

**APROXIMACIÓN A LOS SALTOS CON SUSPENSIÓN DEL CUERPO HUMANO A
PARTIR DEL ESTUDIO DE LA TRAYECTORIA GENERADA POR EL CENTRO DE
MASA**

DIEGO ALEJANDRO RODRÍGUEZ TORO

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN FÍSICA

ASESOR

JUAN CARLOS CASTILLO AYALA

**LINEA DE INVESTIGACIÓN 1: ENSEÑANZA DE LA CIENCIA DESDE UNA
PERSPECTIVA CULTURAL**

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

BOGOTÁ D.C.

2022

Tabla de contenido

Tabla de contenido	2
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas	6
INTRODUCCIÓN.....	7
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
OBJETIVOS.....	15
General	15
Específicos	15
JUSTIFICACIÓN	16
METODOLOGIA	18
Tipo de Investigación	18
ANTECEDENTES.....	20
MARCO TEORICO	22
CENTRO DE MASA.....	25
CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA CON UNA DISTRIBUCION PARTICULAR DE MASA	25
EL CENTRO DE MASA DEL CUERPO HUMANO	29
MODELACION GEOMETRICA DEL CUERPO HUMANO	29
Ecuaciones cartesianas para el centro de masa	39
ANÁLISIS DE DATOS.....	45
REFLEXIONES.....	57
CONCLUSIONES.....	58
ANEXOS	59
BIBLIOGRAFIA.....	74

Índice de Figuras

Figura 1. Descripción de la trayectoria. Tomado de blogdefisica.com/trayectoria-y-distancia.html	11
Cambiar la imagen por un salto parabólico, y otra imagen de cambio de configuración del cuerpo humano	11
Figura 2. Punto cero del parkour. Foto propia	12
Figura 3. Suspensión en baloncesto, salto realizado por Michael Jordán. Tomada de: debate.com.mx/deportes/Inolvidable-se-cumplen-30-anos-de-la-famosa-clavada-de-Jordan-20180206-0249.html	13
Figura 4. Centro de masa de un búmeran.....	17
Figura 5. Centro de masa de un búmeran con un resorte en el centro de su cuerpo.	17
Figura 6. Centro de masa o baricentro de una figura geométrica.	26
Figura 7. Un observador viendo un sistema de varias partículas desplazándose.	26
Figura 8. Conjunto de enésimas partículas reducido a una sola.	27
Figura 9. Imagen de los centros de masa del cuerpo humano.....	33
Figura 10. Vista 3D de la primera modelación del cuerpo humano, imagen realizada en SolidWorks.....	34
Figura 11. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.....	35
Figura 12. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.....	37
Figura 13. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.....	38
Figura 14. Salto de precisión de parkour. Foto propia	45
Figura 15. Asociación de los centros de masa de cada figura geométrica con respecto a la parte del cuerpo humano.....	46
Figura 16. Descomposición de un salto de precisión de parkour para el análisis del centro de masa a partir del cambio de forma realizado por el cuerpo humano. Foto propia.....	47
Figura 17. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos.48	
Figura 18. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 23.....	49
Como se observa en los movimientos 1 y 2, es posible establecer una relación entre la posición del centro de masa y el volumen de éste, por lo que los siguientes movimientos se pueden encontrar en los siguientes anexos.	49
Figura 19. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 25.....	50
Figura 20. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 27.....	50

Figura 21. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 29.....	51
Figura 22. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 31.....	51
Figura 23. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 33.....	52
Figura 24. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 35.....	52
Figura 25. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 37.	53
Figura 26. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 39.	53
Figura 27. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 41.	54
Figura 28. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 43.	54
Figura 29. Grafica de seguimiento del centro de masa general de cada movimiento dentro del salto de precisión.....	55
Figura 30 Primera modelación del cuerpo humano en 2d, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.....	59
Figura 31 Vista 2D de la segunda modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.	60
Figura 32 Vista 2D de la tercera modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.	60
Figura 33 Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.	61
Figura 34. Primer movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	61
Figura 35.Segundo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	62
Figura 36. Tercer movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	63
Figura 37. Cuarto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	64
Figura 38. Quinto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	65
Figura 39. Sexto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.....	66

Figura 40. Séptimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	67
Figura 41. Octavo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	68
Figura 42. Noveno movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	69
Figura 43. Décimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	70
Figura 44. Undécimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	71
Figura 45. Duodécimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.	72

Índice de Tablas

Tabla 1. Antecedentes.....	20
Tabla 2. Masas en el cuerpo humano.....	34
Tabla 4. Masas correspondientes a la tercera modelación.....	37
Tabla 5. Masas de la cuarta modelación del cuerpo humano.....	39
Tabla 6. Masas de cada cuerpo con su figura correspondiente y la ecuación de volumen de cada figura.	42
Tabla 7. Relación de movimiento y el anexo.....	49
Tabla 8. Coordenadas correspondientes al centro de masa de cada movimiento de la descomposición del salto de precisión.....	55
Tabla 9. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 21.	61
Tabla 10. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 23.	62
Tabla 11. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 25.	63
Tabla 12. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 27.	64
Tabla 13. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 29.	66
Tabla 14. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 31.	67
Tabla 15. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 33.	68
Tabla 16. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 35.	69
Tabla 17. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 37.	70
Tabla 18. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 39.	71
Tabla 19. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 41.	72
Tabla 20. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 43.	73

INTRODUCCIÓN

El parkour (Deporte que se basa en el desplazamiento del cuerpo humano superando obstáculos desde un punto A hasta un punto B en un intervalo de tiempo corto, teniendo en cuenta que debe existir un desgaste energético leve en comparación con otros tipos de desplazamiento) en los últimos años ha tenido más atención en las personas, debido a la facilidad de comenzar a practicarlo, además del atractivo que presenta por querer llevar el cuerpo más allá de sus límites físicos, pues es un deporte que involucra varios aspectos tanto físicos, como mentales. Además de la gran fascinación por lograr lo imposible como muchos practicantes de este lo mencionan, entre estas cosas “imposibles” se encuentra los saltos parabólicos o también llamados saltos de precisión que se realizan para llegar desde un punto A hasta un punto B.

Ahora bien, estos saltos tienen un atractivo entre los practicantes y sus observadores, cuando los deportistas realizan estos saltos en su punto máximo aparece algo a lo que se llama suspensión aérea, que se trata de que el cuerpo se mantiene en el punto máximo del salto, con el fin de alcanzar distancias horizontales y verticales más grandes.

La física tiene una serie de características establecidas para estos movimientos, pero cuando se hace una observación analítica del comportamiento de estos movimientos a partir de la teoría, el movimiento del cuerpo humano se ajusta a las trayectorias de una partícula, pero por la experiencia es contra intuitivo con la teoría, lo que lleva esta investigación a realizar un análisis de estos movimientos usando como base teórica el centro de masa o centro de gravedad en el cuerpo humano, el cual nos permite reducir cuerpos con formas particulares o cuerpos que pueden generar cambios en su forma a puntos para un análisis más adecuado del movimiento.

El movimiento de los cuerpos extensos como es el cuerpo humano (c.h.), pertenece al cuerpo rígido, pero el c.h. no se puede estudiar de esa forma debido a su configuración, para realizar un estudio del movimiento es necesario considerarlo como un conjunto de cuerpos rígidos acoplados entre sí. Para este análisis modelar el cuerpo es necesario de tal forma que permita usar la teoría del centro de masa para puntualizar cada parte del c.h. posibilitando estudiar el movimiento y el comportamiento de los centros de masa en el espacio con su cambio de forma.

La modelación del cuerpo humano posibilita usar conceptos como el centro de masa para su estudio y análisis, en este texto se analiza uno de los movimientos del parkour en los que se evidencia punto a punto el cambio espacial que tienen las diferentes partes del cuerpo y esto llevando al movimiento en general a percibirse como indiferente a las trayectorias establecidas en la cinemática.

Este documento se divide en tres capítulos, en los cuales se menciona lo siguiente:

Capítulo 1

Consta de la idea principal en la que se basa este trabajo de investigación, además de la problemática en la enseñanza de la teoría del centro de masa usando el cuerpo humano como herramienta para la enseñanza de éste.

La metodología explorativa es el tipo de investigación usado en este documento, pues usar el cuerpo humano como herramienta de enseñanza del centro de masa en el aula es una forma diferente de adquisición de este tema de la física.

Capítulo 2

En este capítulo se hace una explicación formal del centro de masa, lo que permite hacerse una idea de lo que es esta teoría para un cuerpo o un sistema de varios cuerpos. Comprender lo anterior posibilita hablar del centro de masa en el cuerpo humano, pero, para eso, es necesario hacer unas consideraciones pues el cuerpo humano es un sistema complejo debido a que su densidad no es uniforme, no es un cuerpo rígido, solo partes de este, para este análisis es necesario modelar el cuerpo usando cuerpos o figuras conocidas como las geométricas.

Para comprender el cuerpo humano desde las figuras geométricas que se proponen fueron necesarias hacer varias modelaciones, de tal forma que se acercara lo más posible a la forma que tiene el cuerpo humano y esto permite ver el cuerpo humano como cuerpos rígidos acoplados entre sí, realizar eso posibilita ver el cuerpo humano como un sistema de partículas lo que permite usar la teoría del centro de masa y encontrar ese punto de simetría del cuerpo humano, permitiendo realizar análisis de movimiento.

Capítulo 3

Con la ecuación que se encuentra a partir de la modelación del cuerpo humano en el capítulo anterior, es posible analizar los movimientos de las personas a partir de su punto de simetría.

Como ya se ha mencionado, en los saltos de precisión del parkour aparece el punto cero o suspensión en el aire, ese es el movimiento que se analiza en este documento para comprender que sucede con el centro de masa del cuerpo humano cuando se realizan estos movimientos y porque es posible esta suspensión aérea.

Debido al análisis realizado es posible encontrar una gráfica en la cual se muestra lo que sucede con el centro de masa del cuerpo humano y porque es posible para muchos deportistas generar esa experiencia aérea.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El movimiento de los cuerpos es algo que nos rodea en el día a día, por ejemplo, lo encontramos en cuerpos simples como pelotas, hojas de papel, libros entre otros cuerpos con estructuras físicas sencillas, en donde, para su estudio no es necesario realizar cálculos matemáticos complicados. Existen otros cuerpos más complejos que involucran características diferentes como pueden llegar a ser las de una mesa, una balanza, hojas de papel dobladas (papiroflexia) un avión, una moto o una bicicleta. Pero entre estos aparece uno con un grado de complejidad aún mayor, el cuerpo humano. Este cuerpo es en su totalidad una máquina compleja capaz de realizar cosas increíbles, entre ellas el tener la capacidad de transformación.

La cinemática plantea ciertas trayectorias que siguen los cuerpos en sus movimientos, una de ellas es la trayectoria parabólica, la cual sigue una partícula cuando está sujeta a la gravedad; el cuerpo humano o en el movimiento del cuerpo humano es posible observar que al hacer saltos sigue una trayectoria similar a una parábola que difiere de esta dependiendo de las configuraciones que adopte durante el salto, logrando movimientos como aquellos donde pareciera que se mantiene suspendido en el aire luego de un salto, también en los saltos verticales es posible observar este fenómeno de suspensión dependiendo de la configuración que adopte el cuerpo humano durante el salto.

Ahora bien, en los textos de física como, el Serway, el Zemansky o Sears que son los más utilizados, se observa que la descripción de la trayectoria de los cuerpos se hace como si todos los cuerpos fueran un punto, por lo cual las trayectorias siempre serán aquellas definidas por la cinemática, incluso cuando se habla del movimiento de un sistema de partículas se mira la trayectoria del centro de masa que coincide con las trayectorias definidas por la cinemática sin tener en cuenta los efectos que tendría los cambios de configuración del sistema de partículas en dicha trayectoria esta descripción se aplica a cuerpos extensos asumiéndolos como cuerpos rígidos con lo cual no se toma en cuenta los efectos del cambio configuración como los del cuerpo humano.

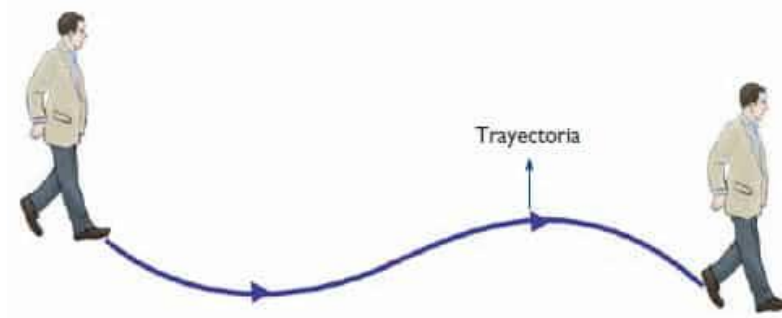


Figura 1. Descripción de la trayectoria. Tomado de blogdefisica.com/trayectoria-y-distancia.html

Cambiar la imagen por un salto parabólico, y otra imagen de cambio de configuración del cuerpo humano

Además, cuando se quiere analizar el movimiento de un cuerpo desde la dinámica, aunque es necesario tener en cuenta su forma, se sigue considerando como un punto que se desplaza en el espacio, sin que éste cambie su forma, tomando como ejemplo un bate o una llave inglesa al ser lanzada genera giro sobre su punto de simetría de masa o centro de masa, es decir se considera como un cuerpo rígido; en general en los textos no se hacen descripciones del movimiento de los cuerpos extensos sin considerarlos como cuerpos rígidos.

Si se piensa en un cuerpo como el cuerpo humano que no se puede considerar en su totalidad como cuerpo rígido es necesario realizar esta misma consideración, ya que al observarlo como un todo se ve que este tiene la capacidad de cambiar su forma, es decir cambiar su configuración, lo que implica desplazamientos y rotaciones de sus diferentes partes; aspecto que lleva a que sea necesario pensar en un análisis diferente, en donde se pueda ver el cuerpo humano como un todo, pero también donde se pueda descomponer en partes, y modelarlo como un conjunto de cuerpo geométricos rígidos que pueden rotar y desplazarse entre sí.

El cuerpo humano puede realizar movimientos como caminar, correr, bailar, saltar, caer, cada uno de estos movimientos tiene asociados otros movimientos. Lo anterior se puede entender de la siguiente forma, cuando una persona salta, necesita flexionar las piernas paralelas entre ellas, inclinar el pecho un poco hacia debajo de tal forma que quede paralelo al suelo; esto permite generar en los músculos una tensión que funcionara como un resorte de extensión comprimido.

Luego el cuerpo ira liberando poco a poco esta tensión cuando las piernas van dejando la flexión, llevando al cuerpo a estar estirado completamente; levantando los brazos y estirados sobre los hombros, formando con todo el cuerpo una línea recta, cabe resaltar que con respecto al suelo el cuerpo puede salir en varios ángulos lo que lleva a diferentes distancias ya sean horizontales o verticales. Esto se determina por medio de la experimentación o acercamiento a este deporte.

Para finalizar el salto el cuerpo volverá a una compresión, flexionando nuevamente las piernas, el torso llevándolo cerca de las piernas y bajando los brazos, esto con el fin de hacer una adecuada recepción en el punto de llegada.

Estos cuerpos, pese a la complejidad de su forma se esperaría que siguieran trayectorias ya establecidas en la cinemática, pero se puede observar que el cuerpo humano pareciera romper con estas trayectorias cuando por ejemplo un jugador de baloncesto salta para encestar la bola en el aro (ver figura 3) o un practicante de parkour salta de un punto A, a un punto B (ver figura 2), estos quedan suspendidos en el punto máximo de altura por un pequeño lapso, alcanzando una distancia mayor ya sea vertical o horizontal.



Figura 2. Punto cero del parkour. Foto propia

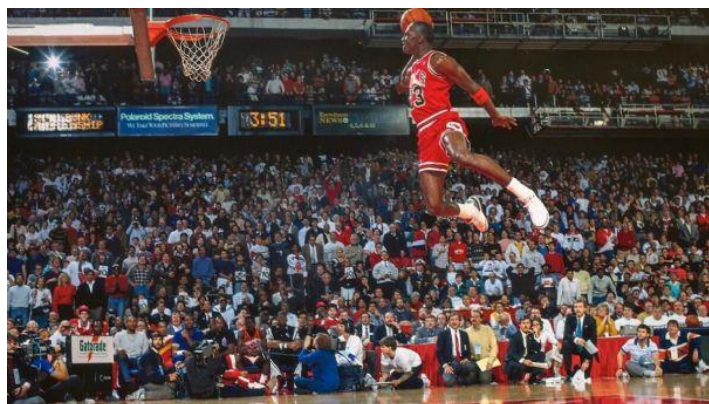


Figura 3. Suspensión en baloncesto, salto realizado por Michael Jordán. Tomada de: debate.com.mx/deportes/Inolvidable-se-cumplen-30-anos-de-la-famosa-clavada-de-Jordan-20180206-0249.html

Para poder analizar este cambio de forma del cuerpo humano es necesario hacerlo desde la teoría del centro de masa, el cual se expresa como el punto de simetría que se suele decir que es la concentración de masa de un cuerpo. Como se mencionó anteriormente se debe analizar el cuerpo como un conjunto de zonas puntuales, estas zonas serán los centros de masa en cada una de las partes del cuerpo.

Al observar esta clase de movimientos que parecieran desviar a la lógica de la cinemática se plantean algunas dudas como lo son ¿qué genera esta clase de movimientos? ¿Cómo el cuerpo humano puede realizar estas proezas?, ahora, teniendo los conocimientos sobre física, se generan otras preguntas como ¿Qué explicaciones desde la física se puede hacer con el cuerpo humano para comprender estos movimientos?

Para la enseñanza de la teoría del centro de masa siempre se habla de cuerpos rígidos, aquellos que no cambian su forma o por lo general cuerpos lo más simétricos posibles, pero otros cuerpos con configuraciones no tan simétricas no son de relevancia para el estudio de este tema.

Por lo general el cuerpo humano no es un objeto de estudio en la física pues otros campos disciplinares, como: la biomecánica, la educación física, algunas ingenierías como la mecatrónica se encargan de realizar estudios de esto, pero, puntualizando en partes específicas pues ver todo el cuerpo es complejo para determinados análisis.

Pero en la física no encontramos un análisis profundo del tema usando como objeto de estudio el cuerpo humano, pues como ya se mencionó se deja a estas disciplinas ese trabajo, olvidando que el cuerpo tiene bastante estudio y análisis de acuerdo a la experiencia o vivencias de las

personas, ya sea el movimiento del cuerpo en general, los fluidos dentro de él y la relación con los externos, la relación con los sistemas aerodinámicos, entre otros aspectos de estudio dentro y en relación con el cuerpo humano.

Sin esta profundidad dentro de la física no es posible enseñar multidisciplinariamente “Compuesto o hecho de varias franjas especializadas del conocimiento, en la búsqueda de un objetivo común” (The Random House College Dictionary, 1975) temas abstractos como el centro de masa a otras personas cercanas o alejadas de esta disciplina, es por lo anterior que se genera una pregunta para la realización de esta investigación:

¿Qué situaciones de estudio posibilitan explicar el movimiento del cuerpo humano, mediante el concepto de centro de masa en cuerpos que pueden variar su configuración, para la enseñanza de la mecánica?

OBJETIVOS

General

Configurar explicaciones acerca del movimiento del cuerpo humano, basadas en el concepto de centro de masa, con el fin de diseñar situaciones de estudio para la enseñanza de la mecánica.

Específicos

1. Realizar un estudio documental acerca del concepto de centro de masa y de las modelaciones del cuerpo humano con el fin de establecer orientaciones para el análisis del movimiento del cuerpo humano basándose en el concepto del centro de masa.
2. Analizar bajo que situaciones los cuerpos pueden cambiar su configuración para que así describan trayectorias diferentes a las propuestas.
3. Establecer como a partir de los centros de masa dinámicos ubicados en las diferentes partes que componen el cuerpo humano, permiten un cambio en la trayectoria del centro de masa general del cuerpo.

JUSTIFICACIÓN

Al realizar una investigación en varios documentos en los cuales se han trabajado relaciones alrededor del centro de masa en figuras con formas particulares como los estables, se encuentra que hablar del centro de masa es pensar en un punto en donde se concentra la masa de un cuerpo tal como lo muestra Calder (1998): *“Cinco delgados discos de aluminio se proyectan en ángulo recto desde cinco alambres, que se mantiene en posición merced al contrapeso de una esfera de madera”*.

Para el centro de masa en el cuerpo humano se realiza la misma idealización de un punto y sobre este se realizan los análisis correspondientes de cinemática y dinámica, y como en muchos textos realizan un análisis cuantitativo de este centro de masa desde lo estático del cuerpo, donde por lo general se analiza como una figura totalmente rígida que se modifica con el tiempo, como lo explica Ferrera (2013):

Por ejemplo, el centro de gravedad del miembro superior se sitúa un poco por debajo del codo, el del miembro inferior ligeramente por encima de la rodilla, y el del tronco a la altura del epigastrio. La posición del CM depende de la geometría del volumen pesado, y si, por ejemplo, el miembro superior está flexionado, su CM saldrá del volumen, por delante del codo.

Otros documentos hacen referencia a que el centro de masa con el movimiento no cambia: *“cada segmento tiene una masa fija concentrada en el centro de masa, la localización del centro de masa permanece fijo durante el movimiento”* (Briceño, 2015), pero cuando se generan las suspensiones de los deportistas (ver figura 2 y figura 3) y lo comparamos inicialmente con cuerpos con una distribución de forma no simétrica desde su centro como un búmeran, este tiene su centro de masa fuera del cuerpo (ver figura 4) pese a ser rígido.

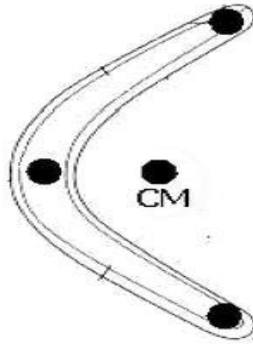


Figura 4. Centro de masa de un búmeran

Pero cuando se piensa en un búmeran que tiene un resorte en el centro su cuerpo, el centro de masa por acción de fuerzas cuando este es lanzado modifica su forma lo que conlleva que su centro de masa cambie (ver figura 5), además esto provoca que la trayectoria que debería describir el búmeran cambie.

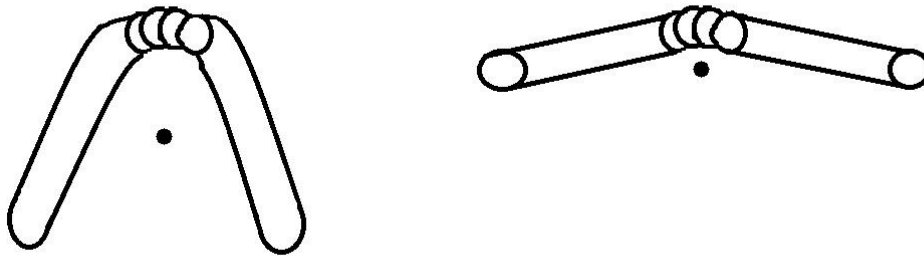


Figura 5. Centro de masa de un búmeran con un resorte en el centro de su cuerpo.

Al realizar una comparación con el ejemplo anterior, y el cuerpo humano, se puede observar que, así como el búmeran que tiene acoplado un resorte en el centro de su cuerpo, el cuerpo humano también genera cambios constantes en su forma por lo que es necesario analizar cómo es que ocurre el cambio del centro de masa de acuerdo con el cambio de forma, de esta manera se puede llegar a comprender como es que ocurren los saltos de suspensión que generan algunos deportistas en sus correspondientes prácticas.

Estas suspensiones generan una fascinación en algunas personas por saber cómo ocurren estos fenómenos observados en deportes como el fútbol o el baloncesto, pues se pueden percibir incluso en el diario vivir. Teniendo los conocimientos sobre lo que ocurre con el centro masa es más sencillo explicar y mostrar como sucede este fenómeno, generando un interés mayor en las personas por aprender de física.

METODOLOGIA

Tipo de Investigación

El tipo de investigación que seguirá este documento es una investigación de tipo exploratoria.

Los estudios exploratorios se realizan cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes. Es decir, cuando la revisión de la literatura reveló que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas.” (Hernández Sampieri, 2014)

Se escoge este tipo de investigación debido a que los estudios sobre el centro de masa en el cuerpo humano son muy pocos, basándose únicamente en los centroides de cuerpos rígidos, aun menos las que se precisan en los saltos en donde aparecen suspensiones, pues en estos casos no se tiene idea de cómo sucede, tan solo se realizan especulaciones de lo que puede generar esta clase de movimientos.

Además, este tipo de metodología es perfecta para investigaciones de este tipo, porque tal y como lo dice Hernández Sampieri (2014) *“Tal sería el caso de investigadores que pretendieran analizar fenómenos desconocidos o novedosos: una enfermedad de reciente aparición, una catástrofe ocurrida en un lugar donde nunca había sucedido algún desastre, etc.”*

Para poder centrar esta investigación se hace precisión en que se va analizar el salto de precisión del parkour. Si no se practica este deporte, o se es un fiel seguidor del mismo, es difícil observar el punto cero o salto con suspensión, es por esto que las investigaciones que trabajan sobre el CM se realizan únicamente colocando el cuerpo humano como un cuerpo rígido en una condición de equilibrio, entonces para ir más allá tendremos que ver el desequilibrio del cuerpo para poder analizar los movimientos que este puede llegar a generar ya que, como lo expresa Ayala (1998): *“por ende, a éste: desequilibrio significa movimiento”*. Lo que nos lleva analizar una serie de situaciones nuevas para la física vistas desde la perspectiva del centro de masa.

“Los estudios exploratorios son como realizar un viaje a un sitio desconocido, del cual no hemos visto ningún documental ni leído ningún libro, sino que simplemente alguien nos hizo un

breve comentario ... Los estudios exploratorios sirven para familiarizarnos con fenómenos relativamente desconocidos, obtener información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa respecto de un contexto particular, indagar nuevos problemas, identificar conceptos o variables promisorias, establecer prioridades para investigaciones futuras, o sugerir afirmaciones y postulados.” (Hernández Sampieri, 2014).

De lo anterior, es posible decir que el cuerpo humano puede ser un objeto de estudio para la física, pues el cuerpo humano es estudiado por otros campos disciplinares, esto permite, que en la física se pueda enseñar usando el cuerpo, en el caso de este documento el centro de masa.

Las fases para esta investigación son:

De acuerdo con la metodología exploratoria, es necesario hacer una revisión de trabajos de grado que permitan tener una base teórica para la sustentación de lo que se propone en esta investigación. De acuerdo con lo anterior, se hace una selección de la problemática de acuerdo con el fundamento teórico encontrado. Esto con lleva a establecer un procedimiento de desarrollo, para esta investigación es necesario realizar una observación constante del movimiento del cuerpo humano, teniendo en cuenta el movimiento que puede generar cada parte del mismo. De acuerdo con la observación realizada es posible establecer un análisis en conjunto con la teoría encontrada y la establecida para el movimiento del cuerpo humano.

ANTECEDENTES

Tabla 1. Antecedentes

Trabajo	Autor	¿Qué planteo?
Introducción a la física a partir del centro de gravedad en el cuerpo humano.	Sandra Milena Briceño	Plantea el centro de gravedad en el cuerpo humano a partir de las diferentes posiciones en las que puede ubicarse, utilizando el método del segmento el cual establece que cada parte del cuerpo funciona como una bisagra y la longitud de este no cambia y finalmente encontrar un punto general en todo el cuerpo el cual es llamado centro de gravedad.
Relación Arte y Ciencia a partir del estudio del equilibrio estático en los móviles y estables de Alexander Calder	Felipe Alberto Paredes Correa	En el desarrollo de este trabajo estuvo dirigido a aportar elementos para establecer una posible relación entre la Ciencia y el Arte, como base se toman los conceptos de centro de gravedad y centro de masa presentes en el estudio del equilibrio estático y las confusiones que se presentan al estudiar estos conceptos como puntos de concentración de la masa y el peso respectivamente.
Postura estática y dinámica durante el embarazo.	Saray Salcedo Ferrera	Desde el punto de vista físico, su esqueleto se transformará y cambiará hasta su forma de andar, pasando por su peso y su volumen, y con ello su centro de masas, un elemento biomecánico responsable de la mayoría de los cambios. Para algunos científicos este se traslada hacia delante al crecer el abdomen, pero luego la columna

		compensa ese cambio para no desequilibrar a la gestante. Con esos cambios aparecen síntomas y signos que le condicionan de manera importante, como son el dolor lumbar, la marcha de pato o los desequilibrios típicos del tercer trimestre. La explicación a mucho de esos cambios viene de la mano de su estudio a través de plataformas de fuerza, de fotografías, de medidas antropométricas, etc., pero los autores no se ponen de acuerdo en muchos fenómenos.
Registro postural en personas sanas evaluación del equilibrio mediante o estudio comparativo entre la posturografía dinámica computarizada y el sistema Sway star.	Ana Faraldo García	La posturografía dinámica computarizada es un sistema de análisis del equilibrio basado en el registro y cuantificación de los desplazamientos del centro de gravedad. Aporta información sobre la situación funcional del equilibrio del sujeto. Permite también analizar la contribución de tres sistemas sensoriales (visual, vestibular y propioceptivo) para la estabilización del centro de gravedad.
El concepto estadístico del centro de gravedad	Gabriel Ruiz Garzón	El objetivo de este trabajo es establecer una propuesta didáctica consistente en relacionar el concepto estadístico de centro de gravedad de una distribución de frecuencias bidimensional con el concepto físico y geométrico.

MARCO TEORICO

Gran parte del estudio de los cuerpos en la mecánica clásica es a través de la cinemática, siendo esta una de las ramas de la física que se encarga de estudiar el movimiento de los cuerpos, teniendo presente que el movimiento es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a un marco de referencia y a un observador, las principales condiciones de estudio en la cinemática son el espacio y el tiempo, pero sin tener en cuenta otras variables o condiciones. En palabras de Gratton (2006), *“La cinemática se ocupa de describir el movimiento sin tomar en cuenta sus causas.”*

El movimiento de los cuerpos, tal y como lo define Gratton (2006) *“El movimiento consiste en el cambio de posición de los objetos con el paso del tiempo ... en qué dirección se halla éste, la orientación del objeto en el espacio, etc.”*. Esto es algo que nos rodea en el día a día, en la caída de los cuerpos, en los deportes que involucran el lanzamiento de objetos, levantamiento de cuerpos, etc. Estos cuerpos son analizados en algunas ocasiones por su cambio de posición con respecto al tiempo, viéndolos como partículas para así simplificar el análisis de su movimiento.

Ahora bien, cuando se quiere analizar el movimiento de un cuerpo desde la dinámica, aunque es necesario tener en cuenta su forma, este se sigue considerando como un punto que se desplaza en el espacio, sin que este cambie su forma, tomando como ejemplo un bate o una llave inglesa al ser lanzada generando un giro sobre su punto simétrico de masa, es decir se considera como un cuerpo rígido. Es por lo anterior que Descartes (2001) da la siguiente definición: *“El cuerpo se define por la extensión. Y todo lo que en el cuerpo sucede como cuerpo puede y debe explicarse con los únicos elementos de la extensión figura y movimiento”*. Entonces en los libros y documentos no se hacen otro tipo de consideraciones o apreciaciones más allá de las dinámicas.

Existen varios cuerpos simples como pelotas, hojas de papel, libros entre otros cuerpos con estructuras físicas sencillas, en donde, para su estudio no es necesario realizar cálculos matemáticos complejos, si no observar su simetría, lo que nos permitirá seguir con un análisis simple, al poder verlo como un objeto puntiforme.

Pero, existen otros cuerpos más complejos que involucran características diferentes, una distribución de masa diferente con una forma particular o también llamado un cuerpo extenso como lo menciona Gratton (2006) *“En general podemos suponer que un objeto extenso está*

constituido por un conjunto de (infinitos) puntos.” como lo pueden llegar a ser las de una mesa, una balanza, un avión, una moto o una bicicleta.

Pero si se piensa en un cuerpo más complejo como el cuerpo humano, no se puede realizar esta misma consideración, ya que al observarlo como un todo se ve que este tiene la capacidad de cambiar su forma, lo que lleva a que sea necesario pensar en un análisis diferente, en donde se pueda ver el cuerpo humano como un todo, pero también donde se pueda descomponer en partes más pequeñas, donde cada una de estas está asociada a una zona puntual. Para colocar un ejemplo sencillo se toma una pequeña porción del cuerpo humano, los brazos, estos a su vez contienen partes más pequeñas como los son los codos, antebrazos, muñecas, manos y dedos, todos con cierto grado de libertad; pero en el ser humano no se encuentran solo los brazos, también se encuentran las piernas, que a su vez están divididas en partes más pequeñas como lo son las rodillas, tobillos, pies, dedos; y también podemos encontrar el torso, el cuello y la cabeza.

Dentro de los movimientos realizados por el cuerpo humano (caminar, correr, bailar, saltar, entre otros) hay algunos que generan movimientos que describen una trayectoria parabólica, en la cual un cuerpo se traslada bidimensionalmente de un punto A, a un punto B, teniendo que subir hasta su punto máximo y volviendo a bajar, generando cambios en su forma. Esto se puede percibir en movimientos más simples como cuando una persona se sienta, se pone de pie, levanta un brazo u otros movimientos con ciertos grados de libertad de las extremidades.

Este cuerpo humano es en su totalidad toda una máquina que es capaz de realizar cosas increíbles como el tener la capacidad de transformación, emulando por ejemplo a un resorte, con el fin de poder levantar cosas con un peso que puede ser superior al peso propio. Otras veces este resorte es usado como amortiguación al enfrentar caídas de grandes alturas. Pero eso no es todo, el cuerpo humano, nuevamente esta increíble máquina, puede lograr cosas que pareciera superaran las leyes de la mecánica clásica, trayectorias definidas para cuerpos simples.

Estos cuerpos, pese a la complejidad de su forma deberían seguir trayectorias ya establecidas en la cinemática. Dentro de la mecánica clásica existen trayectorias *“La trayectoria es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente el cuerpo a medida que transcurre el tiempo”* (Prodanoff, s.f.). Dentro de estas trayectorias encontramos algunas definidas como la parábola, caída libre, líneas rectas, entre otras que se pueden observar, todas ellas con unas condiciones ya establecidas en el mundo que nos rodea. Pero hay momentos en los que el cuerpo humano pareciera romper estas trayectorias, como cuando un jugador de baloncesto salta para

encestar la bola en el aro o cuando un practicante de parkour salta de un punto A, a un punto B pareciera que estos quedan suspendidos en el punto máximo de altura por un pequeño lapso, alcanzando una distancia mayor ya sea vertical o horizontal.

Para ser más preciso sobre estas rupturas, se toma como ejemplo el baloncesto, donde a este hecho se le conoce como realizar un sostenido, o sostenerse. Este se observa cuando un jugador realiza un salto para intentar atrapar el balón en el aire, encontrándose muy alto con respecto al suelo, el jugador cuando sube en línea recta, perpendicular al suelo, al alcanzar su punto máximo tendría que bajar instantáneamente, esto según las leyes de la cinemática, pero en algunas ocasiones pareciera que se sostuviera en el aire durante un lapso que oscila entre los 0.1 a 1 segundos, pareciendo que se rompe el movimiento ideal de la cinemática de la caída libre. Otro deporte en el cual últimamente se ha estado viendo mucho ese salto sostenido es en el fútbol, donde algunos jugadores, precisamente los delanteros y defensores, cuando necesitan atajar un balón con la cabeza realizan un salto vertical intentando alcanzar el balón, es cuando algunos superan a otros jugadores en la altura que alcanzan y nuevamente como en el baloncesto pareciera que se suspenden en el aire.

En el parkour también aparecen los saltos verticales con respecto al suelo y sus respectivas suspensiones, pero existe otra trayectoria en donde se evidencia esto, siendo el movimiento parabólico. En este, el movimiento se da en dos sentidos, uno vertical y otro horizontal, donde la sumatoria de ambos genera una puntualización de las posiciones en los diferentes lapsos, teniendo también una condición intrínseca, es que el cuerpo que esté describiendo esta trayectoria, al describir el movimiento en el sentido vertical, tiene que subir hasta el punto máximo e instantáneamente comenzar a bajar, mientras que el movimiento horizontal permanece constante. Pero los saltos que se realizan en el parkour, cuando estos son muy largos en el sentido horizontal, se evidencia que en el punto máximo aparece una pequeña suspensión, como si la trayectoria dejara de ser de tipo parabólico, y se volviera una línea recta durante este lapso, y finalmente pasa de una línea recta en el punto máximo a continuar con el descenso de la trayectoria parabólica, aumentando levemente la distancia horizontal. Esto también se puede utilizar para un salto en vertical, manteniéndose en el punto máximo lo suficiente para poder alcanzar algo. Cabe resaltar que, así como en el baloncesto se llama sostenerse en el aire, y en el fútbol suspenderse en el aire, en parkour se le conoce como punto cero.

CENTRO DE MASA

Haciendo una revisión bibliográfica de varios textos se encuentra que no hay una definición exacta de lo que es el centro de masa, por ende, definiendo el **Centro de Masa (CM)** como **el punto de concentración de masa o baricentro de un cuerpo, sin importar la forma geométrica que este tenga, siendo este punto aquel que permite comprender un sistema de varias partículas complejo, como un sistema simplificado de una sola partícula que se mueve en una o varias direcciones.**

Para comprender un sistema de varias partículas se establece una relación entre la masa de cada cuerpo, la posición en la que se encuentra, entonces como esta relación es igual para cada cuerpo contenido en el sistema que se está analizando, es necesario usar el principio de superposición el cual define que, si varios cuerpos en un mismo sistema tienen movimientos en varias direcciones y sentidos, es necesario establecer una suma de los movimientos que tienen las mismas direcciones. Este principio es una relación de la posición, velocidad o fuerza de dos o más partículas pertenecientes a un mismo sistema.

CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA CON UNA DISTRIBUCION PARTICULAR DE MASA.

En objetos de masa específica o bidimensionales se usa el baricentro, siendo este aquel que permite trazar líneas simétricas en cada cuerpo para encontrar el centro del objeto por medio de estas líneas.

Generalmente en estas figuras se trazan líneas que permiten ubicar de forma directa el centro de masa, tal y como se muestra en la figura 6:

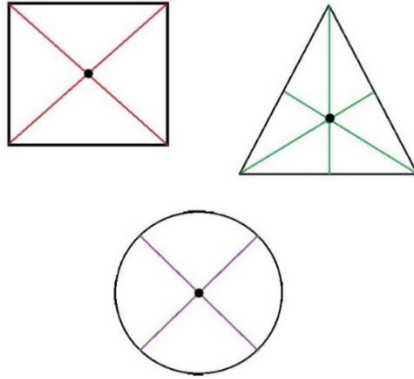


Figura 6. Centro de masa o baricentro de una figura geométrica.

Ahora bien, cuando hay un sistema con una distribución de masa particular es necesario realizar una puntualización a partir de los centros de masa que se observan o se pueden observar para poder analizar un sistema complejo (ver figura 7).

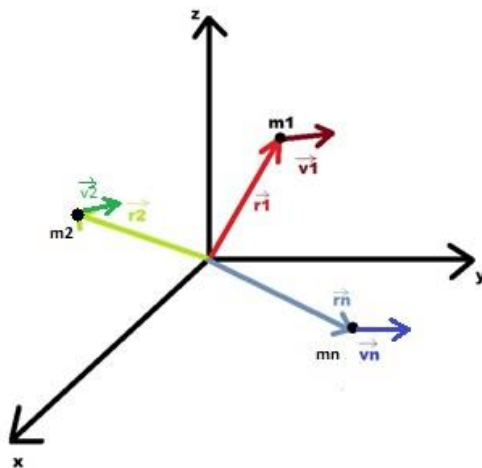


Figura 7. Un observador viendo un sistema de varias partículas desplazándose.

Debido a que todas las partículas pertenecen al mismo sistema o cuerpo, se usa el principio de superposición de Newton de la relación de masa de cada partícula observada con su movimiento, esto permite reducir un sistema con un número enésimo de masas, a un sistema simple de una partícula en movimiento (Ver figura 8).

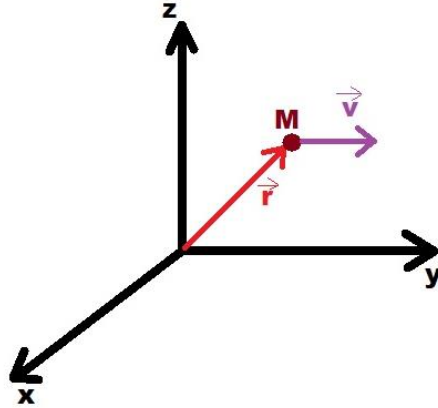


Figura 8. Conjunto de n partículas reducido a una sola.

Entonces su relación fisicomatemática se obtiene a partir de la relación de la cantidad de movimiento de cada partícula, teniendo en cuenta que esta es el producto entre la masa de un cuerpo y su movimiento, y como estamos analizando un sistema compuesto por varias partículas es necesario usar una sumatoria para encontrar un punto o partícula de todo el sistema:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \vec{P}$$

Debido a que estamos hablando de un solo cuerpo o sistema es necesario encontrar una masa general la cual se obtiene por la sumatoria de todas las masas analizadas, como se muestra a continuación:

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

Quedando de la siguiente forma:

$$M = \sum_{i=1}^n m_i$$

El movimiento del punto de concentración se obtiene a partir de la sumatoria de las masas de las partículas del sistema por su movimiento y teniendo en cuenta que esto será igual a la sumatoria de las cantidades de movimiento obtenidas anteriormente.

$$M \vec{V} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

El movimiento o la velocidad del punto de concentración se escribe en su forma diferencial.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Esto reemplazándolo en la ecuación anterior.

$$M \frac{d\vec{r}}{dt} = m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots + m_n \frac{d\vec{r}_n}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(M\vec{r}) = \frac{d}{dt}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n)$$

De acuerdo con esto, se puede observar que el momento de todas las partículas permite obtener una relación del punto de concentración y la posición de este.

$$M\vec{r} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n$$

De acá en adelante se considera \vec{r} como la posición del centro de masa, entonces se reescribe \vec{r}_{cm}

$$M\vec{r}_{cm} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n$$

Si a esta ecuación derivamos la posición del centro masa con respecto al tiempo obtendremos la velocidad del centro de masa y si derivábamos esa velocidad con respecto al tiempo, obtendremos la aceleración del centro de masa.

- $\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt}$
- $\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt}$

Entonces, la cantidad de movimiento del centro de masa quedaría de la siguiente forma:

$$m\vec{v}_{cm} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n$$

La fuerza de todo el sistema estaría expresada por la siguiente ecuación:

$$m\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \dots + m_n\vec{a}_n$$

De acuerdo con la ecuación de centro de masa:

$$r_{cm} = \frac{mr}{M}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n}{M} \text{ posición del centro de masa}$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n}{M} \text{ velocidad del centro de masa}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \dots + m_n\vec{a}_n}{M} \text{ aceleración del centro de masa}$$

Cuando el análisis que se realiza es de un cuerpo complejo es necesario comprender el r_{cm} como un conjunto de coordenadas (x, y, z). Cada coordenada quedaría expresada de la siguiente forma:

$$c_{mx} = \sum \frac{m_i x_i}{M}$$

$$c_{my} = \sum \frac{m_i y_i}{M}$$

$$c_{mz} = \sum \frac{m_i z_i}{M}$$

Para recordar M es la sumatoria de todas las masas contenidas en el sistema o cuerpo analizado.

EL CENTRO DE MASA DEL CUERPO HUMANO

Para poder hablar de la sostenida o el punto cero en el parkour es necesario introducir el concepto de Centro de Masa (CM) viéndolo como un sistema de distribución de masa complejo, debido al grado de libertad que tiene cada del cuerpo, teniendo en cuenta que cada parte esta acoplada a otra por un pivote, en este caso una articulación, realizando un análisis de este tipo puede ser calculado como cuerpos rígidos y posiciones relativas, la asociación que se realiza de cuerpos rígidos se ve más adelante.

Entonces, este punto de concentración o CM permitirá comprender un sistema tan complejo como el cuerpo humano, como un sistema de una sola partícula, de esta forma realizar análisis más sencillos de su velocidad o cantidad de movimiento, fuerza y finalmente comprender como ocurren los fenómenos de suspensión.

De acuerdo con lo anterior, es posible que dicho centro de masa cambie de posición de acuerdo con el cambio de posición de sus partes, se propone esto debido al grado de libertad que tienen las partes.

MODELACION GEOMETRICA DEL CUERPO HUMANO

El cuerpo humano siendo un sistema continuo el cual para poder realizar un análisis de este, es necesario pensarlo como un sistema discretizado de diferentes partes, usando el método del segmento es posible descomponer el cuerpo humano en diferentes partes, viendo estas como figuras geométricas sólidas, esto quiere decir que la forma como se tendrá en cuenta es, cada parte del cuerpo se considera rígida en el sentido que la parte ósea, muscular y hasta sanguínea se asumen como un solo cuerpo, esto para facilitar el análisis de la trayectoria generada por el cuerpo humano.

Pero, para analizar el cuerpo de esta forma es necesario comprender cada parte desde su parte integral, las figuras usadas en estas modelaciones desde la primera hasta la cuarta son las siguientes:

- Esfera, se escoge esta figura, debido a la simetría que esta tiene por su radio, y, porque sobre su superficie puede moverse otro cuerpo simétricamente. Entonces puede representar el movimiento de las articulaciones

Integrales triples del volumen de una esfera.

$$\iiint dx dy dz$$

Volumen de una esfera con centro en el origen y radio R, sabemos que los puntos que hay en el primer octante se pueden expresar como:

$$S = \left\{ (\rho, \theta, \varphi) \mid 0 \leq \rho \leq R; 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

Por la tanto, podemos resolver la integral volumétrica de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} & 8 \iiint dx dy dz \\ & 8 \iiint \rho^2 \sin \theta \, d\rho d\theta d\varphi \\ & 8 \int_0^R \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 \sin \theta \, d\theta \right] d\varphi \right] d\rho \\ & 8 \int_0^R \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 d\varphi \right] d\rho \\ & 8 \int_0^R \frac{\rho^2 \pi}{2} d\rho \end{aligned}$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

- Cilindro, cuando se observa el brazo de una persona, puede pensarse que esa parte del cuerpo tiene características similares a las de un cilindro, por esto, se escoge esta figura para representar las extremidades del cuerpo humano.

Para calcular el volumen del cilindro usamos la siguiente expresión de integral volumétrica.

$$v = \iiint dx dy dz$$

Reemplazamos

$$v = \int_0^h \int_0^R \int_0^{2\pi} r \, dz dr d\theta$$

$$v = 2\pi \int_0^h \int_0^R dz dr$$

$$v = \pi R^2 \int_0^h dz$$

$$\text{Volumen del cilindro} = \pi R^2 h$$

- Elipsoide, considerando que el cuerpo varia en cuanto a su forma, el torso y el cráneo de una persona se compone de varias figuras, es por esto, que se escoge esta figura como representación del pecho en el torso, y parte del cráneo.

El volumen de un elipsoide se calcula de la siguiente forma.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Se debe tener en cuenta lo siguiente:

$$x = au; y = bv; z = cw$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1$$

$$v = \iiint |abc| du dv dw$$

$$u = \rho \sin \varphi \cos \theta; v = \rho \sin \varphi \sin \theta; w = \rho \cos \varphi$$

$$dv = \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi d\theta$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = \rho^2$$

Se debe de tener en cuenta los límites de integración de cada variable.

$$\text{Para } 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1$$

$$V = \iiint |abc| du dv dw$$

$$abc \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^1 \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi d\theta$$

$$abc \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \varphi \left(\int_0^1 \rho^2 d\rho \right) d\varphi d\theta$$

$$\begin{aligned}
& abc \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \varphi \left[\frac{\rho^3}{3} \right]_0^1 d\varphi d\theta \\
& abc \frac{1}{3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi d\theta \\
& abc \frac{1}{3} \int_0^{2\pi} [-\cos \varphi]_0^\pi d\theta \\
& abc \frac{1}{3} [-\cos \pi - (-\cos 0)] \int_0^{2\pi} d\theta \\
& abc \frac{2}{3} [\theta]_0^{2\pi} \\
& \frac{4}{3} \pi abc \\
\text{Volumen de un elipsoide} &= \frac{4}{3} \pi abc
\end{aligned}$$

Debido a la complejidad de analizar cada componente del cuerpo humano, como los fluidos, el movimiento de los órganos, la forma de los órganos, la distribución y forma de los huesos, se realizan las siguientes consideraciones:

1. Cada parte del cuerpo se considera como una figura rígida, debido a la forma como se ve el cuerpo, estas figuras estarán acopladas entre sí, esto con el fin de evitar una confusión en el análisis que se realizara.
2. Las articulaciones se idealizan como esferas rígidas, sobre las cuales las otras partes del cuerpo se mueven y siendo estas las que permiten esos grados de libertad.

A continuación, se presentan las diferentes representaciones geométricas del cuerpo humano, visto como figuras rígidas.

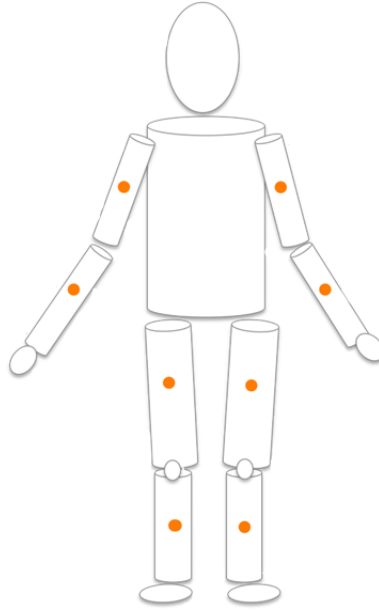


Figura 9. Imagen de los centros de masa del cuerpo humano.

Primera modelación: Realizando la investigación en textos que hablaran sobre el centro de masa del cuerpo humano, se encontró uno que mostraba el cuerpo una forma del cuerpo en figuras rígidas, en el texto parten del término de antropometría la cual se define como medida del hombre.

Es importante observar que en estos análisis antropométricos no son consideradas las articulaciones y otras partes del cuerpo, entonces el cálculo sería incompleto, debido a que no se podría analizar un movimiento adecuado, entonces será necesario realizar una nueva modelación del cuerpo incluyendo las partes que no se muestran (ver figura 10, anexo 1)

No basta solo con ver el cuerpo humano como un conjunto de figuras en 2 dimensiones por ende es necesario observar este en una dimension más, ver el cuerpo humano como figuras volumétricas rígidas todo esto con el fin de obtener una idea mejor de este análisis (Ver figura 11)



Figura 10. Vista 3D de la primera modelación del cuerpo humano, imagen realizada en SolidWorks

La relación de cada figura con su parte del cuerpo y el número de masa se encuentra en la tabla a continuación.

Tabla 2. Masas en el cuerpo humano

# de masa	Parte del cuerpo	Figura geométrica
1	Cabeza	Esfera
2	Cuello	Cilindro
3; 23	Hombros	Esferas
4; 22	Brazos	Cilindros
5; 21	Codos	Esferas
6; 20	Antebrazos	Cilindros
7; 19	Manos	Esferas
8	Torso	Cilindro
9; 18	Cadera	Esfera
10; 17	Piernas	Cilindro
11; 16	Rodillas	Esfera

12; 15	Ante piernas	Cilindro
13; 14	Pies	Esfera

En la tabla 2 correspondiente a las masas en el cuerpo humano, la cual tiene tres columnas, en la primera columna aparece el número asociado a la parte del cuerpo que se propone en la modelación, en esta misma columna hay unas celdas que contienen dentro dos números esto es debido a que existen dos partes del cuerpo similares, un ejemplo de esto es m_{23} siendo esta masa la del hombro izquierdo y m_3 el hombro derecho. La segunda columna es la parte del cuerpo asociada al número de masa y la columna 3 es la figura geométrica que se propone para esa parte del cuerpo.

Realizando una comparación de esta primera modelación con la del cuerpo humano, es necesario proponer más modelaciones con el fin de tener una aproximación mayor al cuerpo humano a partir de estas figuras geométricas, por lo anterior se proponen 4 modelaciones, la primera es la que se mostró anteriormente (ver figura 11).

Segunda modelación: De acuerdo con la primera modelación, se observa que falta precisar en la forma que tiene el cuerpo por eso en esta modelación se muestra el torso y la cadera como dos figuras diferentes, se añaden figuras teniendo en cuenta las manos y los pies diferentes de los tobillos y las muñecas, esto con el fin de centrar mejor la masa de las partes del cuerpo humano para el análisis, entonces, las figuras que se encuentran en esta representación son; elipsoide, cilindros, cono elíptico, esferas (ver figura 12 en el anexo 2 y ver figura 13).



Figura 11. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.

La tabla correspondiente para esta modelación es la que aparece a continuación:

Tabla 3. Masas correspondientes a la segunda modelación.

# de masas	Parte del cuerpo	Figura geométrica
1	Cabeza	Elipsoide
2	Cuello	Cilindro
3; 26	Hombros	Esferas
4; 25	Brazos	Cilindros
5; 24	Codos	Esferas
6; 23	Antebrazos	Cilindros
7; 22	Muñecas	Esferas
8; 21	Manos	Cilindros
9; 20	Pierna	Cilindros
10; 19	Rodilla	Esferas
11; 18	Ante pierna	Cilindros
12; 17	Tobillo	Esferas
13; 16	Pies	Cilindros
14	Torso	Cono elíptico
15	Cadera	Esfera

En esta tabla se encuentran las partes del cuerpo asociadas a cada número de masa y a la figura geométrica que corresponde a esa parte del cuerpo.

En la columna del # de masas aparecen filas con números separados por punto y coma esto indica partes del cuerpo iguales, pero en distinta posición, ejemplo de esto es m_{26} hombro izquierdo y m_3 hombro derecho.

Tercera modelación: Debido a la poca precisión que tiene el torso se propone una nueva modelación en donde el torso se representa como dos figuras geométricas, además de la diferencia entre cuerpos, se propone una división en las figura de la cabeza, viéndola como dos cuerpos, adicional la cadera deja de ser una esfera para ser una semi esfera por la cual las piernas pueden rotar, entonces, las figuras que se proponen para esta modelación son; elipsoide, esfera, cilindros, semi esfera (ver figura 14 en el anexo 3 y figura 15).



Figura 12. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.

Tabla 4. Masas correspondientes a la tercera modelación

# de masa	Parte del cuerpo	Figura geométrica
1	Cráneo	Elipsoide
2	Mandíbula	Cilindro
3	Cuello	Cilindro
4; 25	Hombros	Esferas
5; 24	Brazos	Cilindros
6; 23	Codos	Esferas
7; 22	Antebrazos	Cilindros
8; 21	Muñecas	Esferas
9; 20	Manos	Cilindros
10; 19	Piernas	Cilindros
11; 18	Rodillas	Esferas
12; 17	Ante piernas	Cilindros
13; 16	Tobillos	Esferas
14; 15	Pies	Semi cilindros
26	Pecho	Elipsoide

27	Abdomen	Cilindro
28	Cadera	Semi esfera

En esta tabla se encuentran las partes del cuerpo asociadas a cada número de masa y a la figura geométrica que corresponde a esa parte del cuerpo.

En la columna del # de masas aparecen filas con números separados por punto y coma esto indica partes del cuerpo iguales, pero en distinta posición, ejemplo de esto es m_{25} hombro izquierdo y m_4 hombro derecho.

Cuarta modelación: Debido a la complejidad que tiene el cuerpo humano para ser analizado, es necesario hacer mayores precisiones en partes del cuerpo que brindan un mejor análisis de la masa del cuerpo humano, entonces, de cada parte del cuerpo se intenta hacer una aproximación mayor obteniendo cuerpos adicionales, como se muestra en la figura 16 (anexo 4) y figura 17.



Figura 13. Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, realizada en SolidWorks.

La correspondiente tabla del número de masas, parte del cuerpo con su respectiva figura geométrica, se muestra a continuación.

Tabla 5. Masas de la cuarta modelación del cuerpo humano.

# de masa	Parte del cuerpo	Figura geométrica
1	Cráneo	Elipsoide
2	Mandíbula	Cilindro
3	Cuello	Cilindro
4; 19	Hombros	Esferas
5; 20	Brazos	Cilindros
6; 21	Codos	Esferas
7; 22	Antebrazos	Cilindros
8; 23	Muñecas	Esferas
9; 24	Manos	Elipsoides
10	Pecho	Elipsoide
11	Abdomen	Cilindro elíptico
12	Cadera	Semi esfera
13; 25	Piernas	Cilindros
14; 26	Rodillas	Esferas
15; 27	Gastrocnemio	Elipsoides
16; 28	Soleo	Cilindros
17; 29	Tobillo	Esferas
18; 30	Pies	Semi cilindros

En esta tabla se encuentran las partes del cuerpo asociadas a cada número de masa y a la figura geométrica que corresponde a esa parte del cuerpo.

En la columna del # de masas aparecen filas con números separados por punto y coma esto indica partes del cuerpo iguales, pero en distinta posición, ejemplo de esto es m_{19} hombro izquierdo y m_4 hombro derecho.

Ecuaciones cartesianas para el centro de masa

Retomando el análisis físico matemático de las coordenadas cartesianas

$$cm_t = cm_x i + cm_y j + cm_z k$$

$$cm_x = \sum_{i=1}^n \frac{m_i x_i}{m_i}$$

$$cm_x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_5 x_5 + m_6 x_6 + m_7 x_7 + m_8 x_8 + m_9 x_9 + m_{10} x_{10}}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{10}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{11} x_{11} + m_{12} x_{12} + m_{13} x_{13} + m_{14} x_{14} + m_{15} x_{15} + m_{16} x_{16} + m_{17} x_{17} + m_{18} x_{18} + m_{19} x_{19} + m_{20} x_{20}}{+m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15} + m_{16} + m_{17} + m_{18} + m_{19} + m_{20}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{21} x_{21} + m_{22} x_{22} + m_{23} x_{23} + m_{24} x_{24} + m_{25} x_{25} + m_{26} x_{26} + m_{27} x_{27} + m_{28} x_{28} + m_{29} x_{29} + m_{30} x_{30}}{+m_{21} + m_{22} + m_{23} + m_{24} + m_{25} + m_{26} + m_{27} + m_{28} + m_{29} + m_{30}}$$

Teniendo en cuenta que existen masas que son similares como se indicaba antes en la modelación, entonces la ecuación anterior del centro de masa en \mathbf{x} queda de la siguiente forma:

$$cm_x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_{4-19}(x_4 + x_{19}) + m_{5-20}(x_5 + x_{20}) + m_{6-21}(x_6 + x_{21})}{m_1 + m_2 + m_3 + 2m_{4-19} + 2m_{5-20} + 2m_{6-21}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{7-22}(x_7 + x_{22}) + m_{8-23}(x_8 + x_{23}) + m_{9-24}(x_9 + x_{24}) + m_{10} x_{10} + m_{11} x_{11}}{+2m_{7-22} + 2m_{8-23} + 2m_{9-24} + m_{10} + m_{11}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{12} x_{12} + m_{13-25}(x_{13} + x_{25}) + m_{14-26}(x_{14} + x_{26}) + m_{15-27}(x_{15} + x_{27})}{+m_{12} + 2m_{13-25} + 2m_{14-26} + 2m_{15-27}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{16-28}(x_{16} + x_{28}) + m_{17-29}(x_{17} + x_{29}) + m_{18-30}(x_{18} + x_{30})}{+2m_{16-28} + 2m_{17-29} + 2m_{18-30}}$$

Entonces el centro de masa en \mathbf{y} quedaría de la siguiente forma:

$$cm_y = \sum_{i=1}^n \frac{m_i y_i}{m_i}$$

$$cm_y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_{4-19}(y_4 + y_{19}) + m_{5-20}(y_5 + y_{20}) + m_{6-21}(y_6 + y_{21})}{m_1 + m_2 + m_3 + 2m_{4-19} + 2m_{5-20} + 2m_{6-21}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{7-22}(y_7 + y_{22}) + m_{8-23}(y_8 + y_{23}) + m_{9-24}(y_9 + y_{24}) + m_{10} y_{10} + m_{11} y_{11}}{+2m_{7-22} + 2m_{8-23} + 2m_{9-24} + m_{10} + m_{11}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{12} y_{12} + m_{13-25}(y_{13} + y_{25}) + m_{14-26}(y_{14} + y_{26}) + m_{15-27}(y_{15} + y_{27})}{+m_{12} + 2m_{13-25} + 2m_{14-26} + 2m_{15-27}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{16-28}(y_{16} + y_{28}) + m_{17-29}(y_{17} + y_{29}) + m_{18-30}(y_{18} + y_{30})}{+2m_{16-28} + 2m_{17-29} + 2m_{18-30}}$$

Entonces el centro de masa en \mathbf{z} quedaría de la siguiente forma:

$$cm_z = \sum_{i=1}^n \frac{m_i z_i}{m_i}$$

$$cm_z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + m_{4-19}(z_4 + z_{19}) + m_{5-20}(z_5 + z_{20}) + m_{6-21}(z_6 + z_{21})}{m_1 + m_2 + m_3 + 2m_{4-19} + 2m_{5-20} + 2m_{6-21}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{7-22}(z_7 + z_{22}) + m_{8-23}(z_8 + z_{23}) + m_{9-24}(z_9 + z_{24}) + m_{10} z_{10} + m_{11} z_{11}}{+2m_{7-22} + 2m_{8-23} + 2m_{9-24} + m_{10} + m_{11}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{12} z_{12} + m_{13-25}(z_{13} + z_{25}) + m_{14-26}(z_{14} + z_{26}) + m_{15-27}(z_{15} + z_{27})}{+m_{12} + 2m_{13-25} + 2m_{14-26} + 2m_{15-27}} \dots$$

$$\dots \frac{+m_{16-28}(z_{16} + z_{28}) + m_{17-29}(z_{17} + z_{29}) + m_{18-30}(z_{18} + z_{30})}{+2m_{16-28} + 2m_{17-29} + 2m_{18-30}}$$

Debido a que se dificulta la toma de datos únicamente con la masa se hace necesario reemplazar la masa por la densidad y el volumen correspondiente de cada parte del

cuerpo. Se propone hacer un cambio de la masa por el volumen ya que estamos analizando un sistema de tres dimensiones. Porque tal como lo expresa Newton (1833): *“Y precisamente por eso es la cantidad de materia lo que requiere, más allá de las intuiciones comunes, una definición precisa: densidad y volumen conjuntamente, ambos mensurables, determinan la cantidad de materia en un cuerpo.”*

$$m = \rho V$$

La densidad ρ de todas las partes se considera similar, entonces, se asume que toda es igual, para lo cual se puede hacer un factor común de esta en toda la ecuación. De igual forma π es un número general, entonces, también se puede generar un factor común de este, junto con la densidad, de la siguiente forma:

$$c_{mx} = \sum_{i=1}^n \frac{\rho v_i x_i}{\rho v_i}$$

$$c_{mx} = \frac{\rho \pi}{\rho \pi} \sum_{i=1}^n \frac{v_i x_i}{v_i}; \frac{\rho}{\rho} = 1$$

$$c_{mx} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i x_i}{v_i}$$

El volumen v de cada parte del cuerpo es necesario

Tabla 6. Masas de cada cuerpo con su figura correspondiente y la ecuación de volumen de cada figura.

# Masa	Parte del cuerpo	Figura geométrica	Volumen de la figura
1	Cráneo	Elipsoide	$\frac{4}{3}\pi r_{a1}r_{b1}^2$
2	Mandíbula	Cilindro elíptico	$\pi r_2^2 h_2$
3	Cuello	Cilindro	$\pi r_3^2 h_3$
4; 19	Hombros	Esferas	$\frac{4}{3}\pi r_{4-19}^3$
5; 20	Brazos	Cilindros	$\pi r_{5-20}^2 h_{5-20}$
6; 21	Codos	Esferas	$\frac{4}{3}\pi r_{6-21}^3$
7; 22	Antebrazos	Cilindros	$\pi r_{7-22}^2 h_{7-22}$
8; 23	Muñecas	Esferas	$\frac{4}{3}\pi r_{8-23}^3$
9; 24	Manos	Elipsoides	$\frac{4}{3}\pi r_{a9-24}r_{b9-24}^2$
10	Pecho	Elipsoide	$\frac{4}{3}\pi r_{a10}r_{b10}^2$
11	Torso	Cilindro elíptico	$\pi \frac{r_{a11}}{2} \frac{r_{b11}}{2} h_{11}$
12	Cadera	Semi esfera	$\frac{2}{3}\pi r_{12}^3$
13; 25	Piernas	Cilindros	$\pi r_{13-25}^2 h_{13-25}$
14; 26	Rodillas	Esferas	$\frac{4}{3}\pi r_{14-26}^3$
15; 27	Gastrocnemios	Elipsoides	$\frac{4}{3}\pi r_{a15-27}r_{b15-27}^2$
16; 28	Soleo	Cilindros	$\pi r_{16-28}^2 h_{16-28}$
17; 29	Tobillos	Esferas	$\frac{4}{3}\pi r_{17-29}^3$

18; 30	Pies	Cilindros	$\pi r_{18-30}^2 h_{18-30}$
--------	------	-----------	-----------------------------

Luego de tener los datos de la forma de las masas distribuidas en el cuerpo humano, se procede a realizar el cálculo del centro de masa en cada uno de los ejes respectivos, comenzando por el eje **x**

$$\begin{aligned}
c_{mx} = & \frac{\frac{4}{3}\pi r_{a1}r_{b1}^2x_1 + \pi r_2^2h_2x_2 + \pi r_3^2h_3x_3 + \frac{4}{3}\pi r_{4-19}^3(x_4 + x_{19})}{\frac{4}{3}\pi r_{a1}r_{b1}^2 + \pi r_2^2h_2 + \pi r_3^2h_3 + \frac{8}{3}\pi r_{4-19}^3} \dots \\
& \dots \frac{+\pi r_{5-20}^2h_{5-20}(x_5 + x_{20}) + \frac{4}{3}\pi r_{6-21}^3(x_6 + x_{21}) + \pi r_{7-22}^2h_{7-22}(x_7 + x_{22})}{+2\pi r_{5-20}^2h_{5-20} + \frac{8}{3}\pi r_{6-21}^3 + 2\pi r_{7-22}^2h_{7-22}} \dots \\
& \dots \frac{+\frac{4}{3}\pi r_{8-23}^3(x_8 + x_{23}) + \frac{4}{3}\pi r_{a9-24}r_{b9-24}^2(x_9 + x_{24}) + \frac{4}{3}\pi r_{a10}r_{b10}^2x_{10}}{+\frac{8}{3}\pi r_{8-23}^3 + \frac{8}{3}\pi r_{a9-24}r_{b9-24}^2 + \frac{4}{3}\pi r_{a10}r_{b10}^2} \dots \\
& \dots \frac{+\pi \frac{r_{a11}r_{b11}}{2}h_{11}x_{11} + \frac{2}{3}\pi r_{12}^3x_{12} + \pi r_{13-25}^2h_{13-25}(x_{13} + x_{25})}{+\pi \frac{r_{a11}r_{b11}}{2}h_{11} + \frac{2}{3}\pi r_{12}^3 + 2\pi r_{13-25}^2h_{13-25}} \dots \\
& \dots \frac{+\frac{4}{3}\pi r_{14-26}^3(x_{14} + x_{26}) + \frac{4}{3}\pi r_{a15-27}r_{b15-27}^2(x_{15} + x_{27})}{+\frac{8}{3}\pi r_{14-26}^3 + \frac{8}{3}\pi r_{a15-27}r_{b15-27}^2} \dots \\
& \dots \frac{+\pi r_{16-28}^2h_{16-28}(x_{16} + x_{28}) + \frac{4}{3}\pi r_{17-29}^3(x_{17} + x_{29}) + \pi r_{18-30}^2h_{18-30}(x_{18} + x_{30})}{+2\pi r_{16-28}^2h_{16-28} + \frac{8}{3}\pi r_{17-29}^3 + 2\pi r_{18-30}^2h_{18-30}}
\end{aligned}$$

Cabe resaltar que π es un número, este como se repite en todos los productos de la sumatoria de los volúmenes se puede realizar un factor común de este en toda la ecuación, de esta forma simplificarla. Esta relación sirve de igual forma para el centro de masa en **y**, **y**, el centro de masa en **z**.

$$c_{my} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i y_i}{v_i}; \quad c_{mz} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i z_i}{v_i}$$

$$c_{my} = \frac{\frac{4}{3}r_{a1}r_{b1}^2y_1 + r_2^2h_2y_2 + r_3^2h_3y_3 + \frac{4}{3}r_{4-19}^3(y_4 + y_{19})}{\frac{4}{3}r_{a1}r_{b1}^2 + r_2^2h_2 + r_3^2h_3 + \frac{8}{3}r_{4-19}^3} \dots$$

$$\begin{aligned}
& \frac{+r_{5-20}^2 h_{5-20}(y_5 + y_{20}) + \frac{4}{3} r_{6-21}^3 (y_6 + y_{21}) + r_{7-22}^2 h_{7-22}(y_7 + y_{22})}{\dots} \dots \\
& \quad + 2r_{5-20}^2 h_{5-20} + \frac{8}{3} r_{6-21}^3 + 2r_{7-22}^2 h_{7-22} \\
& \frac{+ \frac{4}{3} r_{8-23}^3 (y_8 + y_{23}) + \frac{4}{3} r_{a9-24} r_{b9-24}^2 (y_9 + y_{24}) + \frac{4}{3} r_{a10} r_{b10}^2 y_{10}}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{8}{3} r_{8-23}^3 + \frac{8}{3} r_{a9-24} r_{b9-24}^2 + \frac{4}{3} r_{a10} r_{b10}^2 \\
& \frac{+ \frac{r_{a11} r_{b11}}{2} h_{11} y_{11} + \frac{2}{3} r_{12}^3 y_{12} + r_{13-25}^2 h_{13-25}(y_{13} + y_{25})}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{r_{a11} r_{b11}}{2} h_{11} + \frac{2}{3} r_{12}^3 + 2r_{13-25}^2 h_{13-25} \\
& \frac{+ \rho \frac{4}{3} \pi r_{14-26}^3 (y_{14} + y_{26}) + \rho \frac{4}{3} \pi r_{a15-27} r_{b15-27}^2 (y_{15} + y_{27})}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{8}{3} r_{14-26}^3 + \frac{8}{3} r_{a15-27} r_{b15-27}^2 \\
& \frac{+ r_{16-28}^2 h_{16-28}(y_{16} + y_{28}) + \frac{4}{3} r_{17-29}^3 (y_{17} + y_{29}) + r_{18-30}^2 h_{18-30}(y_{18} + y_{30})}{\dots} \dots \\
& \quad + 2r_{16-28}^2 h_{16-28} + \frac{8}{3} r_{17-29}^3 + 2r_{18-30}^2 h_{18-30} \\
& c_{mz} = \frac{\frac{4}{3} r_{a1} r_{b1}^2 z_1 + r_2^2 h_2 z_2 + r_3^2 h_3 z_3 + \frac{4}{3} r_{4-19}^3 (z_4 + z_{19})}{\frac{4}{3} r_{a1} r_{b1}^2 + r_2^2 h_2 + r_3^2 h_3 + \frac{8}{3} r_{4-19}^3} \dots \\
& \frac{+ r_{5-20}^2 h_{5-20}(z_5 + z_{20}) + \frac{4}{3} r_{6-21}^3 (z_6 + z_{21}) + r_{7-22}^2 h_{7-22}(z_7 + z_{22})}{\dots} \dots \\
& \quad + 2r_{5-20}^2 h_{5-20} + \frac{8}{3} r_{6-21}^3 + 2r_{7-22}^2 h_{7-22} \\
& \frac{+ \frac{4}{3} r_{8-23}^3 (z_8 + z_{23}) + \frac{4}{3} r_{a9-24} r_{b9-24}^2 (z_9 + z_{24}) + \frac{4}{3} r_{a10} r_{b10}^2 z_{10}}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{8}{3} r_{8-23}^3 + \frac{8}{3} r_{a9-24} r_{b9-24}^2 + \frac{4}{3} r_{a10} r_{b10}^2 \\
& \frac{+ \frac{r_{a11} r_{b11}}{2} h_{11} z_{11} + \frac{2}{3} r_{12}^3 z_{12} + r_{13-25}^2 h_{13-25}(z_{13} + z_{25})}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{r_{a11} r_{b11}}{2} h_{11} + \frac{2}{3} r_{12}^3 + 2r_{13-25}^2 h_{13-25} \\
& \frac{+ \rho \frac{4}{3} \pi r_{14-26}^3 (z_{14} + z_{26}) + \rho \frac{4}{3} \pi r_{a15-27} r_{b15-27}^2 (z_{15} + z_{27})}{\dots} \dots \\
& \quad + \frac{8}{3} r_{14-26}^3 + \frac{8}{3} r_{a15-27} r_{b15-27}^2 \\
& \frac{+ r_{16-28}^2 h_{16-28}(z_{16} + z_{28}) + \frac{4}{3} r_{17-29}^3 (z_{17} + z_{29}) + r_{18-30}^2 h_{18-30}(z_{18} + z_{30})}{\dots} \dots \\
& \quad + 2r_{16-28}^2 h_{16-28} + \frac{8}{3} r_{17-29}^3 + 2r_{18-30}^2 h_{18-30}
\end{aligned}$$

ANÁLISIS DE DATOS

Para realizar el análisis de datos se tomó como deporte base el parkour (figura 18), específicamente el salto de precisión siendo el movimiento en donde se experimenta mejor el punto cero mencionado en el texto.



Figura 14. Salto de precisión de parkour. Foto propia.

Teniendo en cuenta que se propone una modelación del cuerpo humano a partir de figuras geométricas para comprender un sistema continuo como discreto y sea posible el análisis del movimiento del cuerpo humano, entonces cada figura propuesta tiene un centro de masa como el que aparece en la figura 19. Estos centros de masa se obtienen a partir de la medición de cada parte del cuerpo propuesta y teniendo en cuenta la geometría para encontrar el baricentro de cada figura se obtiene la siguiente imagen:

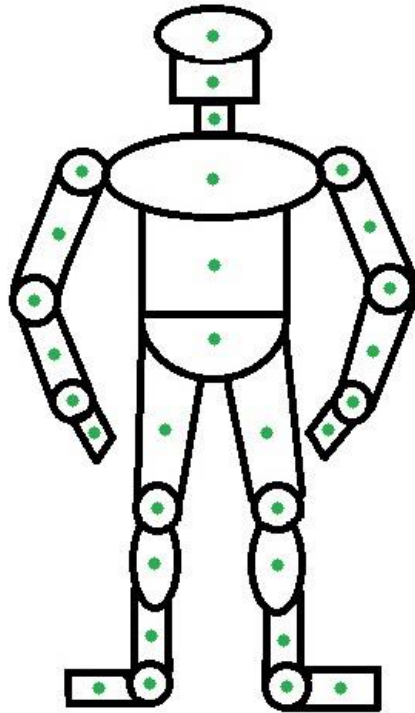


Figura 15. Asociación de los centros de masa de cada figura geométrica con respecto a la parte del cuerpo humano.

De acuerdo con la asociación de los centros de masa de las figuras propuestas con el cuerpo humano se puede hacer un análisis del movimiento del cuerpo humano a partir de la ubicación espacial de los centros de masa y de esta forma ver que sucede con el centro de masa del cuerpo en general.

Los movimientos que se analizarán son los del siguiente desplazamiento de un salto de precisión de parkour (Figura 20).



Figura 16. Descomposición de un salto de precisión de parkour para el análisis del centro de masa a partir del cambio de forma realizado por el cuerpo humano. Foto propia.

A continuación, se muestra la descomposición del salto de precisión de parkour (figura 20) en donde de acuerdo con la relación de los centros de masa vinculada a la figura geométrica propuesta para la parte del cuerpo, es posible ubicar espacialmente cada CM conforme al punto de referencia designado, esto permite obtener una serie de datos que estarán consignados en una tabla que está relacionada a cada Figura, posibilitando para cada movimiento encontrar el CM general y, de esta forma ver que ocurre con la trayectoria. La forma en que se puede realizar la medición de cada parte del movimiento en general es por medio de una relación de pixeles de acuerdo con la altura de la persona que está realizando el salto.

Movimiento 1 de salto de precisión de parkour

En la tabla 7 correspondiente a la figura 21 que se encuentran en el anexo 5 se puede observar en la primera columna la parte del cuerpo que se está analizando seguido de la segunda columna en donde está el número de masa al que está asociada.

La columna tres muestra el valor del volumen de la parte del cuerpo en cm^3 , la columna **x** y **y** son las coordenadas del centro de masa de la parte del cuerpo.

La columna del **volumen por su posición en x** es el producto del volumen del cuerpo y la posición en **x**. La columna del **volumen por su posición en y** es el producto del volumen del cuerpo y la posición en **y**.

De acuerdo con los datos obtenidos y la ecuación propuesta, se encuentra que la posición del centro de masa para este movimiento en x es 479.4 cm y la posición del centro de masa en y es 221.7 cm, mostrado en la figura 22

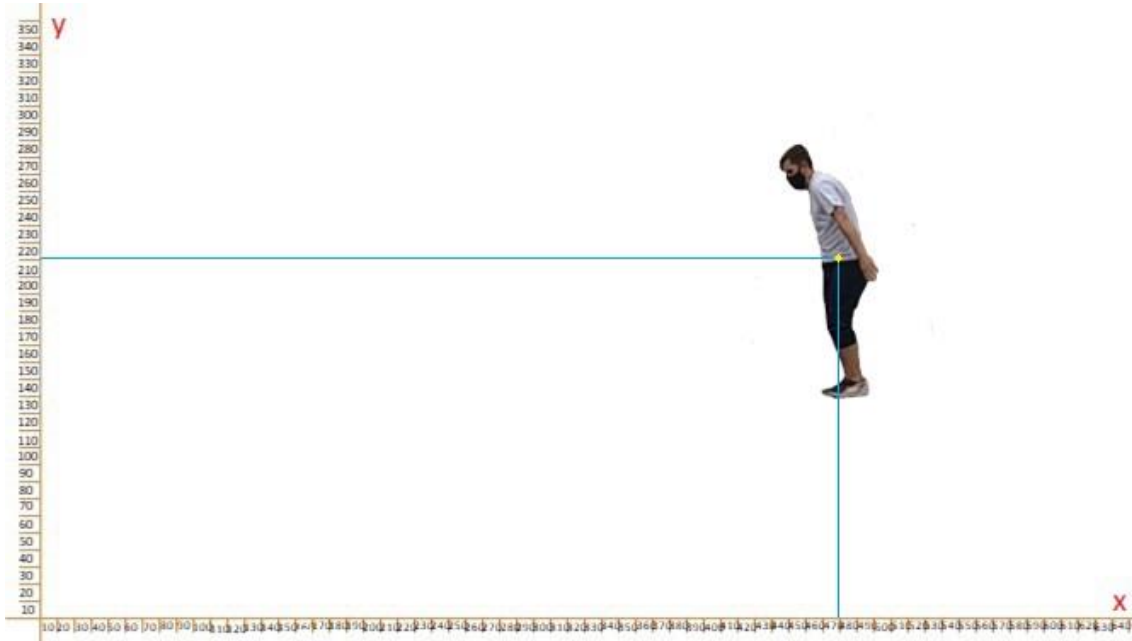


Figura 17. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos.

Movimiento 2 de salto de precisión de parkour

En la tabla 8 correspondiente a la figura 23 que se encuentra en el anexo 6 se puede observar en la primera columna la parte del cuerpo que se está analizando seguido de la segunda columna en donde está el número de masa al que está asociada.

Para todos los movimientos se realiza un procedimiento igual, permitiendo encontrar cada uno de los centros de masa generales del cuerpo humano. Entonces, de acuerdo con la ecuación propuesta se obtiene que, la posición del centro de masa en x es 464.8 cm y la posición del centro de masa en y es 201.8 cm.

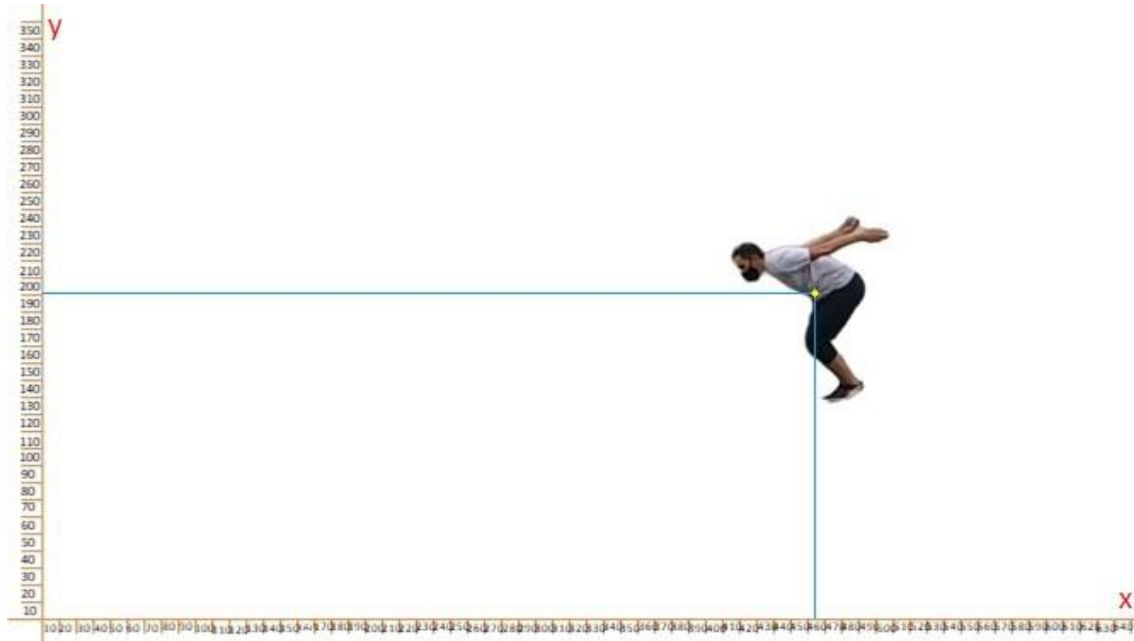


Figura 18. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 23.

Como se observa en los movimientos 1 y 2, es posible establecer una relación entre la posición del centro de masa y el volumen de éste, por lo que los siguientes movimientos se pueden encontrar en los siguientes anexos.

Tabla 7. Relación de movimiento y el anexo.

Movimiento	Anexo
3	7
4	8
5	9
6	10
7	11
8	12
9	13
10	14
11	15
12	16

Movimiento 3 de salto de precisión de parkour

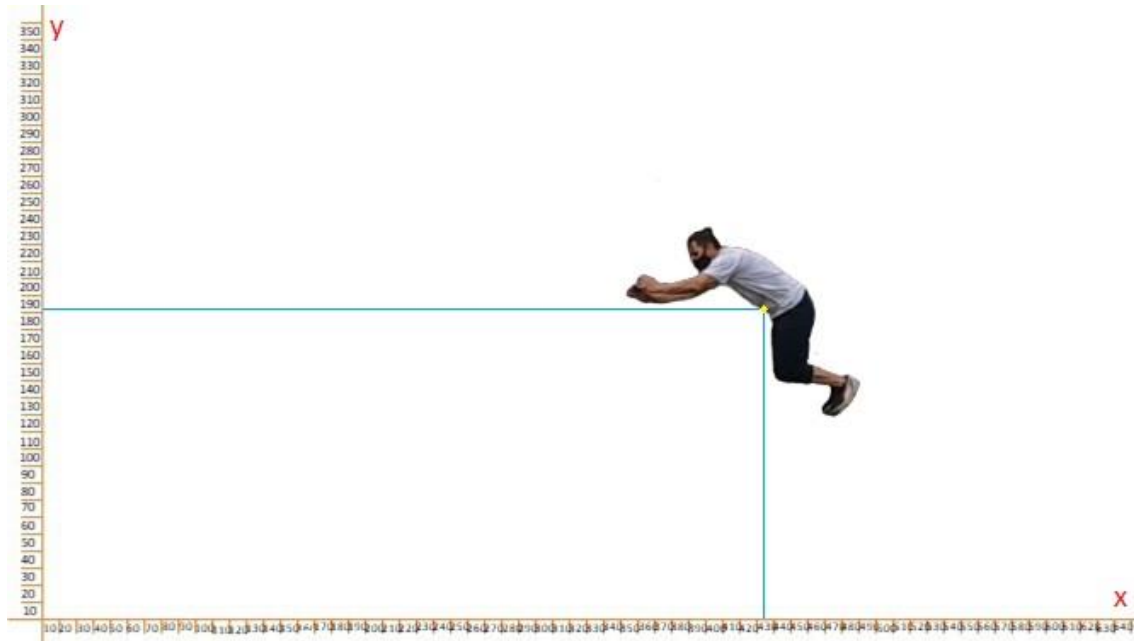


Figura 19. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 25.

Movimiento 4 de salto de precisión de parkour

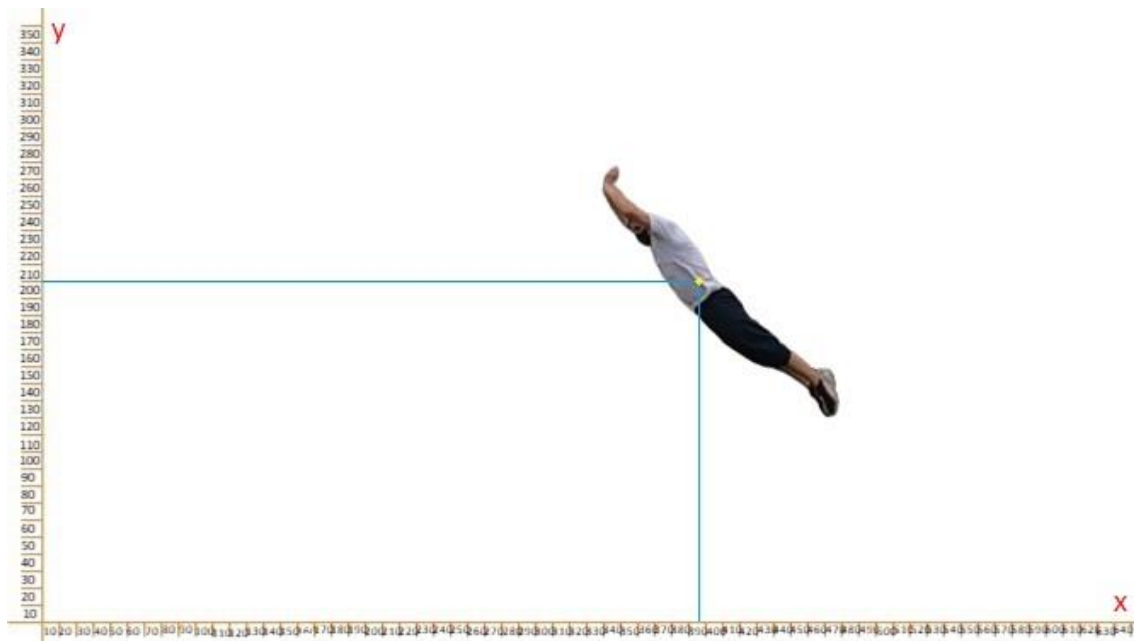


Figura 20. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 27.

Movimiento 5 de salto de precisión de parkour

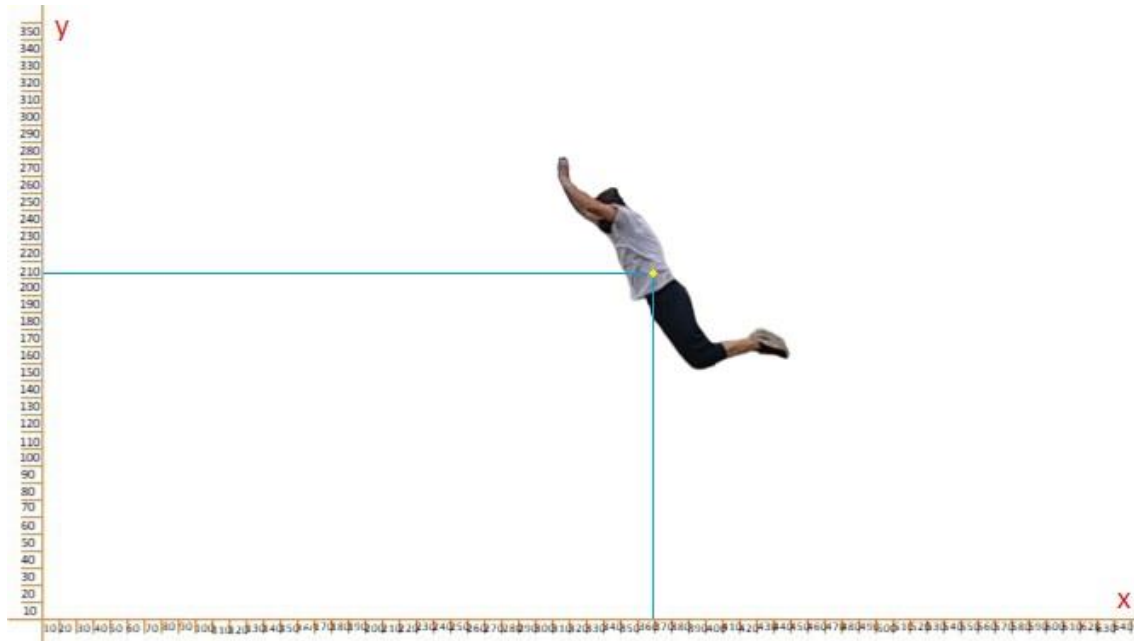


Figura 21. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos de acuerdo con la figura 29.

Movimiento 6 de salto de precisión de parkour

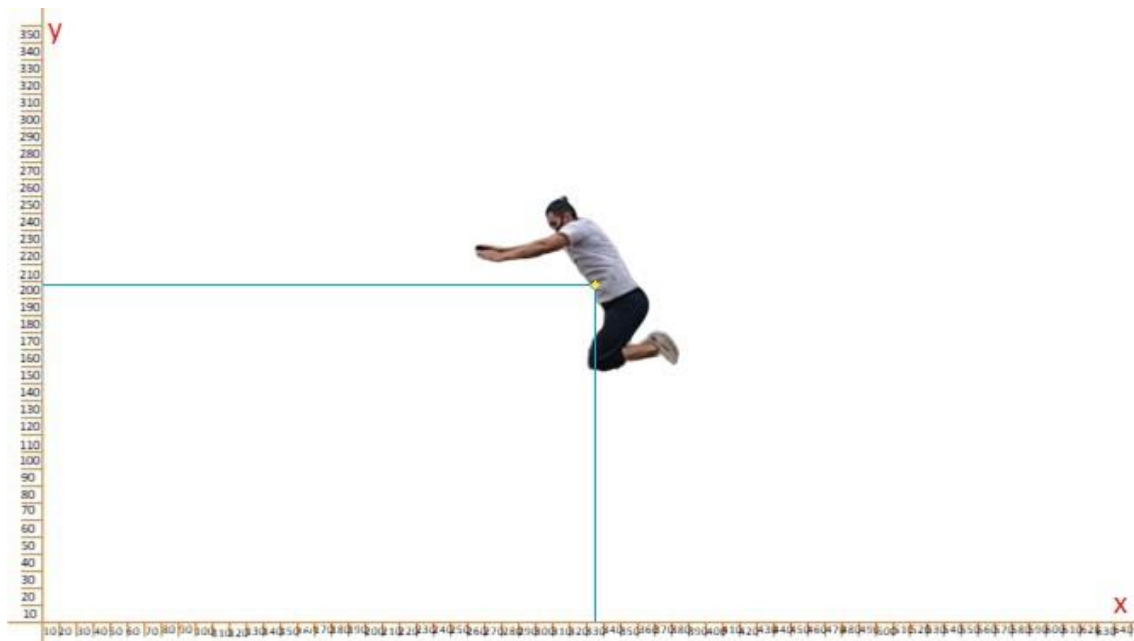


Figura 22. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 31.

Movimiento 7 de salto de precisión de parkour

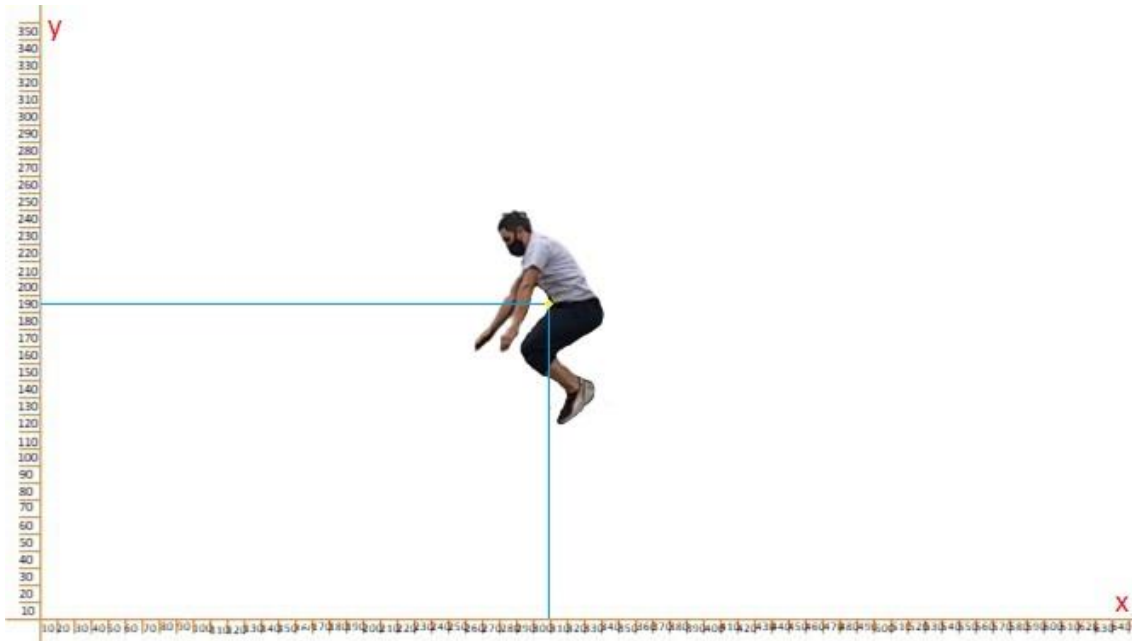


Figura 23. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 33.

Movimiento 8 de salto de precisión de parkour

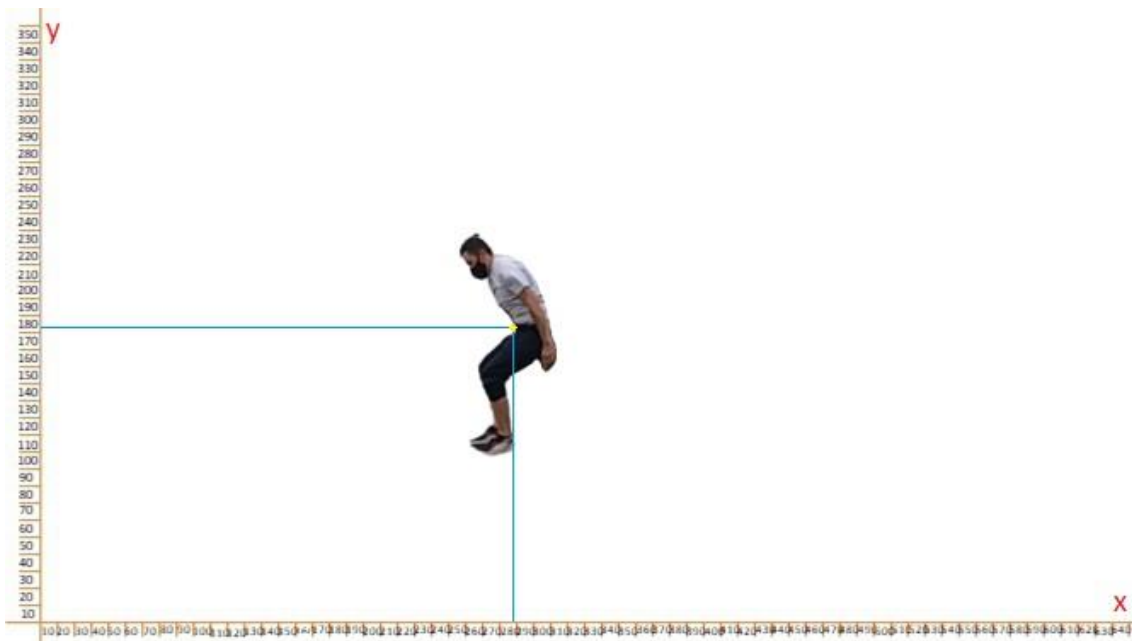


Figura 24. Centro de masa obtenido a partir de la relación de los centros de masa y la posición de estos, de acuerdo con la figura 35.

Movimiento 9 de salto de precisión de parkour

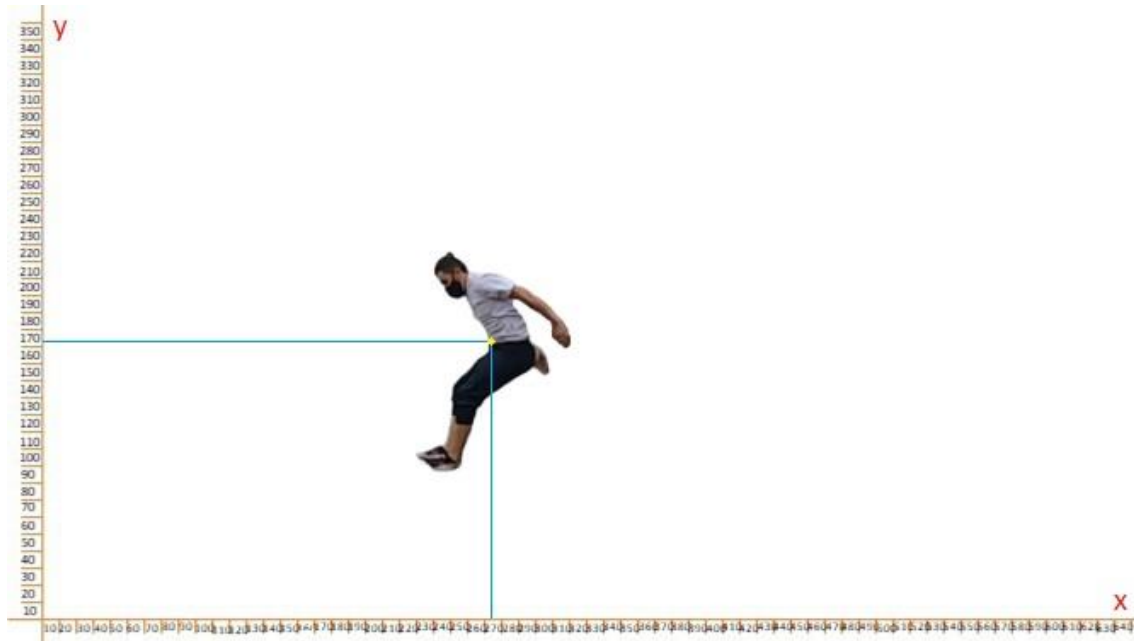


Figura 25. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 37.

Movimiento 10 de salto de precisión de parkour

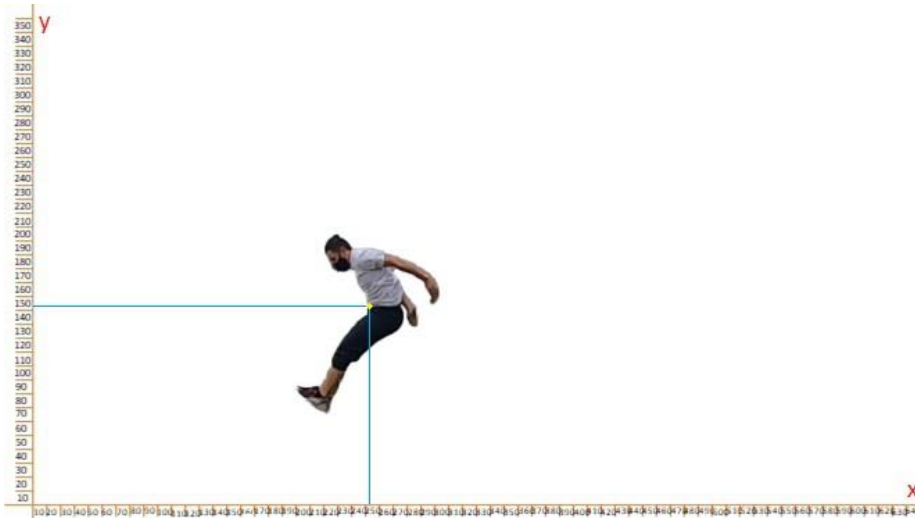


Figura 26. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 39.

Movimiento 11 de salto de precisión de parkour

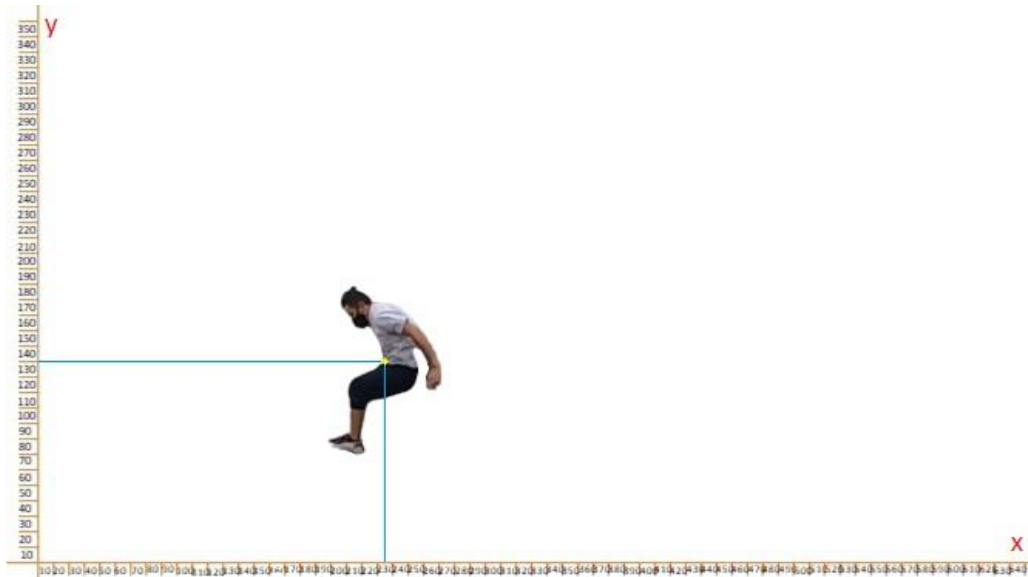


Figura 27. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 41.

Movimiento 12 de salto de precisión de parkour

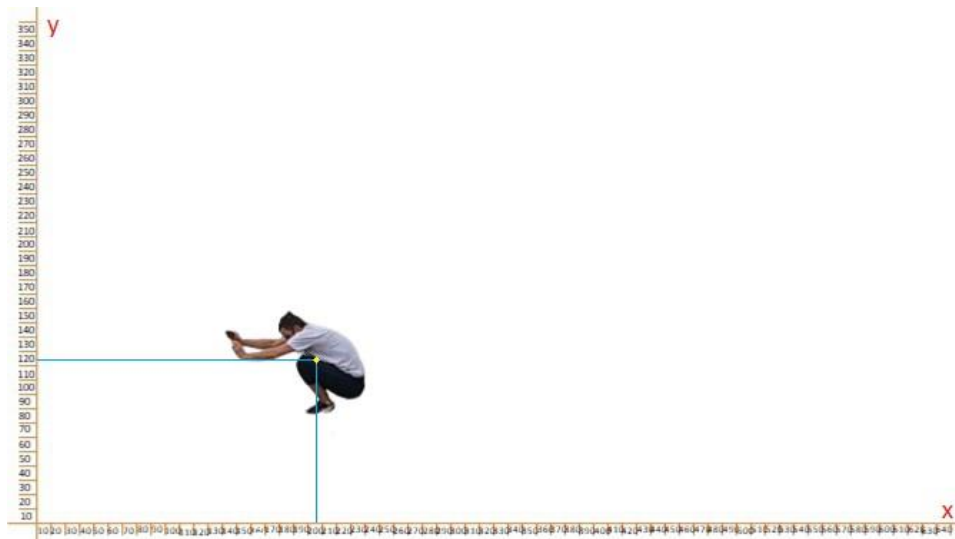


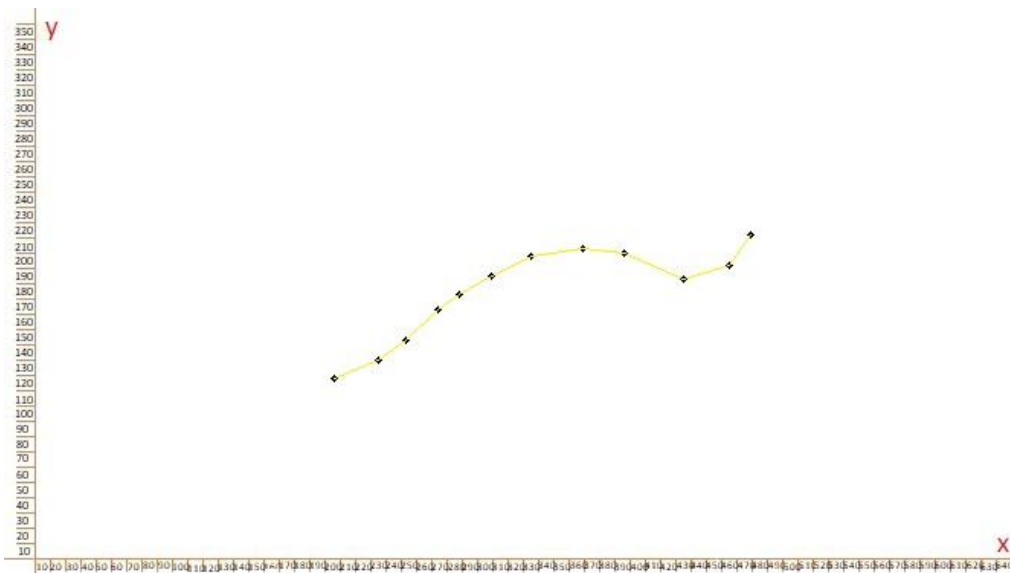
Figura 28. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 43.

Tabla 8. Coordenadas correspondientes al centro de masa de cada movimiento de la descomposición del salto de precisión.

Centro de masa por movimiento	CMx	CMy
Movimiento 1	479.4	221.7
Movimiento 2	464.8	201.8
Movimiento 3	434.7	192.6
Movimiento 4	396.2	210.2
Movimiento 5	369.2	213.3
Movimiento 6	335.1	208.6
Movimiento 7	308.8	195.4
Movimiento 8	288.5	182.7
Movimiento 9	274	172.8
Movimiento 10	252.6	152.9
Movimiento 11	235.3	140.5
Movimiento 12	206.5	123.7

En la tabla 19 se puede observar las coordenadas obtenidas para cada movimiento de la descomposición del salto de precisión del parkour, esto permite generar una gráfica para ver la trayectoria que sigue el centro de masa en general de acuerdo con el cambio de forma del cuerpo humano, para ver la gráfica correspondiente ver (figura 45).

Figura 29. Gráfica de seguimiento del centro de masa general de cada movimiento dentro del salto de precisión.



Como se ve en la (figura 45) el cuerpo humano al ser una composición de cuerpos más pequeños algunos con un grado de libertad en diferentes direcciones, genera cambios en los movimientos del cuerpo humano, lo que posibilita que la trayectoria definida que debe seguir el centro de masa cambie levemente pero que permite percibir la suspensión del cuerpo humano en el aire, permitiendo que un practicante de este deporte alcance distancias mayores a las consideradas en los movimientos parabólicos.

No es posible establecer una función para esta gráfica, porque para eso se establece una ecuación que permite encontrar punto a punto el centro de masa para cada movimiento, entonces, como el cuerpo genera otro tipo de movimientos, sería limitar el movimiento del cuerpo a este solo. Además, hay que tener en cuenta que cada cuerpo puede moverse de formas diferentes.

REFLEXIONES

De acuerdo con la investigación realizada sobre el movimiento del centro de masa, conforme el cambio que puede generar el cuerpo humano es posible discretizar un cuerpo continuo gracias a unas consideraciones como lo es una modelación a partir de figuras geométricas en el caso de este texto, permitiendo reducir el estudio de un cuerpo complejo a puntos más sencillos.

Este tipo de trabajos posibilita la vinculación de estudio de varias áreas del conocimiento, para este trabajo los deportes o el cuerpo con la física, en donde a partir de los movimientos del cuerpo humano es posible encontrar una relación teórica permitiendo que la experiencia de una persona sea clave para comprender o aprender otro conocimiento.

El cuerpo humano posibilita gran cantidad de estudio, para este trabajo de investigación permitió a partir de una observación o experiencia de una suspensión querer ir más allá de solo la trayectoria, la fuerza o la técnica de salto de una persona y comprender un fenómeno físico como el cambio de forma de un cuerpo en el espacio permitiendo variaciones en la posición con respecto a puntos de referencia del centro de masa.

CONCLUSIONES

1. Esta investigación permite comprobar que, discretizando un cuerpo continuo usando como consideración la modelación del cuerpo humano a partir de figuras geométricas, posibilita mostrar que el centro de masa puede variar su trayectoria debido al cambio de las partes más pequeñas del cuerpo en general, de esta forma se muestra que la suspensión en el aire que se percibe en los deportistas no es que una perturbación en la trayectoria que debería seguir el centro de masa general del cuerpo humano.
2. El centro de masa permite analizar el movimiento de cuerpos extensos unos con características simples y otros más complejos en cuanto a simetría, en algunos casos es necesario realizar consideraciones para cuerpos que pueden variar su forma como el cuerpo humano, como se propone en este trabajo con las modelaciones.
3. La experiencia de una persona en algún campo de conocimiento permite acceder a otros conocimientos usando como punto de partida lo que ya conoce, generando relaciones con conocimientos nuevos, este trabajo posibilita generar relaciones de movimiento del cuerpo humano con la teoría del centro de masa para cuerpos complejos y así mismos sencillos, permitiendo que deportistas comprendan conceptos de la física, como físicos comprendan el movimiento del cuerpo humano desde otra perspectiva. Lo que permite que las personas tengan la oportunidad de vincular conocimientos y tengan la opción de adquirir ese querer aprender ciencias para entender mejor el mundo que nos rodea.

ANEXOS

Anexo 1

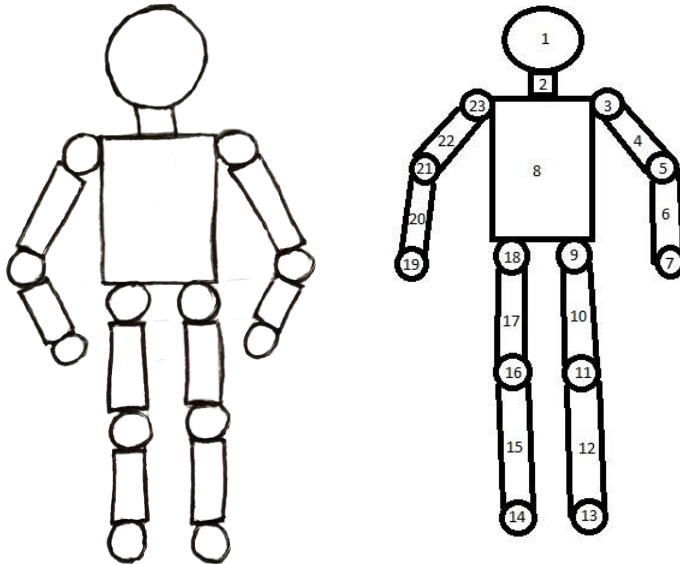


Figura 30 Primera modelación del cuerpo humano en 2d, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.

Anexo 2

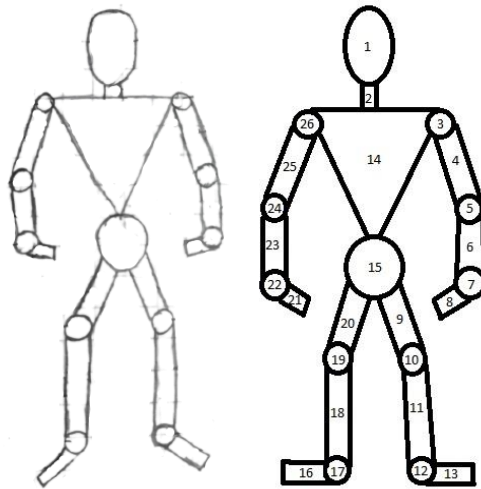


Figura 31 Vista 2D de la segunda modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.

Anexo 3

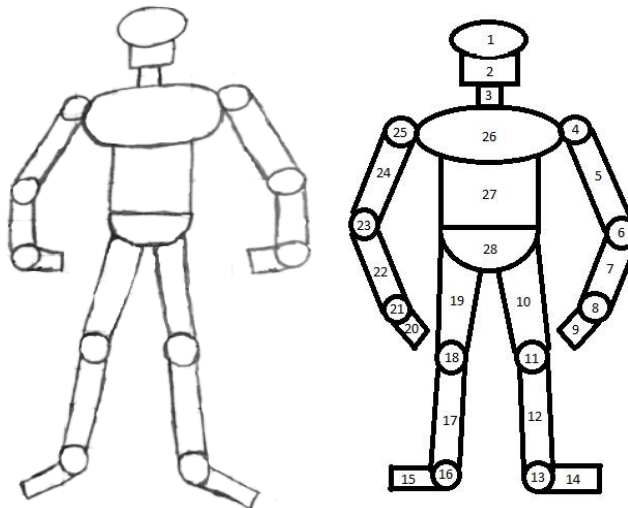


Figura 32 Vista 2D de la tercera modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.

Anexo 4

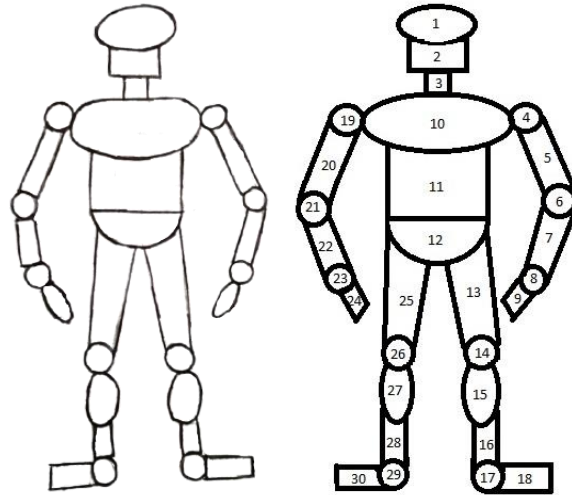


Figura 33 Vista 3D de la segunda modelación del cuerpo humano, la figura de la izquierda corresponde al boceto realizado a mano y el de la derecha corresponde a la digitalización de este.

Anexo 5

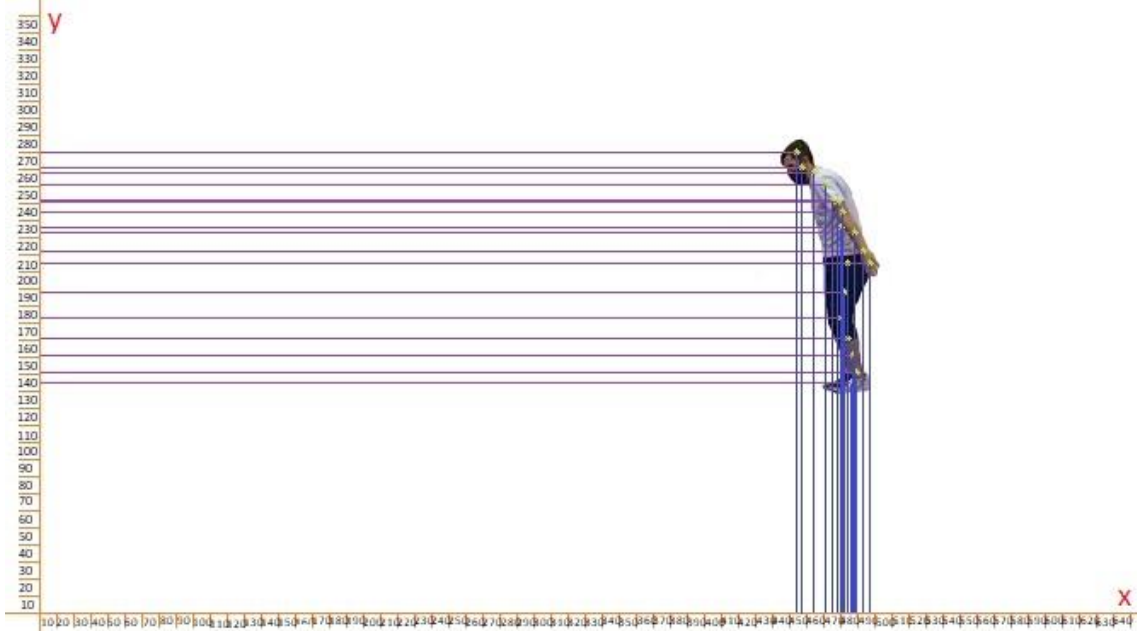


Figura 34. Primer movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 9. Ubicación de las coordenadas x, y, del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 21.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	454	280	319616	197120
Mandíbula	2	452	457	271	206564	122492
Cuello	3	182.2	464	268	84540.8	48829.6
Hombro i.	4	166.7	471	261	78515.7	43508.7
hombro d.	19	166.7	471	261	78515.7	43508.7
Pecho	10	2258.6	475	252	1072835	569167.2
Abdomen	11	525	480	236	252000	123900
Brazo i.	5	425.25	478	251	203269.5	106737.75
Brazo d.	20	425.25	478	251	203269.5	106737.75
Codo i.	6	121.5	481	245	58441.5	29767.5
Codo d.	21	121.5	481	245	58441.5	29767.5
Antebrazo i.	7	486	488	233	237168	113238
Antebrazo d.	22	486	488	233	237168	113238
Muñeca i.	8	36	493	222	17748	7992
Muñeca d.	23	36	493	222	17748	7992
Mano i.	9	102	497	215	50694	21930
Mano d.	24	102	497	215	50694	21930
Cadera	12	2730.6	484	215	1321610.4	587079
Pierna i.	13	1267.5	482	198	610935	250965
Pierna d.	25	1267.5	482	198	610935	250965
Rodilla i.	14	222	480	183	106560	40626
Rodilla d.	26	222	480	183	106560	40626
Gastrocnemio i.	15	233.3	484	171	112917.2	39894.3
Gastrocnemio d.	27	233.3	484	171	112917.2	39894.3
Soleo i.	16	304	487	161	148048	48944
Soleo d.	28	304	487	161	148048	48944
Tobillo i.	17	57.16	489	151	27951.24	8631.16
Tobillo d.	29	57.16	489	151	27951.24	8631.16
Pie i.	18	243	486	145	118098	35235
Pie d.	30	243	486	145	118098	35235

Anexo 6

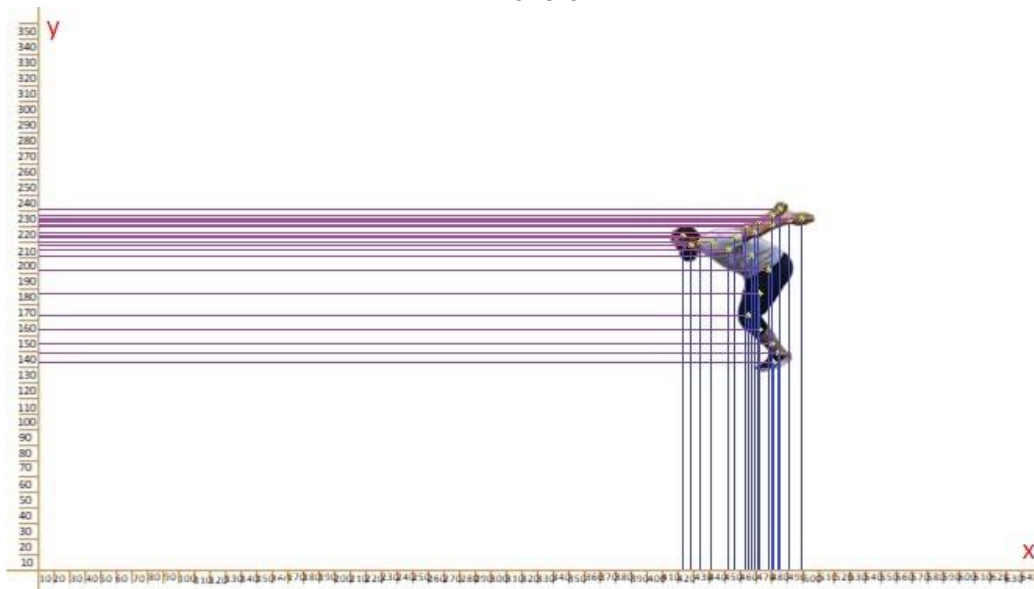


Figura 35. Segundo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 10. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 23.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	423	224	297792	157696
Mandíbula	2	452	428	218	193456	98536
Cuello	3	182.2	434	220	79074.8	40084
Hombro i.	4	166.7	441	220	73514.7	36674
hombro d.	19	166.7	441	220	73514.7	36674
Pecho	10	2258.6	452	215	1020887.2	485599
Abdomen	11	525	467	211	245175	110775
Brazo i.	5	425.25	456	223	193914	94830.75
Brazo d.	20	425.25	456	223	193914	94830.75
Codo i.	6	121.5	469	226	56983.5	27459
Codo d.	21	121.5	463	230	56254.5	27945
Antebrazo i.	7	486	471	231	228906	112266
Antebrazo d.	22	486	480	233	233280	113238
Muñeca i.	8	36	491	234	17676	8424
Muñeca d.	23	36	480	237	17280	8532
Mano i.	9	102	499	235	50898	23970
Mano d.	24	102	485	241	49470	24582
Cadera	12	2730.6	478	202	1305226.8	551581.2
Pierna i.	13	1267.5	472	187	598260	237022.5
Pierna d.	25	1267.5	472	187	598260	237022.5
Rodilla i.	14	222	465	173	103230	38406
Rodilla d.	26	222	465	173	103230	38406
Gastrocnemio i.	15	233.3	472	164	110117.6	38261.2
Gastrocnemio d.	27	233.3	472	164	110117.6	38261.2
Soleo i.	16	304	480	155	145920	47120
Soleo d.	28	304	480	155	145920	47120
Tobillo i.	17	57.16	484	149	27665.44	8516.84
Tobillo d.	29	57.16	484	149	27665.44	8516.84
Pie i.	18	243	481	143	116883	34749
Pie d.	30	243	481	143	116883	34749

Anexo 7

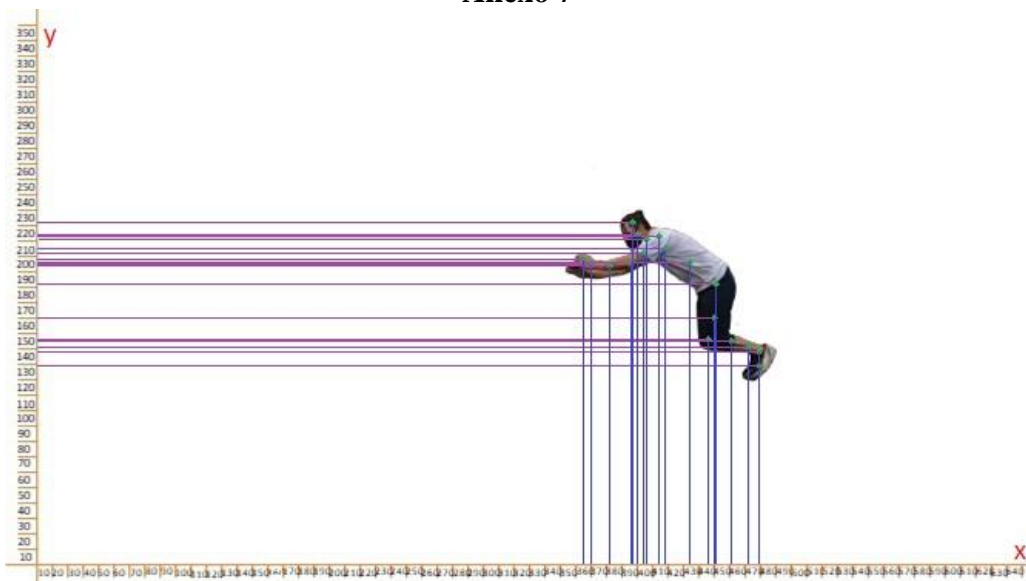


Figura 36. Tercer movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 11. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 25.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	397	232	279488	163328
Mandíbula	2	452	400	224	180800	101248
Cuello	3	182.2	406	221	73973.2	40266.2
Hombro i.	4	166.7	414	223	69013.8	37174.1
hombro d.	19	166.7	414	223	69013.8	37174.1
Pecho	10	2258.6	418	215	944094.8	485599
Abdomen	11	525	434	205	227850	107625
Brazo i.	5	425.25	404	212	171801	90153
Brazo d.	20	425.25	404	212	171801	90153
Codo i.	6	121.5	396	205	48114	24907.5
Codo d.	21	121.5	396	205	48114	24907.5
Antebrazo i.	7	486	382	204	185652	99144
Antebrazo d.	22	486	482	204	234252	99144
Muñeca i.	8	36	370	206	13320	7416
Muñeca d.	23	36	370	206	13320	7416
Mano i.	9	102	365	208	37230	21216
Mano d.	24	102	365	208	37230	21216
Cadera	12	2730.6	451	192	1231500.6	524275.2
Pierna i.	13	1267.5	450	170	570375	215475
Pierna d.	25	1267.5	450	170	570375	215475
Rodilla i.	14	222	446	156	99012	34632
Rodilla d.	26	222	446	156	99012	34632
Gastrocnemio i.	15	233.3	461	155	107551.3	36161.5
Gastrocnemio d.	27	233.3	461	155	107551.3	36161.5
Soleo i.	16	304	472	151	143488	45904
Soleo d.	28	304	472	151	143488	45904
Tobillo i.	17	57.16	479	148	27379.64	8459.68
Tobillo d.	29	57.16	479	148	27379.64	8459.68
Pie i.	18	243	479	139	116397	33777
Pie d.	30	243	479	139	116397	33777

Anexo 8

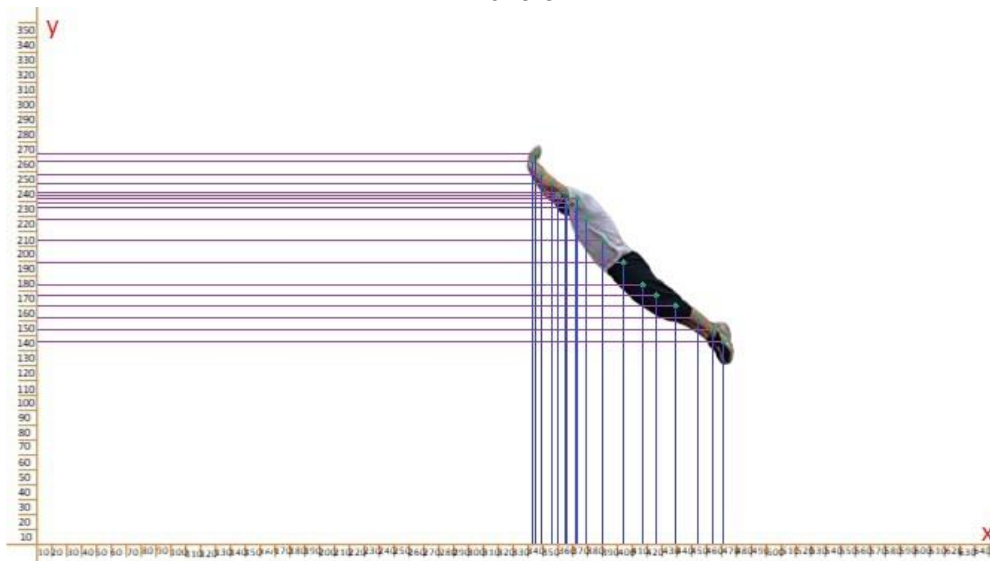


Figura 37. Cuarto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 12. Ubicación de las coordenadas x, y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 27.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	360	244	253440	171776
Mandíbula	2	452	366	239	165432	108028
Cuello	3	182.2	372	236	67778.4	42999.2
Hombro i.	4	166.7	373	242	62179.1	40341.4
hombro d.	19	166.7	373	242	62179.1	40341.4
Pecho	10	2258.6	379	228	856009.4	514960.8
Abdomen	11	525	390	214	204750	112350
Brazo i.	5	425.25	365	246	155216.25	104611.5
Brazo d.	20	425.25	365	246	155216.25	104611.5
Codo i.	6	121.5	356	252	43254	30618
Codo d.	21	121.5	356	252	43254	30618
Antebrazo i.	7	486	349	258	169614	125388
Antebrazo d.	22	486	349	258	169614	125388
Muñeca i.	8	36	343	267	12348	9612
Muñeca d.	23	36	343	267	12348	9612
Mano i.	9	102	345	272	35190	27744
Mano d.	24	102	345	272	35190	27744
Cadera	12	2730.6	405	199	1105893	543389.4
Pierna i.	13	1267.5	417	184	528547.5	233220
Pierna d.	25	1267.5	417	184	528547.5	233220
Rodilla i.	14	222	426	177	94572	39294
Rodilla d.	26	222	426	177	94572	39294
Gastrocnemio i.	15	233.3	439	170	102418.7	39661
Gastrocnemio d.	27	233.3	439	170	102418.7	39661
Soleo i.	16	304	454	162	138016	49248
Soleo d.	28	304	454	162	138016	49248
Tobillo i.	17	57.16	464	154	26522.24	8802.64
Tobillo d.	29	57.16	464	154	26522.24	8802.64
Pie i.	18	243	471	146	114453	35478
Pie d.	30	243	471	146	114453	35478

Anexo 9

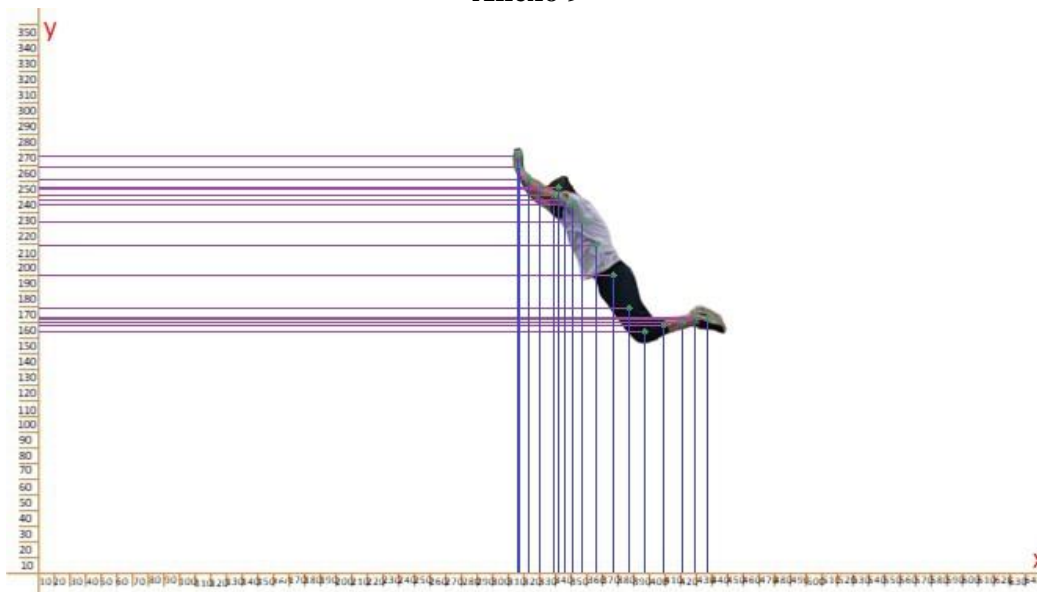


Figura 38. Quinto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 13. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 29.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	342	256	240768	180224
Mandibula	2	452	346	248	156392	112096
Cuello	3	182.2	351	245	63952.2	44639
Hombro i.	4	166.7	351	245	58511.7	40841.5
hombro d.	19	166.7	351	245	58511.7	40841.5
Pecho	10	2258.6	357	234	806320.2	528512.4
Abdomen	11	525	366	219	192150	114975
Brazo i.	5	425.25	339	251	144159.75	106737.75
Brazo d.	20	425.25	339	251	144159.75	106737.75
Codo i.	6	121.5	330	255	40095	30982.5
Codo d.	21	121.5	330	255	40095	30982.5
Antebrazo i.	7	486	323	261	156978	126846
Antebrazo d.	22	486	323	261	156978	126846
Muñeca i.	8	36	317	269	11412	9684
Muñeca d.	23	36	317	269	11412	9684
Mano i.	9	102	316	276	32232	28152
Mano d.	24	102	316	276	32232	28152
Cadera	12	2730.6	377	200	1029436.2	546120
Pierna i.	13	1267.5	387	179	490522.5	226882.5
Pierna d.	25	1267.5	387	179	490522.5	226882.5
Rodilla i.	14	222	397	164	88134	36408
Rodilla d.	26	222	397	164	88134	36408
Gastrocnemio i.	15	233.3	409	168	95419.7	39194.4
Gastrocnemio d.	27	233.3	409	168	95419.7	39194.4
Soleo i.	16	304	411	170	124944	51680
Soleo d.	28	304	411	170	124944	51680
Tobillo i.	17	57.16	429	173	24521.64	9888.68
Tobillo d.	29	57.16	429	173	24521.64	9888.68
Pie i.	18	243	437	172	106191	41796
Pie d.	30	243	437	172	106191	41796

Anexo 10

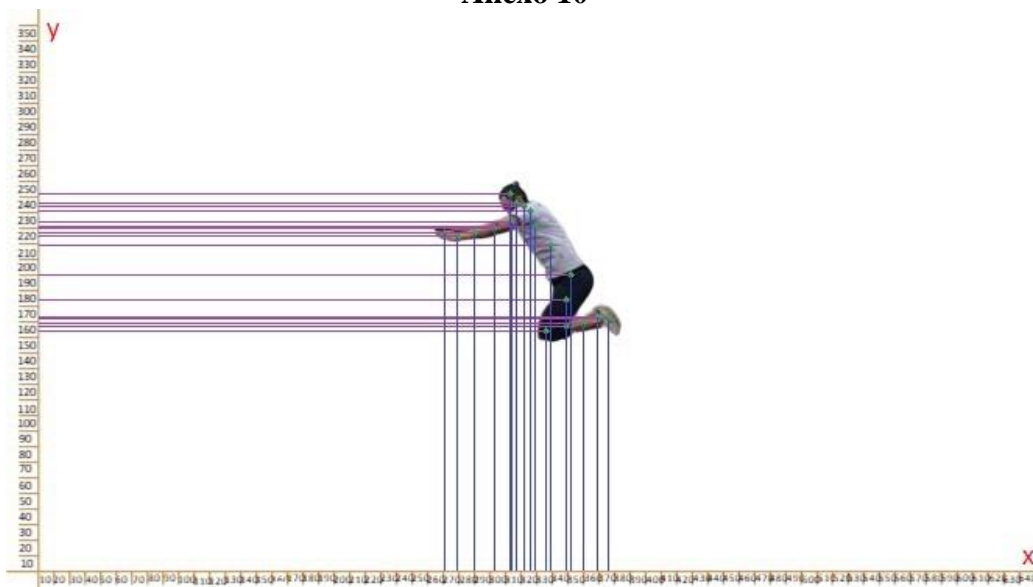


Figura 39. Sexto movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 14. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 31.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	313	252	220352	177408
Mandibula	2	452	318	246	143736	111192
Cuello	3	182.2	322	244	58668.4	44456.8
Hombro i.	4	166.7	326	241	54344.2	40174.7
hombro d.	19	166.7	326	241	54344.2	40174.7
Pecho	10	2258.6	329	231	743079.4	521736.6
Abdomen	11	525	339	219	177975	114975
Brazo i.	5	425.25	314	234	133528.5	99508.5
Brazo d.	20	425.25	314	234	133528.5	99508.5
Codo i.	6	121.5	303	230	36814.5	27945
Codo d.	21	121.5	303	230	36814.5	27945
Antebrazo i.	7	486	290	227	140940	110322
Antebrazo d.	22	486	290	227	140940	110322
Muñeca i.	8	36	279	225	10044	8100
Muñeca d.	23	36	279	225	10044	8100
Mano i.	9	102	271	227	27642	23154
Mano d.	24	102	271	227	27642	23154
Cadera	12	2730.6	352	200	961171.2	546120
Pierna i.	13	1267.5	349	184	442357.5	233220
Pierna d.	25	1267.5	349	184	442357.5	233220
Rodilla i.	14	222	336	164	74592	36408
Rodilla d.	26	222	336	164	74592	36408
Gastrocnemio i.	15	233.3	349	167	81421.7	38961.1
Gastrocnemio d.	27	233.3	349	167	81421.7	38961.1
Soleo i.	16	304	360	169	109440	51376
Soleo d.	28	304	360	169	109440	51376
Tobillo i.	17	57.16	369	173	21092.04	9888.68
Tobillo d.	29	57.16	369	173	21092.04	9888.68
Pie i.	18	243	376	172	91368	41796
Pie d.	30	243	376	172	91368	41796

Anexo 11

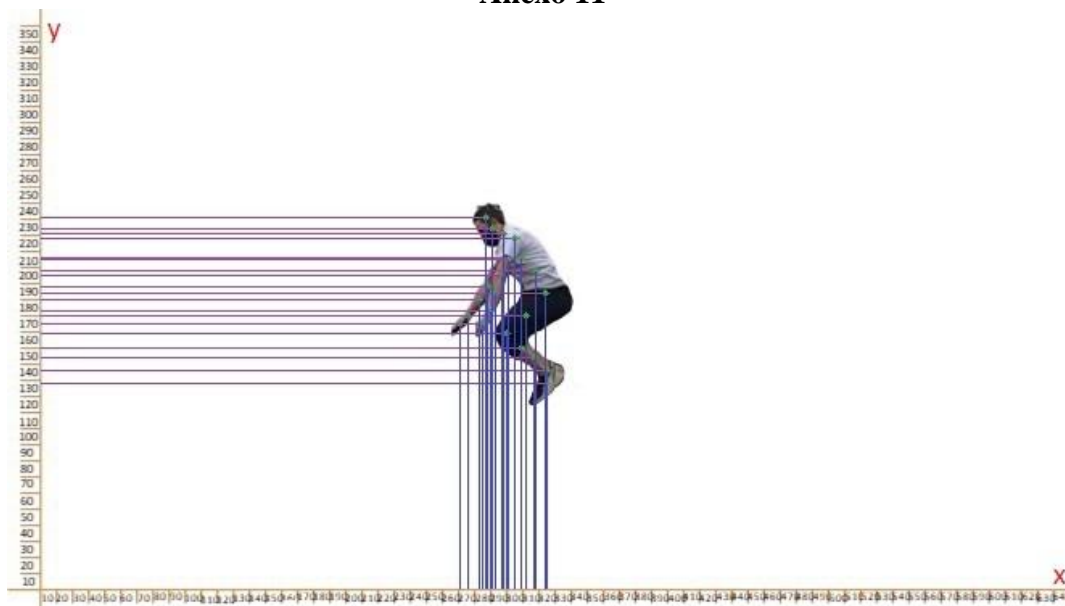


Figura 40. Séptimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 15. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 33.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	287	241	202048	169664
Mandibula	2	452	291	234	131532	105768
Cuello	3	182.2	298	231	54295.6	42088.2
Hombro i.	4	166.7	305	228	50843.5	38007.6
hombro d.	19	166.7	305	228	50843.5	38007.6
Pecho	10	2258.6	309	216	697907.4	487857.6
Abdomen	11	525	318	208	166950	109200
Brazo i.	5	425.25	301	215	128000.25	91428.75
Brazo d.	20	425.25	301	215	128000.25	91428.75
Codo i.	6	121.5	297	205	36085.5	24907.5
Codo d.	21	121.5	288	198	34992	24057
Antebrazo i.	7	486	293	194	142398	94284
Antebrazo d.	22	486	283	190	137538	92340
Muñeca i.	8	36	290	183	10440	6588
Muñeca d.	23	36	276	180	9936	6480
Mano i.	9	102	285	175	29070	17850
Mano d.	24	102	271	175	27642	17850
Cadera	12	2730.6	324	194	884714.4	529736.4
Pierna i.	13	1267.5	312	180	395460	228150
Pierna d.	25	1267.5	312	180	395460	228150
Rodilla i.	14	222	300	169	66600	37518
Rodilla d.	26	222	300	169	66600	37518
Gastrocnemio i.	15	233.3	309	160	72089.7	37328
Gastrocnemio d.	27	233.3	309	160	72089.7	37328
Soleo i.	16	304	317	154	96368	46816
Soleo d.	28	304	317	154	96368	46816
Tobillo i.	17	57.16	325	146	18577	8345.36
Tobillo d.	29	57.16	325	146	18577	8345.36
Pie i.	18	243	325	138	78975	33534
Pie d.	30	243	325	138	78975	33534

Anexo 12

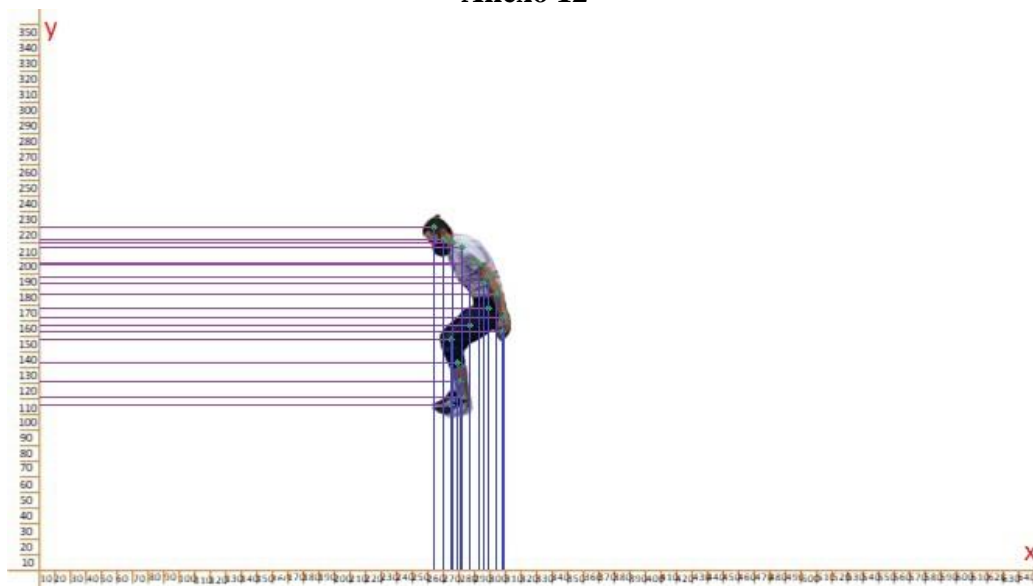


Figura 41. Octavo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 16. Ubicación de las coordenadas x , y y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 35.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	264	230	185856	161920
Mandibula	2	452	270	222	122040	100344
Cuello	3	182.2	276	220	50287.2	40084
Hombro i.	4	166.7	282	217	47009.4	36173.9
hombro d.	19	166.7	282	217	47009.4	36173.9
Pecho	10	2258.6	287	207	648218.2	467530.2
Abdomen	11	525	296	194	155400	101850
Brazo i.	5	425.25	293	206	124598.25	87601.5
Brazo d.	20	425.25	293	206	124598.25	87601.5
Codo i.	6	121.5	299	198	36328.5	24057
Codo d.	21	121.5	299	198	36328.5	24057
Antebrazo i.	7	486	304	187	147744	90882
Antebrazo d.	22	486	304	187	147744	90882
Muñeca i.	8	36	309	172	11124	6192
Muñeca d.	23	36	309	172	11124	6192
Mano i.	9	102	308	163	31416	16626
Mano d.	24	102	308	163	31416	16626
Cadera	12	2730.6	299	178	816449.4	486046.8
Pierna i.	13	1267.5	287	167	363772.5	211672.5
Pierna d.	25	1267.5	287	167	363772.5	211672.5
Rodilla i.	14	222	275	158	61050	35076
Rodilla d.	26	222	275	158	61050	35076
Gastrocnemio i.	15	233.3	279	143	65090.7	33361.9
Gastrocnemio d.	27	233.3	279	143	65090.7	33361.9
Soleo i.	16	304	281	131	85424	39824
Soleo d.	28	304	281	131	85424	39824
Tobillo i.	17	57.16	281	121	16061.96	6916.36
Tobillo d.	29	57.16	281	121	16061.96	6916.36
Pie i.	18	243	275	116	66825	28188
Pie d.	30	243	275	116	66825	28188

Anexo 13

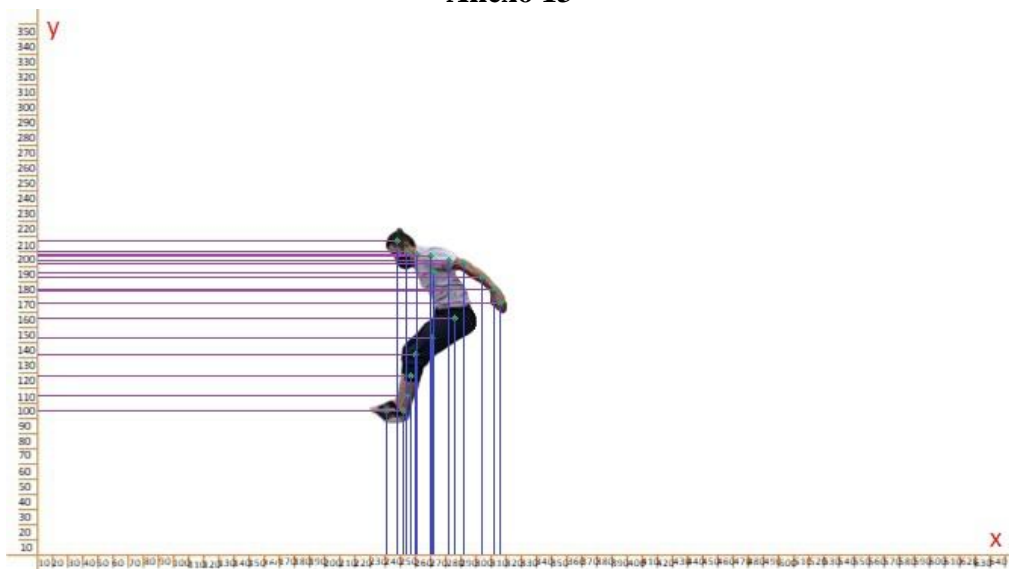


Figura 42. Noveno movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 17. Ubicación de las coordenadas x , y y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 37.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	248	217	174592	152768
Mandibula	2	452	254	210	114808	94920
Cuello	3	182.2	261	208	47554.2	37897.6
Hombro i.	4	166.7	270	207	45009	34506.9
hombro d.	19	166.7	270	207	45009	34506.9
Pecho	10	2258.6	272	196	614339.2	442685.6
Abdomen	11	525	282	184	148050	96600
Brazo i.	5	425.25	282	204	119920.5	86751
Brazo d.	20	425.25	282	204	119920.5	86751
Codo i.	6	121.5	292	202	35478	24543
Codo d.	21	121.5	292	202	35478	24543
Antebrazo i.	7	486	304	193	147744	93798
Antebrazo d.	22	486	304	193	147744	93798
Muñeca i.	8	36	312	185	11232	6660
Muñeca d.	23	36	312	185	11232	6660
Mano i.	9	102	316	176	32232	17952
Mano d.	24	102	316	176	32232	17952
Cadera	12	2730.6	286	166	780951.6	453279.6
Pierna i.	13	1267.5	271	153	343492.5	193927.5
Pierna d.	25	1267.5	271	153	343492.5	193927.5
Rodilla i.	14	222	260	142	57720	31524
Rodilla d.	26	222	260	142	57720	31524
Gastrocnemio i.	15	233.3	257	128	59958.1	29862.4
Gastrocnemio d.	27	233.3	257	128	59958.1	29862.4
Soleo i.	16	304	254	115	77216	34960
Soleo d.	28	304	254	115	77216	34960
Tobillo i.	17	57.16	252	105	14404.32	6001.8
Tobillo d.	29	57.16	252	105	14404.32	6001.8
Pie i.	18	243	241	105	58563	25515
Pie d.	30	243	241	105	58563	25515

Anexo 14

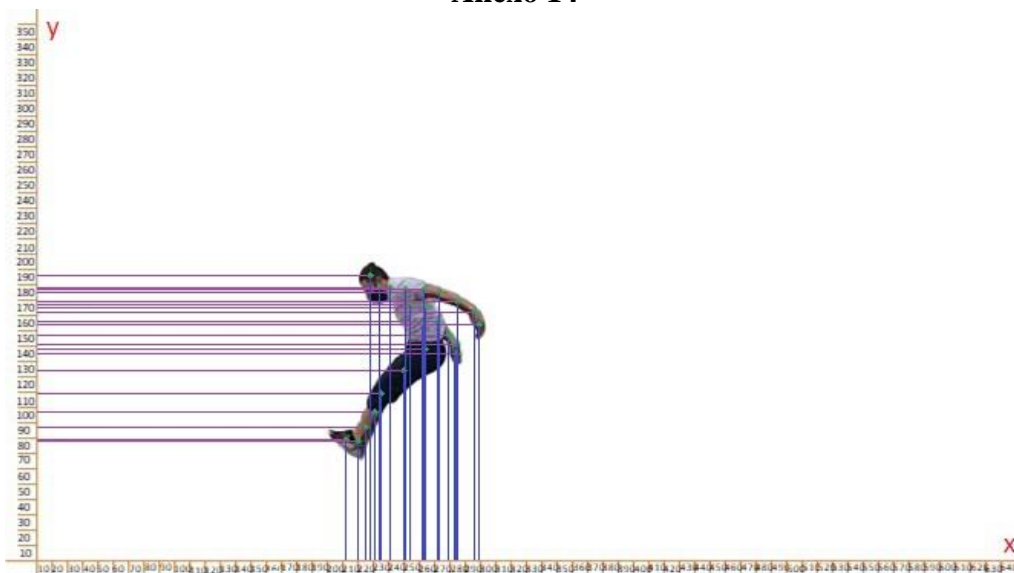


Figura 43. Decimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 18. Ubicación de las coordenadas x , y y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 39.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	228	196	160512	137984
Mandibula	2	452	234	188	105768	84976
Cuello	3	182.2	241	188	43910.2	34253.6
Hombro i.	4	166.7	251	187	41841.7	31172.9
hombro d.	19	166.7	251	187	41841.7	31172.9
Pecho	10	2258.6	254	177	573684.4	399772.2
Abdomen	11	525	262	166	137550	87150
Brazo i.	5	425.25	263	187	111840.75	79521.75
Brazo d.	20	425.25	264	175	112266	74418.75
Codo i.	6	121.5	273	185	33169.5	22477.5
Codo d.	21	121.5	272	166	33048	20169
Antebrazo i.	7	486	285	157	138510	76302
Antebrazo d.	22	486	279	179	135594	86994
Muñeca i.	8	36	296	172	10656	6192
Muñeca d.	23	36	283	151	10188	5436
Mano i.	9	102	299	164	30498	16728
Mano d.	24	102	284	145	28968	14790
Cadera	12	2730.6	264	148	720878.4	404128.8
Pierna i.	13	1267.5	250	134	316875	169845
Pierna d.	25	1267.5	250	134	316875	169845
Rodilla i.	14	222	235	119	52170	26418
Rodilla d.	26	222	235	119	52170	26418
Gastrocnemio i.	15	233.3	231	107	53892.3	24963.1
Gastrocnemio d.	27	233.3	231	107	53892.3	24963.1
Soleo i.	16	304	225	97	68400	29488
Soleo d.	28	304	225	97	68400	29488
Tobillo i.	17	57.16	220	88	12575.2	5030.08
Tobillo d.	29	57.16	220	88	12575.2	5030.08
Pie i.	18	243	212	89	51516	21627
Pie d.	30	243	212	89	51516	21627

Anexo 15

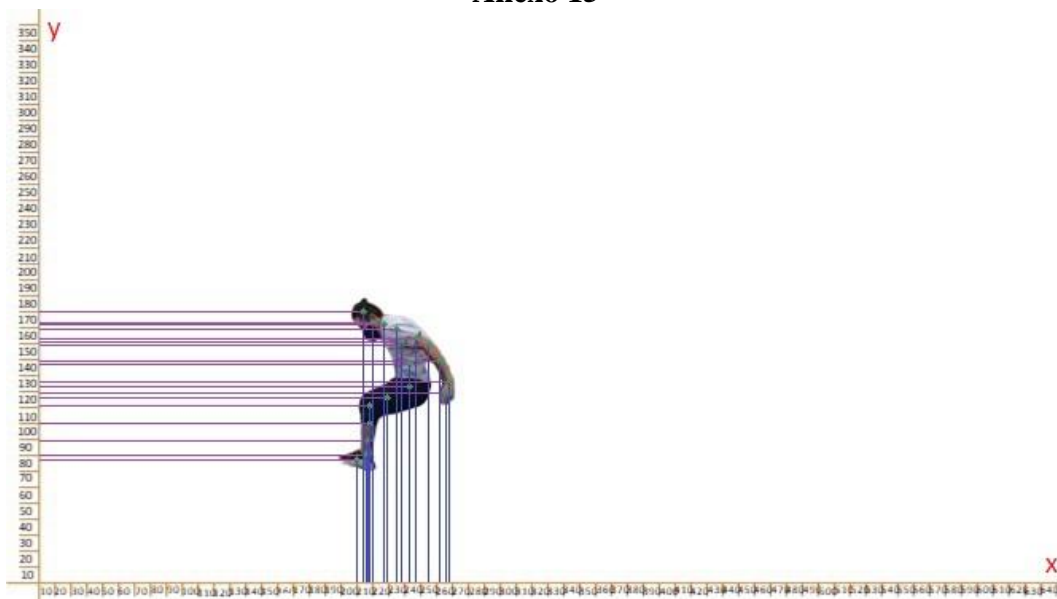


Figura 44. Undécimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 19. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 41.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	214	180	150656	126720
Mandibula	2	452	220	173	99440	78196
Cuello	3	182.2	227	172	41359.4	31338.4
Hombro i.	4	166.7	235	169	39174.5	28172.3
hombro d.	19	166.7	235	169	39174.5	28172.3
Pecho	10	2258.6	238	161	537546.8	363634.6
Abdomen	11	525	243	147	127575	77175
Brazo i.	5	425.25	247	163	105036.75	69315.75
Brazo d.	20	425.25	247	163	105036.75	69315.75
Codo i.	6	121.5	255	159	30982.5	19318.5
Codo d.	21	121.5	255	159	30982.5	19318.5
Antebrazo i.	7	486	262	149	127332	72414
Antebrazo d.	22	486	262	149	127332	72414
Muñeca i.	8	36	268	136	9648	4896
Muñeca d.	23	36	268	136	9648	4896
Mano i.	9	102	266	129	27132	13158
Mano d.	24	102	266	129	27132	13158
Cadera	12	2730.6	243	133	663535.8	363169.8
Pierna i.	13	1267.5	229	126	290257.5	159705
Pierna d.	25	1267.5	229	126	290257.5	159705
Rodilla i.	14	222	218	121	48396	26862
Rodilla d.	26	222	218	121	48396	26862
Gastrocnemio i.	15	233.3	218	110	50859.4	25663
Gastrocnemio d.	27	233.3	218	110	50859.4	25663
Soleo i.	16	304	217	99	65968	30096
Soleo d.	28	304	217	99	65968	30096
Tobillo i.	17	57.16	216	90	12346.56	5144.4
Tobillo d.	29	57.16	216	90	12346.56	5144.4
Pie i.	18	243	210	87	51030	21141
Pie d.	30	243	210	87	51030	21141

Anexo 16

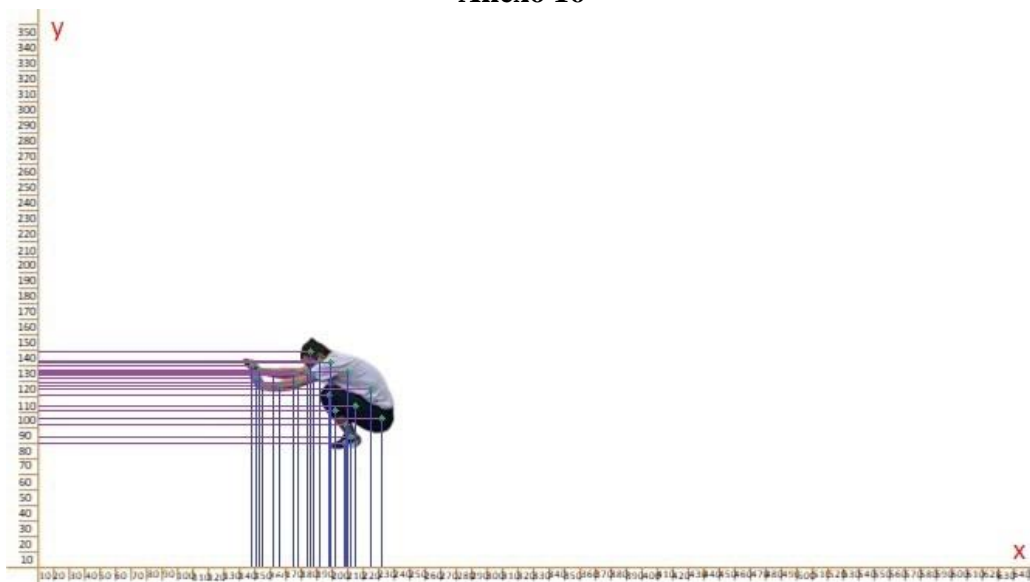


Figura 45. Duodécimo movimiento de la descomposición del salto, de acuerdo con la relación de los centros de masas.

Tabla 20. Ubicación de las coordenadas x , y del centro de masa de cada parte del cuerpo. Además del producto entre la posición y el volumen de cada parte del cuerpo. Datos obtenidos de la figura 43.

Parte del cuerpo	# de masa	Volumen de la parte del cuerpo	x	y	Volumen por su posición en x	Volumen por su posición en y
Cabeza	1	704	186	149	130944	104896
Mandibula	2	452	192	143	86784	64636
Cuello	3	182.2	199	142	36257.8	25872.4
Hombro i.	4	166.7	199	142	33173.3	23671.4
hombro d.	19	166.7	199	142	33173.3	23671.4
Pecho	10	2258.6	210	136	474306	307169.6
Abdomen	11	525	225	125	118125	65625
Brazo i.	5	425.25	188	134	79947	56983.5
Brazo d.	20	425.25	184	197	78246	83774.25
Codo i.	6	121.5	178	129	21627	15673.5
Codo d.	21	121.5	175	136	21262.5	16524
Antebrazo i.	7	486	166	127	80676	61722
Antebrazo d.	22	486	162	136	78732	66096
Muñeca i.	8	36	153	127	5508	4572
Muñeca d.	23	36	153	137	5508	4932
Mano i.	9	102	151	132	15402	13464
Mano d.	24	102	148	140	15096	14280
Cadera	12	2730.6	232	106	633499.2	289443.6
Pierna i.	13	1267.5	215	114	272512.5	144495
Pierna d.	25	1267.5	215	114	272512.5	144495
Rodilla i.	14	222	198	121	43956	26862
Rodilla d.	26	222	198	121	43956	26862
Gastrocnemio i.	15	233.3	202	111	47126.6	25896.3
Gastrocnemio d.	27	233.3	202	111	47126.6	25896.3
Soleo i.	16	304	209	102	63536	31008
Soleo d.	28	304	209	102	63536	31008
Tobillo i.	17	57.16	212	94	12117.92	5373.04
Tobillo d.	29	57.16	212	94	12117.92	5373.04
Pie i.	18	243	208	90	50544	21870
Pie d.	30	243	208	90	50544	21870

BIBLIOGRAFIA

1. Albornoz Salazar, J. Centro de gravedad, centro de masa y centroide.
2. Beléndez, A. (2017). 3. Geometría de masas. Ampliación de Física.
3. Briceño, S. (2015). Introducción a la física a partir del centro de gravedad en el cuerpo humano.
4. Carvajal Córdoba, F. R. (2012). Implicaciones del tratamiento de los conceptos de masa y masa relativista.
5. Descartes, R., (2001). Discurso del método. Madrid: Espasa Calpe.
6. Faraldo García, A. (2009). Registro postural en personas sanas: evaluación del equilibrio mediante el estudio comparativo entre la posturografía dinámica computerizada y el sistema Sway Star. Univ Santiago de Compostela.
7. Gratton, J. (2006). Mecánica. Buenos Aires.
8. Hernandez Sampieri, R., Fernandez Collado, C., & Baptista Lucio, M. del P. (2014). Metodología de la investigación. México: Mc Graw Hill.
9. Lázaro, A. (2000). El equilibrio humano: un fenómeno complejo. *Das menschliche gleichgewicht: ein komplexes phänomen. motorik*, 2, 80-86.
10. Newton, I. (1833). *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Vol. 1). G. Brookman. 64
11. Paredes Correa, F. A. (2016). Relación Arte y Ciencia a partir del estudio del equilibrio estático en los móviles y estables de Alexander Calder.
12. Prodanoff, F. Seminario Universitario Física.
13. Rodríguez, Y. H. (2008). Centro de Masa Aplicaciones a la Geometría. *Foro-RedMat: Revista electrónica de contenido matemático*, 25(2), 1.
14. Ruiz, G. (2003). El concepto estadístico de centro de gravedad. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 53, 43-53.
15. Salcedo Ferrera, S. (2014). Postura estática y dinámica durante el embarazo. 74

16. Sandonís Ruiz, J., sf CALCULO DE CENTROS DE MASA; Personales.unican.es.

Disponible en:

https://personales.unican.es/junqueraj/JavierJunquera_files/Fisica1/Teoria_Centros_de_Masa.pdf.