
2.	En la clase 1 solo realicé mi planeación y convencí a los estudiantes de que trabajaran, estoy segura que tenían gran expectativa por el trabajo a realizar, esta clase fue de exploración de pare de ellos y mía también.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes
3	Durante la clase 1 se ve que los estudiantes primero se entusiasman por trabajar en clase de Matemáticas, esto se debe a lo novedoso de esta clase en las que presenté secuencias gestuales y sonoras.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
4	Las secuencias sonoras se grabaron con el sonido de una batería, la cual hizo más fácil reproducir el sonido	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
5	El hecho de haber grabado secuencias con patrón y secuencias sin patrón contribuyó a la identificación del	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	concepto por parte de los estudiantes.		curriculares realizadas
6	Si se apoyó el conocimiento de los estudiantes ya que trabajaron con entusiasmo cuando usaron las pegatinas negras, pero fue una secuencia que tal vez sintieron muy fácil.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes
7	El ejercicio final, que era un ejercicio de completar una secuencia pictórica fue realmente afortunado ya que conectó el concepto de secuencia con una secuencia abstracta en un papel.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
8	En esta clase estuve muy tensa porque pensaba que tenía mucho en juego, es mejor que disfrute mi trabajo y lo demuestre a mis estudiantes.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?
9	En la clase 1 todo salió muy bien, pocas cosas se me ocurren para corregir, de pronto n meter tanto ruido con el hecho de decirles las palabras secuencia y patrón	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?
10	Creo que se puede medir mejor el tiempo que se dedica a la parte de secuencias gestuales y sonoras, porque fue unos minutos antes de salir que hicimos las secuencias pictóricas y no pudimos discutir al principio	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
11	En la clase 1 no fue necesario cambiar el libreto según la planeación.		¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?
12	El proceso planeado tenía que ver con desarrollar poco a poco una secuencia geométrica, al querer cubrir los pasos “ver”, “Decir” y “Registrar” se hace énfasis en una parte del proceso.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes
13	Se presenta una secuencia geométrica que fue muy apropiada para el trabajo inicial de generalización.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
14	Aunque a escogencia de pegatinas redondas negras fue muy apropiado para realizar la representación de la secuencia con material manipulable, es mejor usar otra secuencia que implique el uso de palitos, por ejemplo.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?
15	En esta clase introduje un cambio y fue llevar la secuencia trabajada en un cartel para poderla ver todos pegada en el tablero, esto no se contempló en la planeación.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?
16	Para la clase 3 se trajeron varias secuencias para que los estudiantes practicasen mucho tiempo el “Decir”,	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes?
17	Tomé una decisión y fue parar un momento el proceso	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿En qué forma se evidencia la




























#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	planeado para la clase 3 y hacer el ejercicio con los estudiantes para que no sintieran inseguridad en lo que tenían que hacer.		forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes?
18	Los elementos elegidos fueron muy pertinentes, fueron de fácil uso para los estudiantes, los ayudaron a comprender el proceso de enseñanza y aprendizaje.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
19	En la clase 3 se creó una confusión cuando los estudiantes notaron que no era fácil describir lo que veían, estaban confundidos.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?
20	En la clase 3 debo ser más cuidadosa en la introducción a la clase, los estudiantes creyeron que era algo muy difícil en principio.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?
21	Los recursos fueron secuencias impresas y el tablero. A los primeros intentos de descripción el tablero era insuficiente porque tenían que dibujar la cuadrícula inicialmente.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?
22	Debido a tener que pintar el esquema que contenía la secuencia una y otra vez hacía que se perdiera el ritmo de la actividad	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?
23	Para la clase 4 estuve muy pendiente en responder sus	Diario personal – Evaluación general de las clases –	¿En qué forma se evidencia la

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	preguntas que fueron muchas, para el conteo de puntos no tenían ideas iniciales.	10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes
24	Las adaptaciones curriculares no fueron exitosas en este caso, las secuencias numéricas no eran para su nivel.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
25	Creo que yo quería romper la monotonía de las clases pero las secuencias numéricas no eran el camino.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?
26	En el caso de la clase 4 ni siquiera el uso de los instrumentos dio frutos cuando se trató del cuadrado de un número con cero al medio.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?
27	El hecho de que los estudiantes se apropiaran de la actividad mostró los aciertos de las adaptaciones en la clase 5.	Video clase 1 – 9 nov/2018 Grabación	¿Qué elementos evidencian la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas
28	Se pueden ver más posibilidades de la formulación de la prueba de bordes con más tiempo al final de clase.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Qué se puede hacer mejor?
29	Es una prueba muy potente para ver equivalencia de expresiones, se debería dejar en otro día para explorar	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en	¿Qué se puede hacer mejor?

#	FRAGMENTO	FUENTE - DESCRIPCIÓN	ASPECTO Y PREGUNTA DE REFLEXIÓN
	más posibilidades de esta actividad.	clase	
30	Es una actividad que puede utilizar material manipulable, como cuadritos pequeños que encajen en un cuadrado más grande. Ese sería una mejor forma de manipularlo.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿Cómo se puede optimizar el uso de los recursos escogidos en la propuesta de enseñanza?
31	Esta actividad cierra muy bien una propuesta que cambia las posibilidades de mis estudiantes al introducirlos a una verdadera comprensión del Álgebra.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿por qué fue necesario cambiar los instrumentos o su uso?
32	Para la clase 5 se tuvieron que recoger sus conocimientos de clases anteriores, aunque no veían relación, con una sola pregunta que les hice lo comprendieron todo.	Diario personal – Evaluación general de las clases – 10/nov /2018. Descripción de las acciones y decisiones de la profesora en clase	¿En qué forma se evidencia la forma en la que apoyo el proceso de aprendizaje de los estudiantes

ANEXO 4
PLANEACIÓN DE LAS TAREAS

PLANEACIÓN DIDÁCTICA			
Asignatura:	Matemáticas	Grado	Séptimo
Fecha aplicación	Nov. 2018	Tiempo planeado	10 horas (5 sesiones)
Competencias:			
Reconoce en diversos elementos del contexto características que impliquen la identificación de secuencias y patrones Identifica secuencias gráficas y distingue en ellos las secuencias y los patrones Recorre las etapas de la generalización de manera comprensiva y progresiva Expresa de manera sucinta expresiones que caractericen una secuencia geométrica			
Contenidos			
Secuencias corporales, sonoras y gráficas Generalización de patrones Introducción a las expresiones algebraicas			
Sesión 1			
Recursos			
Salón Sonidos grabados previamente Equipo de audio Copias de las secuencias a completar			
Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje			
Actividades	<ul style="list-style-type: none"> • Se inicia con una actividad en la que la profesora realiza una serie de movimientos corporales y les solicita a los estudiantes que los repitan, se hacen variaciones del ejercicio pidiendo a los estudiantes que inicien ellos los movimientos • Se escuchan con los estudiantes unas secuencias grabadas previamente con una batería, la mitad son rítmicas, es decir presentan patrón de repetición y las otras son desordenadas. • Se escucha la canción “Animals” de Martin Garrix. • Se entrega a los estudiantes para que resuelvan una hoja en la que se plantea completar secuencias 		
Evidencias de aprendizaje			
Tiene disponibilidad hacia el aprendizaje Participa activamente en la clase Adquiere la noción de secuencia y patrón			
Sesión 2			
Recursos			
Salón Guía 1 para el estudiante (ver Anexo 5)			

Material manipulable (puntos negros autoadhesivos)																							
Hojas en blanco																							
Reglas y útiles en general																							
Tablero																							
Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje																							
Actividades	<ul style="list-style-type: none"> • Se entrega la guía del estudiante y el material manipulable • Se solicita que alguien empiece a leer la guía • Se muestra la secuencia en el tablero • Se solicita que intenten solucionar primero solos las primeras preguntas y cuando se les solicite utilicen el material manipulable • Se socializan entre todas las respuestas a las primeras preguntas, se revisan entre todas las construcciones realizadas con el material • Se continúa con las preguntas de conteo de puntos de forma individual • Se solicita que socialicemos las respuestas • Se institucionaliza entre todos los conceptos de <i>Secuencia y patrón</i> 																						
Evidencias de aprendizaje																							
Apropia el concepto de <i>Secuencia y patrón</i>																							
Puede “ver” un patrón de una secuencia geométrica																							
Sesión 3																							
Recursos																							
Salón																							
Copias de secuencias en papel																							
Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje																							
Actividades	<ul style="list-style-type: none"> • Se les pedirá a los estudiantes que se dividan en dos grupos, al primer grupo se le entregará una hoja con el siguiente dibujo: <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> • A la otra mitad del grupo se le entregará la siguiente secuencia: <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Figura 1</td> <td style="text-align: center;">Figura 2</td> <td style="text-align: center;">Figura 3</td> <td style="text-align: center;">Figura 4</td> <td style="text-align: center;">Figura 5</td> </tr> </table> </div>								1	2	3	4							Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5
																							
1	2	3	4																				
																							
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5																			

	<ul style="list-style-type: none"> • Se les solicita que observen la secuencia. • Se les solicita que la describan fijándose en el cambio entre una figura y la siguiente • Construya los siguientes 3 términos. • ¿cuántos puntos (fig 1) o palitos (fig. 2) se necesitan en cada posición? • Se les solicita que calculen el número de puntos o palitos necesarios para la figura 10 • Ahora se les pide que escriban una carta muy corta a un amigo describiendo la forma en la que se puede construir la figura 20. • Se tendrán varias secuencias por si se necesita. • Ahora se les solicita que teniendo en cuenta las instrucciones para realizar la figura 20 traten de recrear la figura 100 de la secuencia. • Luego se realizará una actividad entre todos en la que un niño del primer equipo le describa la figura a otro niño del equipo para que lo reproduzca en el tablero. Luego se hará lo mismo con niños del otro equipo.
Evidencias de aprendizaje	
Concepto de <i>Secuencia</i> y <i>patrón</i> Puede “Decir” cómo es una secuencia	
Sesión 4	
Recursos	
Salón Guía para los estudiantes (ver Anexo 6)	
Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje	
Actividades	<ul style="list-style-type: none"> • En esta sesión se proponen dos tareas diferentes, la primera consiste en descubrir una generalización para elevar un número de 3 cifras con un cero en el medio, se darán varios ejemplos a los estudiantes y se les solicitará que observen lo que ocurren para llegar a “decir” cómo pueden realizar el ejercicio con “cualquier” número. • En la segunda parte de la guía se plantea un ejercicio para que el estudiante desarrolle estrategias para contar los puntos en un arreglo de puntos. • Se le dan varias posibilidades de conteo y él tiene que descubrir la forma de proceder en cada caso.
Evidencias de aprendizaje	
Desarrolla estrategias para contar puntos dispuestos en un arreglo Traslada las habilidades que ha desarrollado en la generalización de patrones geométricos a la observación de patrones numéricos.	

Sesión 5	
Recursos	
Salón Guía para los estudiantes (ver Anexo 7) Papel periódico Marcadores	
Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje	
Actividades	<ul style="list-style-type: none"> • En esta sesión se tiene una guía que presenta la actividad de “Bordes” • Se presenta uno de los elementos de la secuencia y se plantean las siguientes preguntas <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuántos cuadritos hay en el borde de esta figura? - Y si tenemos una figura de 26 cuadritos de lado ¿Cuántos cuadritos tendrá en el borde? - Y para cualquier posición ¿Cómo expresaría la cantidad de cuadros en el borde de la figura? • Se les pide a los estudiantes que resuelvan la pregunta y expongan su estrategia delante de todos • Pasan todos los grupos y se discute en plenaria lo que aprendimos.
Evidencias de aprendizaje	
El estudiante pasa por las etapas de generalización que ya hemos logrado es decir “ver” y “decir” (Mason, 1999) y luego de eso intenta “registrar” de la manera más sucinta posible.	




ANEXO 5

GUÍA 1 DEL ESTUDIANTE




PRIMERA PARTE: FORMA INDIVIDUAL

Responda las preguntas de la primera parte de forma individual

1. Observe la siguiente secuencia, los números indican la posición de cada figura.

				
1	2	3	4	

2. Para cada posición hay un número diferente de puntos que cambia de manera constante, indica en cada posición cuántos puntos ves.

				
1	2	3	4	

3. Construya en los siguientes espacios las figuras correspondientes a la posición 8 y a la posición 12, dibújelas en las siguientes cuadrículas.

Posición 8




Posición 12

¿Cuántos puntos tiene la figura de cada posición?

Posición 8 _____ puntos; Posición 12 _____ puntos

4. Suponga que quiere dictar a un compañero los pasos para construir la **Figura 8**. Escriba de forma clara lo que le diría para construir la **Figura 7**.

5. Escriba la “característica común” en la secuencia de figuras. Es decir, escriba con sus propias palabras de forma clara y precisa lo que usted observa en la secuencia de figuras construidas con el fin de descubrir la(s) característica (s) común(es).

Figura					
Posición	1	2	3	4	

6. ¿Cómo encontrarías la cantidad de puntos de la posición 100?

7. ¿Podrías pensar en una forma para calcular cualquier posición que te pidieran de una manera fácil y directa?

ANEXO 6
GUÍA 2 DEL ESTUDIANTE

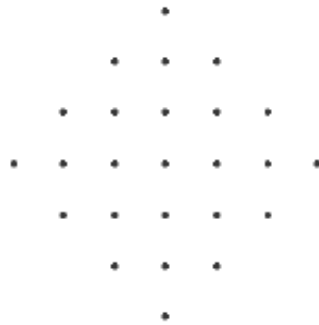
1. Resolver las siguientes potencias (Cero en el medio).

$304^2 =$
 $403^2 =$
 $602^2 =$
 $206^2 =$
 $107^2 =$

Regla:

Buscar unos ejemplos similares y escribir una regla para realizar este tipo de multiplicaciones.

2. **Estrategias de conteo.** Dado el siguiente arreglo de puntos que están en el siguiente arreglo. Proponga diferentes maneras de contar los puntos, la idea es que el conteo se haga de manera eficiente o más rápida.



Suponer que las siguientes expresiones numéricas fueron encontradas por algunas personas para contar los puntos del arreglo:

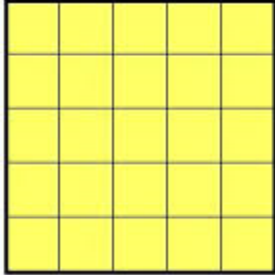
$9 + 4 \times 4$

$7 \times 7 - 4 \times 6$

$3 \times 10 - 2 \times 4 + 3$

5×5

ANEXO 7
GUÍA 3 DEL ESTUDIANTE



¿Cuántos cuadritos hay en el borde de esta figura?

Y si tenemos una figura de 26 cuadritos de lado ¿Cuántos cuadritos tendrá en el borde?

Y para cualquier posición ¿Cómo expresaría la cantidad de cuadros en el borde de la figura?