

DESCRIPCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN Y CONJETURACIÓN DE
ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO EN ALGUNAS ACTIVIDADES DE
MATEMÁTICAS DEL MOVIMIENTO

IRWIN JAMID MEDINA MELÉNDEZ
ILSE VANESSA SÁNCHEZ GUEVARA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.

2015

DESCRIPCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN Y CONJETURACIÓN DE
ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO EN ALGUNAS ACTIVIDADES DE
MATEMÁTICAS DEL MOVIMIENTO

IRWIN JAMID MEDINA MELÉNDEZ
ILSE VANESSA SÁNCHEZ GUEVARA

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Especialista en
Educación Matemática

“Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de
nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo
de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos”

Asesor

EDWIN ALFREDO CARRANZA VARGAS
Magíster en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.

2015



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Al servicio de la educación

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE VALORACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado "*Descripción de la argumentación y conjeturación de estudiantes de décimo grado en algunas actividades de matemáticas del movimiento.*", presentado por los estudiantes:

Irwin Jamid Medina Melendez - 2015182013 - 80222708
Sanchez Guevara Ilse Vanessa - 2015182027 - 1032435724

Como requisito parcial para optar al título de **Especialista en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado**, con **47 Puntos**.

Observaciones:

En constancia se firma a los 03 días del mes de diciembre de 2015.

JURADOS

Directora del Trabajo:

Profesor:

EDWIN CARRANZA

Jurados:

Profesor:

ALBERTO DONADO

AGRADECIMIENTOS

A Dios principalmente por aparejarme los recursos para escalar un peldaño más de mi vida, por concederme esa sabiduría y entendimiento necesarios para culminar uno de los requisitos de la Especialización, por ser mi guía y mi fortaleza en cada etapa de mi vida y por todas las bendiciones sentimentales, familiares, laborales y educativas que me ha dado.

Al profesor Edwin Carranza por su constante colaboración y guía en la elaboración del trabajo de grado y por enseñarme cómo a través de aspectos simples se puede proyectar más de las cosas que uno imagina.

A Irwin Medina por ser un excelente amigo y compañero en todos los trabajos de la Especialización, por compartir los regocijos de nuestros triunfos y las intranquilidades de los trabajos por entregar.

A mi esposo Paul Steven Álvarez por ser el amor de vida y mi compañero del camino, por su constante apoyo y paciencia en la elaboración de este trabajo.

A mi hija Sara Sophia por ser el pilar de mi vida y ser uno de los motivos por los cuales alcanzar muchas metas más.

A mis padres, quienes de alguna u otra forma me han brindado su apoyo incondicional a lo largo de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por haberme concedido la oportunidad de continuar mis estudios...

En mi vida he tenido muchos maestros, iniciando por mis padres Astrid y Jorge a quienes tengo que dar las gracias por tanta paciencia, ellos han sido quienes han querido inculcar en mí, sus mejores conocimientos de la vida, ellos armados de paciencia por y para mí, se merecen esta pequeña mención.

Gracias Nata por todo tu apoyo, a Efra y Jairo por impulsarme a continuar en el duro mundo de la docencia y la academia, a mis compañeros, a Vanessa porque pronto culminamos el trabajo, gracias Juan David, Ana, a todos gracias por su paciencia, esto también es suyo.

Al profesor Edwin Carranza quien ha sido sin duda un gran apoyo y sus aportes han aumentado mi experiencia y conocimiento como docente.

A mi compañera Vanessa Sánchez, con quien he compartido y construido valiosos conocimientos no sólo en la Especialización sino en la Licenciatura en Matemáticas, sin ella no hubiera sido tan agradable realizar este proyecto.

Irwin Jamid Medina Meléndez

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado de Especialización
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	DESCRIPCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN Y CONJETURACIÓN DE ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO EN ALGUNAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS DEL MOVIMIENTO
Autor(es)	Medina Meléndez, Irwin Jamid; Sánchez Guevara, Ilse Vanessa
Director	Carranza Vargas, Edwin Alfredo
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015, 94 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	MATEMÁTICAS DEL MOVIMIENTO, ARGUMENTACIÓN, PROCESO DE GRAFICACIÓN

2. Descripción
<p>Trabajo de grado que se propone indagar cómo la mediación tecnológica influye en los argumentos, conjeturas y graficas producidos por los estudiantes al realizar actividades que involucren las matemáticas de movimiento, bien sea caminar, correr, detenerse.</p> <p>Para esto fue necesario familiarizarnos con el manejo de la herramienta tecnológica llamada CBR (sensor de movimiento), así como los diferentes experimentos disponibles y las opciones de configuración que incluían diferentes tipos de gráficos (desplazamiento, velocidad, entre otros), unidades de medida (pies, metros) y puntos de referencia, al mismo tiempo se realizó una búsqueda y lectura de documentos en los que se describía, de manera conjunta o parcial, el proceso de graficación de situaciones de movimiento usando, o no, el CBR; esto con el fin de diseñar las actividades a implementar, finalmente se diseñó la actividad en la que el estudiante debía describir o inventar situaciones cotidianas que pudieran ser descritas por las gráficas que les fueron suministradas en dos fases, la primera antes del trabajo con el sensor y la segunda fase inmediatamente después del trabajo con el CBR. El trabajo con el CBR consistió en imitar lo más fiel posible las gráficas de distancia versus tiempo mostradas en calculadora y proyectadas al tablero.</p> <p>Por lo tanto, dicha indagación se realizó en tres partes: diseño e implementación de las actividades, descripción de los argumentos, conjeturas y gráficos</p>

producidos por los estudiantes antes y después del uso de la herramienta tecnológica.

Por último, se muestran las conclusiones acerca de dicha indagación, las cuales evidencian el cumplimiento de los objetivos planteados.

3. Fuentes

Los referentes bibliográficos más relevantes en el proceso de indagación son los siguientes:

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio de los profesores. *Educación Matemática*, 24 (2), 9-35. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40525862001.pdf>

Dolores, C., Chi, A., Canul, E., Cantú, C. & Pastor, C. (2009). De las descripciones verbales a las descripciones gráficas. El caso de la rapidez de la variación en la enseñanza de las matemáticas. *UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 41 -57. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018_008.pdf

Goizueta, M. (2011). *Interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas de secundaria por parte de un grupo de profesores*. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Suárez, L & Cordero, F. (2010). Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socio epistemológico. *Relime*, 4(2), 318-399.

Toulmin, S. (2007). *Los Usos de la Argumentación*. (M. Morrás, & V. Pineda , Trads.) Barcelona: Península.

4. Contenidos

El trabajo de grado contiene los siguientes aspectos:

Planteamiento del problema

Muchas investigaciones velan por la inclusión de herramientas tecnológicas en el aula de clase, desde nuestra experiencia surge la duda de si la tecnología favorece o no el aprendizaje de las matemáticas y en qué grado la instrucción del docente marca diferencia. ¿Es el docente el que explota todo el potencial de la tecnología en clase para que el uso de esta favorezca el aprendizaje de sus estudiantes?, ¿la tecnología por sí misma, sin participación del docente, potencia el aprendizaje de las matemáticas?

Para responder a nuestras dudas se pensó en diseñar una actividad que

involucrara el quehacer matemático en el aula, esto es que propicie la discusión entre pares, que los estudiantes deban realizar la solución a un problema pero omitiendo en esta la instrucción del docente.

De todos los tópicos matemáticos quisimos indagar cómo media la tecnología en la producción de argumentos, conjeturas y gráficas, para ello tomamos como excusa las matemáticas del movimiento.

Justificación

La indagación en la influencia o no de las herramientas tecnológicas en los procesos de conjeturación y argumentación en situaciones de movimiento resulta pertinente y necesaria al responder al requerido cambio en el proceso de enseñanza y aprendizaje que sugiere el MEN mediante los estándares y lineamientos curriculares de matemáticas, abordando así de manera conjunta algunos de los pensamientos y procesos matemáticos y la resolución de problemas cotidianos. Así también se involucra el impacto que las herramientas tecnológicas brindan a estas innovadoras clases de matemáticas.

Objetivos

Se establece como objetivo principal indagar sobre cómo la mediación tecnológica influye en los procesos de conjeturación y argumentación en algunos estudiantes de grado décimo del Instituto Pedagógico Nacional (IPN), el cual se sustenta en tres objetivos específicos relacionados con las descripciones de los argumentos producidos por los estudiantes, la comparación de los mismos antes y después de usar el CBR y descripciones de proceso de argumentación alcanzado por los estudiantes.

Marco de referencia

En este apartado se presenta el respaldo teórico de los aspectos involucrados en la indagación de la influencia de las herramientas tecnológicas en determinados proceso matemáticos, profundizando en los aspectos que son pertinentes para este trabajo como lo son: la actividad matemática en el aula, el proceso de graficación y los procesos de conjeturación y argumentación específicamente el modelo argumentativo de Toulmin, pero sin ahondar en los usos de la tecnología.

Metodología de la indagación

En primer lugar se describe de manera breve cada uno de los cuatro elementos del diseño e implementación de la actividad, también se muestran algunos datos estadísticos que dan cuenta del proceso de graficación destacando evidencias de los momentos antes y después del uso del CBR y así mismo, se describen y comparan algunos argumentos donde se presentan conjeturas y garantías que conforman un argumento según la estructura que plantea Toulmin.

Conclusiones

Luego de la indagación se identifican algunas conclusiones en cuanto a la influencia negativa o positiva que tuvo el uso de la herramienta tecnológica (CBR) respecto al proceso de graficación, conjeturación y argumentación en torno a situaciones de movimiento.

5. Metodología

En la metodología de indagación se muestra de manera sucinta la descripción de cada uno de las cuatro fases del diseño y aplicación de la actividad, las cuales son: escritura de una situación cotidiana de movimiento dada una gráfica, conocimiento del funcionamiento del CBR, imitación de diferentes gráficas usando el CBR y la escritura de dos situaciones cotidianas de movimiento dadas dos gráficas; de las cuales se hacen descripciones acerca de los procesos de graficación, conjeturación y argumentación de cada una de las fases.

6. Conclusiones

A través de las soluciones presentadas por los estudiantes en cada una de las fases de la actividad y las descripciones realizadas de éstas, se concluye la notable mejora en algunos aspectos del proceso de graficación, así como también se evidencia que los garantes que dan los estudiantes son en su gran mayoría ejemplos específicos remitiéndose a la gráfica dada y a su imitación. De la misma manera se evidenció que la estructura argumentativa según Toulmin que se evidencia es Datos, Garante por tanto Conclusión, la cual se considera válida siempre y cuando en el garante no se agregue información y esté relacionado con la conclusión. Por tanto, se evidencia que el manejo de la herramienta tecnológica: CBR, mejoró algunos procesos de graficación, permitiéndole con preguntas realizadas por el docente-que los estudiantes evidenciaran conjeturas y argumentos referentes a las actividades de matemáticas del movimiento.

Elaborado por:	Medina Meléndez, Irwin Jamid; Sánchez Guevara, Ilse Vanessa
Revisado por:	Carranza Vargas, Edwin Alfredo

Fecha de elaboración del Resumen:	19	10	2015
--	----	----	------

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS	12
INTRODUCCIÓN	15
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	17
2. JUSTIFICACIÓN.....	19
3. OBJETIVOS.....	20
3.1. OBJETIVO GENERAL.....	20
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
4. MARCO DE REFERENCIA	21
4.1. Los procesos generales y los roles de docentes y estudiantes en una clase de matemáticas.....	21
4.2. Sobre el proceso de razonar y la creación de argumentos.....	23
4.2.1. Sobre el estudio de los argumentos	24
4.2.2. El modelo argumentativo de Toulmin	25
4.3. Sobre el proceso de graficación	28
5. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN	30
5.1. Fase 1: Descripción verbal a partir de gráfica dada.....	30
5.1.1. Descripciones del proceso de graficación	31
5.1.2. Descripciones de la Conjeturación	35
5.1.3 Descripciones de la argumentación	36
5.2. Fase 2: Familiarización con el CBR	37
5.2.1 Descripciones del proceso de graficación.....	40
5.2.2 Descripciones de la conjeturación	43
5.2.3 Descripciones de la argumentación	43
5.3. Fase 3: Imitación de gráficas dadas usando el CBR	44
5.3.1 Descripciones del proceso de graficación.....	46
5.3.2 Descripciones de conjeturación	52
5.3.3 Descripciones de argumentación.....	54
5.4. Fase 4: Descripción verbal de dos situaciones cotidianas a partir de dos gráficas dadas	56
5.4.1 Comparación de las descripciones de la conjeturación	58
5.4.2 Comparación de las descripciones de la argumentación.....	59

5.5. Comparaciones sobre el proceso de graficación	59
5.5.1. Los intervalos	59
5.5.2 La gráfica como dibujo.....	62
5.5.2. Las divisiones de los ejes.....	64
6. CONCLUSIONES	66
6.1 Sobre los objetivos	66
6.2 Sobre el proceso de graficación	66
6.3 Sobre la conjeturación	67
6.4 Sobre la argumentación.....	67
6.5 Sobre nuestros aprendizajes	68
6.6 Sobre las sugerencias de aplicación.....	68
REFERENCIAS	70
ANEXO 1: TRANSCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA ACTIVIDAD	71
FASE 1: DESCRIPCIÓN VERBAL DE SITUACIÓN COTIDIANA A PARTIR DE GRÁFICA	71
FASE 2: CONOCIENDO EL CBR	74
FASE 3: IMITACIÓN DE LAS GRÁFICAS USANDO CBR.....	77
FASE 4: SITUACIONES COTIDIANAS DE DOS GRÁFICAS DADAS.....	92

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Características de los momentos de desarrollo del uso de las gráficas...	29
Tabla 2. Descripciones del establecimiento de la forma de la gráfica de la primera fase	35
Tabla 3. Descripciones de la conjeturación de la primera fase	36
Tabla 4: Descripciones del establecimiento de la forma de la gráfica de segunda fase	43
Tabla 5: Descripciones de la conjeturación de la segunda fase	43
Tabla 6: Descripciones del establecimiento de forma de la gráfica 1 en la fase 3.	48
Tabla 7: Descripciones del establecimiento de forma de la gráfica 2 de la fase 3.	50
Tabla 8: Descripciones del establecimiento de la gráfica 3 en la fase 3	52
Tabla 9: Descripciones de la conjeturación de la gráfica 1 fase 3	52
Tabla 10: Descripciones de la conjeturación de la gráfica 2 fase 3	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Procesos Generales de la actividad matemática	23
Figura 2. Esquema del modelo de Toulmin sobre argumentación	26
Figura 3. Primer punto de la actividad	31
Figura 4. Solución propuesta por el estudiante 3 a la actividad fase 1	31
Figura 5. Solución propuesta por el estudiante 4 a la actividad fase 1	32
Figura 6. Solución propuesta por el estudiante 6 a la actividad fase 1	33
Figura 7: Esquema de argumentación del Estudiante 2 de la fase 1	37
Figura 8. Segundo punto de la actividad.....	38
Figura 9. Imagen de CBR	38
Figura 10. Gráfica de contraste con su imitación	38
Figura 11: Solución propuesta por el estudiante3 a la actividad fase 2	41
Figura 12: Solución propuesta por el estudiante4 a la actividad fase 2	42
Figura 13: Solución propuesta por el estudiante6 en la actividad fase 2	42
Figura 14: Esquema de argumentación de los estudiantes del grupo rojo fase dos.	44
Figura 15. Formato de descripción de imitación de la gráfica antes de usar CBR.	45
Figura 16. Formato de aspectos positivos y por mejorar de cada imitación de la gráfica	45
Figura 17: Solución dada por el grupo 1 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3	46
Figura 18: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3	47
Figura 19: Solución del grupo 3 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3	47
Figura 20: Solución del grupo 1 de estudiantes a la gráfica 2 en la fase 3	48
Figura 21: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 2 de la fase 3	49
Figura 22: Solución dada por el grupo 3 de estudiantes a la gráfica 2 de la fase 3	49

Figura 23: Solución dada por el grupo 1 de estudiantes a la gráfica 3 de la fase 3	50
Figura 24: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 3 de la fase 3	51
Figura 25: Solución dada por el grupo 3 de estudiantes a la gráfica 3 de la actividad 3.....	51
Figura 26: Diligenciamiento formato aspectos positivos y por mejorar gráfica 1....	52
Figura 27: Esquema de argumentación de los estudiantes en imitación gráfica 1 de la fase 3	55
Figura 28: Esquema de argumentación de los estudiantes en imitación gráfica 2 en fase 3	56
Figura 29. Tercer punto de la actividad.....	57
Figura 30. Gráfica representada en el tablero sin cuadrícula	57
Figura 31: Frase del estudiante 4 que sustenta la descripción dada en la fase 1..	58
Figura 32. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 1	60
Figura 33. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 2	60
Figura 34. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 4	61
Figura 35. Solución propuesta por el estudiante2 a la actividad momento 4	62
Figura 36. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad fase 1	63
Figura 37. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad fase 2	63
Figura 38. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad momento 4	64

INTRODUCCIÓN

La mayor preocupación del docente es lograr motivar al estudiante, teniendo en cuenta los aspectos culturales, sociales y políticos que lo rodea. Uno de los aspectos más influyentes en la realidad actual es el social, ya que, los estudiantes están rodeados por medios electrónicos y nuevas tecnologías que están de moda en el mercado, entre ellas están: iPods, iPads, Blackberry, Portátiles, MP4. Sin darnos cuenta o tal vez sin querer darnos cuenta, los gadgets están permeando nuestras clases de matemáticas.

Básicamente, el uso de herramientas tecnológicas debe facilitar la comunicación y asimilación de conocimientos nuevos a los estudiantes y nunca convertirse en un obstáculo para la buena disposición de ellos hacia las clases de matemáticas. Sin embargo, es indispensable que se haga buen uso de dichos medios tecnológicos, de tal manera que éstos ayuden a nuestra labor en lugar de entorpecerla.

Todas las personas crecen con ideas acerca del movimiento. Ejemplo de ello es observar a un par de personas correr, una intentando alcanzar a otra, es posible predecir si logrará alcanzarla o no de acuerdo a la idea de que tan rápido se mueve una respecto de la otra. Algunas de estas ideas son innatas, otras han sido mediadas por la práctica, otras son fruto de la comprensión de conceptos estudiados en clases, pero en lo concreto, las ideas del movimiento están presentes en nuestro entorno al igual que las herramientas tecnológicas mencionadas anteriormente.

Estas ideas que los estudiantes tienen del movimiento se pueden representar a través de gráficos, tablas o movimiento con su cuerpo, etc. Pueden, si se quiere, servir de excusa para estudiar conceptos matemáticos e intentar que los estudiantes se acerquen –guiados por el docente- al dominio de procesos matemáticos como lo son explorar, intuir, razonar, interpretar, comunicar, crear, ensayar - errar - corregir, formular conjeturas generalizar; entre otras. Pero, si las herramientas tecnológicas permean nuestro entorno, es razonable preguntar ¿qué tanto pueden influir éstas en la asimilación de los conceptos matemáticos?, en particular es nuestro interés indagar acerca de la influencia, significativa o no, que tiene el uso de medios tecnológicos en los procesos de argumentación y conjeturación en situaciones relacionadas con el movimiento.

Para llevar a cabo dicha indagación se hace una revisión bibliográfica relacionada con la actividad matemática en el aula y el modelo argumentativo de Toulmin con el fin de crear algunas pautas en cuanto al rol del docente que se lleva a cabo cuando se pretenden evidenciar tantos procesos matemáticos mediados con herramientas tecnológicas como los argumentos dados por los estudiantes. Así mismo, se revisaron fuentes relacionadas con el proceso de graficación de situaciones de movimiento, con el fin de buscar antecedentes al presente trabajo y lo que se encontró fue establecer una idea de los ejercicios o problemas que

integrarían el diseño de la actividad a implementar con los estudiantes de décimo grado del Instituto Pedagógico Nacional¹ (en adelante IPN), ya que en las investigaciones consultadas se reflejan algunas descripciones verbales de las gráficas –que representan razones de cambio– realizadas por los estudiantes, pero sin involucrar alguna herramienta tecnológica ni tener como objetivo el estudio de la argumentación y conjeturación de los estudiantes.

La actividad que constituye uno de los recursos para la descripción del proceso de argumentación y conjeturación, se divide en cuatro fases: descripción verbal de una situación de movimiento cotidiana a partir de una gráfica dada, conocimiento del sensor de movimiento (CBR), imitación de diferentes gráficas usando el CBR y descripción verbal de situaciones cotidianas a partir de dos gráficas dadas. Donde la primera y última fases (descripciones) responden a la comparación de las conjeturas que realizan los estudiantes antes y después de usar el CBR, con el fin de indagar cómo influye la mediación tecnológica en el proceso de argumentación y conjeturación en situaciones de movimiento.

Luego se realizó una prueba piloto de esta actividad, de la cual se tienen en cuenta los recursos que se necesitan y el diseño de tablas auxiliares que ayuden a tener un registro escrito de las conjeturas y argumentos que utilizan los estudiantes, para implementar posteriormente la actividad y recolectar la información.

A partir de dicha información, se procede a seleccionar partes de la implementación donde se evidencie el proceso de argumentación (siguiendo el modelo de Toulmin) y el de conjeturación (evidenciando el proceso de graficación), con fin de responder a la comparación que se desea establecer de estas evidencias antes y después del uso del CBR.

Por último, se presentan las conclusiones que giran en torno a la influencia o no de la herramienta tecnológica en el proceso de conjeturación y argumentación de situaciones de movimiento, destacando algunos aspectos del proceso de graficación y el tipo de argumentos que se evidencian en dichos procesos, cumpliendo así con los objetivos propuestos.

¹ Se eligió dicho grado e institución educativa por los conocimientos básicos de situaciones de movimiento que poseen los estudiantes y la facilidad tecnológica que provee, respectivamente.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tradicionalmente, en la clase de matemáticas se imparten los conocimientos como un producto acabado, donde no hay lugar a discusión ni participación activa de los estudiantes, sin embargo, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas e investigaciones pedagógicas en esta área, proponen cambiar este proceso de enseñanza- aprendizaje de tal manera que el estudiante sea protagonista del proceso de construcción de un conocimiento matemático (Luque, C & Otros, 2006; MEN, 1998). Dicha construcción sugiere el cambio de rol del docente en cuanto a buscar, investigar, experimentar y plantear nuevas preguntas a situaciones problema, teniendo siempre presente la utilidad y el significado del conocimiento matemático que desea que el estudiante alcance. Así como también, sugiere el cambio de rol del estudiante en cuanto a realizar procesos propios de la actividad matemática como son conjeturar, formular relaciones, argumentar proposiciones, justificar pasos, transformar, construir significados y resolver problemas.

Caben resaltar dos de los procesos mencionados anteriormente: la conjeturación y la argumentación, los cuales no se visualizan si se siguen impartiendo clases tradicionales pero que si constituyen la base de todo quehacer matemático y da sentido al fundamento lógico de las matemáticas, como por ejemplo cuando una persona se enfrenta a un problema, lo primero que hace es explorar las relaciones que se encuentran inmersas allí, descubrir algunas conexiones de dichas relaciones con conocimientos previos (si es posible) y luego elaborar una hipótesis o suposición basada en dichas evidencias empíricas, denominada *conjetura*, luego la argumentación es todo aquello que se utiliza para justificar o refutar dicha conjetura, estableciendo el grado de certeza de ésta mediante referentes teóricos y conectando los argumentos (generalmente) en forma deductiva (Camargo, 2010).

Por lo anterior, se hace urgente un cambio en el proceso de enseñanza- aprendizaje que involucre el desarrollo de la conjeturación y argumentación en matemáticas, como se sugieren en los documentos publicados por entidades como el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y el National Council of Teachers of Mathematics, NCTM -por sus siglas en inglés-; en los cuales se reflejan los esfuerzos que realizan por ayudar al docente a mejorar su práctica en el aula de clase.

Según Suárez y Cordero (2010, p. 324) las gráficas son argumentativas, ya que constituyen un elemento central de explicaciones, ya sea para demostrar relaciones numéricas como para apoyar las características de un punto extremo de la figura. Por esto, el proceso de graficación contribuye de manera significativa a lograr que los estudiantes conjeturen y argumenten acerca de las escalas o unidades manejadas en una representación gráfica, así como también los cambios en el comportamiento de una función que pueden ser crecientes, constantes o decrecientes. Varias investigadores (Dolores, Chi, Canul, Cantú y Pastor, 2009)

dan cuenta de las dificultades y errores de los estudiantes relacionadas con el proceso de graficación, coinciden en señalar que los estudiantes no leen de manera correcta, incluso suelen omitir información presente en las gráficas lo que impide que den significado a la representación, que puedan realizar inferencias o conjeturas, etc. Es deseable que el estudiante sea constructor de su propio conocimiento pero que además sea significativo e útil para él; por esto, se propone el estudio de situaciones matemáticas del movimiento, ya que toda persona crece con cierta idea de movimiento en el cual están involucradas unidades de distancia, tiempo y velocidad.

Por otro lado, al contemplar este cambio en el proceso de enseñanza- aprendizaje también surge la preocupación del docente al querer motivar a sus estudiantes por medio del buen uso de las herramientas tecnológicas, las cuales hoy en día inevitablemente están permeando las aulas de clase, pero que debido al poco conocimiento que se tiene acerca de la influencia que dichas herramientas tienen específicamente en la argumentación y conjeturación de situaciones de movimiento, no se involucran en un aula de clase. Por esto, si las herramientas tecnológicas permean nuestro entorno, es razonable preguntar ¿qué tanto pueden influir estas en la asimilación de los conceptos matemáticos?, en particular es nuestro interés indagar acerca de la influencia, significativa o no, que tiene el uso de medios tecnológicos en los procesos de argumentación y conjeturación en situaciones relacionadas con el movimiento.

2. JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo de grado es pertinente porque responde a las exigencias y cambios propuestos por el MEN en los estándares y lineamientos de matemáticas, ya que propone que en el aula de clase se realice actividad matemática, donde se involucren no solo los procesos de esta ciencia como son la conjeturación y argumentación, sino que también se desarrolle el pensamiento variacional a través de la resolución de problemas.

Específicamente la conjeturación y argumentación se evidencia cuando el estudiante se enfrenta a una situación cotidiana preferiblemente, para que le dé sentido a la construcción de conocimiento que realiza, como por ejemplo a las situaciones matemáticas de movimiento, las cuales aunque toda persona tenga algún conocimiento innato de éstas, es necesario profundizar en su interpretación gráfica y verbal, ya que en éstas representaciones se evidencian argumentos por parte de los estudiantes y permite que el docente observe si se está realizando o no un buen proceso de graficación.

Como se menciona al principio de este apartado, no solamente es pertinente la indagación en la influencia de los medios tecnológicos en los procesos de argumentación y conjeturación en situaciones matemáticas de movimiento, al querer cambiar el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de la solución de problemas sino que también el trabajo de grado da respuesta a la necesidad de desarrollar el pensamiento variacional ya que involucra el estudio de fenómenos de variación y cambio que directamente se relacionan con el proceso de graficación que se mencionó anteriormente.

Por lo anterior, la actividad –insumo para describir los procesos de argumentación y conjeturación de los estudiantes– que se diseña e implementa da respuesta a una necesidad de cambio que plantea el MEN donde se integran el contexto cotidiano, algunos los pensamientos y procesos matemáticos. Sin embargo, esta propuesta no resultaría completa hoy día, si se omitiera el impacto de los medios tecnológicos en las clases de matemáticas, es por esto que en dicho diseño se involucra el manejo de un sensor de movimiento que busca que el estudiante a partir de la experiencia propia intente imitar una gráfica de distancia versus tiempo, acción que ayuda a dar sentido a los elementos de las gráficas que en sí mismas son argumentativas.

Por tanto, esta indagación resulta pertinente, necesaria y coherente con los cambios que se están aclamando en las aulas de clase pero que por falta de material donde se evidencie la influencia o no de herramientas tecnológicas en el abordaje de determinadas temáticas, se ha aplazado de manera continua e indefinida. En consecuencia, se pretende que este material sea usado por docentes que quieran seguir estudiando los procesos de conjeturación y argumentación que realizan los estudiantes en situaciones de movimiento.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

- ❖ Indagar cómo la mediación tecnológica influye en el proceso de argumentación y conjeturación en algunos estudiantes de décimo del IPN²

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Describir las conjeturas y argumentos realizados por los estudiantes de décimo entorno a las situaciones que representan movimiento.
- ❖ Comparar las conjeturas y argumentos realizados diferenciadas en el uso anterior y posterior de la herramienta tecnológica.
- ❖ Describir y comparar el proceso de graficación llevado a cabo por los estudiantes antes, durante y después de usar el CBR.

² Instituto Pedagógico Nacional

4. MARCO DE REFERENCIA

Desde el año 1998 el Ministerio de Educación Nacional, con la publicación de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, pretende reorganizar el currículo escolar de matemáticas a partir de los conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto del estudiante, restando protagonismo a los contenidos como principal organizador del currículo y resaltando la importancia del contexto escolar y los procesos generales en la producción del conocimiento de los estudiantes, todo esto acorde a una visión global e integral del quehacer matemático.

La actividad argumentativa se encuentra inmersa en los procesos generales y surge en los estudiantes cuando quieren comunicar y respaldar sus ideas al realizar la solución de problemas. En este documento se describirán los argumentos presentados por un grupo de estudiantes de décimo grado del IPN comparando dos fases; antes y después de aplicar una actividad de matemáticas del movimiento haciendo uso de sensores acoplados a la calculadora T.I., buscando evidencias de cómo la tecnología media en la producción de las conjeturas y de los argumentos y en los procesos de graficación.

4.1. Los procesos generales y los roles de docentes y estudiantes en una clase de matemáticas

La labor del docente de matemáticas es constantemente observada con la finalidad de encontrar caminos que hagan más fácil y placentero el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Entidades como el Ministerio de Educación Nacional (MEN), el National Council of Teachers of Mathematics, NCTM por sus siglas en inglés –entre muchas otras-, han dedicado esfuerzos a investigar cómo se puede acercar y transmitir el conocimiento matemático a los escolares; gran cantidad de estos esfuerzos se concentran en ayudar al docente a mejorar su práctica en el aula de clase.

Ya que el docente no es el único participante de la clase, vale la pena preguntarse también por ¿cuál es la labor del estudiante de matemáticas?, es bien conocido que el trabajo del docente no se debe limitar a transmitir unos conocimientos sin contexto y que el del estudiante no se limita a aprender sin cuestionarse. De acá surge una pregunta clave para los docentes de matemáticas, ¿será posible reinventar las labores del profesor y del discente para que estén más cerca de lograr el objetivo de enseñanza-aprendizaje?

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) deja entrever, por así decirlo, cuales son los roles que deben jugar tanto docentes como estudiantes en una clase ideal de matemáticas, a partir de lo que denominan actividad científica, que no es más que el quehacer de un matemático.

El trabajo intelectual del alumno debe por momentos ser comparable a esta actividad científica. Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etcétera. (p.13)

Según lo anterior, un estudiante al resolver problemas en clase de matemáticas ¡debe hacer matemáticas! Y quien hace posible que el estudiante haga matemáticas en clase es el docente, diseñando y proponiendo actividades que involucren a los estudiantes quienes deben crear conexiones con sus conocimientos previos, hacer relación con la situación problema, poner en juego el quehacer matemático y como resultado de esta actividad el MEN (1998) afirma: “los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y descubrible en los problemas planteados” (p.14).

Son varios los factores que influyen en cómo será la labor del profesor en el aula, estos determinan la forma en la que se realiza la enseñanza de las matemáticas y por consecuencia en la forma en la que los estudiantes aprenden, Santaló (1994) resalta algunos niveles de influencia que actúan sobre la profesión docente, en primer lugar avisa sobre el contexto escolar, en segundo hace notar que la labor del docente se ve influenciada por como él aprendió, es decir, su trabajo se desarrolla, además, a través de referentes como: su propio papel como profesor en un aula, y su experticia en la enseñanza de la disciplina, en el uso de material didáctico, en el currículo entre otros.

A propósito del currículo, Santaló señala: “...la atención no se centra tanto en que contenidos matemáticos hay que enseñar, sino que el énfasis se coloca sobre la propia actividad matemática.” (p.192). Es el proceso de construcción del conocimiento matemático, a través del quehacer matemático, el eje vertebral de la enseñanza de las matemáticas en escuela, y no sólo el contenido matemático.

En este mismo sentido, el MEN en los Lineamientos Curriculares (1998, pp14-15) sugiere que en la enseñanza de las matemáticas es necesario atender no solo a los contenidos sino también a los procesos inherentes al desarrollo del pensamiento matemático –ver Figura 1-. Los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto del estudiante se deben conjugar para organizar el currículo de manera armoniosa de acuerdo a una visión global e integral del quehacer matemático.

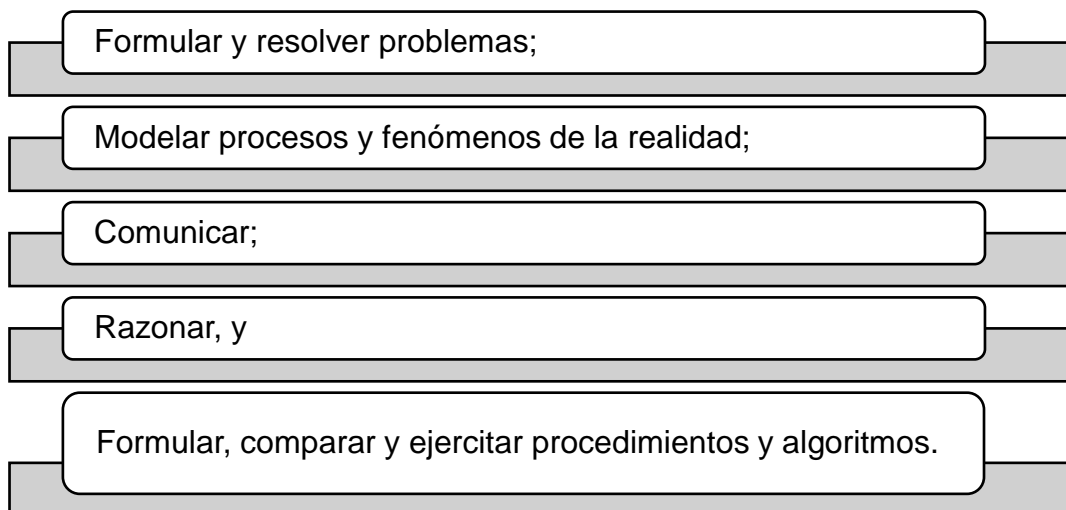


Figura 1. Procesos Generales de la actividad matemática

4.2. Sobre el proceso de razonar y la creación de argumentos.

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los grados iniciales, en los primeros grados los niños se apoyan en materiales físicos que les permiten percibir, a través de los sentidos, el entorno en donde encuentran regularidades y relaciones y a través de estas logran según el MEN (2006) "...hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar y pedir explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones" (p.54).

Durante las actividades lúdicas compartidas, por ejemplo, juegos de mesa; juegos por equipos; actividades deportivas; entre otras; suelen presentarse discusiones sobre diferentes interpretaciones de los reglamentos. En estos escenarios los niños y niñas empiezan a desarrollar y exponer habilidades argumentativas con la finalidad de ganar la discusión o dejar sin argumentos válidos a los contrincantes.

Entonces puede pensarse que las diferentes interpretaciones de la situación, por ejemplo favorecer los intereses personales o del equipo del que se hace parte, impulsan la discusión y generan un ambiente propicio para el desarrollo y exposición de habilidades argumentativas, tal como lo señala el NCTM (2000), si se espera que los estudiantes aprendan a hacer conjeturas; experimenten diferentes estrategias para la resolución de problemas; aprendan a construir argumentos matemáticos y a responder a los argumentos de los demás, entonces, es esencial crear un ambiente que fomente este tipo de actividades. Este ambiente debe animar a la discusión, colaboración, creación de argumentos y comunicación entre estudiantes

Dice el MEN (2006) que en los grados superiores, gradualmente el razonamiento se independiza de los modelos y los materiales, en esta etapa se puede trabajar

de manera principal con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, aunque suele utilizarse de manera intermitente material concreto con el que los estudiantes puedan apoyarse para la producción de los razonamientos.

El docente es quien debe propiciar un ambiente en el que los discentes discutan y creen argumentos, sin embargo, es posible que los estudiantes en su intento por expresarse, durante sus primeros años apelen a los demás como fuentes de sus razonamientos; es posible también que no se expresen de manera adecuada; que presenten sus afirmaciones sin respaldo válido, como por ejemplo, ¡por que sí!, ¡porque siempre se ha hecho así!

Para minimizar los argumentos con poco o ningún respaldo el docente debe encargarse de realizar algunas preguntas a los estudiantes que favorezcan la aparición de los argumentos y en que sustentan las afirmaciones hechas, preguntas como ¿Por qué crees que es cierto lo que afirmas?, ¿Alguien cree que la hay otra respuesta?, y ¿por qué lo crees? Ayudan a los estudiantes a darse cuenta que las afirmaciones deben ser apoyadas o refutadas por la evidencia; además el docente debe orientar la discusión para que los estudiantes se pongan de acuerdo sobre el tipo de afirmaciones que son aceptables dentro de la sociedad del aula de clases.

Una discusión entre estudiantes y bien orientada por el docente permitirá a los estudiantes darse cuenta que el razonamiento matemático se cimienta en supuestos y reglas específicas aceptadas por la comunidad.

4.2.1. Sobre el estudio de los argumentos

Si se quiere que los estudiantes creen argumentos en el aula de clase, se hace necesario reflexionar sobre en qué momento el estudiante necesita crear o comunicar un argumento, al respecto se había escrito que el profesor debe encargarse de dirigir las discusiones en clase realizando preguntas como ¿Por qué crees que es cierto lo que afirmas?, ¿Alguien cree que la hay otra respuesta?, y ¿por qué lo crees? Esperando que los estudiantes apoyen sus afirmaciones en evidencias válidas dentro del aula.

Entonces surge la pregunta ¿cuándo un argumento es válido? En este sentido Goizueta (2011) señala que la validez de un argumento depende de dos criterios, el primero la pertinencia: “difícilmente se podrá justificar una conjetura geométrica a partir de la fauna microbiana del pepino español” (p.11).-en el ejemplo el argumento no es pertinente ya que se habla de cosas distintas-. El segundo de los criterios: la fuerza del argumento se encuentra ligada a dos factores:

Por un lado, un argumento tendrá fuerza si no se le puede oponer otro argumento: debe resistir un contrargumento, es decir, “no tener réplica”. Por otro lado, un argumento tendrá fuerza en función del valor epistémico que tenga para la persona a la que se dirige: puede ser positivo (evidente, necesario, auténtico...) o negativo (absurdo, posible, inverosímil...).

Un argumento que resiste objeciones y que tiene un valor epistémico positivo es un argumento fuerte. (Goizueta, 2011, p.11)

Es deseable que los estudiantes de una clase produzcan argumentos, también que pongan en duda y evalúen la validez de los realizados por sus compañeros, y la mejor forma de hacerlo es revisando la base en la que se sustentan. Chamizo (Citando en Soler y Manrique, 2014) señala que un argumento es el conjunto de razones que se dan a favor o en contra de una aseveración, cuando se duda de esta, quien afirma podrá recurrir a los hechos y comunicarlos para demostrar lo que ha dicho.

Los hechos en los que se basan los argumentos los explica Toulmin (2007) en su modelo, compuesto por unos *datos* (D), una *conclusión* (C), un *garante* (G), un *respaldo* (R), un *cualificador modal* (M) y unas *excepciones* (E).

4.2.2. El modelo argumentativo de Toulmin

El modelo argumentativo de Toulmin señala que un argumento se puede estudiar a partir de sus componentes y cómo se relacionan –ver

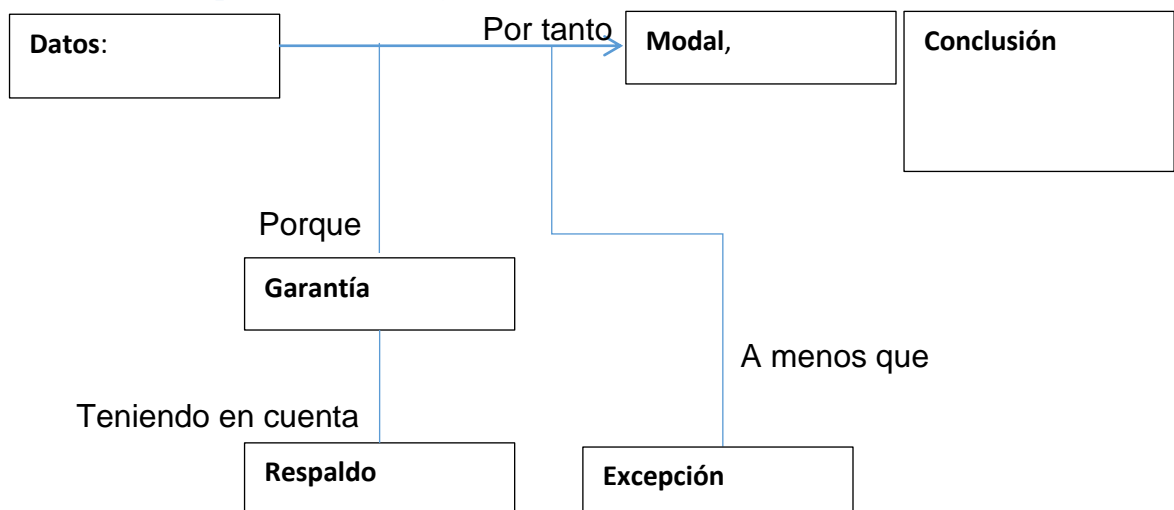


Figura 2–. Para Toulmin, de unos hechos o *Datos* (D) iniciales se parte para llegar a una afirmación o *Conclusión* (C) de la que se intenta establecer su valor, el puente entre los *Datos* y la *Conclusión* es un conjunto de proposiciones denominado *Garante* (G). El *Garante* se apoya en unas afirmaciones llamadas *Respaldo* (R). Las *Excepciones* (E) son el conjunto de situaciones en las que el garante se podría anular invalidando la conclusión y el *cualificador modal* (M) acompaña a la conclusión, señalando la frecuencia o probabilidad de esta. A continuación se detalla cada componente del modelo.

- D (Datos): los datos son declaraciones expositivas, su papel es como el de una conclusión desnuda, desprovista de datos que la apoyen. Los datos son explícitos. Transmiten cierta información.
- G (Garante): Son generales y se apelan a ellos de forma implícita. Son proposiciones como reglas, principios o enunciados que permiten realizar inferencias en lugar de agregar información, ya que su objetivo no es reforzar la base de la afirmación sino mostrar que el paso de los datos a la afirmación es apropiado y legítimo. Son enunciados hipotéticos.
- R (Respaldo): Es un enunciado categórico que le da apoyo a la conclusión. Este puede ser un estudio científico, un código, una estadística, o una creencia firmemente arraigada dentro de una comunidad.
- M (Cualificador Modal): En algunos casos la conclusión puede tener excepciones, el cualificador modal cumple con darle cierta fuerza a la conclusión que se realizó en virtud de la garantía. Es una palabra que acompaña a la conclusión y normalmente la atenúa.
- E (Excepción o Reserva): En necesaria en las situaciones en los que la conclusión está sujeta a excepciones. Estas excepciones o reservas se deben tener en cuenta para llegar a la conclusión, es necesario explicitarlas ya que éstas pueden refutar la conclusión anulando el garante.

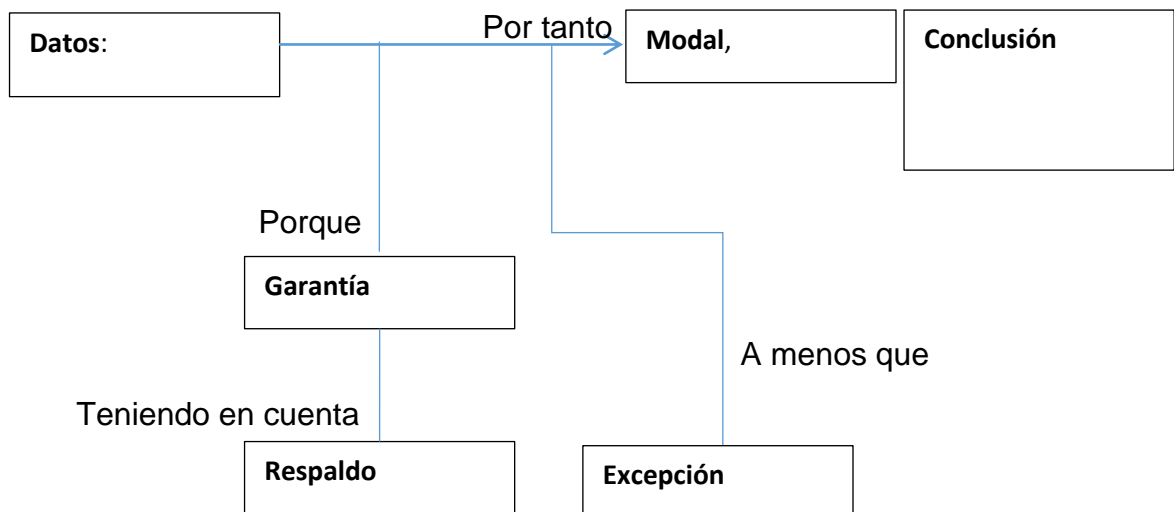


Figura 2. Esquema del modelo de Toulmin sobre argumentación

El uso del modelo argumentativo de Toulmin no es exclusivo de argumentos de tipo matemático, de hecho, es aplicable a la cotidianidad, a cualquier ciencia. Así el modelo puede ser empleado para determinar la validez de una aseveración realizada por un meteorólogo que predice el clima, de un trabajador lesionado alegando negligencia contra el contratista, un médico que realiza un diagnóstico,

un crítico de arte que elogia o condena la obra de un escultor (Toulmin, 2007). De la misma manera puede ser empleado para validar argumentos producidos por los estudiantes de matemáticas con ocasión de la clase del día.

Existen argumentos más simples que otros, por ejemplo, en el modelo de Toulmin es posible construir un argumento compuesto por *D,G-C* (léase *Dato*, *Garante* y por tanto *Conclusión*), sin llegar a emplear respaldo, excepciones o modal.

Por regla general, los argumentos de la forma *D,G-C* son formalmente válidos debido a que la garantía por definición debe tener la forma de una implicación hipotética que conecta los datos con la conclusión. Los argumentos de la forma *D,R-C* (léase *Dato*, *Respaldo* y por tanto *Conclusión*) no son válidos según el modelo de Toulmin ya que, con claridad se sabe que, el respaldo no conecta de manera directa los datos con la conclusión.

Toulmin clasifica los argumentos en sustanciales y analíticos. Los primeros son los empleados en la cotidianidad y su estructura es de la forma *D, G, R* y por tanto *C* pudiendo o no tener *Excepciones* y cualificador *Modal*. En estos argumentos sustanciales, pensar en omitir el garante resulta en un argumento, como se había dicho antes, invalido.

Sin embargo, los argumentos de tipo analítico, *D, R* y por tanto *C* son válidos, por tanto rompen la regla general descrita con anterioridad. Un argumento que parta de *D* para llegar a *C* será denominado analítico si, y sólo si, el respaldo para la garantía que lo legitima incluye, explícita o implícitamente, la información transmitida en la propia conclusión.

Los argumentos analíticos responden a los razonamientos contruidos por matemáticos, científicos y se basan en tesis preexistentes, han sido contruidos mediante deducción analítica o tautología así que su validez es universal, a diferencia de los argumentos sustanciales que tienen curso en la vida cotidiana, en estos las conclusiones no aparecen implícitamente en los datos ni en las garantías y para llegar de los datos a las conclusiones aparece un adverbio modal como: presumiblemente o probablemente, que califica las garantías (Toulmin, 2007). Por esto último un argumento sustancial no se mide con base en criterios de corrección o validez, sino de relevancia o irrelevancia, fortaleza o debilidad.

Antes de intentar clasificar los argumentos producidos por los estudiantes en los de tipo sustancial o analítico es necesario detenerse a reflexionar, y es que en la práctica los estudiantes no suelen argumentar sus respuestas, aún si lo hacen no es sencillo establecer las partes del modelo argumentativo de Toulmin a partir de sus intervenciones, lo anterior debido a que no siempre se manifiestan de manera explícita todos los elementos del argumento, por ejemplo un "argumento" presentado por un estudiante puede no hacer explícito el garante.

Ahora bien, es posible que los estudiantes no presenten el garante porque en algunos argumentos los datos son tan evidentes que no es necesario plantear garante, es posible que este se encuentre implícito en los mismos datos, es decir,

en el modelo de Toulmin, de los datos se puede pasar directamente a una conclusión sin involucrar más elementos en el argumento.

Se puede esperar, con algo de suerte, que en las intervenciones de los estudiantes se encuentren explícitos los datos y las conclusiones, así que al docente le interesa centrarse en cómo hacer que los estudiantes hagan explícito el paso de los datos a la conclusión, para ello, se puede pensar en preguntar ¿con qué más cuentas? –para solicitar datos si es necesario– y ¿cómo has llegado hasta ahí? –para solicitar el garante–

Es posible encontrarse que ejemplos previos y creencias, si estas últimas son ampliamente aceptadas en el contexto, sean presentados como garantes. Este tipo de argumentos suelen ser de los más comúnmente entregados por los estudiantes.

4.3. Sobre el proceso de graficación

Las gráficas utilizadas en la escuela deben servir para que los estudiantes desde los primeros grados logren hacer descripciones de situaciones de cambio y variación usando para ello el lenguaje natural (MEN, 2006). Así, se pretende que los estudiantes puedan observar las relaciones cualitativas o cuantitativas entre los valores que toman las variables, es decir, las gráficas constituyen un medio de representación de la información. Sin embargo, según los trabajos de Buendía (2010) y Dolores et al. (2009) las gráficas no sólo cumplen con dicha función, estos autores aconsejan enseñar a los estudiantes a construirlas para concebirlas como modelo de una situación problema, ellos sostienen que cuando una persona construye una gráfica, la tarea requiere de más procesos matemáticos y de razonamiento que los que implica la sola observación o interpretación de ésta. No obstante, con lo anterior no se deja de lado, la posibilidad de proponer tareas que sean de índole tradicional (tanto construcción como interpretación de gráficas).

Para que las gráficas tengan significado alguno para el estudiante, éstas deben enmarcarse en situaciones que le sean cotidianas al aprendiz, como por ejemplo, situaciones de variación y cambio, ya que desde pequeños, ellos conocen la diferencia entre recorrer una determinada distancia en más o menos tiempo y además, tienen alguna noción sobre la velocidad que utilizó para realizar dicho recorrido.

Sin embargo, las gráficas no solamente son significativas por el marco en el que se encuentren, también Radford citado por Buendía (2010) afirma que las gráficas son “un medio para llevar a cabo reflexiones y generar significados sobre aspectos como tiempo y distancia” (p.12). Dichas reflexiones pueden ser superficiales, cuando el estudiante se enfrenta a una serie de preguntas donde las respuestas se encuentran explícitas en la gráfica, es decir cuestionamientos con el fin de

interpretar una gráfica; pero también las reflexiones pueden ser más profundas, cuando el aprendiz se enfrenta a preguntas donde la respuesta no necesariamente se encuentra de manera explícita en la gráfica, sino que debe realizar inferencias de ésta, realizar cálculos con los datos que observe para poder imitar una gráfica de distancia versus tiempo y concluir el comportamiento de otras variables que no están representadas en la gráfica como por ejemplo la velocidad, por tantos segundos se desplazan tantos metros teniendo en cuenta la relación entre dichas variables y la velocidad o razón de cambio con las que varían.

Por lo anterior, las ventajas de usar (ya sea construirla o interpretarla) las gráficas son múltiples desde la perspectiva que se tenga: contexto significativo y favorece el razonamiento matemático.

Por otro lado, Suárez y Cordero (2010) plantean tres momentos en los que se desarrolla el uso de gráfica, los cuales se pueden presentar si no bien de manera total, si parcial en las descripciones que se realicen acerca del proceso de graficación de los estudiantes de décimo grado. Cada uno de los momentos, se relacionan a continuación con sus principales características:

Momento I: Establecimiento de la forma	Momento II: Construcción de los argumentos	Momento III: Puesta en funcionamiento en la modelación
<ul style="list-style-type: none"> - Elección de variables para ser representadas en los dos ejes - Elección del cuadrante - Percepción de características gráficas como lo son los puntos iniciales y finales 	<p>Problematización de la variación que alcanzan al validar los procedimientos que propician que emerjan relaciones que se establecen como argumentos.</p>	<p>Procedimientos para establecer intervalos donde la velocidad es mayor o menor, al usar la fórmula o comparar pendientes en diversos puntos de la gráfica</p>

Tabla 1. Características de los momentos de desarrollo del uso de las gráficas

De la misma manera, se espera que en las descripciones se dé cuenta de las dificultades del proceso de graficación planteadas por Dolores et al. (2009):

la confusión entre la pendiente y la altura, la confusión entre un intervalo y en un punto, la consideración de una gráfica como un dibujo y la concepción de una gráfica como construida por un conjunto discreto de puntos... asignar la escala de una variable, razonar de forma global (miran puntos) ...muchos justifican sus respuestas con la observación visual o utilizando la regla de tres para encontrar incrementos y decrementos en el tiempo (p. 43)

Específicamente, cuando los estudiantes escriben la situación cotidiana de movimiento que es representada por determinada gráfica, se espera que el estudiante realice un análisis cualitativo que contenga aspectos como: la

identificación de variables (qué cambia), realización de gráficas resaltando los intervalos crecientes, decrecientes o constantes (cómo cambia) y cuantificación de la razón de cambio o rapidez en determinados intervalos (Dolores et al., 2009).

5. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN

El diseño e implementación de la actividad donde se involucran situaciones de movimiento mediadas por el uso del CBR, contiene tanto fases de trabajo en grupo como individuales que fueron desarrolladas por estudiantes de décimo grado del Instituto Pedagógico Nacional –IPN–. La actividad fue aplicada en agosto del presente año en las instalaciones del IPN, a 12 estudiantes de grado décimo que tienen entre 15 y 17 años, hijos o familiares de docentes, que en su mayoría tiene un nivel socioeconómico medio – alto, algunos cuentan con medios tecnológicos tales como celulares, tabletas, computadores, consolas de juegos, etc. Por el vínculo existente entre el IPN y la Universidad Pedagógica Nacional los estudiantes del instituto están acostumbrados a realizar diferentes actividades propuestas por maestros en formación de las licenciaturas ofrecidas por la Universidad lo cual es un punto favorable a la aplicación en este colegio ya que los estudiantes muestran disposición al trabajo propuesto por docentes en formación.

Cabe resaltar que antes de implementar la actividad, se realizó una prueba piloto en mayo de este año, de la cual aunque no se tomaron registros completos de audio y escritos, se establecieron algunos aspectos a tener en cuenta como fueron:

- ❖ Poner papel craft o periódico para disminuir la luz de la ventana, ya que en el lado opuesto a ésta, se proyectaba la imagen de la gráfica a imitar
- ❖ Contar con recursos como audio, dos cámaras de video- una fija, grabando el movimiento de los estudiantes y otra manejada por uno de los docentes para filmar aspectos de interés-, un retroproyector, una calculadora TI Voyage 200 con pilas de repuesto y un CBR con pilas de repuesto.
- ❖ Crear un formato que permitiera evidenciar las razones por las cuales mejoraban determinados aspectos cuando los estudiantes imitaban una gráfica y el por qué creían que se aproximaría más a la original.

A continuación, se mostrarán algunas descripciones de las respuestas que dieron los estudiantes en la implementación de la actividad, las cuales giran en torno a tres procesos: graficación, conjeturación y argumentación; teniendo en cuenta las cuatro fases de la actividad.

5.1. Fase 1: Descripción verbal a partir de gráfica dada

Esta fase se realizó de manera individual, de tal manera que cada estudiante tenía una hoja de la actividad, en la cual se le pedía que escribiera una situación cotidiana que fuera representada por la gráfica que se daba –ver Figura 3-:

1. Describe una situación cotidiana que consideres esta gráfica represente. Por favor sea lo más específico posible, es decir, qué objeto es el que se mueve, durante cuánto tiempo, entre otros aspectos.

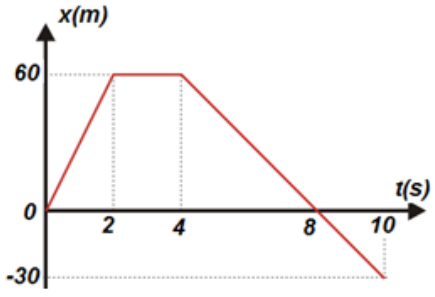
Gráfica	Descripción de situación cotidiana
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

Figura 3. Primer punto de la actividad

5.1.1. Descripciones del proceso de graficación

A continuación, se muestran algunas de las respuestas obtenidas en esta etapa de la actividad, así como también la descripción que se realiza de cada una de ellas en cuanto a las características del Momento I del uso de las gráficas, referente al establecimiento de la forma, errores y aciertos.

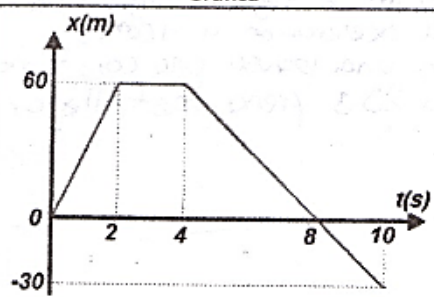
Gráfica	Descripción de situación cotidiana
	<p>En las pruebas de un dron, miran que tan rapido es en subir a 60mtr de altura, y estando en su punto máximo, cuanto tiempo le lleva enterrarse a 30mtr de profundidad; su descenso es más demorado ya que al perforar la tierra su velocidad disminuye.</p>

Figura 4. Solución propuesta por el estudiante 3 a la actividad fase 1

Establecimiento de la forma.

En la respuesta del estudiante3 –ver Figura 4– se evidencia la elección de una de las variables que se representa, en este caso la distancia, al mencionar en dos ocasiones sus unidades: metros. Sin embargo, a lo largo de la escritura se observa que el estudiante confunde la altura con la distancia en el eje vertical.

Omite incluir en su descripción las unidades del eje horizontal.

La parte negativa del eje vertical, la relaciona con la disminución de velocidad; en lo cual se evidencia error al creer que hay una variación en la velocidad, si esta variable se representara en la gráfica sería una curva y no una recta.

El estudiante observa algunos puntos extremos como son 60m y 30m.

Se visualiza dificultad en cuanto a omisión de intervalos al pasar del punto máximo al su descenso sin decir algo acerca del intervalo constante, además de interpretar la gráfica como el dibujo del movimiento de un dron.

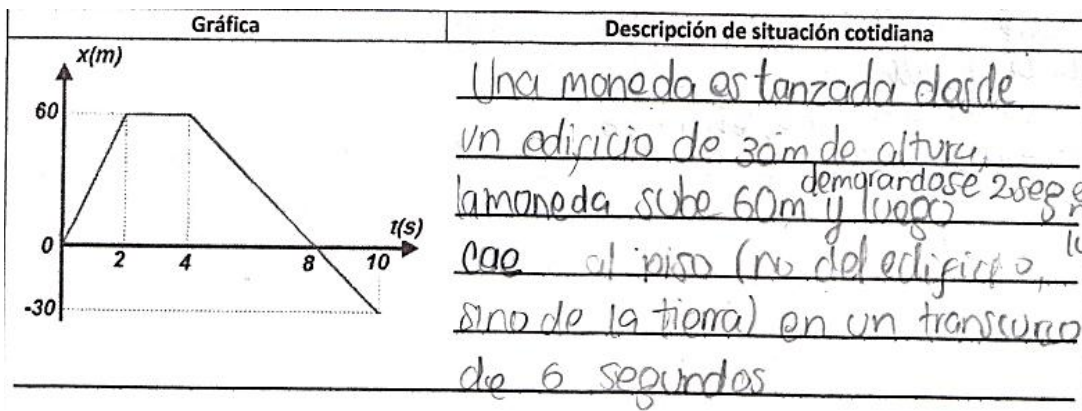


Figura 5. Solución propuesta por el estudiante 4 a la actividad fase 1

Establecimiento de la forma

En la respuesta del estudiante3 –ver Figura 5– se evidencia la elección de las dos variables que se representan: distancia (metros) y tiempo (segundos). Sin embargo, hace alusión a la distancia como la altura de un objeto lanzado desde lo alto del edificio de 30 m, así relaciona el punto inicial con el final de la gráfica, usa los números enteros para explicar la

altura de la moneda con respecto al nivel de la tierra, y por lo anterior, se puede llegar a pensar que confunde la gráfica con el dibujo del movimiento que la moneda realiza.

De igual manera que en la anterior descripción, se evidencian los dos puntos extremos.

Se visualiza omisión de intervalos.

Gráfica	Descripción de situación cotidiana
	<p>Un automóvil recorre 60 metros en 2 segundos, se detiene durante otros 2 segundos, se devuelve hasta el punto inicial retrocediendo 90 m, estando 30 metros del punto inicial pero en sentido contrario al que arrancó.</p> <p>(30 m/s) (0 m/s)</p>

Figura 6. Solución propuesta por el estudiante 6 a la actividad fase 1

Establecimiento de la forma En la Figura 6, de igual forma que en la anterior respuesta, se evidencia la elección de las dos variables que son representadas en la gráfica.

Sustenta según la naturaleza de la velocidad involucrada allí (vector) cuando dice el retroceso pero en sentido contrario al que arrancó. También se observa que no sólo menciona los puntos extremos sino que además hace un conteo de lo que avanza o retrocede por cada intervalo.

Por otro lado, el estudiante no omite intervalos ni confunde la gráfica con el dibujo del movimiento del automóvil.

Respuesta verbal estudiante *“Estudiante: Pues yo voy a explicarlo, pues con respecto a la gráfica, yo me había dado cuenta que ascendía, después se mantenía y luego disminuía, entonces pues yo lo relacioné con la práctica de trote de algún atleta, de su rutina de velocidad... entonces más que la distancia que recorre y el tiempo en el que va, es como las velocidades, entonces al iniciar*

	<p><i>la carrera el comienza a subir su velocidad gradualmente y luego se mantiene y pues con el tiempo y el agotamiento pues su velocidad comienza a disminuir hasta tal punto en que el cuerpo ya ha gastado sus energías y requiere más, por eso es que se muestra que la gráfica va hasta menos 30... Pues ese fue como el análisis que yo hice”</i></p>
<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>Aunque en esta respuesta no se evidencian las unidades de las variables, sí se evidencia el nombre de ellas. Aunque decide omitir las variables involucradas y cambiarlas en un primer instante por velocidad y luego por reservas de energía del cuerpo de un corredor.</p> <p>Menciona solo uno de los puntos extremos de la gráfica y no hace omisiones de intervalos, es más, describe de manera muy sencilla el comportamiento de cada uno de ellos: “...ascendía,... se mantenía y disminuía...”.</p> <p>Aunque en la descripción comete imprecisiones, es de rescatar que no hace alusión a la gráfica como si fuese un dibujo.</p>
<p>Respuesta verbal de otro estudiante</p>	<p><i>“Estudiante 1: Sí, pues yo lo voy a explicar, no lo voy a leer, pues es como un helicóptero que se para en un punto cero cualquiera, pero no es como él como encima de la línea o por debajo sino más como la distancia, entonces pues el helicóptero avanza 60 metros, en 2 segundos se queda quieto y pues con una velocidad de 30 metros por segundo, después de los 2 segundos, en el segundo dos se queda totalmente quieto por 2 segundos, después una velocidad de 15 metros por segundo... ehh retrocede los otros 60 hasta el origen y con la misma velocidad, retrocede 30 metros de su origen... por eso menos 30”</i></p>
<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En esta respuesta se evidencia no sólo la elección de las dos variables que se grafican en cada eje coordinado sino que también se evidencia la relación entre ellas que es la velocidad cuantificada como una razón de cambio. Así mismo, se observan no solo los valores extremos sino también los otros valores que pueden delimitar más intervalos.</p>

De igual forma, se observa que el estudiante no omite intervalos y que no está observando la gráfica como el dibujo del movimiento del helicóptero.

Tabla 2. Descripciones del establecimiento de la forma de la gráfica de la primera fase

5.1.2. Descripciones de la Conjeturación

La identificación de conjeturas y argumentos se realizó a partir de las transcripciones de las discusiones entre estudiantes, ya que como se evidenció en la tabla 2 anterior, no se observan éstas en la escritura de la situación cotidiana.

<p>Parte de la transcripción de la primera fase</p>	<p>...</p> <p>Estudiante 1: Si tenemos un carro ¿sí?, y avanza 60 metros, se queda quieto 2 segundos</p> <p>Estudiante 2: Y luego le toca echar reversa ¿sí?</p> <p>Estudiante 1: No, pues lo que yo miro es que este (señalando el origen de la gráfica) puede ser un punto inicial, y entonces avanza 60 metros, se queda quieto 2 segundos y luego avanza 30 metros del punto inicial</p> <p>...</p> <p>Estudiante 1: Digamos 60 metros sobre sobre... ahh no, pero ahí ¿cómo un helicóptero va a descender 30 metros?</p> <p>Estudiante 2: No no no, son metros de seguir, digamos que yo estoy acá (señalando el punto correspondiente a 4 segundos) y son metros de acá hasta allá (punto final de la gráfica)</p> <p>Estudiante 1: Pero entonces ¿cómo va a llegar menos 30 metros?</p> <p>Estudiante 2: Digamos este es el punto inicial, este es un caso, digamos que va hasta 60 metros luego se queda quieto...</p> <p>Estudiante 1: No pero me refiero en el caso del helicóptero</p> <p>Estudiante 2: Por eso, menos tres metros son treinta alejados de su casa</p> <p>Estudiante 1: Por eso, si este es el nivel de la tierra (señalando el origen) y el helicóptero avanza acá</p> <p>Estudiante 2: No pero no es de altura, es de distancia</p>
--	---

	<p>Estudiante 1: Pero entonces un helicóptero ¿cómo uno lo va a poner?</p> <p>Estudiante 2: Escúcheme un segundo, (al mismo tiempo que habla, dibuja a un lado de la hoja- una casa con algunas flechas, tomando la casa como punto de referencia para avanzar o retroceder-), aquí está la casa, avanza, se queda quieto y retrocede su posición y retrocede menos treinta de la casa.”</p>
<p>Descripción de la posible conjetura</p>	<p>La conjetura sería “el objeto avanza 30 metros del punto inicial” ya que ésta es la afirmación que el estudiante 2 quiere convencer al estudiante 1 y a través de ciertas explicaciones se intenta establecer su valor.</p>

Tabla 3. Descripciones de la conjeturación de la primera fase

5.1.3 Descripciones de la argumentación

Teniendo en cuenta la Tabla 3 anterior, el esquema de Toulmin se vería de la siguiente manera:

Datos: Gráfica y enunciado; ya que éstos se dan de manera explícita y transmiten información.

Garante: Ejemplo de la gráfica dada cuando especifica datos en ella:

“Estudiante 2: No no no, son metros de seguir, digamos que yo estoy acá (señalando el punto correspondiente a 4 segundos) y son metros de acá hasta allá (punto final de la gráfica)”

Además refuerza de una manera un poco más general, al hacer claridad entre la confusión de tomar el eje y como altura siendo que la variable que se representa allí es la distancia. Además con el siguiente garante descarta tomar la gráfica como si fuera el dibujo del movimiento de un objeto.

“Estudiante 2: No pero no es de altura, es de distancia”

Luego vuelve a ser específico, dibujando un ejemplo al lado del enunciado del primer punto:

“Estudiante 2: Escúcheme un segundo, (al mismo tiempo que habla, dibuja una casa, como punto de referencia y unas flechas para indicar avance y retroceso, a un lado de la hoja), aquí está la casa, avanza, se queda quieto y retrocede su posición y retrocede menos treinta de la casa”

Específicamente los garantes serían dos: el primero, es que el eje y representa distancia no altura, lo cual infiere de la gráfica dada y el segundo, es el dibujo de la casa con sus flechas, en donde de manera implícita dice que la casa es un punto

de referencia y que hay un objeto que se mueve “adelante” y “detrás” de esa casa; tomando así la casa como si fuera el eje x de la gráfica dada.

Llegando así a la siguiente conclusión: “el objeto avanza 30 metros del punto inicial”

Por tanto, el esquema de argumentación de Toulmin sería D-G-C, que se lee “Datos, Garante por lo tanto Conclusión” y se representaría como se observa en la Figura 7:

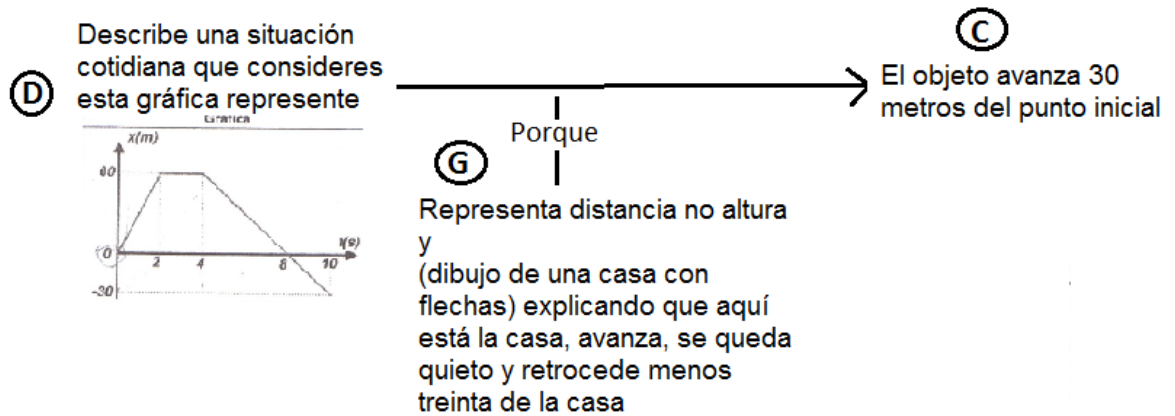


Figura 7: Esquema de argumentación del Estudiante 2 de la fase 1

5.2. Fase 2: Familiarización con el CBR

Esta fase se realizó por grupos de a tres o cuatro personas, asignándoles un color de ping pong a cada uno para que por sorteo se eligiera el orden de participación en la siguiente fase.

Para comenzar esta fase, la instrucción del docente se centró en explicar a través de un ejemplo, el movimiento que realiza delante del sensor y cómo éste es proyectado en la gráfica, además de mencionar aspectos generales del manejo con el CBR. Luego, sugiere que cada grupo pase para que realice por lo menos una imitación y sigan conociendo más aspectos de este sensor de movimiento. Para poder tener evidencia de esta familiarización, luego de esta los estudiantes debían, de manera individual, consignar en la hoja inicial, los aspectos que se deben tener en cuenta para realizar una aproximada imitación de la gráfica, a continuación en la Figura 8, se muestra el segundo punto de la actividad:

2. Ahora responde la siguiente pregunta de acuerdo al manejo del sensor: ¿Qué aspectos debes tener en cuenta para imitar la gráfica?

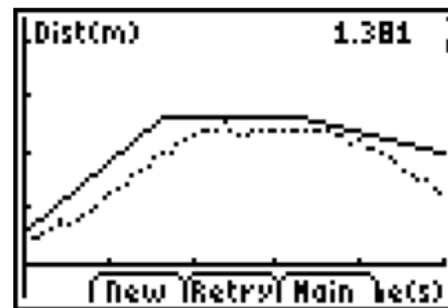
Figura 8. Segundo punto de la actividad

A manera de aclaración, a continuación se presentan las principales características del sensor de movimiento que se utiliza a lo largo de la actividad.

El CBR significa Calculator- Based- Ranger -Figura 9-, el cual explora las relaciones matemáticas: tiempo, distancia y velocidad. Este dispositivo captura, observa y analiza datos de movimiento, éste está conectado a una calculadora TI Voyage 200, la cual en este caso (porque tiene muchas otras funciones) se usa para seleccionar la gráfica a imitar. Se visualiza en línea continua la gráfica a imitar y los puntos son la representación de los datos tomados por el CBR, es decir, los puntos corresponden a la imitación realizada por los estudiantes –ver Figura 10-.



Figura 9. Imagen de CBR



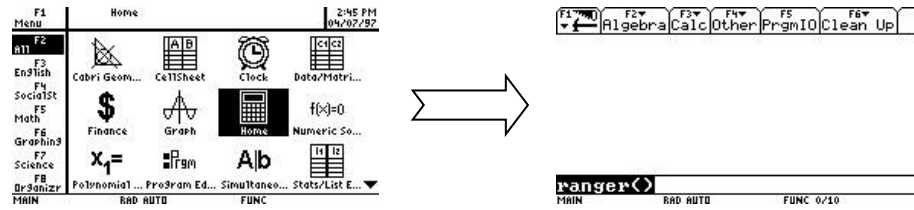
Comparación de Distancia vs. Tiempo

Figura 10. Gráfica de contraste con su imitación

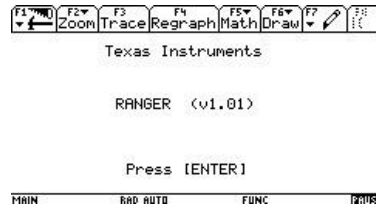
Los pasos que se deben seguir para realizar la imitación de la gráfica que se propone en la calculadora con el CBR, los sintetiza Briceño (2009):

Instrucciones del uso de la calculadora voyage 200 y sensor de movimiento:

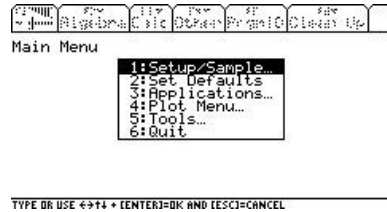
1. Ir al ambiente Home (presione el botón APPS) y escribir Ranger y presione enter



2. Aparecerá el software y su versión presione enter



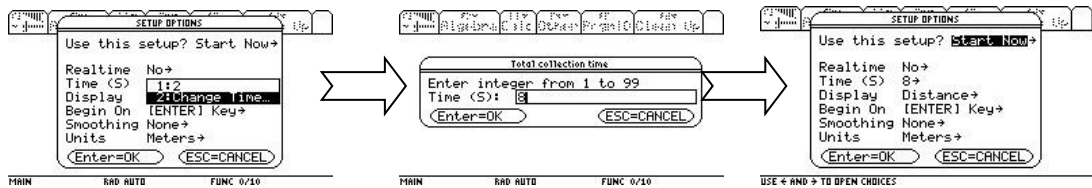
3. Aparece un menú ir a Setup/simple



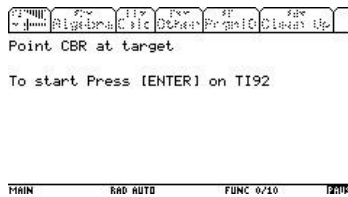
tiene que aparecer las siguientes configuraciones



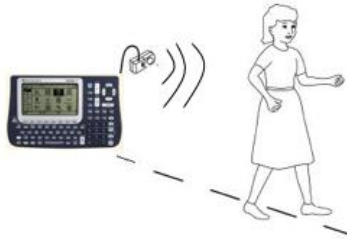
4. Cambiar los tiempos en time(s)



5. Presione enter y tome datos



6. Posicionarse a espaldas del sensor un poco separado, como se muestra en la imagen



p. 4

Sin embargo, el movimiento también se puede realizar de frente al sensor y tener en cuenta de guardar cierta distancia con respecto a éste, ya que el sensor no muestra el movimiento realizado sino una serie de puntos que oscilan y no forman figura alguna.

Por otra parte, las instrucciones anteriormente dadas no fueron las mismas que recibieron los estudiantes, ya que ellos debían descubrir qué se estaba graficando y qué unidades se tomaban en cada uno de los ejes, prácticamente los estudiantes solo realizaban los dos últimos pasos. Por lo anterior, los pasos que se mostraron serán de gran utilidad para aquellos docentes que se interesen en el desarrollo de actividades similares a ésta y tengan poco o nulo conocimiento de uso del sensor.

5.2.1 Descripciones del proceso de graficación

A continuación, se muestran algunas de las respuestas y sus correspondientes descripciones, que tiene relación con los procesos de graficación y que además responden a la pregunta ¿qué debes tener en cuenta para realizar una buena aproximación a la gráfica usando el CBR?

A partir del manejo del sensor obtenemos una gráfica que responde a los movimientos y cambios de un objeto o persona de distancia en un tiempo determinado. Teniendo en cuenta los aspectos a tener en cuenta que se necesitan con la distancia y el tiempo; cabe resaltar que la gráfica no parte desde el punto de origen (0,0), sino que en otra coordenada que representa la distancia.

Figura 11: Solución propuesta por el estudiante3 a la actividad fase 2

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En esta fase, se evidencia –ver Figura 11– la determinación de la variable de cada uno de los ejes: distancia y tiempo; en contraste con la anterior fase, en la que este mismo estudiante, solo evidencia la distancia al mencionar sus unidades: metros.</p> <p>Además, resalta que es importante conocer el punto de corte con el eje y (punto de inicio), ya que aunque tradicionalmente sea (0,0) en este caso no lo es; evidenciando así uno de los puntos extremos de la gráfica de la misma manera como este estudiante lo evidenció en la gráfica de la fase 1.</p> <p>Aunque el estudiante escribe que la gráfica responde a la distancia de una persona u objeto en un tiempo determinado, no especifica cómo puede ser dicha respuesta: si se mueve de la tal forma, la gráfica va representar un intervalo creciente o decreciente; es decir que en la descripción que realiza no especifica el movimiento en sus intervalos, similar a la omisión de intervalos presentada en la anterior fase.</p> <p>Se observa que no se presenta la dificultad al confundir la gráfica como dibujo del movimiento de una persona u objeto, al no mencionar la altura como variable del eje vertical; en contraste con la evidencia de esta dificultad en la anterior fase.</p>
---	--

• la distancia y el tiempo
 • Punto de inicio
 • la relación en tiempo y distancia
 • la rapidez con la que viene descendiendo
 • el tiempo que se queda quieto (si lo hay)

Figura 12: Solución propuesta por el estudiante4 a la actividad fase 2

<p>Establecimiento de forma</p>	<p>En la Figura 12 el estudiante, al igual que en la anterior fase, evidencia el nombre de la variable de cada eje: distancia y tiempo.</p> <p>Así mismo, explicita también uno de los puntos extremos de la gráfica, en este caso el punto de inicio.</p> <p>Sin embargo, en contraste con la omisión de intervalos que hizo este estudiante en la anterior fase, en esta fase evidencia que en algunos de ellos se asciende y otros se descende o incluso que puede quedarse quieto (ser constante).</p> <p>Por otro lado, en esta fase se evidencia que no se presenta la dificultad de tomar la gráfica como un dibujo, al no mencionar la altura como variable del eje vertical, contrario a lo que se mostraba en la anterior fase.</p> <p>Cabe resaltar el hecho de que el estudiante identifica que existe una relación entre las variables que se están representando y que allí se involucra la rapidez.</p>
--	--

Es importante tener el punto de origen para mantener el rango de la gráfica, Rango de distancia del aparato (en este caso el sensor no da para 60 m), hay que tener en cuenta la velocidad del movimiento

Figura 13: Solución propuesta por el estudiante6 en la actividad fase 2

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En esta fase el estudiante6, solo menciona una de las dos variables que se están representando: la</p>
---	---

	<p>distancia –ver Figura 13–, en contraste con la anterior fase donde menciona las dos variables. Tanto en la primera como en la segunda fase se evidencia que se debe tener en cuenta la velocidad del objeto.</p> <p>Así mismo se sigue evidenciando que no confunde la distancia con la atura, por tanto, no confunde la gráfica con un dibujo del movimiento del objeto.</p>
--	--

Tabla 4: Descripciones del establecimiento de la forma de la gráfica de segunda fase

5.2.2 Descripciones de la conjeturación

<p>Parte de la transcripción de la segunda fase</p>	<p>P1: ... ¿qué está sensando ahora?</p> <p>Estudiantes grupo dos: Nada, el aire, el área... ¿cómo para?</p> <p>P1: El para solo, ¿quieren intentar algo? ¿Quieren marcar algo diferente a la distancia? , no sensa más sino la distancia...</p> <p>Estudiante 7: Si usted se queda quieto y...</p> <p>P1: Quédese quieto un tiempo y luego se mueve, a ver cómo se comporta</p> <p>Estudiante 8: ¿Inició?</p> <p>Estudiante 7: No, cuando empiece a parpadear (la luz del sensor)</p> <p>P1: La gráfica no se va a borrar (realizan el movimiento frente al sensor)</p> <p>P1: Miren la gráfica, usted estaba diciendo algo importante, se está acercando se está alejando, miren a ver. Siguiente grupo.</p>
<p>Descripción de la posible conjetura</p>	<p>La posible conjetura sería “el CBR sensa solamente la distancia”, haciendo la salvedad que nosotros solo trabajamos distancia en esta actividad, ya que el CBR puede sensar también velocidad, entre otras magnitudes; además a través de ésta experiencia los estudiantes quieren establecer el valor de dicha afirmación.</p>

Tabla 5: Descripciones de la conjeturación de la segunda fase

5.2.3 Descripciones de la argumentación

Siguiendo el modelo de Toulmin, encontramos los siguientes elementos del modelo argumentativo:

Datos: Ejemplo dado por el profesor, las gráficas que se proyectan en el tablero, una para imitar y la otra su imitación con el CBR.

Ya que de la gráfica se puede inferir información y cuando se realice la imitación usando el CBR, dicha imitación –siguiendo el ejemplo del docente– también se va a evidenciar en la gráfica por medio de puntos, los cuales también aportan información de manera explícita.

Garante: Al dar un ejemplo de movimiento con respecto al CBR

P1: Quédese quieto un tiempo y luego se mueve, a ver cómo se comporta

Luego, los estudiantes son quienes deben establecer la relación existente entre el movimiento realizado y la gráfica resultante

P1: Miren la gráfica, usted estaba diciendo algo importante, se está acercando se está alejando, miren a ver.

Por tanto, específicamente el garante sería que si la persona se acerca, se aleja o se queda quieto con respecto al CBR, así mismo se graficará dicha distancia; el cual se puede inferir por el ejemplo dado del profesor y por el contraste de la gráfica dada y su imitación.

Conclusión: “El CBR sensa solamente la distancia”.

El esquema de Toulmin se muestra en la Figura 14:

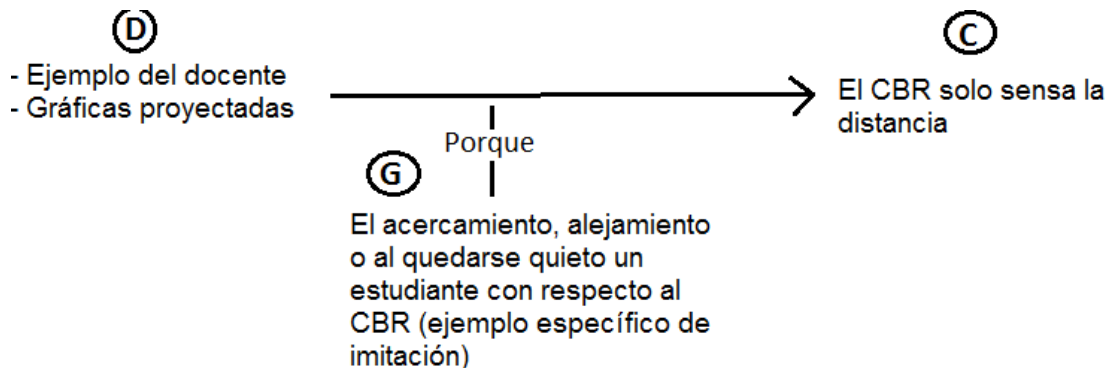


Figura 14: Esquema de argumentación de los estudiantes del grupo rojo fase dos.

5.3. Fase 3: Imitación de gráficas dadas usando el CBR

En esta fase se continuó con grupos de tres o cuatro personas, los mismos formados en la fase 2. En esta parte, por cada grupo, se efectuaron los siguientes pasos:

1. El docente elegía una gráfica en la Calculadora TI Voyage 200 y le decía a los estudiantes que escribieran por grupos, ¿cómo imitarían dicha gráfica usando el sensor de movimiento?, para esta descripción se les dio una hoja por grupos donde se encontraba el espacio para dibujar la gráfica que iban a imitar y el espacio para escribir cómo se imitaría usando el CBR, estos dos espacios aparecían tres veces en la hoja, ya que se imitarían tres gráficas distintas. A

continuación, se muestra –Figura 15– el espacio de la descripción de la imitación previa al uso del sensor:

Observa la gráfica, luego reproducéla en el espacio asignado y por último, describe qué hacer para obtener una aproximación lo más cercana posible.

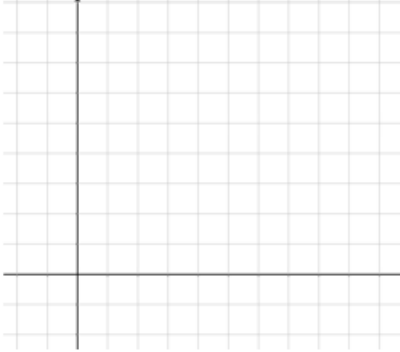
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	

Figura 15. Formato de descripción de imitación de la gráfica antes de usar CBR

2. El docente al azar elegía un color de ping pong, el cual indicaba el grupo que pasaría a imitar la gráfica usando el CBR, para dicha imitación el grupo contaba con 5 minutos, en los cuales podían hacer los intentos, siempre y cuando luego de cada intento realizado, diligenciaran, en grupo, el siguiente formato –Figura 16– que les ayudaría a determinar los aspectos que debían mejorar, ¿cómo mejorarlos? Y ¿por qué creerían que mejorarían dichos aspectos?, dicho formato contenía tres filas iguales, lo cual indicaba que podían realizar hasta tres intentos:

Integrantes: _____

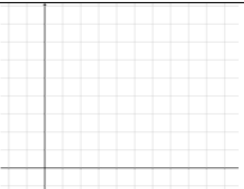
Gráfica y aproximación (sensor)	Aspectos positivos	¿Por qué son positivos?	Aspectos por mejorar	¿Por qué mejorarlos?	¿Cómo los mejorarían?	¿por qué crees que eso daría mejor resultado?
						

Figura 16. Formato de aspectos positivos y por mejorar de cada imitación de la gráfica

3. Dependiendo de las imitaciones que iban surgiendo, el docente respondía a preguntas realizadas por los estudiantes acerca del manejo del CBR más no cómo podrían mejorar su aproximación a la gráfica, así también el docente cuestionaba durante y después de los intentos por el vocabulario que utilizaban, ya que se pretendía que los mismos estudiantes dieran significado a los símbolos de las variables de cada uno de los ejes, a las marcas de cada eje, a los intervalos de tiempo y a muchos otros aspectos que el docente en ningún momento introdujo

sino que ayudó a que los estudiantes argumentaran las concepciones previas o aprendizajes con el CBR, que tenían de éstos.

5.3.1 Descripciones del proceso de graficación

A continuación, en primer lugar se mostrarán las descripciones de movimiento que algunos de los grupos realizaron de la primera gráfica a imitar, luego se mostrarán las imitaciones realizadas para ésta resaltando los aspectos por mejorar y cómo los mejoraron, con el fin de tratar de extraer posibles conjeturas o argumentos. De igual forma se procederá para cada una de las dos siguientes gráficas que se imitaron.

5.3.1.1 Gráfica 1

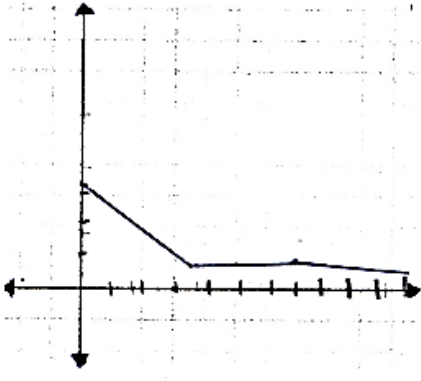
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Primero toca hacer la medición del terreno para saber en que tiempo y que punto exacto moverse (tener posición aproximada)</p> <p>hacer movimientos en el tiempo aproximado</p> <p>Movimientos constantes para poder imitar mas exactamente la gráfica.</p>

Figura 17: Solución dada por el grupo 1 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3

Establecimiento de la forma	<p>En la Figura 17 se evidencia que los discentes dan importancia a la medida de cada una de las variables, cuando mencionan que el tiempo y la posición deben ser exactas, además en la gráfica realizan marcas de divisiones en los ejes, aunque no señalan los valores de cada división.</p> <p>De cierta forma reconocen que cada intervalo se representa como un segmento de recta pero para lograr esto, durante la imitación, el movimiento debe ser constante, aunque no sea explícito.</p>
------------------------------------	---

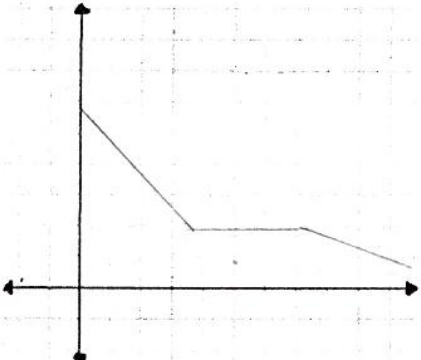
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Apoyador en la calculadora intentamos mover en que momentos se da una aproximación al cambio de distancia y justo ahí decidimos si tenemos que seguir detenerse o retroceder.</p>

Figura 18: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En la respuesta consignada en la Figura 18 el grupo enfatiza en los extremos de cada intervalo, ya que lo asocian tipo de movimiento que se deben realizar: seguir, detenerse o retroceder.</p> <p>En la descripción no se mencionan las variables relacionadas, situación que se repite en la gráfica ya que no etiquetan los ejes. No se evidencia la división de los ejes tal vez porque para ellos son más significantes los puntos que marcan el final de cada intervalo y no la información que aporta la división de los ejes.</p>
---	--

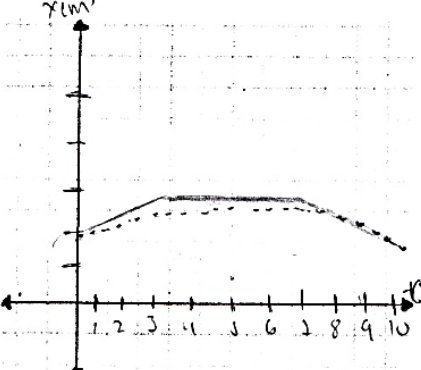
	<p>Nos ayudaremos con las baldosas que miden 30cm. También nos podremos ayudar con un cronómetro para controlar el tiempo y poderlo emitir también con la distancia en metros</p>
---	--

Figura 19: Solución del grupo 3 de estudiantes a la gráfica 1 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En la Figura 19 se observa el uso que le darán a las baldosas y al cronómetro; para medir la distancia y el tiempo, respectivamente.</p> <p>Pero no se evidencia descripción del movimiento por intervalos, sin embargo si los representan en la</p>
---	---

	gráfica, realizando las divisiones de los ejes y escribiendo tanto el nombre como las unidades de cada variable de los ejes.
--	--

Tabla 6: Descripciones del establecimiento de forma de la gráfica 1 en la fase 3

5.3.1.2 Gráfica 2

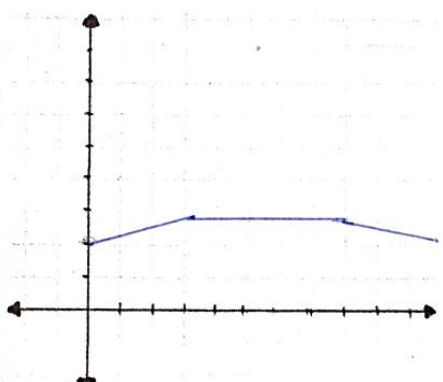
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p><i>No rotos bajaríamos el sensor al suelo para que los movimientos y las velocidades puedan ser más constantes.</i></p> <p><i>hacer una marcación en el suelo para poder tener una exactitud.</i></p>

Figura 20: Solución del grupo 1 de estudiantes a la gráfica 2 en la fase 3

Establecimiento de la forma	<p>Se evidencian en la respuesta consignada en la Figura 20 dos estrategias a implementar, en primer lugar bajar el sensor al suelo para lograr mayor exactitud (lo cual después- en la imitación- se dan cuenta que no funciona), y marcar el suelo, lo cual evidencian que es necesario después de la imitación de la gráfica 1.</p> <p>Sin embargo, en contraste con la primera gráfica, en esta no se mencionan las unidades que se representan ni cómo moverse para imitar cada intervalo.</p> <p>Se muestran pequeñas divisiones de los ejes, aunque no estén etiquetadas, igual que en la anterior gráfica.</p>
------------------------------------	--

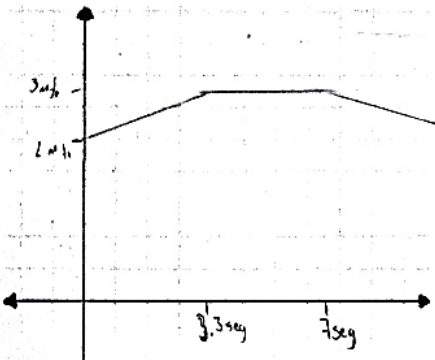
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Nosotros particularmente nos enfocamos en la distancia que hay desde el sensor hasta los metros que se requirieron, esta distancia se mide con las baldosas del salón que miden 30cm^2.</p> <p>Con esta información y a partir de los segundos del recorrido total y entre cada cambio se buscaría una mayor exactitud para representarla.</p>

Figura 21: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 2 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En contraste con la primera gráfica, se evidencian las variables que se representan, además de decir cómo se mide una de ellas, usando las baldosas del salón, sin embargo, las unidades usadas para decir cuánto miden las baldosas son unidades de área. Las baldosas son cuadradas por tanto el lado mide 30 cm.</p> <p>Aunque no se evidencia una escala constante en la división de los ejes, en esta gráfica si se observan los valores extremos de cada intervalo.</p> <p>No se evidencia descripción del movimiento en cada uno de los intervalos.</p>
---	---

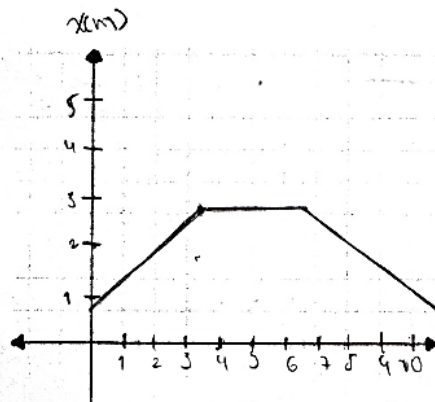
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Podemos aproximarnos primero con la distancia, o sea, marcar en el piso los metros en donde toca parar, en este caso marcamos primero en 2.8 metros, de ahí se mantiene quieto la carpeta o el cuadrado durante 6.5 segundos y ahí se acerca al sensor 2.8 metros durante 4.5 segundos para poder tener aproximación a la gráfica.</p>

Figura 22: Solución dada por el grupo 3 de estudiantes a la gráfica 2 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>Al igual que los anteriores grupos, ven la necesidad de medir la distancia, marcando el piso. Sin embargo, este grupo evidencia una descripción detallada del:</p>
---	---

	<p>punto de inicio, el movimiento correspondiente a cada intervalo (se mantiene quieto, se acerca al sensor...) y el tiempo en el que se debe realizar dicho movimiento (amplitud del intervalo).</p> <p>Cabe resaltar la importancia que tiene para este grupo seguir manejando la división de los ejes y nombrarlos –ver Figura 22–.</p>
--	--

Tabla 7: Descripciones del establecimiento de forma de la gráfica 2 de la fase 3

5.3.1.3 Gráfica 3

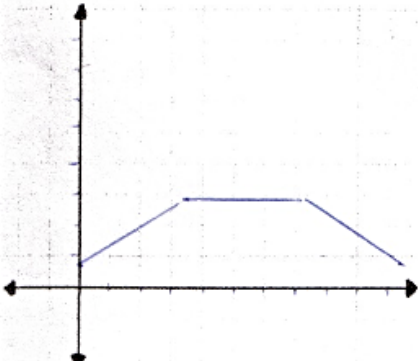
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Noi falló al hacer un experimento de poner el sensor en el suelo pensando que el movimiento iba a ser mejor. Es difícil tener la exactitud de los movimientos constantes. hasta el 4to intento funcionó.</p>

Figura 23: Solución dada por el grupo 1 de estudiantes a la gráfica 3 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>Sobre lo consignado en la Figura 23, la descripción de los estudiantes no hace referencia alguna al movimiento que deben realizar, pero si se observan aspectos que generaron dificultades como poner el sensor en el suelo y tener variaciones de velocidad en el movimiento, ya que no resulta constante éste.</p> <p>Se observa que por cuestión de tiempo no se diligenció esta parte primero para poder pasar a imitarla, sino que fueron consignadas las apreciaciones de los estudiantes después de dicha imitación.</p> <p>Se siguen evidenciando divisiones de los ejes, sin que se vea la etiqueta de cada uno de ellos.</p>
---	---

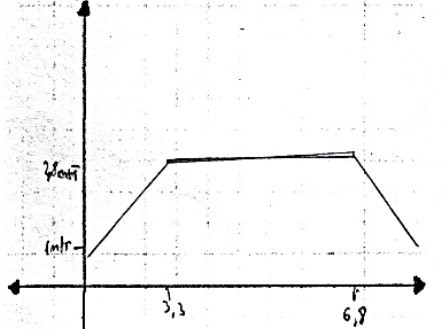
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Al igual que en los ejemplos anteriores, recurrimos a herramientas básicas como la distancia y el tiempo para realizar una gráfica similar. Tendríamos en cuenta los metros a partir de las baldosas del recinto y moveríamos el elemento según el tiempo ya planteado con anterioridad, para alcanzar una mayor precisión.</p>

Figura 24: Solución dada por el grupo 2 de estudiantes a la gráfica 3 de la fase 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>En la Figura 24 se siguen evidenciando los valores extremos de cada intervalo, junto con sus correspondientes unidades (metros).</p> <p>Aunque la intención de este grupo es mencionar las variables involucradas (distancia y tiempo), éstas son llamadas de manera errónea herramientas (serían metro y cronómetro).</p> <p>De nuevo no especifican el movimiento en cada uno de los intervalos.</p>
---	---

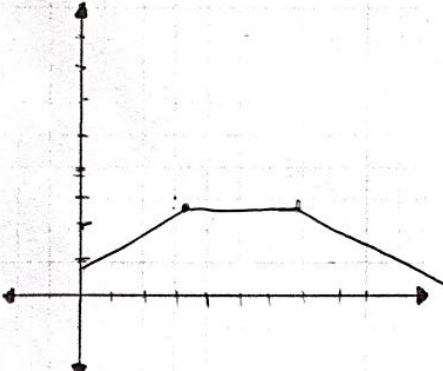
Gráfica	Describe cómo te aproximas a la gráfica
	<p>Puesto que en el piso se han marcado las distancias la mejor forma es calcular lo más posible el tiempo para acercarnos.</p>

Figura 25: Solución dada por el grupo 3 de estudiantes a la gráfica 3 de la actividad 3

<p>Establecimiento de la forma</p>	<p>De nuevo por tiempo y no revisión de este paso, previo a la imitación, no se refleja una descripción del movimiento sino observaciones según lo que han observado de las imitaciones de las otras gráficas.</p>
---	--

	Se continúan observando las divisiones de los ejes, sin que estén etiquetados –ver Figura 25–.
--	--

Tabla 8: Descripciones del establecimiento de la gráfica 3 en la fase 3

5.3.2 Descripciones de conjeturación

Para observar éste y el proceso de argumentación, a continuación se mostrarán los apartes más importantes del proceso de imitación de cada gráfica, revisando tanto el formato de aspectos positivos y para mejorar como las transcripciones de esta fase.

5.3.2.1 Gráfica 1

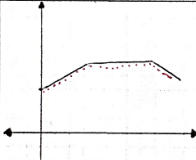
Formato diligenciado y transcripción de la imitación gráfica 1	El grupo que imitó la gráfica escribió lo siguiente:						
	Gráfica y aproximación (sensor)	Aspectos positivos	¿Por qué son positivos?	Aspectos por mejorar	¿Por qué mejorarlos?	¿Cómo los mejorarían?	¿por qué crees que eso daría mejor resultado?
		✓ tiempo ✓ distancia		precisión en el tiempo, constancia en el movimiento	para ser más exactos	constancia en el movimiento	Porque ese fue el único aspecto que no se tuvo en cuenta. (constancia de movimiento)
	Figura 26: Diligenciamiento formato aspectos positivos y por mejorar gráfica 1						
	Y la opinión de otro grupo que presenció la imitación es:						
	P1: ... Ok, algo que ustedes hayan visto que hicieron mal y consideran que podrían mejorar						
	Estudiante 2: Cuando bajan en la última parte de la gráfica deben caminar más uniforme porque como esto es una recta, no es como una curva, entonces el movimiento es constante y debe moverse constantemente						
	P1: O sea que el movimiento que ellos hicieron...						
	Estudiante 2: Es una velocidad constante						
	P1: ¿Qué te hace pensar que no fue una velocidad constante?						
	Estudiante 2: Porque en la gráfica en vez de aparecer una recta aparecen unas curvas, como si en un momento se hubieran movido más rápido que en otro.						
Descripción de la posible conjetura	La conjetura podría ser que “cuando el movimiento no es constante, éste se representará mediante una curva”, ya que es una afirmación que se pretende establecer su valor de verdad.						

Tabla 9: Descripciones de la conjeturación de la gráfica 1 fase 3

5.3.2.2 Gráfica 2

Transcripción	La siguiente es una parte de la transcripción donde se resalta el
----------------------	---

<p>de parte de la imitación de la gráfica 2</p>	<p>proceso de argumentación, el cual se dio posterior a la imitación de la gráfica 2.</p> <p><i>P1: Si lo evaluamos... en general... ¿está más o menos precisa que la anterior?</i></p> <p>Estudiante 2: Más...</p> <p>Estudiante 8: No menos...</p> <p><i>P1: ¿Cómo podríamos evaluar si fue más precisa o menos precisa que la anterior?</i></p> <p>Estudiante11: Por la distancia... porque esta distancia es menor.... (Señalando la distancia entre la línea de la gráfica dada por la calculadora y los puntos del intento)... fue más precisa la anterior porque si era más al ras.... Lo que pasa en la anterior es que se confundió... Sin embargo aquí (señalando una parte del intento) estuvieron cerca, aquí hubo tanto error de tiempo como de distancia</p> <p><i>P1: ¿A qué te refieres con error de tiempo?</i></p> <p>Estudiante 11: O sea se movió más lento y...</p> <p><i>P1: Se movió más lento.... ¿Y eso qué causó?</i></p> <p>Estudiante 11: Pues que se desviara mucho más de la gráfica, en cambio en la primera estuvo más al ras, lo que pasa es que se confundió...pero de no haberse confundido hubiera alcanzado esta más al ras</p> <p><i>P1: Hay diferencia entre la anterior y esta... acuérdense que en la anterior él se aproximaba más a estos puntos....</i></p> <p>Estudiante 4: A esos cambios</p> <p><i>P1: Bueno esos cambios, ¿Esos puntos qué son?</i></p> <p>Estudiante 11: Intervalos</p> <p><i>P1: Esos puntos que significan? Un punto acá o acá (señalando la imitación de la gráfica)... ¿qué significa cada punto?</i></p> <p>Estudiante 11: El punto que se ve es un error, o sea yo lo veo así, si no hay puntos no hay errores...</p> <p><i>P1: ¿Por qué lo escribió sobre la gráfica?</i></p> <p>Estudiante 11: O sea para comparar, hubiésemos contado los puntos que se veían y así podríamos saber la magnitud del error que hubo</p>
<p>Descripción de la posible conjetura</p>	<p>Conjetura: “La precisión de una imitación de la gráfica se mide con la cantidad de puntos que quedan sobre la gráfica”, ya que es la afirmación que se está debatiendo y estableciendo su valor de verdad.</p>

Tabla 10: Descripciones de la conjeturación de la gráfica 2 fase 3

5.3.2.3 Gráfica 3

No se establecieron conjeturas por dos motivos: el primero de ellos es que el tiempo de implementación de la actividad se estaba acabando y los estudiantes ya no escribían los aspectos a mejorar después de cada intento y el segundo motivo, es que los estudiantes ya conocían el manejo del CBR para imitar las gráficas y ya no constituía un problema sino un ejercicio, como se demuestra con la siguiente transcripción de la imitación de la gráfica 3:

Estudiante 3: *Primero es dos coma ocho, baja un metro...*

Estudiante 2: *Va hasta dos coma ocho...*

Estudiante 1: *Es constante*

Estudiante3: *Se queda de tres coma dos segundos a tres coma ocho segundos, y luego baja...*

Estudiante 2: *Tú cronometras y yo lo hago*

Estudiante 3: *Después se queda aquí (señalando un punto en el suelo)*

Estudiante 2: *Por eso ¿eso es la mitad?*

Estudiante 1: *No pues midamos*

Estudiante 3: *Quietos... ya*

(Imitan la gráfica)

5.3.3 Descripciones de argumentación

5.3.3.1 Gráfica 1

Datos: Las dos gráficas proyectadas en el tablero: la que genera para imitar y los puntos que constituyen la imitación y la observación del movimiento realizado; ya que en estas dos gráficas se encuentra información explícita así como también en el movimiento realizado para cada uno de los intervalos

Garante: “Si en un momento se movió más rápido que en otro, la gráfica será una curva”, ya que ésta información se infiere y se establece relación entre los datos.

Estudiante 2: *Porque en la gráfica en vez de aparecer una recta aparecen unas curvas, como si en un momento se hubieran movido más rápido que en otro*

Además, “Si la gráfica es una recta, el movimiento debe ser constante”

Estudiante 2: Cuando bajan en la última parte de la gráfica deben caminar más uniforme porque como esto es una recta, no es como una curva, entonces el movimiento es constante y debe moverse constantemente

Conclusión: “cuando el movimiento no es constante, éste se representará mediante una curva”

Por tanto, el esquema de Toulmin –ver Figura 27– para éste argumento sería:

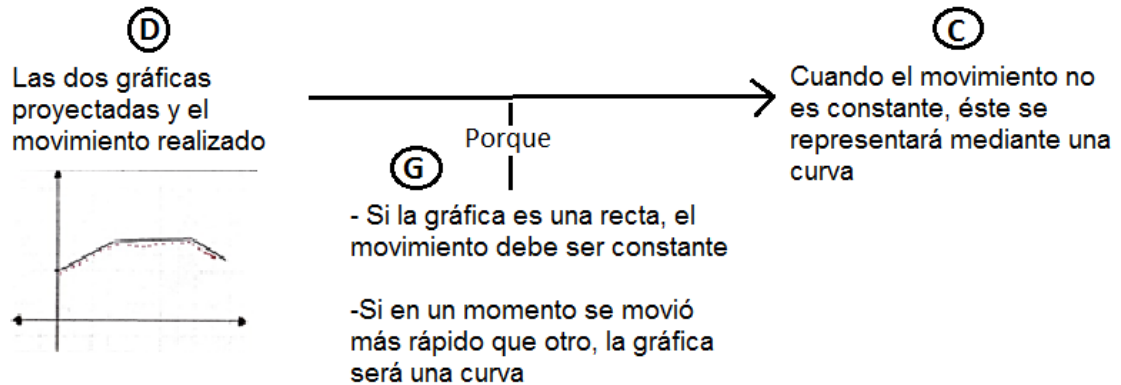


Figura 27: Esquema de argumentación de los estudiantes en imitación gráfica 1 de la fase 3

5.3.3.2 Gráfica 2

Datos: Las dos gráficas proyectadas en el tablero: la gráfica a imitar y su imitación que corresponde a los puntos.

Garante: “Una imitación de gráfica es precisa si la distancia entre la gráfica original y su imitación es menor”

Estudiante11: Por la distancia... porque esta distancia es menor.... (Señalando la distancia entre la línea de la gráfica dada por la calculadora y los puntos del intento)...

Otro garante sería: “La cantidad de puntos que se ven –no coinciden con la gráfica- es la magnitud del error de la imitación de la gráfica”

P1: Esos puntos que significan? Un punto acá o acá (señalando la imitación de la gráfica)... ¿qué significa cada punto?

Estudiante 11: El punto que se ve es un error, o sea yo lo veo así, si no hay puntos no hay errores...

P1: ¿Porque lo escribió sobre la gráfica?

Estudiante 11: O sea para comparar, hubiésemos contado los puntos que se veían y así podríamos saber la magnitud del error que hubo

Conclusión: “La precisión de una imitación de la gráfica se mide con la cantidad de puntos que quedan sobre la gráfica”

El esquema de argumentación según Toulmin se puede apreciar en la siguiente figura:

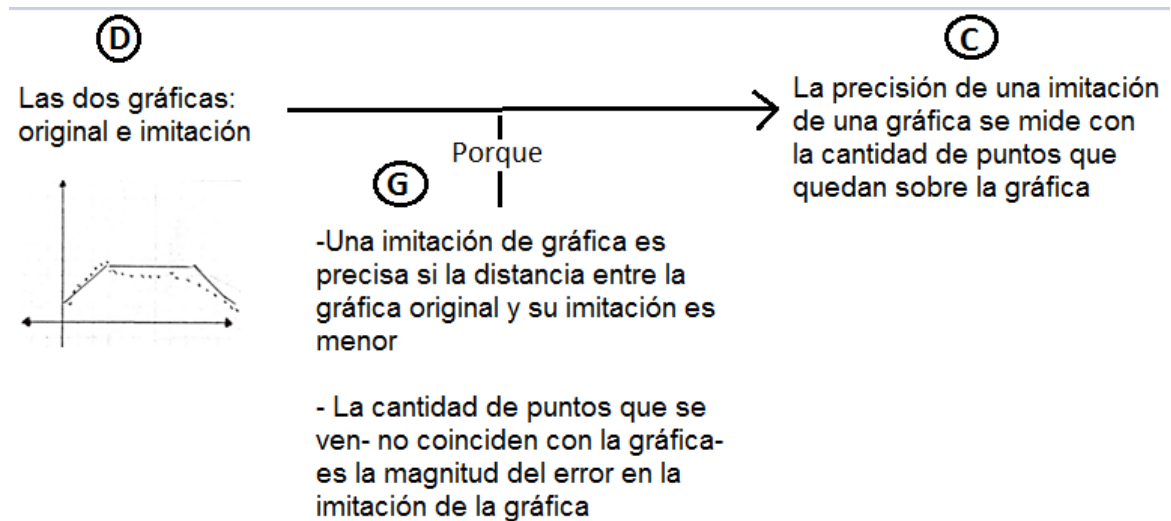


Figura 28: Esquema de argumentación de los estudiantes en imitación gráfica 2 en fase 3

5.3.3.3 Gráfica 3

Por supuesto si no hay conjetura, no hay garantías ni datos que evidenciar.

5.4. Fase 4: Descripción verbal de dos situaciones cotidianas a partir de dos gráficas dadas

Esta fase vuelve a ser de manera individual, ya que por un lado constituye el tercer punto de la hoja entregada inicialmente y además es la parte que se tendrá en cuenta para comparar las conjeturas que realizan los estudiantes acerca del proceso de graficación después de usar el sensor, con respecto a las realizadas en la fase 1, antes de usar el CBR.

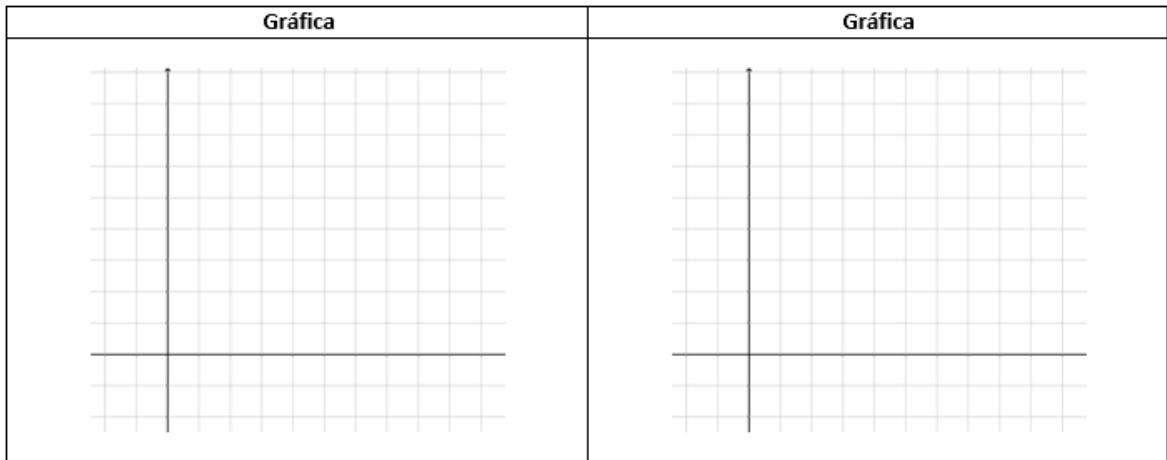


Figura 29. Tercer punto de la actividad

El tercer punto –ver Figura 29– consiste en escribir una situación cotidiana para cada una de las gráficas que solicitadas: la primera es la misma del primer punto – fase 1–, en este caso los estudiantes son libres para elegir si quieren cambiar su descripción o se quedan con la realizada en la primera parte, y la segunda –ver Figura 30– se presentó en el tablero.

Cabe aclarar que en este caso los estudiantes, además de realizar las descripciones, deben realizar las gráficas –de manera individual– lo que nos permite observar qué elementos del proceso de graficación adquieren importancia y cuáles omiten.

Como los estudiantes tenían la posibilidad o no de cambiar la descripción realizada de la primera gráfica, las instrucciones fueron dadas por el docente de manera verbal.



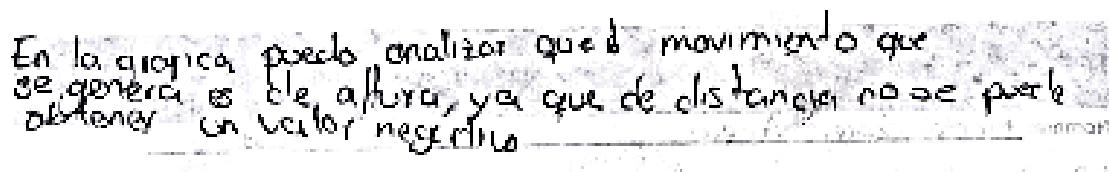
Figura 30. Gráfica representada en el tablero sin cuadrícula

En esta fase no se describirá el proceso de graficación porque las respuestas a esta fase serán comparadas con las de la primera a continuación. Sin embargo, con el ánimo de dar cumplimiento a uno de los objetivos específicos propuestos, a

continuación se compararán las conjeturas y argumentos de los estudiantes realizados antes (descritos en la fase 1) y después (en seguida) del uso de la herramienta tecnológica: CBR.

5.4.1 Comparación de las descripciones de la conjeturación

Aunque la posible conjetura que a continuación se mostrará no la mencionó el estudiante, ésta se puede inferir a partir de la frase, la cual se muestra a continuación, con la cual trata de sustentar el por qué es correcta la descripción de la situación cotidiana que había escrito- lanzamiento de una moneda desde un edificio, ver Figura 5- asociada a la gráfica del primer punto.



En la grafica puedo analizar que el movimiento que se genera es de altura, ya que de distancia no se puede obtener un valor negativo

Figura 31: Frase del estudiante 4 que sustenta la descripción dada en la fase 1

Por tanto, la conjetura sería: “La distancia no puede ser negativa”.

Por lo anterior, aunque la distancia si bien no es un valor negativo sí puede representar una distancia con respecto a un punto fijo, que es realmente lo que significa, lo que conjeturan y argumentan algunos pocos estudiantes desde el principio de la actividad. Sin embargo, muchos otros estudiantes describen al principio de la actividad un ejemplo donde se evidencia altura respecto al tiempo y luego en esta fase 4, incluyen la variación de distancia versus tiempo en la descripción para la segunda gráfica, gracias al trabajo realizado con el CBR.

En esta línea, luego de observar la información recolectada se encontró que las conjeturas que desarrollaban los estudiantes se referían a ¿cómo mejorar la imitación de la gráfica?, en ese sentido aportaron cuestiones tales como si las divisiones del eje horizontal coincidían con segundos o no, si las del eje vertical eran metros; también lo relacionado al movimiento, es decir, si se acercan al sensor, ¿la gráfica se mueve en qué dirección? ¿Avanza o retrocede? ¿Cómo represento con mi cuerpo el intervalo en el que la gráfica se ve constante? Y como es de esperar, la validación de estas conjeturas las da bien sea la lectura apropiada de la gráfica o la interacción con el sensor en repetidas ocasiones.

La producción de conjeturas depende, en muchos casos, de la visualización de muchos ejemplos para buscar que los estudiantes se acerquen correctamente a una generalización, en este caso, la actividad del movimiento les permitió explorar y visualizar pero, ¿qué generalidad podían construir a partir de la imitación de las gráficas? En este sentido, la participación del docente cuestionando a los estudiantes podría repercutir en conjeturas que aportaran otros aspectos

relevantes, por ejemplo, cuando llamar a un intervalo creciente, decreciente o constante.

Siendo así, la producción de conjeturas más elaboradas requiere la participación del docente para guiar la discusión hacia aspectos relevantes y que pueden o no surgir del uso de la tecnología, por ejemplo, cuestionar a los estudiantes acerca de si es correcto o no reinterpretar la distancia como la altura, si para hacer la descripción de las gráficas de las fases 1 y 4 es válido cambiar las etiquetas de los ejes tal como hicieron algunos estudiantes al cambiar la distancia por la velocidad.

5.4.2 Comparación de las descripciones de la argumentación

La producción de conjeturas y argumentos surgieron como respuesta a la discusión entre pares, sin embargo, se debe resaltar que en esta discusión los estudiantes apoyan sus argumentos mayormente sobre los ejemplos presentados en las gráficas y en general en la experiencia obtenida luego de imitar las gráficas. Pocos estudiantes en sus argumentos presentaron teorías más generales que pudieran seguir de garantías para sus afirmaciones. En este sentido, la mayoría de argumentos presentados responden a D,G y *por tanto* C.

Los pocos estudiantes que hicieron uso de conocimientos previos como garantías para llegar a la conclusión pudieron o no hacerlos con o sin la mediación de la actividad del sensor. Mientras que estos garantías surgen de la necesidad de convencer a sus compañeros de determinada situación, en este sentido, la actividad si generó esta necesidad.

5.5. Comparaciones sobre el proceso de graficación

En este apartado del documento se evidencian las diferencias halladas en los procesos de graficación al comparar la producción de los estudiantes en las diferentes fases de la actividad.

5.5.1. Los intervalos

Como resultado de la actividad descrita como fase 1 se encontró que la mayoría de estudiantes cuando hacen la descripción de la gráfica hacen referencia a cada uno de los tres intervalos, salvo dos casos, el primero es el caso del estudiante³ – fue analizado en la sección 5.1.1– y el segundo caso, un estudiante a quien llamaremos estudiante⁵ cuya respuesta puede ser observada en la Figura 32.

Gráfica	Descripción de situación cotidiana
	<p>Se puede considerar que, $x(m)$ es una altura y $t(s)$ es nivel del mar y, la grafica muestra una montaña, con su altura de 60 metros y, cuando esta en el eje $t(s)$ en 8, de ahí para abajo, o sea los negativos, empieza a ser agua, esto quiere decir que, puede volver un lago que mide 30 m de abajo hasta la superficie del lago.</p>

Figura 32. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 1

En este caso el estudiante no hace relación a los intervalos, la posible razón de este hecho es fácil de observar en la respuesta que ofrece el estudiante5, él considera la gráfica como un dibujo; incluso da un significado distinto a los ejes para que su descripción concuerde de manera más acertada.

Este error ha sido señalado anteriormente por Dolores et al. (2009) como una de las dificultades asociadas a los procesos de graficación, la lectura de las descripciones realizadas por los estudiantes en la fase 1 reportó que 7 de los 12 estudiantes incurrían en esta situación, es decir, el 58% de los discentes conciben la gráfica como un dibujo.

En la respuesta que brinda el estudiante5 a la pregunta formulada en la fase 2 – ver Figura 33– encontramos que, en esta ocasión, luego de familiarizarse con el uso del sensor, él hace alusión a la necesidad de tener en cuenta la distancia $x(m)$ y el tiempo $t(x)$ para poder imitar con su movimiento y el sensor la gráfica presentada.

2. Ahora responde la siguiente pregunta de acuerdo al manejo del sensor: ¿Qué aspectos debes tener en cuenta para imitar la gráfica?

Los aspectos que debo tener en cuenta para imitar la grafica es la distancia $x(m)$ y el tiempo $t(s)$.

Figura 33. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 2

De manera individual es de resaltar que en la fase 4 –ver Figura 34–, este estudiante decide cambiar la descripción de la gráfica que realizó en la fase 1. En esta ocasión, el estudiante se apoyó en los intervalos para hacer la descripción, acertada, de las gráficas. Igualmente, se puede evidenciar que en esta ocasión no interpreta las gráficas como simples dibujos, entonces, es de suponer que la

actividad desarrollada con el CBR favoreció este cambio de concepción además de aportar a que este estudiante –no con todos sucede igual– encontrara significado en la lectura de los ejes a las marcas en ellos y sus unidades.

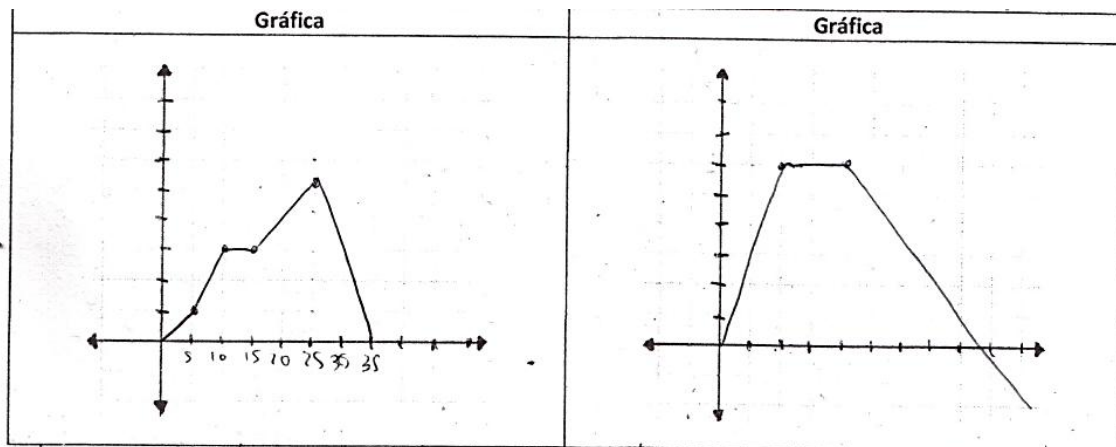
gráfica 1
Un balón lo patean y durante 2 segundos recorre 60m, pasan 2 segundos quieto hasta que otra vez lo patean hacia la persona que lo pateó primero, pero, el balón se pasa 30 metros de esa persona y esto transcurre durante 6 segundos y en total 10 segundos

gráfica 2
Un carro durante 5 segundos recorre 100 metros, los próximos 5 segundos acelera más hasta que lo para un semáforo a los 300 metros, el se más feroz lo detiene 5 segundos, luego arranca y durante 10 segundos recorre 200 metros hasta que regresa a mejor velocidad en 10 segundos

Figura 34. Solución propuesta por el estudiante5 a la actividad fase 4

Se podría pensar que la actividad con el CBR ayuda a los estudiantes a lograr describir las gráficas teniendo en cuenta los intervalos en los que se divide el movimiento, a favor de ello es lo descrito con el estudiante5, sin embargo, se encontró evidencia –la producción de discentes como el estudiante2- quien antes del trabajo con el CBR describe la gráfica haciendo uso de los intervalos y luego del uso del CBR no hace referencia a algún intervalo, la respuesta a la fase 4 puede ser observada en Figura 35.

Desafortunadamente, esta situación se repite con el estudiante7, en la descripción de la gráfica 1 hace referencia a los intervalos, y luego de la actividad con el sensor para la segunda gráfica presentada no usa los intervalos en la descripción. Este caso será analizado con más detalle a continuación.



se tienen dos planetas, uno estatico y el otro movable, se observan las distancias entre ellos en el transcurso de los años. Al año 25, el planeta movable se encuentra a 50000 km del planeta estatico.

se tienen 2 planetas: uno estatico y el otro movable. A los 5 años el planeta movable comienza a alejarse del planeta estatico.

Figura 35. Solución propuesta por el estudiante2 a la actividad momento 4

5.5.2 La gráfica como dibujo

Al revisar la descripción lograda por el estudiante que llamaremos estudiante7, se evidencia que en la gráfica de la fase 1 identificó los intervalos, máximo, mínimo y las unidades de los ejes, hace referencia, en su descripción, a la altura de un objeto lanzado al aire relacionando la altura del objeto con las distancias indicadas en la representación. A pesar de identificar intervalos y unidades de medida la descripción coincide con la concepción de la gráfica como dibujo –ver Figura 36–.

En la fase 2, el estudiante7 señala varios aspectos importantes –ver Figura 37– entre ellos se puede inferir que hace lectura de las unidades de los ejes, es decir sabe que es una gráfica de distancia vs tiempo, incluso hace referencia, como aspecto importante, a la velocidad a la que se mueve el objeto. Se esperaría que luego de su participación con el CBR hiciera explicito lo consignado en la fase 2 durante las descripciones que realizó en la fase 4. Sin embargo, como puede apreciarse en la Figura 38, al realizar las gráficas omite las divisiones de los ejes, lo mismo ocurre con las unidades y en la descripción que realiza de la gráfica 2 nuevamente incurre en asociar la representación gráfica con un dibujo.

Gráfica	Descripción de situación cotidiana
	<p>Un objeto es lanzado desde la playa, justo sobre la superficie del mar, el objeto alcanza como máxima altura 60mts en dos segundos alcanza esta altura, dura al receptor de dos segundos en la misma posición, luego en un tiempo de cuatro segundos llega nuevamente a la superficie marítima y finalmente se hunde hasta 30 mts bajo el nivel del mar, terminando su trayectoria.</p>

Figura 36. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad fase 1

2. Ahora responde la siguiente pregunta de acuerdo al manejo del sensor: ¿Qué aspectos debes tener en cuenta para imitar la gráfica?

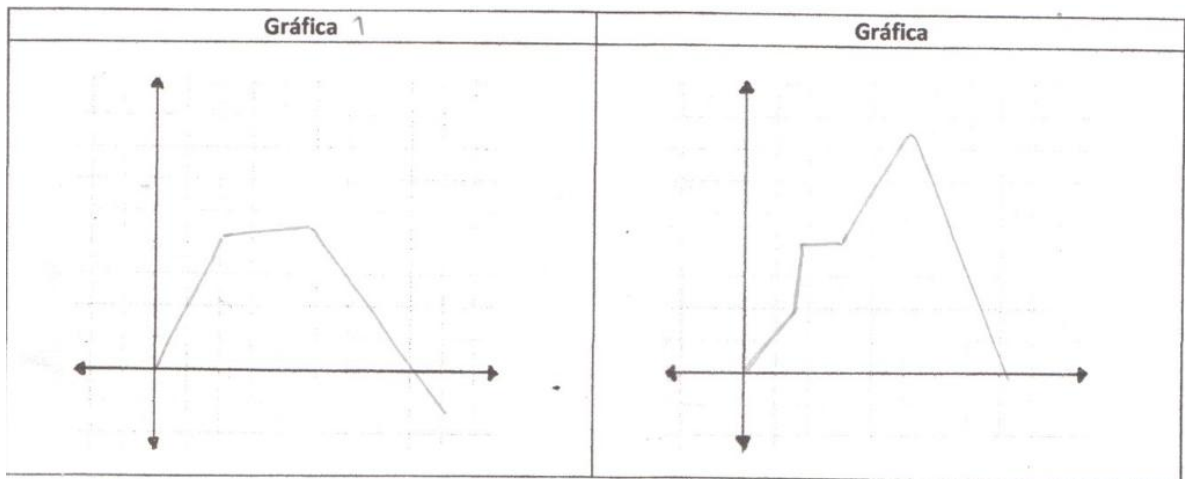
Los aspectos que se deben tener en cuenta para imitar la gráfica son, la distancia de inicio, la velocidad con la que se mueve el objeto hacia el sensor y el tiempo que se demora en el recorrido.

Figura 37. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad fase 2

En la fase 4, el estudiante7 identifica los intervalos, en la gráfica 1 asocia el intervalo creciente con la acción de alejarse del sensor, el intervalo en el que no hay desplazamiento lo asocia con mantenerse constante durante 2 segundos y finalmente, la acción de acercarse al sensor la asocia al intervalo decreciente, dice *se acerca en un lapso de 4 segundos nuevamente hasta llegar al sensor*, omite en su descripción la parte de la gráfica en la que la distancia es negativa.

A pesar de los errores, se nota que el estudiante reconoce el funcionamiento del sensor y lo relaciona de manera correcta con las unidades de distancia y tiempo, sin embargo, la actividad con el sensor no logró reivindicar la importancia de las divisiones y unidades de cada eje del plano, tampoco fue tan impactante para que el estudiante 7 abandonara la concepción de la gráfica como dibujo.

Se había reportado que el 58% de los discentes relacionaban la gráfica como dibujo frente al 33% que lo hacen luego de la actividad con el sensor de movimiento.



1. Un objeto:
- 1) Se aleja del sensor
 - 2) Se mantiene constante 2 segundos
 - 3) Se acerca en un lapso de 4 segundos nuevamente hasta llegar al sensor
- 1 grafica: es correcta se mantiene.
- El movimiento de una mosca para alcanzar una migaja de pan que está al otro lado de una montaña de objetos que obstaculizan su vía. Llega a los 500 m en 25 seg como altura máxima.

Figura 38. Solución propuesta por el estudiante7 a la actividad momento 4

5.5.2. Las divisiones de los ejes

Si bien, los estudiantes no debieron realizar gráficas de manera individual hasta la fase 4, se debe apreciar el hecho que solo el estudiante7 omitiera las divisiones de los ejes, los valores y las etiquetas en las gráficas que realizó.

Seguramente debido a que para este estudiante encuentra más significado en la forma de la gráfica que en los demás elementos que deberían estar presentes en su representación.

6. CONCLUSIONES

6.1 Sobre los objetivos

- En primer lugar, se cumplió con uno de los tres objetivos específicos, el cual consistía en describir los procesos de graficación, conjeturación y argumentación de los estudiantes con respecto a las actividades de matemáticas del movimiento evidenciadas en cuatro fases; donde en cada descripción se mostraban algunas soluciones a los puntos de la actividad dadas por los estudiantes y/o la transcripción de conversaciones ya fuera entre pares (estudiantes) ó entre profesor y estudiantes, con el fin de evidenciar características planteadas en el marco teórico acerca del proceso de graficación y la estructura argumentativa de Toulmin.
- En segundo lugar, se cumplieron los otros dos objetivos específicos relacionados con la comparación de los procesos de graficación, conjeturación y argumentación antes y después del uso de la herramienta tecnológica: CBR; ya que teniendo en cuenta los mismos aspectos señalados en el marco teórico para cada uno de los procesos antes descritos, se estableció una mejora en determinados aspectos y la no influencia de la tecnología en otros, tal vez porque hicieron falta preguntas y un poco más de participación por parte del docente para evidenciar los datos, garantías y conclusiones de los argumentos de manera explícita y para incluir en la descripción de situaciones cotidianas vocabulario matemático conocido pero no recordado por los estudiantes como: intervalo, creciente, decreciente, constante, razón de cambio, entre otras.
- Por lo anterior, se evidencia el cumplimiento del objetivo general, el cual establecía una indagación acerca de cómo las herramientas tecnológicas influían en los procesos de graficación, conjeturación y argumentación de estudiantes de grado décimo del IPN en la realización de actividades de matemáticas del movimiento, al realizar la descripción y comparación de dichos procesos antes y después de usar el CBR.

6.2 Sobre el proceso de graficación

- El trabajo con el sensor de movimiento reporta mejoría en los aspectos considerados sobre los procesos de graficación a excepción de la descripción de las gráficas haciendo uso de los intervalos.
- Es notable que luego de la actividad con el sensor de movimiento para los estudiantes tome importancia las divisiones de los ejes, cuestión que se evidenció en varios momentos, por ejemplo, durante la imitación de las

gráficas, los alumnos detectaron que las divisiones del eje horizontal correspondían con segundos y las del eje vertical, a metros. Situación que aporta para que le den significado a las divisiones cuando hagan lectura de otras gráficas.

- Aunque en menor proporción los estudiantes identificaron y marcaron las etiquetas de los ejes durante la construcción de las gráficas: el horizontal tiempo (s), el vertical distancia (m).
- Se esperaba que los estudiantes, luego de la actividad con el sensor de movimiento, hicieran referencia a intervalos de crecimiento y decrecimiento así como los intervalos en los que la distancia se mantenía constante. Algunos estudiantes hacían referencia a estas situaciones aunque utilizaban palabras relacionadas al contexto –para creciente usaron: *avanza, recorre, sube*; para decreciente usaron: *retrocede, se regresa, se devuelve, baja*; para constante: *se queda quieto, se mantuvo, espera*. En este sentido se debe reconocer que el trabajo con el sensor no fue suficiente para que los estudiantes recordaran términos que conocían y los utilizaran en sus descripciones.
- Algo similar sucedió con las variaciones que encontraron e intentaron describir, algunos estudiantes utilizaban indistintamente cambio de velocidad, de rapidez o de aceleración. Nuevamente se hace necesario que el docente haga la labor de guía.

6.3 Sobre la conjeturación

- La producción de conjeturas depende, en muchos casos, de la visualización de muchos ejemplos para buscar que los estudiantes se acerquen correctamente a una generalización, en este caso, la actividad del movimiento les permitió explorar y visualizar pero, ¿qué generalidad podían construir a partir de la imitación de las gráficas? En este sentido, la participación del docente cuestionando a los estudiantes podría repercutir en conjeturas que aportaran otros aspectos relevantes, por ejemplo, cuando llamar a un intervalo creciente, decreciente o constante.
- La producción de conjeturas más elaboradas requiere la participación del docente para guiar la discusión hacia aspectos relevantes y que pueden o no surgir del uso de la tecnología, por ejemplo, cuestionar a los estudiantes acerca de si es correcto o no reinterpretar la distancia como la altura, si para hacer la descripción de las gráficas de las fases 1 y 4 es válido cambiar las etiquetas de los ejes tal como hicieron algunos estudiantes al cambiar la distancia por la velocidad.

6.4 Sobre la argumentación

- La producción de conjeturas y argumentos surgieron como respuesta a la discusión entre pares, siendo así, en la mayor cantidad se reducen a

presentar las conclusiones apoyadas en algunos datos, pocas veces surgen, en un contexto de discusión entre pares, los garantes que apoyen las conclusiones.

- En la mayoría de ocasiones en necesaria la intervención del docente con preguntas para que los estudiantes expliciten los garantes que apoyan las conclusiones
- Se debe resaltar que los estudiantes apoyan sus argumentos mayormente sobre los ejemplos, en general en la experiencia obtenida luego de imitar las gráficas. Pocos estudiantes en sus argumentos presentaron teorías más generales que pudieran servir de garantes para sus afirmaciones. En este sentido, la mayoría de argumentos presentados responden a D,G y por tanto C. Aunque esta estructura corresponde con la estructura de un argumento válido según el modelo argumentativo de Toulmin.
- Los pocos estudiantes que hicieron uso de conocimientos previos como garantes para llegar a la conclusión pudieron o no hacerlos con o sin la mediación de la actividad del sensor. Mientras que estos garantes surgen de la necesidad de convencer a sus compañeros de determinada situación, en este sentido, la actividad si generó esta necesidad

6.5 Sobre nuestros aprendizajes

- En el desarrollo de esta actividad se puede afirmar que los estudiantes realizaron actividad matemática, varios de ellos avanzaron en el proceso de graficación gracias a la mediación tecnológica al dar significado a elementos de las gráficas como lo son las divisiones de los ejes, las unidades y etiquetas de los mismos.
- Respecto a la producción y validación de conjeturas, la actividad permitió la generación de conjeturas que fueron fácilmente comprobadas mediante la observación de las gráficas o la interacción con el sensor. Desafortunadamente no se presentaron conjeturas cuya validación fuera un reto para los estudiantes.

6.6 Sobre las sugerencias de aplicación

- Las gráficas además de mostrar relaciones de distancia contra tiempo, también se pueden observar relaciones del tiempo con la velocidad y la aceleración, propiedades del movimiento que se podrían abordar como aplicaciones de la matemática pero así mismo se pueden llevar a la práctica dichas propiedades en clases de física.
- Como se observó en las descripciones de las gráficas en cada uno de los momentos de la actividad, pueden ser estudiados elementos de éstas como son las escalas manejadas en los ejes, la pendiente de funciones que pueden ser lineales o polinomiales (curvas) y los puntos de corte con los ejes, entre otros elementos.
- No solo pueden ser estudiadas las gráficas de funciones constantes o lineales, sino que también se pueden llegar a imitar gráficas de funciones cuadráticas, exponenciales, sinusoidales.

- Teniendo en cuenta que se pueden llegar a manejar diferentes propiedades del movimiento (distancia, velocidad y aceleración) y así mismo imitar diferentes funciones a las lineales, se podría trabajar el análisis matemático de dichas gráficas: realizar procesos de derivación e integración.
- Como la imitación de las gráficas se hace paso a paso, se podría llegar a realizar un estudio estadístico de dicho movimiento, ya que el CBR permite la captura de datos de acuerdo a determinados periodos de tiempo.
- Cabe aclarar que el empleo de herramientas tecnológicas como el CBR, carecen de sentido si se tiene como objetivo la actualización de la labor docente o el simple juego con dichas herramientas. Es por esto, que el aprovechamiento de dicha herramienta, se consigue si se planea el diseño y aplicación de las actividades, teniendo muy en cuenta preguntas que ayuden a desarrollar los procesos de conjeturación y argumentación; como por ejemplo:
 - ¿Qué significan las marcas en los ejes? ¿qué representan?
 - Si en un tramo de la gráfica la pendiente de la recta es positiva, ¿el movimiento sería caminar hacia atrás o hacia adelante? ¿y en un tramo en que la pendiente sea cero?
 - ¿la gráfica arroja información acerca de si se debe realizar un movimiento deprisa o despacio?
 - ¿Se puede realizar otro movimiento que diera como resultado la misma gráfica?
- También se pueden hacer variaciones en cuanto al movimiento del cuerpo de una persona, ya que se podría observar el movimiento de una raqueta manejada por una persona y mirar su variación y relación con la gráfica que arroja si se mueve no sólo la mano sino también el cuerpo. Así mismo, se podría estudiar el lanzamiento de una pelota o bola de billar a través de una superficie plana y variando los ángulos de inclinación y la velocidad de lanzamiento; experimento que puede llegar a aplicarse de manera más frecuente en las clases de física.

REFERENCIAS

- American Psychological Association. (2009). *Publication manual of the American Psychological Association*. (6th Ed.). Washington, DC: American Psychological Association.
- Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio de los profesores. *Educación Matemática*, 24 (2), 9-35. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40525862001.pdf>
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. (Tesis de Doctorado), 540. Universidad de Valencia, España.
- Dolores, C., Chi, A., Canul, E., Cantú, C. & Pastor, C. (2009). De las descripciones verbales a las descripciones gráficas. El caso de la rapidez de la variación en la enseñanza de las matemáticas. *UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 41 -57. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018_008.pdf
- Goizueta, M. (2011). *Interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas de secundaria por parte de un grupo de profesores*. (Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Barcelona). Recuperado de <http://www.uab.cat/servlet/BlobServer?blobtable=Document&blobcol=urldocument&blobheader=application/pdf&blobkey=id&blobwhere=1331797233874&blobnocache=true=>
- Luque, C., Mora, L & Torres, J. (2006). ¿Es posible hacer matemática en el aula? *CIIEC*, 1(1), 69-77.
- MEN. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares, Matemáticas*. Bogotá D.C.: MEN.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá D.C: MEN.
- NCTM. (2000). *National Council of Teachers of Mathematics*. Recuperado de <http://standards.nctm.org/document/chapter6/index.htm>

Santaló, L. (1994). Una nueva caracterización de la enseñanza y del conocimiento matemático escolar. Implicaciones sobre el papel del profesor. *El educador en la enseñanza de la matemática*. San José: EUNED

Soler, N., & Manrique, V. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. *Enseñanza de las ciencias*, 32(2), 191-219.

Suárez, L & Cordero, F. (2010). Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socio epistemológico. *Relime*, 4(2), 318-399.

Toulmin, S. (2007). *Los Usos de la Argumentación*. (M. Morrás, & V. Pineda , Trads.) Barcelona: Península.

ANEXO 1: TRANSCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA ACTIVIDAD

Profesor (P1): ... hay partes individuales y partes grupales, entonces primer y segundo punto son de manera individual, ya les damos las indicaciones para los demás

FASE 1: DESCRIPCIÓN VERBAL DE SITUACIÓN COTIDIANA A PARTIR DE GRÁFICA

(empiezan a observar la gráfica- Ver Figura 3. Primer punto de la actividad- y pensar qué escribir como situación cotidiana)

P1: Van a hacer el primer punto solamente, ya que para el segundo requieren otra cosa, entonces van a resolver el primero, revisen, miren

1:35 – 1:59 (leen el enunciado, algunos empiezan a escribir la situación, otros la comparten con sus compañeros)

Estudiante 1: En el primero, ¿puede ser de cualquier tema?

P1: Sí, tú lo inventas

La discusión de uno de los cuatro grupos realizados, se describe a continuación.

Estudiante 1: Si tenemos un carro ¿sí?, y avanza 60 metros, se queda quieto 2 segundos

Estudiante 2: Y luego le toca echar reversa ¿sí?

Estudiante 1: No, pues lo que yo miro es que este (señalando el origen de la gráfica) puede ser un punto inicial, y entonces avanza 60 metros, se queda quieto 2 segundos y luego avanza 30 metros del punto inicial

Estudiante 2: pero puede ser un carro o puede ser cualquier otra cosa

Estudiante 3: Si pues puede ser un pájaro

Estudiante 1: Lo que ella dijo, puede ser un pájaro que se mueva así (señalando la gráfica del primer punto)

Estudiante 2: No!, un pájaro no, un carro

Estudiante 1: Pues un carro tampoco, o ¿un carro sí? (se queda pensativo) ... no pues depende del pájaro

Estudiante 3: O un helicóptero

Estudiante 1: Pero es que el helicóptero no se puede quedar quieto 2 segundos

Estudiante 2: Y ¿un avión?

Estudiante 1: Pero es que el avión tampoco se queda quieto 2 segundos

Estudiante 3: Un avión no se puede quedar quieto 2 segundos, pero un helicóptero sí

Estudiante 1: Digamos 60 metros sobre sobre... ahh no, pero ahí ¿cómo un helicóptero va a descender 30 metros?

Estudiante 2: No no no, son metros de seguir, digamos que yo estoy acá (señalando el punto correspondiente a 4 segundos) y son metros de acá hasta allá (punto final de la gráfica)

Estudiante 1: Pero entonces cómo va a llegar menos 30 metros

Estudiante 2: Digamos este es el punto inicial, este es un caso, digamos que va hasta 60 metros luego se queda quieto...

Estudiante 1: No pero me refiero en el caso del helicóptero

Estudiante 2: Por eso, menos tres metros son treinta alejados de su casa

Estudiante 1: Por eso, si este es el nivel de la tierra (señalando el origen) y el helicóptero avanza acá

Estudiante 2: No pero no es de altura, es de distancia

Estudiante 1: Pero entonces un helicóptero ¿cómo uno lo va a poner?

Estudiante 2: Escúcheme un segundo, (al mismo tiempo que habla, dibuja a un lado de la hoja), aquí está la casa, avanza, se queda quieto y retrocede su posición y retrocede menos treinta de la casa

Estudiante 1: Pero ¿usted cómo va a descender menos treinta?

Estudiante 2: Es que no está descendiendo

Estudiante 1: (mirando el dibujo) Ahh ya, aquí sería la casa y seguiría así (siguiendo el trazo de la gráfica con el lápiz)... entonces usted hace el del helicóptero y yo hago el de un automóvil

6:47 – 8:03 (escriben la situación antes discutida)

P1: Listo chicos, para continuar entonces... yo vi que varias personas terminaron... dos minuticos más para terminar de escribir la idea y empezamos con la segunda parte.

Estudiante 1: Pero para hallar la velocidad no tocaría dividir...mmm ¿nos tocaría hallar la hipotenusa acá?

Estudiante 2: No, son 60 metros por segundo

Estudiante 1: Ahh no, si si sería así... son 60 metros por 2 segundos, luego cero... y luego 90 con los 10 de acá (señalando los segundos del eje x en el último intervalo)

P1: Bueno muchachos, quisiera que compartieran algo de lo que escribieron... solo cuestión de leer

Estudiante 4: La gráfica muestra una expresión en donde se relaciona el tiempo expresado en segundos de un proyectil lanzado desde el suelo que logra recorrer ciertos metros dependiendo de la fuerza con que se lance... como lo muestra la gráfica, en tan solo dos segundos alcanza una distancia de 60 metros, en los siguientes dos segundos el proyectil se mantiene en esos mismos 60 metros y después empieza su descenso, () pero al estrellarse contra el suelo ()

P1: Tú, ¿quieres compartir?

Estudiante 1: Sí, pues yo lo voy a explicar, no lo voy a leer, pues es como un helicóptero que se para en un punto cero cualquiera, pero no es como él como encima de la línea o por debajo sino más como la distancia, entonces pues el helicóptero avanza 60 metros, en 2 segundos se queda quieto y pues con una velocidad de 30 metros por segundo, después de los 2 segundos, en el segundo dos se queda totalmente quieto por 2 segundos, después una velocidad de 15 metros por segundo... ehh retrocede los otros 60 hasta el origen y con la misma velocidad, retrocede 30 metros de su origen... por eso menos 30

P1: O sea tú lo comparaste con la distancia, una distancia recorrida, ¿alguien más?

Estudiante 5: Un señor estaba jugando con su hijo en la playa, con un balón, al lanzar el balón, al conseguir 2 segundos tiene 60 metros de alto, mantiene por dos segundos más 60 metros de alto, después empieza a descender y cuando llega a

8 segundos de juego, cae al agua y se sumerge a 30 metros en un tiempo de 2 segundos

P1: ok, ¿Alguien más quiere leer?

Estudiante 6: Pues yo voy a explicarlo, pues con respecto a la gráfica, yo me había dado cuenta que ascendía, después se mantenía y luego disminuía, entonces pues yo lo relacioné con la práctica de trote de algún atleta, de su rutina de velocidad... entonces más que la distancia que recorre y el tiempo en el que va, es como las velocidades, entonces al iniciar la carrera el comienza a subir su velocidad gradualmente y luego se mantiene y pues con el tiempo y el agotamiento pues su velocidad comienza a disminuir hasta tal punto en que el cuerpo ya ha gastado sus energías y requiere más, por eso es que se muestra que la gráfica va hasta menos 30... Pues ese fue como el análisis que yo hice

FASE 2: CONOCIENDO EL CBR

P1: Tu interpretación... bueno, esa era la primera parte, sencilla. Ahora ustedes se estarán preguntado para qué es todo esto (señalando el sensor y la calculadora), esto que está aquí (señalando el sensor) es un sensor de distancia, él mide a qué distancia se encuentra un objeto de él y con esta calculadora vamos a importar los datos y vamos a vernos representados, entonces voy a hacer un ejemplo, quito la gráfica por ahora porque con lo que voy a hacer no les voy a dar pistas de qué es lo que deben hacer, sencillamente quiero que se fijen cómo funciona el aparato, fíjense en lo que yo haga y fíjense cómo se comporta esto después cuando se muestre allí en la gráfica qué es lo que hace (comienza a realizar el movimiento frente al sensor)

No sé si sea tan claro para ustedes, pero el sensor durante ciertos intervalos de tiempo revisa a qué distancia se encuentran los objetos cerca de él... ¿se fijan en esos puntos? (mostrando la gráfica y el movimiento realizado en el tablero mediante el retroproyector)

Estudiantes: Sí

P1: Esos son o corresponden... esas coordenadas al movimiento que yo realicé alejándome o acercándome del sensor... no les puedo decir más, el resto depende de ustedes. Pase por favor grupos de a tres personas, el primer grupo ¿quiénes son? (Sacando un ping pong de un color, se asigna a este grupo) Les toca este color a ustedes. Revisen ahí, familiarícese con el sistema. (explica cómo seleccionar la gráfica en la calculadora para empezar el movimiento frente al sensor)

Esto funciona para todos, como el ecolocalizador de un murciélago, entonces emite señales de audio y al retornar, alcanza a revisar a qué distancia se encuentran los objetos, es el mismo principio, solamente que, pues como es un aparato tecnológico tiene unas limitaciones: a treinta centímetros se vuelve loco, a

treinta o menos ya la calidad de la señal no es buena; su rango óptimo de funcionamiento es entre 30 a 6, 7, 10 metros, entonces miren ustedes, ensayen, tienen derecho a jugar 2 minutos

(primer grupo empieza a realizar el movimiento y cuando terminan) ¿todos alcanzan a observar?

Estudiantes: Sí

(el mismo primer grupo, quisiera realizar varios intentos)

Estudiante 1: Hágle usted, venga le explico cómo

P1: Chicos el tiempo de familiarización es de 2 minutos, ahorita hay unos retos, los retos son para todos ya que la idea no es que haga todo perfecto desde el inicio porque en ese proceso nosotros podemos empezar a detectar cosas,

(dirigiéndose al grupo que hizo el movimiento) muchachos hay un segundo punto –Ver Figura 8-, ya pueden desarrollarlo... acuérdense del color que les corresponde... Siguiendo grupo

(pasa el segundo grupo para realizar el movimiento) Les correspondió el color amarillo

Está listo para realizar el experimento, la gráfica va a cambiar, seguramente, tiene pausa pero cuando yo la quite y le presione Enter, el empieza a funcionar ¿qué está sensando ahora?

Estudiantes grupo dos: Nada, el aire, el área... ¿cómo para?

P1: El para solo, ¿quieren Segundo punto marcar algo diferente a la distancia? , no sensa más sino la distancia...

Estudiante 7: Si usted se queda quieto y...

P1: Quédese quieto un tiempo y luego se mueve, a ver cómo se comporta

Estudiante 8: ¿Inició?

Estudiante 7: No, cuando empiece a parpadear

P1: La gráfica no se va a borrar

(realizan el movimiento frente al sensor)

P1: Miren la gráfica, usted estaba diciendo algo importante, se está acercando se está alejando, miren a ver. Siguiendo grupo.

(pasa el tercer grupo) Su color es el rojo

P1: Ya saben, yo creo que han visto más o menos de qué se trata, entonces el sensor está listo para que lo utilicen

Estudiante 5: Entonces, lo que hay que hacer mirar a qué distancia empezamos, después subir hasta que se mantenga y luego empiece a bajar otra vez... Eso es lo que yo pienso

P1: ¿entendieron?

Estudiantes: pues sí que ella lo mueve...

P1: ¿quién va a manejar esto?

Estudiante 5: ¿Profe esto mide para atrás?

P1: Hacia atrás no, ¿por qué tu pregunta?

Estudiante 5: Por la gráfica del primer punto

(empiezan a realizar el movimiento)

P1: ¿Qué pasó señorita?

Estudiante 5: Que no alcanzaba a ver los punticos bien (refiriéndose a coordenadas de inicio y final de cada intervalo)

P1: Ahh tu esperabas verlos para poder imitar la gráfica...de pronto no es así, tú tienes que pensar cómo hacer el movimiento sin verlos, listo ahora desarrollen el segundo punto. Siguiendo grupo

(pasa el cuarto grupo)

P1: Nuevamente, el sensor de distancia es respecto a esto (cuaderno blanco), si ustedes están con cuestiones de la ropa, entonces puede fallar, entonces va a medir otro objeto. Ustedes verán qué hacen para manejarlo lo más exacto posible. En este momento, fíjense que ya hay un intento hecho, lo borramos y el sistema está listo para empezar el experimento.. ¿listo? Entonces ustedes verán qué hacen. Tienen tiempo y distancia... No importa es un ensayo

Estudiante 9: Me corro y ya ¿sí? Para allá (señalando un punto en el suelo)

(empiezan a realizar el movimiento)

Estudiante 10: ¿esto para solo?

P1: Si. Bueno ¿hay una relación entre lo que hiciste y la gráfica?

Estudiantes grupo cuatro: No...

P1: ¿Seguros que no?. Yo les aseguro que sí

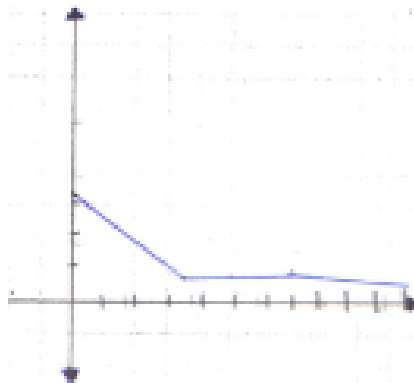
Estudiante 10: Sí porque mira nos movimos así (señalando el intervalo creciente)

Estudiante 9: Pero me devolví muy rápido... ah sí tiene razón

FASE 3: IMITACIÓN DE LAS GRÁFICAS USANDO CBR

P1: Bueno muchachos, entonces, en este momento les voy a indicar en qué consiste la siguiente actividad. Ustedes ya pueden resolver el punto dos. Entonces, ¿qué sucede? Se establecieron grupos, se va a hacer un sorteo para saber cuál es el primer grupo en pasar, yo voy a elegir la gráfica que ese grupo deberá imitar... ahí está la gráfica, ahí están los datos, ustedes basados en su conocimiento y en la experiencia pequeña que tuvieron, deberán aproximarse lo mejor posible a esa gráfica ¿cómo?, no lo sé, ¿qué herramientas tienen que utilizar? No lo sé, ¿fórmulas? Yo creo que ni hacen falta... ustedes verán... no sé, ustedes el objetivo que tienen es imitar la gráfica lo más fiel posible... ¿y cómo? pues obviamente utilizando el sensor.

Estudiante 1: ¿ Esa línea es la que imitamos? (señalando la siguiente gráfica proyectada en el tablero)



P1: Sí señor.

Estudiante 1: y ¿usted la va a cambiar?

P1: Obvio, yo voy a manipular la calculadora para que me arroje otra gráfica y esa gráfica deberá ser la que ustedes van a imitar. Bien, ahora por grupo, sabemos que hay un grupo va a pasar ¿cierto?, pero todos los grupos, por grupos van a llenar una hoja como esta (señalando la que se observa en la Figura 15),

Continúa P1: es decir, ustedes, yo no voy a decir inicialmente quién va a pasar, pero antes de eso tiene que observar la gráfica y reproducirla en el espacio, es un eje coordenado y describir qué debería hacer para reproducir la gráfica lo más fiel posible, o sea todos los grupos va a llenar esto y alguno de los grupos va a pasar a hacerlo y los demás grupos van a estar pendientes porque de lo que ellos hagan, ustedes tendrán que hablar. ¿Si me hago entender? Si ellos lo hicieron

bien, ¿qué hicieron bien?, ¿qué hicieron mal?... entonces terminen el segundo punto mientras miro qué gráfica van a pasar a imitar

P2: Por favor marquen la hoja que les acaban de entregar

P1: Esta es la gráfica que deberá imitar al primer grupo que le corresponda

Estudiante 3: Esto (señalando eje x de la gráfica), ¿cuántas cositas (refiriéndose a marcas) tenía?

P1: No me acuerdo, tocaría que miraras en esta nueva gráfica. De hecho, si hace falta marcarlas, pues las marcas.

(Conversación en uno de los grupos de trabajo):

Estudiante 10: Sube un poquito y se mantiene

Estudiante 11: Luego lentamente, y luego se mantiene

Estudiante 10: Se mantiene y ya

Estudiante 11: Pero se mantiene ¿dónde? Porque es que acá, yo terminé acá y acá está súper lejos.

Estudiante 10: Se mantiene cerca, esta distancia (señalando un intervalo)

Estudiante 1: en tres segundos tengo que bajar a un metro

P1: Muchachos se acabó el tiempo, ¿escribieron ya cómo van a reproducir la gráfica?

(conversación de otro grupo de trabajo)

Estudiante 2: uno, dos, tres, cuatro y cinco segundos (contando las marcas del eje x de la gráfica proyectada en el tablero)

Estudiante 1: ¿cómo sabe que esa marca son segundos?

Estudiante 2: Porque es la línea que manda los pulsos. Profe ¿cierto que éstos (señalando las marcas del eje x) son segundos?

P1: Ahh no sé, ¿qué te hace pensar eso?

Estudiante 2: Pues, yo me acuerdo que eso sonaba más poquito que tantos segundos

P1: ¿qué te hace pensar que esas marcas son segundos?

Estudiante 2: Esto (señalando las letras al lado del eje x)

Estudiante 1: Porque esta es la variable (señalando a t(s))

Estudiante 1: Es 3 y un poquito y 3 y un poquito

P1: Y en la exploración no sabían qué hacer

Estudiante 1: Exactamente

P1: Entonces cuando les toque pasar, no sabrían qué hacer

Estudiante 1: Vamos a poder copiarnos

P1: Muchachos, vamos a interrumpir porque necesitamos continuar, vamos a hacer la rifa a ver quién le toca, ¿quién es el grupo rojo?

Estudiantes grupo rojo: Nosotros

P1: Sigán

Estudiante 5: Y quién cuenta el número de puntos que salen

Estudiante 6: Diego

Estudiante 5: Cronometra... rápido... tu mira ¿cuánto se demora el puntico en llegar a la línea (intervalo constante)?

P1: Muchachos, el grupo que tiene que estar aquí (señalando el espacio para que el grupo imite la gráfica) debe diligenciar esto después de cada intento, de acuerdo al tiempo que empleen, a lo máximo, quiere decir que si se demora mucho solo tendrán un intento, máximo tendrán tres intentos, tienen que diligenciar esto: aspectos positivos, aspectos por mejorar, ¿por qué debe mejorarlos? ¿Cómo lo mejorarían? Y ¿por qué crees que eso daría mejor resultado?, un integrante del equipo debe diligenciarlo. Entonces, (le entrega el formato- Ver Figura 16- que se le presenta al grupo rojo), ¿necesitan esfero? Aquí hay uno. El intento es de ustedes

Estudiante 7: Son tres espera.... Uno, dos, tres, un poquito más de tres

P1: ¿qué estás empelando para medir? ¿La intuición?

Estudiante 7: Sí la intuición... son tres y un poquito ¿cierto?

P1: Les quedan tres minutos para realizar los intentos que alcancen

P2: Los demás grupos deben estar mirando la imitación que está haciendo este grupo, ya que ustedes van a opinar

(empiezan a realizar el intento)

Estudiante 7: ya

P1: Acuérdense que se restaura

Estudiante 7: Pero empezamos bien?... no empezamos en el 3... Ayy

P1: Acuérdate que tienes que registrar la gráfica, acuérdense que deben diligenciar esto antes de hacer el otro intento

Estudiante 7: Profe, ¿lo podemos diligenciar después?

P1: Mm, estos dos aspectos (señalando los positivos) sí, pero estos de aquí para allá, los necesitamos ya

Estudiante 6: Hace la gráfica y el intento con puntos

Estudiante 7: Pero tenemos tres minutos...mmm

Estudiante 6: Entonces para pasar al siguiente intento, tengo que responder estos

P2: Sí, entonces aspectos por mejorar, ¿por qué debe mejorarlos? ¿Cómo lo mejorarían? Y por qué...?

Estudiante 7: La medición del espacio, el tiempo porque nos descachamos un poquito en el tiempo... y ya

Estudiante 6: La distancia y el tiempo mejordicho

P2: Y por qué lo mejorarían?

Estudiante 7: Para ser más exactos, ¿Tienen un metro?

P2: No, pero ustedes pueden crear uno

P1: ¿dónde empezaste?... Él tiene una escuadra

Estudiante 6: ¿cómo lo mejoraría?

P2: Cómo lo mejoraría... cada uno de los aspectos... digamos ¿cómo mejoraría la medición del espacio?...

Estudiante 6: Ehhh

Estudiante 7: Puedo mover esto? (señalando la mesa donde se encuentra el sensor y la calculadora) ¿me ayudas?

P1: No porque mueves toda la referencia...mm ¿hasta dónde lo quieres correrlo? ...ok, corran muchachos (corriendo la mesa). ¿por qué crees que esto te hace tener un mejor intento?

Estudiante 7: Porque me da un número más exacto

P1: ¿cuánto tiene cada baldosa?

Estudiante 7: 30... o sea esto mide 30

Estudiante 6: 30, 60 90...

P1: Mira, ella está empleando una estrategia para mejorar (la estudiante 7, está midiendo en el suelo con una escuadra)

P2: Eso sería cómo mejoraría

Estudiante 6: Sí, herramientas de medición... Y para que el tiempo sea más exacto? Ehh, ¿cómo se mejoraría el tiempo? ¿Con cronómetro?

Estudiante 8: Pues sí, con cronómetro... es que se está viendo la gráfica

P1: Chicos les queda exactamente un minuto

Estudiante 8: Pues en un celular, se pone el cronómetro... Apenas se inicie (refiriéndose al cronómetro)... Se inicia (refiriéndose al movimiento)

Estudiante 7: Pásame algo para marcar en el piso

P1: ¿ustedes ya saben... están mirando lo que están haciendo ellos? ¿qué herramientas están utilizando?

Estudiante 1: Toca escribir lo que hicieron ellos?

P1: No, ustedes cómo lo harían... ustedes ahorita les van a decir a ellos: ¿cómo lo pudieron haber hecho mejor, o si hicieron algo bien para rescatarlo, ustedes tienen derecho a decirle algo al grupo y el grupo poder responder, si es necesario... ¿listo? (dirigiéndose al grupo rojo)... ¿estás lista?

Estudiante 7: Sí

P1: Muchachos ¿registraron eso? (señalando las marcas del piso)

Estudiante 6: Si, ¿tiene celular?

Estudiante 7: Sí... mira donde es un metro... es más o menos en la mitad de esa baldosa

P1: ¿Para qué necesitas saber que es un metro?

Estudiante 7: Para.... Mm... es que lo necesitamos

P1: O sea que tú puedes señalarlo

Estudiante 6: Son tres metros pasados

Estudiante 8: Uno, dos, tres (para empezar a registrar el movimiento)

(imitan la gráfica)

Estudiante 8: Ya (después de unos segundos) ya....despacio!!

P1: Por favor, registra esto en el formato

Estudiante 7: Pero si estuvo casi exacta al final... Si hubiera sido constante, hubiera bajado derecho

P1: Muchachos ¿todos alcanzan a ver?

Estudiante 6: Bajaste muy rápido

P1: ¿Qué fue lo que pasó?

Estudiante 6: Las velocidades

Estudiante 7: Pero ¿cómo miden eso?

P1: ¿Cuáles son las unidades de la velocidad?

Estudiante 7: Pues metros sobre segundo

P1: Tal cual... Gracias chicos... ¿Quiénes son el ping pong rosado? ¿Tienen algo que rescatar de los intentos que hicieron las personas del primer grupo?

Estudiante 2: Le faltó como el tiempo porque en el momento de empezar... la definición no fue constante por eso se ve la variación, pero igualmente hicieron buenas las medidas porque la obtuvieron muy similar

P1: ¿Medidas de qué?

Estudiante 2: La distancia, que digamos que se ve reflejada ahí... la intentaron...

Estudiante 3: La distancia fue muy aproximada

P1: Entre el primer y segundo intento ¿hicieron algo para mejorar que les haya servido?

Estudiantes: Sí

P1: ¿Qué hicieron ellos?

Estudiantes: Medir

P1: ¿Para qué les servía?

Estudiante 2: Para más exactitud

Estudiante 3: Para saber dónde comenzar, dónde parar...

P1: O sea que con eso tenían una distancia más aproximada. Ok, algo que ustedes hayan visto que hicieron mal y consideran que podrían mejorar

Estudiante 2: Cuando bajan en la última parte de la gráfica deben caminar más uniforme porque como esto es una recta no es como una curva, entonces el movimiento es constante y debe moverse constantemente

P1: O sea que el movimiento que ellos hicieron...

Estudiante 2: Es una velocidad constante

P1: ¿Qué te hace pensar que no fue una velocidad constante?

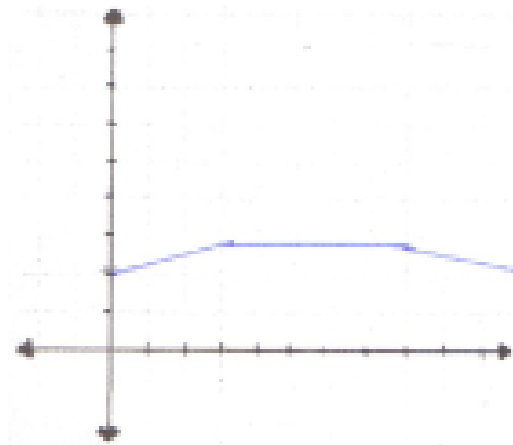
Estudiante 2: Porque en la gráfica en vez de aparecer una recta aparecen unas curvas, como si en un momento se hubieran movido más rápido que en otro

P2: ¿Rapidez y velocidad es lo mismo?

Estudiante 1: No porque la rapidez es una ramificación de la velocidad, la velocidad puede variar en... rapidez es como la lentitud ¿no? O me confundí

Estudiante 8: La velocidad es un vector que tiene dirección, mientras que la rapidez es un valor... la velocidad es un vector y la rapidez no.

P1: Chicos, ésta es la segunda gráfica para imitar, por favor píntenla... ¿está fácil?



Estudiante 1: Está más difícil porque hay que tener más exactitud

P2: ¿Por qué?

Estudiante 2: Es más difícil porque la distancia es más cortica... Nicolás cuente cositos (refiriéndose a las marcas de eje x) ahí

Estudiante 3: Un metro en ... tres y medio segundos

P1: Muchachos... ustedes ¿están diciendo que cuente un metro en tantos segundos? ¿a qué se refieren con eso?

(conversación de uno de los grupos de trabajo)

Estudiante 3: Cambia un metro en 3 y medio segundos

P1: Osea que ustedes confirmaron ya que ¿estas marcas son segundos?

Estudiante 3: Sí

Estudiante 2: Pues tiempo – segundos (señalando t(s))

Estudiante 3: Cuando hicimos la experimentación lo confirmamos

P1: O sea que lo confirmaron mediante el experimento.

Estudiante 3: Y los metros también (x(m))

Estudiante 2: Nicolás cuente los cositos ahí para dibujar

P2: ¿cuáles son los cositos?

Estudiante 4: Las unidades (señalando las marcas del eje x)

Estudiante 3: Se baja medio metro

Estudiante 2: Comienza en dos,

Estudiante 3: ¿cuánto sube?

Estudiante 2: ...sube un metro, toca quedarse quieto cuatro segundos... y se baja medio metro

Estudiante 4: Empieza en dos, a los tres metros y medio, sube a tres, luego se mantiene hasta...

Estudiante 3: Le toca quedarse quieto cuatro segundos

Estudiante 2: ¿Baja medio metro?

Estudiante 3: Dibújala hasta 10 segundos

P1: Pasa el grupo a imitar esta gráfica y recuerden que deben diligenciar este formato (señalando la tabla)

Estudiante 5: Póngale una cinta

P1: ¿quién habló de ponerle una cinta? Póngala... ¿es de este grupo?

Estudiante 5: No

Estudiante 9: Pero... ¿tiene cinta? (dirigiéndose a un compañero)

(50:38- 50:48)

Estudiante 10: Cada baldosa tiene 30 centímetros...

Estudiante 11: Son tres coma cinco segundos en los que tiene que dar ese paso, tiene que empezar acá y tiene que hacer tres punto cinco

Estudiante 9: No sé cómo hacer que se note... ¿tienen marcador?

P1: ¿esa es una marca de cuánto?

Estudiante 9: de 2 metros

Estudiante 10: ¿cuánto es eso profe? (señalando el punto de corte con el eje y)

Estudiante 9: ahí ya van 10, 40 y 10 (señalando las baldosas) ahí va el metro...

P1: Todos están intentando fijarse en las marcas ¿cierto?

Estudiante 11: Ahora toca calcular el tiempo

Estudiante 9: Bueno, el tiempo uno, dos...

Estudiante 10: Vamos a hacerlo con la cartuchera

Estudiante 9: No un cuaderno mejor porque si lo subes un poquito...

Estudiante 10: Pero es un intento fallido

P1: ¿Porque con un cuaderno?

Estudiante 11: Porque es más grande

Estudiante 9: Porque si lo sube demasiado entonces no lo va a copiar

Estudiante 10: Para que lo capte

P1: Van a empezar entonces ¿muchachos?

Estudiante 11: Presteme el celular... tres coma cinco segundos... Vamos a hacer el intento

P1: ¿Qué vas a hacer con el celular?

Estudiante 11: Cronometrar el tiempo que me gasto de acá (señalando punto de inicio) acá (señalando otro punto en la baldosa)

P1: Ahh vas a fijarte en el tiempo ahí.... ¿Y eso te va a servir?

Estudiante 9: Sí... porque... porque sí

Estudiante 11: ¿Cuánto tiempo tenemos?

P1: Ustedes tienen 5 minutos y les queda un minuto

(haciendo la imitación de la gráfica)

P1: ¿Qué pasó?

Estudiante 9: Uy la embarró cuando se devolvió

Estudiante 11: Sí es cuando me devolví y se me olvidó que era constante, que me tenía que quedar ahí cuatro segundos

Estudiante 10: Te devolviste muy rápido...

P1: Acuérdense que para hacer el otro intento deben diligenciar este formato, deben dibujar la que tenían que hacer y el intento que hicieron. Vamos a darles otro intento

Estudiante 8: Ahí se mantiene y baja un poquito... (Cuando están dibujando la gráfica dada en la calculadora) eso ahí

Estudiante 9: Pero ¿cómo nos salió?... con punticos

Estudiante 8: Pero esto (señalando el último intervalo) no salió igualito... y aquí si baja igualito

Estudiante 9: Entonces aspectos positivos... medimos el tiempo y la distancia... ¿por qué son positivas?

Estudiante 8: Porque dio exacto

P1: Si quieren diligencien estas últimas columnas primero, las otras después las diligencian

Estudiante 8: Entonces... aspectos por mejorar

Estudiante 9: La precisión en el tiempo y... constancia en el movimiento

P1: ¿en qué crees que fallaste?... con respecto a la gráfica que obtuviste

Estudiante 11: Ahí se ve un poquito de variación en un momento fui más rápido... digamos en la primera recta en el pasar a los tres coma cero metros más o menos.... Al subir el medio metro no fue constante

P1: Hubo una parte en que fue constante y ¿después qué pasó?

Estudiante 11: En el momento se me olvidó que me tenía que quedarme quieto durante cuatro segundos e hice como así (se movió hacia el sensor) entonces fue la variación en el último...

P1: El último qué... la última qué

Estudiante 11: La última recta, en la que tenía que bajar medio metro

P2: ¿Y qué van a mejorar?

Estudiante 9: El movimiento, la constancia en el movimiento

P2: Pero el movimiento ¿en toda la gráfica o en ciertas partes?

Estudiante 9: En los tres metros...

Estudiante 8: Es que él se confundió y avanzó y se tenía que quedar quieto...

P1: es lo único que tiene que mejorar....

Estudiante 8: Sí

P1: Entonces fue muy preciso... entonces vamos con el último intento de los muchachos

(Realizan el segundo intento)

P1: Si lo evaluamos... en general... ¿está más o menos precisa que la anterior?

Estudiante 2: Más...

Estudiante 8: No menos...

P1: ¿Cómo podríamos evaluar si fue más precisa o menos precisa que la anterior?

Estudiante11: Por la distancia... porque esta distancia es menor.... (Señalando la distancia entre la línea de la gráfica dada por la calculadora y los puntos del intento)... fue más precisa la anterior porque si era más al ras.... Lo que pasa en la anterior es que se confundió... Sin embargo aquí (señalando una parte del intento) estuvieron cerca, aquí hubo tanto error de tiempo como de distancia

P1: ¿A qué te refieres con error de tiempo?

Estudiante 11: O sea se movió más lento y...

P1: Se movió más lento.... ¿Y eso qué causó?

Estudiante 11: Pues que se desviara mucho más de la gráfica, en cambio en la primera estuvo más al ras, lo que pasa es que se confundió...pero de no haberse confundido hubiera alcanzado esta más al ras

P1: Hay diferencia entre la anterior y esta... acuérdense que en la anterior él se aproximaba más a estos puntos....

Estudiante 4: A esos cambios

P1: Bueno esos cambios, ¿Esos puntos qué son?

Estudiante 11: Intervalos

P1: ¿Esos puntos que significan? Un punto acá o acá (señalando la imitación de la gráfica)... ¿qué significa cada punto?

Estudiante 11: El punto que se ve es un error, o sea yo lo veo así, si no hay puntos no hay errores...

P1: ¿Porque lo escribió sobre la gráfica?

Estudiante 11: O sea para comparar, hubiésemos contado los puntos que se veían y así podríamos saber la magnitud del error que hubo

P1: Pero fíjate que acá... la velocidad que tú hablabas anteriormente... que habías variado... ¿aquí qué pasa con esa velocidad?

Estudiante 11: Con la distancia... fue una velocidad constante pero no parecida a la distancia que tenía que llegar

P1: No ... no entiendo porque en la anterior, tú tenías algo así (señalando el intervalo fallido en el anterior intento) ¿si te acuerdas?

Estudiante 11: Ahí fue porque no me quedé quieto... y ahora si se ve la recta porque si estuve quieto

Estudiante 9: Pero no se quedó quieto en los tres metros, sino un poquito más abajo

Estudiante 10: Por ahí dos metros con 80

P1: Ahh entonces ya saben qué podrían mejorar... Grupo azul, dígame un aspecto positivo al grupo que pasó

Estudiante 3: marcaron el piso, para tener más exactitud en la distancia y tener cronómetro

P1: ¿Las herramientas de medición qué les aporta?

Estudiante 10: Más exactitud

P1: Ahora el grupo amarillo, los aspectos por mejorar

Estudiante 6: Pues como lo dijo el profesor pues faltaba un minuto y no habían hecho el primer intento, manejar mejor el tiempo para hacer más intentos, pudieron ser más exactos porque ya sabían qué tenían que hacer y cómo tenían que hacerlo

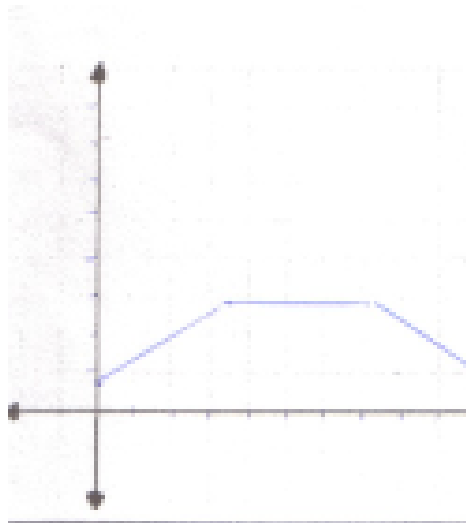
P1: O sea que tu consejo va más en la preparación

Estudiante 6: Sí la ejecución...

P1: ¿Tú crees que la preparación influye en el resultado?

Estudiante 6: Sí, entre más intentos más maña... la práctica hace al maestro, con más intentos se mejorará el resultado

P1: Muchachos la nueva gráfica es esta.



(se acerca un grupo al tablero donde está proyectada la gráfica y empiezan a conversar)

Estudiante 1: Es constante en los tres (refiriéndose a los intervalos)

Estudiante 2: Esto es tres coma cuatro

Estudiante 3: Nooo, es tres lo que pasa es que esas líneas están mal hechas...

Estudiante 2: Espere espere... (trae una escuadra y la pone encima de la gráfica proyectada), cinco centímetros es igual a un metro...

Estudiante 1: Tres y medio...

Estudiante 2: Serían 14 centímetros

Estudiante 3: Un centímetro es un metro...

Estudiante 1: No eso no es un metro

Estudiante 2: Cinco centímetros es igual a un metro...

Estudiante 1: Serían tres quintos

Estudiante 2: Serían treinta centímetros

Estudiante 3: Profe, ¿esto no se puede hacer más grande?

P1: Sí pero se distorsiona mucho la imagen... muchachos, azul les corresponde... acuérdense el tiempo que tienen para los intentos.

Estudiante 4: ¿Desde dónde?

Estudiante 5: Menos de un metro

Estudiante 4: Sube ¿hasta qué?

Estudiante 5: Como hasta dos ochenta

Estudiante 6: Como en la tercera parte

Estudiante 4: Y ¿cuánto se tarda en la primera parte?

Estudiante 5: Tres coma tres...

Estudiante 6: Como tres algo, baja como tres algo

Estudiante 4: ¿Cuántas líneas hay abajo? (refiriéndose al eje x)

Estudiante 6: mmm con la misma velocidad

Estudiante 5: Luego ¿después baja?

Estudiante 6: Como hasta cinco segundos

(bajan el sensor al piso)

P1: Muchachos les quedan dos minutos

Estudiante 5: Tenemos que ser eficaces..

Estudiante 4: Listo hágale...

Estudiante 5: ¿Cuántos segundos la primera parte?

Estudiante 4: Tres punto cinco

Estudiante 5: ¿Dónde es que empezamos?

Estudiante 4: Acá (señalando el suelo)

Estudiante 6: Toca al ras...

P1: Chicos se les va a agotar el tiempo y no van a alcanzar ni un solo intento

Estudiante 6: Uno, dos y tres...

(Imitan la gráfica)

Estudiante 5: Nooo miren eso...

Estudiante 6: Acuérdesse que a menos de 30 centímetros se vuelve loco esa vaina

Estudiante 4: ¿Por qué profe?

P1: No lo sé, no debió haber pasado... Háganlo otra vez

Estudiante 4: No sigue igual

P1: Levántalo (refiriéndose al sensor)

Estudiante 4: Otra vez...

P1: Si ahora sí miren

P2: Entonces sí afecta que hayan bajado el sensor...

Estudiante 4: ¿Por qué?

P2: Tenemos que mirar por qué....¿Qué pasa con los colores también?

Estudiante 4: Entonces subámoslo porque no sirve abajo

P1: No se les olvide que tienen que registrar eso como primer intento

Estudiante 5: Bueno profe

(imitan de nuevo la gráfica)

Estudiante 6: Uich...noo

Estudiante 5: ¿Qué pasa?... inténtalo tú Ana

P1: ¿Qué está pasando?

Estudiante 4: Uno, dos, tres...

Estudiante 5: (Ahora cuentan los segundos en voz alta) uno, dos y en tres ya tienes que estar ahí (señalando un punto en el piso)

Estudiante 5: No muy lento

P1: ¿Qué van a cambiar? ¿Van a hacer lo mismo?

Estudiante 4: Lo que falló fue el tiempo

(hacen otra vez la imitación)

Estudiante 5: Uno, dos, tres (contando segundos en voz alta)

Estudiante 6: Es que tiene el sensor mal acomodado...

Estudiante 4: Tiene que correrlo más en el borde de la mesa

P1: Registren lo que sucedió, cómo sucedió, cuando movieron el sensor, cómo lo movieron... y ahora el grupo que hace falta, imiten esta misma gráfica

Estudiante 2: ¿Y por qué la misma gráfica?

Estudiante 1: Porque el otro grupo falló tres veces

P1: ¿Van a usar el cuaderno?

Estudiante 2: Si

Estudiante 3: Primero es dos coma ocho, baja un metro...

Estudiante 2: Va hasta dos coma ocho...

Estudiante 1: Es constante

Estudiante 3: Se queda de tres coma dos segundos a tres coma ocho segundos, y luego baja...

Estudiante 2: Tú cronometras y yo lo hago

Estudiante 3: Después se queda aquí (señalando un punto en el suelo)

Estudiante 2: Por eso ¿eso es la mitad?

Estudiante 1: No pues midamos

Estudiante 3: Quietos... ya

(imitan la gráfica)

Estudiante 3: ¿Qué hizo?

Estudiante 2: ¿La borró?

Estudiante 1: No le ha dado enter

P2: No, les quedó por debajo de la gráfica

(Imitan de nuevo la gráfica)

Estudiante 3: Bien bien... pare...

Estudiante 2: Uyy bien.... Bueno rápido tenemos que hacerla bien

Estudiante 1: La última vez

Estudiante 2: ¿El tiempo ya?

Estudiante 3: Uno, dos y tres

(Imitan la gráfica)

Estudiante 3: Ya... ya (señalando cuándo moverse y cuándo detenerse)

Estudiante 1: No estuvo mejor la otra

Estudiante 3: Al final fue muy rápido

Estudiante 2: No estuvo mejor esta....

Estudiante 3: Escriba lo que hicimos

P1: Muchachos tomen asiento para terminar de registrar lo que ustedes hicieron y vamos con la última parte....

(El P1 dibuja con marcador la gráfica que se muestra a continuación)

FASE 4: SITUACIONES COTIDIANAS DE DOS GRÁFICAS DADAS

P1: Muchachos la última parte del trabajo, se acuerdan que tenían una hoja personal, en esa hoja personal tiene dos gráficas en la parte final, la primera gráfica es la primera gráfica que vimos, se acuerdan que bajaba hasta menos 30, y la segunda gráfica es ésta (señalando el tablero- Ver Figura 30-), de nuevo intenten describir la situación que pueda ser representada por estas gráficas, la primera gráfica si quieren cambiar algo y la segunda con la que se encuentra en el tablero

P2: La descripción de cada gráfica al respaldo de la hoja

Estudiante 2: Y si no cambia la descripción, ¿no escribo nada?

P1: Si después de todo el experimento que hicimos, tu opinión de la descripción que hiciste de la gráfica es correcta, debes hacerlo saber, debes escribir es correcta.

(Todos realizan la descripción de las gráficas de manera individual)

P1: Alguien ya terminó? Para que lo comparta en voz alta

Estudiante 3: Yo no cambié la primera... en la segunda la hice con un corredor pero sería muy rápido porque recorrería 100 metros en cinco segundos

P1: Muy rápido

Estudiante 3: Sí sería muy rápido, sería como el doble de un Bolt...

Estudiante 2: No... son 10 metros por se...

Estudiante 3: sí porque Bolt recorre 100 metros en 10 segundos, por eso 10 metros por segundo...bueno en este caso el man empieza a correr desde un punto cero y en cinco segundos recorre 100 metros, luego acelera y en otros 5 segundos, recorre otros 200 metros, luego se detiene por 5 segundos y luego en 10 segundos recorre otros 200 metros y al final se devuelve en 10 segundos todo, o sea los 500 metros... o sea un corredor sayayin

P1: ¿Dónde crees que fue más rápido? O sea tu crees que la velocidad...

Estudiante 3: Al final, según como lo evalúe yo, recorre 500 metros en 10 segundos al final

P1: O sea esa es la parte más rápida

Estudiante 3: Pues según mi interpretación sí

P2: Espera, al principio estaban discutiendo algo de un helicóptero por qué entonces ahora un corredor será que en algo influyó el experimento con el sensor

Estudiante 3: No pues uno puede variar el objeto como **uno** quiera, pues dependiendo de la situación uno lo cambia cuando se analiza

Estudiante 7: Pero ¿cómo va a echar reversa 500 metros?

Estudiante 3: Noo

P1: Miremos esta otra descripción

Estudiante 8: Recorre en 5 segundos 100 metros, es posible, luego en 5 segundos recorre 200 metros, es posible, se estrella, (ja ja) y a los 5 segundos recorre otros 200 metros y luego vuelve al punto de inicio en 10 segundos.

P1: ¿Dónde fue más rápido? No me digas que cuando se estrelló

Estudiante 8: En la parte en la que se devuelve

P1: Cuando se regresa es más rápido... ¿no se parece, de pronto cuando va de 5 a 10 segundos?

Estudiante 8: Sí ahí fue más rápido de 5 a 10

P1: ¿Cómo podríamos saber cuándo fue más rápido si de 5 a 10 o de 25 a 35?

Estudiante 8: No porque recorre 500 metros en 10 segundos... recorre 5 en 10... no...de 25 a 35 porque recorre 500 metros en 10 segundos

P1: O sea a una razón de 500 metros en 10 segundos... y la otra era 200 metros en 5 segundos... ¿tú qué decías?

Estudiante 11: Yo digo que va más rápido de 5 a 10 porque a mayor tiempo mayor distancia... en cambio la otra distancia es igual o sea... recorrió dos cuadritos y aumentó dos cuadritos... pues desde acá porque no alcanzo a ver las medidas... o sea es más rápido de 15 a 25

P1: Escuchemos este argumento

Estudiante 3: Es más rápido al final porque de 5 a 10 recorre 200 metros...en 5 segundos... o sea si en 10 segundos recorrería 400 metros si tiene la misma velocidad... pero al final recorre 500 metros en 10 segundos... o sea es más rápido

P1: ¿Para todos es claro el argumento? ¿es válido?

Estudiantes: Sí

Estudiante 3: Su argumento no es debatible... ¿muchachos terminaron?... ¿usted tomó nota de eso... de lo que dijo?

Estudiante 3: No profe no he terminado

P1: Bueno chicos, gracias... ahora sí les recibo todas las hojas.