**Resolución de problemas geométricos y algebraicos a través de la programación usando el lenguaje Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo Sopó**

Luis Felipe Supelano Mesa

Monografía presentada para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Asesora: Paola Alejandra Balda Álvarez, Doctor (PhD) en Educación

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Licenciatura en Matemáticas
Bogotá D.C., Colombia
2023

## Dedicatoria

Dedico con mi amor más grande y profundo el esfuerzo y compromiso de cada palabra de este trabajo a las dos mujeres que son los cimientos del ser humano que soy hoy en día. Ellas han sido testigo de cada día de estudio, de mis errores, aciertos, logros y obstáculos superados, más un sinfín de situaciones adicionales. Son mi inspiración, mi fuente inagotable de superación y a quienes principalmente dedicaré mis logros. Mamita, Laura Inés, y hermanita, Tanía María, culminar este proceso de formación profesional como Licenciado en Matemáticas, por ustedes dos, por esto, este trabajo de grado es por y para las dos.

## Agradecimientos

Agradezco a Paola Alejandra Balda Álvarez mi profesora, mi asesora de este trabajo y mi amiga para toda la vida. Profesional-docente, única en mi camino, quién me incentivó para creer en mis capacidades y para ser mejor día a día. Por subir mi ánimo en aquellos instantes en los que dudé de lo que hacía.

Profesora Lyda Constanza Mora Mendieta, hago mención a mi última experiencia práctica en la universidad por tu guía, tu apoyo, tu preocupación, por tu ser y por creer en mis capacidades. Lograste aportar con tus palabras, tus reflexiones, tu confianza y la libertad en mi ejercicio docente, a que no perdiera el amor por la docencia en matemáticas, en el espacio del Club de Matemáticas al cual tuve el placer de pertenecer como practicante-docente. Tanto el espacio, como la profesora merecen una mención especial en este trabajo.

A mi Universidad Pedagógica Nacional y a las y los seres humanos que fueron participes de mi formación profesional y personal tanto en la facultad de Ciencia y Tecnología, el Departamento de Matemáticas, y en particular en la Licenciatura en Matemáticas, además de cada institución que permitió mi participación como futuro educador matemático.

A la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo, sede Sopó, por permitirme cursar la Practica de Integración Profesional, por darme el espacio de implementar mi experimento de enseñanza en el marco de esta monografía. A las y los estudiantes del curso 801 que pusieron su empeño durante todas las sesiones clase.

Un agradecimiento profundo al profesor Oscar Ernesto González Osorio, quién fue mi tutor durante el desarrollo de mi Práctica de Integración Profesional y quién fue el primero en ofrecerse a ceder su espacio en el aula para poder implementar la propuesta que planteo en el presente trabajo de grado.

**Tabla de contenido**

**Lista de tablas**

**Contenido**

## Lista de figuras

## Lista de tablas

## Resumen

Este trabajo presenta los resultados de la implementación de un experimento de enseñanza, el cual se lleva a cabo como requisito para optar el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. El objetivo de esta monografía es identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo. Como detonante del trabajo se consideran los indicadores de los resultados de las pruebas Supérate, pruebas presentadas por los estudiantes de la institución en el año 2021. Los resultados exponen bajos resultados, en particular, en el proceso de resolución de problemas en matemáticas, específicamente en los componentes algebraico y geométrico. Otro detonante, es una experiencia propia en el campo del desarrollo de software que da cuenta de las oportunidades que brinda este recurso como herramienta para mejorar las habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas. El marco conceptual de la propuesta está organizado en dos grandes categorías, la primera hace alusión al uso de los lenguajes de programación en la clase de matemáticas, y la segunda a la resolución de problemas. La metodología fue la implementación de un diseño de enseñanza a partir de una serie de problemas que se buscaba fueran resueltos por los estudiantes haciendo uso del lenguaje de programación Python. Entre las conclusiones se resalta que en el desarrollo del presente trabajo Python se usa como una herramienta para aprender matemáticas y no viceversa.

*Palabras clave*: Resolución de problemas, Geometría, Álgebra, Python, Lenguaje de programación.

## Introducción

Este trabajo presenta los resultados de la implementación de un experimento de enseñanza, el cual se lleva a cabo como requisito para optar el título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. El objeto de estudio fue identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo; el interés de tomar este camino fue dar cuenta de qué puede ofrecer Python como herramienta en el aula de matemáticas para fortalecer el proceso de resolución de problemas desde la generalización y la medida.

En el primer capítulo, presenta el planteamiento de mi problema el cuál se divide en antecedentes con relación a investigaciones sobre resolución de problemas geométricos en secundaria, investigaciones sobre resolución de problemas algebraicos en secundaria y resolución de problemas matemáticos usando la programación como herramienta. Luego, se expone el planteamiento del problema, el cual se justifica a partir de mi experiencia previa en la institución durante mi Práctica de Integración Profesional en la Escuela y lo evidenciado en los resultados de pruebas Saber (2021) en la institución, en particular, sobre un índice bajo en el proceso de resolución de problemas en matemáticas. También se encuentra la justificación de la propuesta de trabajo de grado a través de una serie de argumentos que soportan los beneficios de aprender a resolver problemas en la escuela y cómo llevarlos al aula como docentes. Por último, se encuentra el objetivo general, el cuál es identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo y los tres objetivos específicos formulados a partir de los antecedentes y las tres tensiones desarrolladas en el planteamiento del problema.

En el segundo capítulo se encuentra descrito el marco conceptual el cual es la fuente teórica que justifica las decisiones metodológicas del experimento de enseñanza, el material de trabajo y la propuesta encamina a la resolución de problemas geométricos y algebraicos usando Python. En este capítulo se habla sobre qué es un problema en matemáticas, cómo plantear problemas, cómo resolver problemas geométricos y algebraicos, se da información sobre recursos TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) y se argumenta el por qué se cataloga a Python como un recurso de aprendizaje. Además, se da una descripción de este lenguaje desde su historia y se argumenta por qué es beneficioso para principiantes en el mundo de la programación. Por último, se encuentra la propuesta con base en los distintos referentes, que consta de cinco fases.

En el tercer capítulo presenta la metodología que se siguió en el desarrollo de la propuesta, esto es, el diseño investigativo que describe cómo fue de principio a fin la construcción de esta monografía. Defino mi estrategia investigativa la cual fue un experimento de enseñanza en un aula matemáticas de grado octavo en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó, al igual, expongo la estructura de la estrategia. Se encuentran al igual las consideraciones éticas con las que se desarrolló esta investigación. Se exponen las intencionalidades y el instrumento usado durante la implementación de la propuesta, dando claridad que lo pensado y usado tiene una intención clara y sustentada teóricamente. Por último, se presentan las categorías de análisis que son la construcción entre las fases para resolver problemas con Python como herramienta y las etapas propuestas en el marco conceptual para trabajar la generalización y la medida.

En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los productos de las y los estudiantes con las cartillas de trabajo del instrumento usado en el aula. Luego, se encuentran las conclusiones que surgieron a partir de los resultados obtenidos durante y después de la implementación del experimento de enseñanza, en los que se vislumbra los logros y retos en relación a los objetivos de este trabajo. Por último, en la discusión realizo un contraste entre el alcance de la propuesta respecto a los objetivos específicos y el objetivo general con los antecedentes del trabajo, esto, dando una idea de lo logrado en mi propuesta respecto a las voces de otros y otras quienes habían trabajado sobre ello.

# Capítulo 1. Planteamiento del problema

## 1.1. Antecedentes

En esta sección y a través de tres apartados se presenta el planteamiento del problema. En el primer apartado se dan a conocer trabajos que aluden a la resolución de problemas geométricos en secundaria, los cuales presentan distintos tipos de estrategias para abordar la enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria. En el segundo apartado se presentan investigaciones relacionadas a la resolución de problemas algebraicos en secundaria, en estos trabajos se puede hallar información sobre los parámetros tenidos en cuenta en el planteamiento de diseño de actividades. En el tercer y último apartado se presentan investigaciones realizadas al implementar lenguajes de programación en la escuela usando matemáticas.

### *1.1.1. Investigaciones sobre la resolución de problemas geométricos en secundaria*

En esta categoría se presentan los trabajos realizados por Ichaso (2016), Buelvas y Teherán (2021) y García y Zúñiga (2014). Estos trabajos reportan y proponen caminos para abordar la solución de problemas geométricos, desde una mirada tradicional de la geometría en las escuelas hasta propuestas para solventar las dificultades que se presentan los estudiantes para afrontar situaciones enmarcadas en el pensamiento y sistemas geométricos.

Ichaso (2016) en su investigación titulada "*Enseñanza de resolución de problemas geométricos en 2° de la Educación Básica Obligatoria (ESO), basada en una adaptación del método Bansho*" presenta y fundamenta una propuesta para el 2° ESO, la cual tuvo como objetivo tratar la resolución de problemas geométricos. Ichaso (2016) propuso un camino diferente al tradicional al considerar un análisis de las dificultades y contenidos geométricos que presentan un grupo de estudiantes en una institución educativa en España. La metodología llevada a cabo fue la revisión bibliográfica, la cual analizó los contenidos de geometría según la norma vigente en España, los problemas a los que se enfrentan las y los estudiantes; y el Método Bansho. Además, realizó un estudio de campo que aplicó encuestas a cinco docentes de matemáticas de un centro educativo de Estella-Lizarra en España. La función de las encuestas fue recoger información sobre qué estrategias utilizaban las y los docentes para abordar problemas geométricos y qué dificultades presentan las y los estudiantes en el aprendizaje de la geometría. Finalmente, se analizaron los datos de las encuestas y se usó la información obtenida en el marco teórico y en el estudio de campo para realizar una propuesta didáctica de cómo resolver problemas geométricos. El marco que sustentó la propuesta se enmarca en el Método Bansho, el cual según Ottawa (2013, referenciado en Ichaso, 2016) se centra en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

La primera conclusión que mencionó Ichaso en su investigación fue que la metodología predominante por las y los docentes a la hora de enseñar geometría es la tradicional, en donde la pizarra (tablero) es el principal recurso en las clases y aunque el método Bansho usa la pizarra, su enfoque es organizar información acorde a la situación a tratar, a través del reporte de pasos y establecimiento de puntos clave a seguir a la hora de resolver un problema. La segunda conclusión fue con a la formación de las y los docentes, Ichaso afirma que las clases deben rehacerse según las necesidades que surgen día a día en la educación y en las aulas de clase. La tercera conclusión consistió en afirmar que el método Bansho aporta al razonamiento, comprensión, la argumentación en el debate con otras y otros estudiantes. Por último, concluyó que el método Bansho favorece al aprendizaje de la geometría porque ayuda a comprender de una mejor manera los contenidos geométricos que mayor dificultad muestran al ser una metodología atractiva, dinámica e interactiva.

Por otro lado, Buelvas y Teherán (2021) en su trabajo titulado *"La resolución de problemas: Estrategia didáctica para fortalecer la competencia de razonamiento matemático en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre)"* proponen como objetivo fortalecer la competencia de razonamiento matemático que utilizan los estudiantes de grado octavo de la institución cuando se enfrentan a la resolución de problemas relacionados con el área y volumen usando GeoGebra. Buelvas y Teherán (2021) evidenciaron dificultades de la competencia de razonamiento en clases y las pruebas saber entre 2014 y 2017, por eso, buscaron una propuesta que fortalezca este aspecto en las y los estudiantes de la institución. La metodología empleada se desarrolló bajo las siguientes dos fases: diagnóstico y el diseño y aplicación de un plan de acción. Con la información obtenida se diseñó una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas apoyada con el software GeoGebra y se finalizó con una evaluación y reflexión que permitió evaluar los resultados obtenidos en la propuesta de estrategia didáctica. El marco que sustentó la propuesta se fundamentó en los principios del modelo didáctico de razonamiento geométrico de Van Hiele, además de la propuesta de Polya (1989) de los pasos para resolver un problema. Finalmente, los autores tuvieron en cuenta las implicaciones pedagógicas asociadas al proceso de resolución de problemas que propone Poggioli (2009).

La primera conclusión del trabajo fue que diez de los quince estudiantes de grado octavo de la I.E. Cristóbal Colón de Morroa presentaron dificultades en la resolución de problemas asociadas a las formas de razonamiento empleadas. La segunda conclusión fue que las prácticas en el aula para enseñar y aprender matemáticas son limitadas y no producen interés en las o los estudiantes. De ahí que los autores, reconozcan la importancia de las clases bien estructuradas y secuenciadas en donde el docente debe prepararse y tener disposición para lograr los objetivos de aprendizaje. La última conclusión a la que se hace alusión es la utilidad de las herramientas TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación), reconociéndose como fuente de motivación, dinamismo e interactividad entre las y los estudiantes.

Otro trabajo fue el realizado por García y Zúñiga (2014) cuyo título es: "*Planteamiento y resolución de problemas de áreas en el laboratorio de educación matemática"*. El trabajo, tuvo como objetivo reconocer el papel que juegan las mediaciones en la comprensión conceptual del área en grado sexto a partir de la resolución de problemas de áreas. Los autores pretendían con esta investigación indagar algunas características de la mediación instrumental y de la comprensión conceptual del área como magnitud a través de la manipulación. La metodología usada por García y Zúñiga (2014) estuvo estructurada con las siguientes fases: la preactiva, la interactiva y la posactiva. El marco teórico reconoció aspectos históricos – epistemológicos que sustentan esta sección con lo dicho por Armella (1996, referenciado en García y Zúñiga, 2014), quien afirma que, la historia de las matemáticas es vista como un laboratorio en el que se puede reflexionar sobre distintos aspectos de la construcción del conocimiento, además de, referentes sobre aspectos matemáticos y didácticos, por último, expone problemáticas desde lo cognitivo en el área matemática.

La primera conclusión dada por García y Zúñiga (2014) fue que la mediación a partir de materiales manipulativos permite a las y los estudiantes tener una base de partida para abordar un problema antes de acudir directamente al procedimiento algorítmico. Los autores resaltaron que la interacción con materiales influye en que se superen dificultades y errores presentes en la construcción conceptual del área. Otra conclusión se centró en reconocer la importancia de aquello que sirve como puente para pasar de un conocimiento informal a conocimiento formal. Como última conclusión, en la investigación se resalta la relevancia de plantear actividades desde los primeros cursos de educación básica primaria con el fin de superar las dificultades en la comprensión del concepto de medida mediante material manipulativo.

En síntesis, en las investigaciones de Ichaso (2016), Buelvas y Teherán (2021) y García y Zúñiga (2014) proponen diversos caminos para abordar la resolución de problemas geométricos mediante propuestas didácticas innovadoras. En estos trabajos se exponen soluciones a partir de metodologías propuestas previamente y relacionadas con métodos que promueven el aprendizaje de la geometría. Por su parte, Buelvas y Teherán (2021) plantean el uso de software GeoGebra, de material manipulativo y de ambientes relacionados con la vida real que aportan caminos novedosos para solucionar problemas geométricos. García y Zúñiga (2014) resaltan que, así como el trabajo del razonamiento aporta a la resolución de problemas, de mismo modo sucede cuando se trabajan otros procesos, ya que, existe una trasversalidad entre ellos. Por último, Ichaso (2016) expone el método Bansho para trabajar la resolución de problemas geométricos como camino alterno en el aula de clases. Todas las investigaciones reportadas en esta categoría contribuyen al trabajo que aquí se presenta y se destaca la idea clara de que se debe tener una metodología de trabajo estructurada y fundamentada que se enfoque en el fortalecimiento de los procesos relacionados a la resolución de problemas geométricos.

Aunque las y los autores sustentan sus propuestas como algo alejado de lo tradicional, es evidente que en ellas se siguen patrones de clases magistrales y tradicionales, esto implica que los autores principales del aprendizaje no sean las y los estudiantes, sino el docente. Al respecto, Ichaso (2016) genera una crítica al uso tradicional de la pizarra en el aula y en su propuesta de usar el método Bansho siguen usando esta herramienta lo cual no resulta innovador, puede que el propósito del método potencie este recurso, aun así, no se evidencia el uso de herramientas nuevas que aporten a nuevas discusiones en el aula a favor del desarrollo del pensamiento geométrico. Por su parte García y Zuñiga (2014) resaltan las ventajas de que las y los niños aprendan geometría con el uso de material manipulativo, este material no se expone como otro diferente al que usualmente se puede o se usa en las escuelas. Es claro que en estos trabajos no se evidencia el uso de recursos TIC, excepto GeoGebra y aunque existen diversas y muy nutridas investigaciones de las grandes ventajas de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, *-no se expone otro tipo de* *herramienta que aporte al desarrollo del pensamiento geométrico y en específico a la resolución de problemas en esta área-.*

### *1.1.2. Investigación sobre la resolución de problemas algebraicos en secundaria*

En este apartado se presentan generalidades de las investigaciones hechas por Díaz (2018), Vega (2016) y Oteiza (2019). En estos trabajos se encuentra información respecto a las dificultades que se presentan a la hora de enseñar y aprender álgebra en la escuela, de cómo perciben las y los estudiantes la utilidad de los conocimientos que ofrece esta área en sus vidas y cómo se presentan estos conocimientos en el aula de matemáticas.

Díaz (2018) en su investigación titulada *"Dificultades y obstáculos en la resolución de problemas en un curso de álgebra, con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del Municipio de Jamundí"* propone como objetivo reducir algunas dificultades y obstáculos en la resolución de problemas en grado octavo. La autora buscó identificar estrategias para optimizar los resultados en el área de matemáticas y encontrar métodos que les permitiera usar el lenguaje algebraicos en problemas matemáticos. La metodología que empleó Díaz en su investigación fue con base es una selección de casos con enfoque cualitativo y de carácter descriptivo, direccionada por los métodos de resolución de problemas de Alan Schoenfeld con el propósito de recolectar información para identificar las dificultades y obstáculos que se presentaban a la hora de resolver problemas de álgebra. Se seleccionaron casos tomados de pruebas realizadas a estudiantes de grado octavo de la institución en la cual se hicieron estudios experimentales y luego de control, para verificar la efectividad de la estrategia aplicada. En el marco teórico de la investigación se exponen algunas dificultades y obstáculos en la resolución de problemas algebraicos. Diaz presenta las ideas de Polya (1965) sobre resolución de problemas y sus fases; fuentes que dan a conocer los aportes del álgebra en las y los estudiantes, además, habla de solución de problemas algebraicos y también de la enseñanza y aprendizaje del álgebra, relaciona ideas sobre la transición de la aritmética al álgebra como una dificultad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación básica y media y da una mirada muy general al conjunto de los números reales; finalmente, habla sobre la normativa nacional para grado octavo.

La principal conclusión que Díaz expuso en su investigación fue ser consciente de las realidades de cada institución y que, dependiendo el lugar, el obstáculo o dificultad más evidente puede cambiar. Por otra parte, mencionó que distintos autores se han preocupado por la resolución de problemas, coincidiendo en que se debe realizar una adecuada lectura de los problemas y seguir una serie de pasos para organizar ideas, aplicar conceptos y con esto resolver correctamente los problemas. Díaz, concluyó además que es relevante el hecho de que se presentan dificultades en conocimiento matemático y tiene que ver la transición de la aritmética al álgebra; en consecuencia, propone como camino a seguir en la escuela para la resolución de problemas la aplicación de nuevas estrategias que tengan un sustento teórico y que aporten al desarrollo de este aspecto.

La investigación realizada por Vega (2016) titulada *"Enseñanza del álgebra a través de la formalización progresiva"* presenta como objetivo proponer problemas recreativos que inviten a las y los estudiantes a jugar con los números, plantea que para resolver sistemas de ecuaciones a partir de problemas y siguiendo las ideas de Martin Van Reeuwijk. La metodología que Vega (2016) usó en su investigación fue proponer problemas en donde se expone en primera instancia ecuaciones aritméticas usando la balanza de dos palillos que consiste en exponer dos maneras diferentes de ver una ecuación usando la igualdad para luego pasar a una formalización solucionando ecuaciones algebraicas. El marco teórico en el que se sustenta el trabajo hace referencia a las dificultades que se presentan en el uso del signo de igualdad, el manejo de incógnita y la resolución de ecuaciones lineales. En este apartado, la autora expone los diferentes tipos de clasificación de resolución de ecuaciones; se específica según la normativa mexicana cómo se comprende el álgebra y específicamente en el aspecto escolar; por último, los errores presentes en la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la escuela.

La conclusión con la que inicia Vega (2016) acerca de su investigación es que trabajar la igualdad, seguido por la resolución de problemas y los sistemas de ecuaciones son el camino para seguir avanzando de manera óptima en el aprendizaje del álgebra. La autora reconoce que usar métodos informales permite resolver problemas sin preocuparse por la formalidad del álgebra; además, usar problemáticas recreativas incentiva a las y los estudiantes a interesarse en aprender álgebra. Finalmente, concluye que el enfoque más acertado es partir de los conocimientos previos de las y los estudiantes, teniendo claro al abordar un problema no suponiendo lo que deben saber sino lo que deben hacer.

El trabajo realizado por Oteiza (2019) titulado *"Enseñanza del álgebra en secundaria: estado actual y propuesta didácticas"* tiene como objetivo presentar conceptos para introducir el álgebra de manera intuitiva en lugar de hacerlo de manera mecánica. En esta investigación se plantea una propuesta didáctica para impartir el bloque de Álgebra, que consta de una serie de actividades usando distintos recursos y metodología para cubrir los contenidos de esta área de las matemáticas. La metodología empleada por Oteiza (2019) fue realizar un estudio sobre distintas propuestas de materiales y metodologías diseñadas por expertos en didáctica para la enseñanza del álgebra. Luego, realizó una encuesta a los profesores de secundaria de Palma que permitió determinar los conocimientos que estos tienen sobre distintas metodologías en el aula y los resultados que con estas se obtienen de sus estudiantes. Finalmente, la autora dispuso una serie de actividades con el fin de trabajar de manera intuitiva los conceptos de introducción del álgebra según la normativa de educación y las problemáticas de aprendizaje.

La primera conclusión de la investigación de Oteiza es la recomendación de realizar un cambio en la metodología con recursos distintos y que aporten a disminuir los errores que cometen las y los docentes a momento de enseñar los conceptos introductorios de álgebra; además se afirma que, se pueden realizar estudios similares y plantear actividades en otros bloques de las matemáticas.

En síntesis, en las investigaciones presentadas en este apartado se evidencia una idea de trabajo similar para abordar la solución de problemas algebraicos. También hay concordancia en que las metodologías que se usan para la enseñanza y aprendizaje del álgebra deben cambiar no solo para lo que se expone a las y los estudiantes, sino, la formación que como docentes se debe realizar para abordar los bloques de esta área en la escuela. En los trabajos de Díaz (2018), Oteiza (2019) y Vega (2016) se resalta la importancia de tener unas buenas bases aritméticas y en sí conocimientos previos sólidos, de modo que, para esta monografía se tomarán estas ideas a la hora de plantear las actividades en donde haya enfoque en el qué hacer y no en el saber.

Díaz (2018) argumenta que se debe ser consciente de la realidad en la que está inmerso el entorno de la institución y por ende sus estudiantes, aun así, aunque en su propuesta no se aprecia innovación en las estrategias, si se sigue una metodología con fundamentos teóricos y que aporta a los obstáculos y dificultades de la enseñanza y aprendizaje del álgebra partiendo de la base aritmética, pero, son actividades que implican desarrollo tradicional de los contenidos del álgebra. Por su parte, Vega (2016) usa la dinámica del juego para que aprender álgebra sea más divertido y genere más interés en las y los estudiantes, de nuevo propone un modelo de estudio en este caso sobre sistemas de ecuaciones siguiendo una línea con la base en la aritmética, luego la igualdad, las ecuaciones y por último los sistemas de ecuaciones. Aunque el juego es algo innovador, se sigue apreciando que el trabajo es de la manera tradicional con la solución rutinaria de ecuaciones y se sigue dando importancia a la aritmética teniendo claro que el punto es el álgebra; finalmente, Oteiza (2019) se centra en los conceptos de introducción del álgebra y de nuevo se puede apreciar que la base aritmética es un punto débil en la enseñanza y aprendizaje del álgebra es claro que por esto no se trabaja directamente el álgebra. Es correcto darse cuenta que el enfoque en muchas áreas está centrado en los conocimientos previos y no en el que hacer propio.

***1.1.3. Investigaciones sobre la resolución de problemas matemáticos usando la programación como herramienta.***

En este apartado se encuentra información relevante acerca de las investigaciones hechas por González (2012), García, Moreno, Robles y Román (2021) y Briz y Serrano (2018). En estos trabajos se encuentra información en relación a cómo se ha usado la matemática para desarrollar habilidades informáticas, al usar algunos paradigmas de programación como la *orientada a objetos*. En los trabajos de estos autores también se menciona que al aprender matemáticas a través de algún lenguaje de programación existe la finalidad compartida entre aprender matemáticas y habilidades informáticas.

González (2012) en su investigación titulada *"Enseñanza en bachillerato de Geometría a través del aprendizaje de un lenguaje de programación orientado a objetos"* propuso como objetivo analizar cómo desarrollar procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas a través del uso de lenguajes de programación. Esta investigación explora el hecho de reestructurar el bachillerato en España al incorporar el currículo según las necesidades del mundo moderno al incluir la programación y desarrollar esto desde el área de Matemáticas. La metodología empleada por González (2012) se desarrolló en cuatro fases: la primera y segunda fase consistieron en la revisión y selección de información de referentes; la tercera fase, se centró en sintetizar información relevante de la revisión bibliográfica con base en el objetivo de estudio; la última fase, fue la estructuración de la propuesta.

La primera conclusión que expuso González (2012) fue que existe una brecha digital respecto a la formación de docentes en herramientas TIC y específicamente en lenguajes de programación, situación que no es tan evidente en profesores que hayan obtenido su titulación en años recientes por el hecho de que la formación ya involucra adquirir estos conocimientos. Otra conclusión fue la necesidad de establecer relaciones entre las áreas de informática y matemáticas en las escuelas con el fin de preparar a estudiantes en el campo de la programación desde ambas perspectivas. Además, González afirma que deben existir cambios legislativos, esto es, de la normativa curricular con el fin de introducir la enseñanza de lenguajes de programación. Lo que presenta el autor es una propuesta sin implementación aún, de modo que, no existe un análisis real de su viabilidad y se deja abierta la posibilidad para futuras investigaciones. Como última conclusión a destacar el autor afirma que los lenguajes de programación son una herramienta que maximiza los recursos, ya que, no se requiere inversión más allá de una computadora.

García, Moreno, Robles y Román (2021) su trabajo titulado *"Programar para aprender Matemáticas en quinto de Educación Primaria: implementación del proyecto ScratchMaths en España"* proponen determinar si es posible mejorar el desarrollo de la competencia matemática en quinto de Educación primaria a través de actividades de programación. Los autores en su trabajo exponen los resultados obtenidos luego de investigar sobre el impacto que tiene implementar lecciones aprendidas del proyecto ScratchMaths. La metodología con la que se desarrolló el estudio fue partir de una intervención empírica en la que participaron dos grupos de alumnos, un grupo trabajó contenidos de la clase de matemáticas mediante actividades de programación y el otro grupo, siguió con su trabajo tradicional, se realizó una medición de la competencia matemática con un pre test y un post test luego de la intervención para estimar el impacto del proyecto. En el marco de este trabajo se destacan autores que hablan de la informática como una herramienta al servicio del aprendizaje; el impacto que tiene en edades tempranas el uso de la programación para el aprendizaje en distintas asignaturas.

La conclusión central que se expone en la investigación es que la programación mejora la competencia matemática y se puede evidenciar con el grupo que sí trabajó con esta nueva metodología respecto al grupo que siguió trabajando de manera tradicional. Los autores expresaron la importancia de que se tome el camino de distintos países incorporando en la escuela más caminos para desarrollar el pensamiento computacional mediante actividades de programación y matemáticas.

En la investigación de Briz y Serrano (2018) titulada *"Aprendizaje de las matemáticas a través del lenguaje de programación R en Educación secundaria"* tuvo como objetivo plantear el uso del lenguaje R como una herramienta para tratar contenidos propios del área de matemáticas. Los autores en su trabajo pretendieron revisar las ventajas que se pueden dar a estudiantes al exponerse al aprendizaje de las matemáticas durante su educación secundaria. La metodología usada por Briz y Serrano fue un estudio en dos grupos de estudiantes, usando el lenguaje R con el justificante de su popularidad y facilidad de aprendizaje, para ello, escogieron la resolución de ecuaciones polinómicas para el estudio. Los autores propusieron cuatro sesiones de trabajo en donde las dos primeras fueron de ambientación al lenguaje y las dos últimas son de la solución de estas ecuaciones con el lenguaje. Finalmente, realizaron una encuesta para verificar el impacto que tuvo la metodología y actividades en las y los estudiantes.

La primera conclusión de Briz y Serrano (2018) en su investigación fue que el lenguaje R resulta ser una herramienta muy potente para tratar los contenidos matemáticos propios del álgebra; pues el uso de la herramienta R favoreció al incrementar el interés en la asignatura de matemáticas. Sin embargo, se presentaron dificultades en parte de las y los estudiantes por la curva de aprendizaje que implica un lenguaje de programación y se considera que una implementación más prolongada dará resultados positivos.

En síntesis, González (2012), García, Moreno, Robles y Román (2021), así como Briz y Serrano (2018) coinciden en que los recursos TIC en específico los lenguajes de programación y por en el proceso de programación resulta muy útil para desarrollar contenidos matemáticos, a la hora de solucionar problemas y también para desarrollar habilidades informáticas, las cuales también influyen en las necesidades actuales del mundo. Sin embargo, resaltan que un lenguaje de programación debe tener una curva de aprendizaje, esto aporta al trabajo en el hecho de que no se pueden preparar actividades que demanden conocimientos avanzados en Python.

González (2012) plantea una propuesta que aún no ha sido implementada y de la cual no se tienen resultados ni positivos ni negativos, lo que genera incertidumbre sobre la viabilidad de los lenguajes de programación. Además, que el autor deja abierta la posibilidad para cualquier tema de matemáticas y no encargarse de evaluar uno en específico, de modo que, no se tiene muy claro las aportaciones de la programación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y no se exponen situaciones problemas fuera de lo abstracto. García, Moreno, Robles y Román (2021) ponen en práctica como Scratch, el cual promueve una programación por bloques, con una curva de aprendizaje corta y de interfaz amigable. Por último, están Briz y Serrano (2018) quienes centran su atención en la solución de problemas algebraicos con el lenguaje R, un lenguaje que implica un poco más de atención a su aprendizaje por no ser tan sencillo en sintaxis; aun así, siguen siendo ecuaciones sin contexto o expuestas en una situación real. Es así como con base en lo mencionado por el Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998) en sus Lineamientos Curriculares de Matemáticas respecto a la importancia de enseñar a partir de un contexto, vemos que en los trabajos mencionados no es claro si se resuelven problemas o ejercicios usando lenguajes de programación, al igual, la impresión que dan estos trabajos es que la resolución de problemas en matemáticas desarrolla habilidades en programación y no al contrario, que sea la programación quien aporte al desarrollo del pensamiento geométrico y algebraico.

### 1.2. Planteamiento del problema

Al observar los bajos resultados que se presenta en la Institución Educativa Departamental (IED) Rafael Pombo sede Sopó respecto a la resolución de problemas matemáticos en las pruebas Saber del año 2020 (ver Figura 1), y al acompañar como profesor en formación las formas cómo los estudiantes establecen relaciones con los objetos matemáticos en el marco de la resolución de problemas, en dicha institución, específicamente en el campo de la geometría y el álgebra[1], me pregunté: ¿cuáles serán los factores que están influyendo en el bajo rendimiento de los estudiantes de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó a la hora de resolver problemas matemáticos? En el acompañamiento y las clases implementadas durante la práctica del semestre I del año 2022, como profesor en formación, observé que los estudiantes presentaban dificultades a la hora resolver problemas matemáticos, en especial los problemas geométricos y algebraicos. Evidencié la ausencia de uso de material manipulativo virtual, a excepción de un empleo ocasional del software GeoGebra.

[1] en la clase de matemáticas, por la experiencia vivida durante la práctica en semestre 2022 – 2 del espacio académico (EA) *Práctica de Integración Profesional a la Escuela*

**Figura 1**

*Porcentaje promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en Matemáticas*

| Aprendizaje | EE | Colombia | ETC |
|---|---|---|---|
| Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos | 26% | 31% | 27% |
| Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas. | 49% | 52% | 48% |
| Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas. | 46% | 49% | 45% |

*Nota. Fuente ICFES. (2021, diciembre)*[2]

Para dar un contexto de la Figura 1, el color en el que se encierra el porcentaje representa el nivel de desempeño y se distribuye así según ICFES (2021): el color rojo el nivel 1, el naranja el nivel 2, el amarillo el nivel 3 y el verde el nivel 4. El escenario ideal sería ir subiendo de nivel y así establecer mejoras frente a los aprendizajes. Para el IED Rafael Pombo Sopó se reporta un porcentaje algo en color naranja con relación a la resolución de problemas, lo que quiere decir que, incrementaron los estudiantes con desempeños no positivos en las pruebas respecto a este aspecto.

Fundamentado en los resultados de estas pruebas y los reportados en los antecedentes, surgieron tres tensiones que engloban de manera general las preocupaciones que orientan y dan sustento a este estudio y que se constituyeron en derroteros para la elaboración del presente trabajo. La primera, es que, aunque en la institución se evidencia el uso ocasional de recursos TIC en la clase de matemáticas, su hacer se centra en el empleo de software matemático y/o material manipulativo virtual, desconociendo las posibilidades de otros asuntos, materializados por ejemplo en los lenguajes de programación, de aquí surge la pregunta *¿cuál y cómo es el uso de recursos TIC en el aula de matemáticas de la IED Rafael Pombo sede Sopó?* La segunda tensión identificada es que tradicionalmente en la IED Rafael Pombo, al igual que en muchas instituciones del país los discursos matemáticos, esto es, la forma como las matemáticas son trabajadas en el aula, se caracterizan por ser lineales y no tienen en cuenta otros caminos para resolver problemas

[2] EE – Establecimiento Educativo
ETC – Entidades Territoriales Certificadas de Educación

matemáticos que conducen a la construcción del conocimiento, la pregunta que surge de esta idea es *¿qué caminos son usados para la construcción del pensamiento matemático en la IED Rafael Pombo sede Sopó en relación al discurso matemático?* La tercera tensión, reconoce que, aunque en algunas ocasiones se ha usado la programación en el aula de matemáticas, el enfoque se ha centrado en desarrollar habilidades informáticas, más no habilidades matemáticas usando los lenguajes de programación como herramienta, esta idea se justifica con la pregunta: ¿se usan recursos TIC como los lenguajes de programación para el desarrollo del razonamiento algebraico o del pensamiento geométrico en la IED Rafael Pombo sede Sopó? La cuarta y última tensión, reconoce que existe un incremento de estudiantes con un desempeño bajo en lo que respecta a la resolución de problemas en matemáticas en la IED Rafael Pombo Sede Sopo, la pregunta que soporta esta idea es *¿cómo se puede aportar para mejorar el desempeño en resolución de problemas de matemáticas en las y los estudiantes de la IED Rafael Pombo sede Sopó?* A continuación, se presenta una sustentación detallada de cada tensión.

### *1.2.1. Primera tensión respondiendo a ¿Cuál y cómo es el uso de recursos TIC en aula de matemáticas en la IED Rafael Pombo sede Sopó?*

La primera tensión surge desde la experiencia vivida durante el semestre el 2022 – 1 en el curso 701 de la IED Rafael Pombo sede Sopó, al intervenir en el aula de clases como FEM (Futuro Educador de Matemáticas). En esta experiencia se pudo apreciar que es nulo el uso de material manipulativo virtual y el uso de software matemático es ocasional, esto hace pensar que las y los estudiantes se están perdiendo de la experiencia de usar recursos tecnológicos para aprender matemáticas, lo que podría aportar al desarrollo de distintas competencias, entre esas, la resolución de problemas. GeoGebra ha sido el único material usado y aun así, de manera muy esporádica. Pese a esto se reconoce que Geogebra se constituye en un potente software que ayuda a desarrollar la capacidad de análisis a partir de la visualización de las y los estudiantes. Al respecto, Buelvas y Teherán (2021) concluyen que

> la herramienta GeoGebra ofrece una gran oportunidad para que las y los estudiantes activen además de su motivación, su capacidad de abstracción y establezcan relaciones entre la bidimensionalidad y la tridimensionalidad, a través de sus vistas simultáneas en 2D y 3D

> que permiten al estudiante relacionar las figuras con bidimensionalidad y los cuerpos con la tridimensionalidad. (p.135).

Los softwares en matemáticas son una herramienta útil y el ejemplo claro, tal como se expuso, es GeoGebra, al igual, es pertinente preguntarse si *¿utilizar este conjunto de herramientas (sofware) permite que los estudiantes vivan todas posibilidades de trabajo en torno a la resolución de problemas geométricos?* Quizá, el hecho, es que no explorar otros materiales y herramientas distintos a los softwares matemáticos puede dejar de lado estrategias que beneficien de otro modo la resolución de problemas en matemáticas. Al respecto, Anato (2022) afirma que

> en la actualidad podemos encontrar muchas variedades de software matemáticos que favorecen la enseñanza de la matemática y de cualquier tópico relacionado con la misma, los cuales contribuye significativamente a mejorar la eficiencia educativa, siempre y cuando se realice un diagnóstico acertado y se diseñen las estrategias de enseñanza adecuada para así lograr un aprendizaje significativo. (p. 7)

Se puede apreciar que existe un punto en común entre lo dicho por Buelvas y Teherán (2021) y Anato (2022) sobre aquellos aportes que brindan los softwares matemáticos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; es claro al igual que, entre estos dos autores existe una diferencia y es la visión crítica hacia qué tipo de recurso elegir según necesidad en el aula.

Aprender geometría, se considera un eje fundamental en la formación de estudiantes, que desarrolla habilidades de ubicación, visualización, razonamiento, entre otras, que resultan necesarias para la cotidianidad del ser humano y que, aunque se pueden obtener de manera empírica, si se hace en la escuela, puede extraerse más provecho y mejorar aquellos aspectos necesarios que se requieren como individuos de sociedad y académicos. Al respecto García y López (2008) mencionan que aprender geometría es importante en primera instancia por lo siguiente:

> Esta asignatura la encontramos en nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos: la Geometría modela el espacio que percibimos, es decir, *la Geometría es la Matemática del espacio*. (p. 28).

Por otra parte, García y López (2008) afirman que

> el estudio de la geometría permite al alumno estar en interacciones con relaciones que ya no son el espacio físico sino un espacio conceptualizado y, por lo tanto, en determinado momento, la validez de las conjeturas que haga sobre las figuras geométricas ya no se

> comprobará empíricamente, sino que tendrán que apoyarse en razonamientos que obedecen a las reglas de argumentación en matemáticas, en particular, la deducción de nuevas propiedades a partir de las que ya conocen. (p. 29)

Se puede afirmar que existen diversos lenguajes de programación, entre esos Python, el cual posee características propicias para integrarse en la escuela, ya que, la sintaxis en Python es muy amigable con el usuario, resulta ser mucho más sencilla y adaptable para aquellos que deseen internarse en el mundo del desarrollo y esto se puede sustentar a partir de lo que concluyen Orjuela y Rodríguez (2022) en su investigación

> (…) el trabajo planteado en este documento sugiere la implementación de un proyecto aplicado que permita evidenciar cómo el lenguaje de programación Python facilita el proceso de enseñanza – aprendizaje de objetos matemáticos, tanto en la educación básica primaria como secundaria.
>
> Se debe fortalecer la formación y prácticas docentes en el desarrollo de estrategias educativas alternas como el lenguaje de programación Python, el cual se evidencia aporta al aprendizaje transversal de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento. (p. 58)

En la corriente de esta postura, es correcto asumir que es importante aprender geometría porque aporta al desarrollo integral de las y los estudiantes. Además, no todo recurso tecnológico está en los softwares matemáticos, sino que existen otro tipo de herramientas que permiten desarrollar habilidades en resolución de problemas geométricos. Por ejemplo, los lenguajes de programación como Python pueden ser esta alternativa, ya que ofrecen infinidad de caminos para abordar problemas y darles solución, lo que es una característica mencionada por el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia [CENAMEC] (1998, referenciado en Pérez y Ramírez, 2011). Además, Python en específico es de una interfaz y curva de aprendizaje sencilla entre los diferentes lenguajes de programación, entonces.  ¿de existir otras posibilidades por qué quedarnos en solo camino?

### 1.2.2. *Segunda tensión respondiendo a ¿Qué caminos son usados para la construcción del pensamiento matemático en la IED Rafael Pombo sede Sopó con relación al discurso matemático?*

La segunda tensión que se identifica es que tradicionalmente en la IED Rafael Pombo, al igual que en muchas instituciones del país, los discursos matemáticos, esto es, forma como las matemáticas son trabajadas en el aula, normalmente se caracterizan por ser lineales y no tienen en cuenta otros caminos para resolver problemas matemáticos que conducen a la construcción de conocimiento. Se puedo apreciar que la pandemia fue causante de que conceptos, conocimientos y procesos que las y los estudiantes en teoría deben poseer, no están interiorizados. Lo anterior es conclusión de las sesiones de clase que el FEM dirigió en la institución y esto se sustenta al igual por el estudio que comparte La República (2022) en donde expone en un informe del Fondo Monetario Internacional respaldado por la UNESCO, Colombia fue el sexto país a nivel mundial con más perdida de clase. Estos vacíos ocasionan que la clase en muchas ocasiones se concentre en contenidos previos y los objetos matemáticos que debían estar aprendiendo de álgebra son reemplazaban por aquellos aritméticos que ya debían estar institucionalizados. El problema de la linealidad del *discurso matemático* es reportado por Cantoral y Soto (2014), quienes afirman que

> la presentación de los conocimientos matemáticos como terminados y lineales hace ver un problema, su solución y su posible demostración lógica a través de la aplicación de tal objeto, no permite que nos propongamos modificar los objetos. Olvidando que el conocimiento está en constante cambio y resignificación. No permite que nos plantemos modificar los objetos. Es decir, no le promueve que los individuos planteen nuevas hipótesis, inferir y transformar las situaciones que hacen emerger el conocimiento, en busca de otros significados sobre la actividad matemática. (p. 1539)

Se interpreta entonces que el *discurso matemático* lineal, tiene un enfoque cronológico en el cual es necesario tener una secuencia de conocimientos para ir construyendo el siguiente. Para sustentar esta idea Vega (2016) cree firmemente que trabajar la igualdad en primera instancia, pasar por las ecuaciones de primer grado, luego a la resolución de problemas y finalmente los sistemas de ecuaciones es la manera más productiva y la cual brinda las mejores bases para las y los estudiantes en lo que respecta a este apartado del álgebra. No son los únicos autores que manifiestan esta secuencialidad Font y Godino (2003) dicen que

> el tipo de experiencia que tienen los niños con la aritmética es importante para la comprensión progresiva del álgebra, ya que las primeras experiencias con el razonamiento algebraico se corresponden con la “aritmética generalizada”. (p. 814)

Aunque lo dicho por Vega (2003) es una guía adecuada para enseñar ecuaciones y lo dicho por Font y Godino (2003) también manifiestan la misma postura. Es claro que los estudios para desarrollar el razonamiento algebraico están direccionados a este trabajo secuencial, pero, ocurre que ceñirse radicalmente en todos los casos a esto, puede estar afectando el desarrollo de habilidades como por ejemplo la resolución de problemas algebraicos. Entonces, si se sigue un *discurso matemático* no lineal, con el fin de plantear otras alternativas y se es conscientes de que es necesario en algunos casos adquirir conocimiento a través de este, no necesariamente debe ocurrir en todos los casos, porque se dedica tiempo valioso en volver enseñar algo que ya debe estar institucionalizado lo que puede conllevar a recaer en el error de dejar de enseñar cosas nuevas que aporten al desarrollo de habilidades.

Se evidencia que aún existe una linealidad en la enseñanza que puede dejarse de lado en distintos escenarios de aprendizaje de las matemáticas, para nutrir con nuevos caminos y/o reforzar los actuales. Es importante ofrecer nuevas herramientas que sean acorde a las necesidades actuales del mundo y que se enfoquen en desarrollar habilidades matemáticas.

Las ventajas de aprender álgebra son claras para quienes estudian matemáticas, pero en muchas ocasiones, en la escuela esto no interesa, no es claro, no se manifiesta, entre otras muchas razones, porque tal y como lo manifestaron los y las estudiantes de 701 de la IED, en algunos momentos de la práctica, los niños y niñas no encontraban utilidad en lo que veían y por ende no les interesaba, esto se sustenta también en la voz de diversos autores como: Di Bárbaro, Galíndez, Olmedo y Peralta (2015) quienes afirman que

> los alumnos que terminan la escuela media han adquirido cierta destreza en los procedimientos de cálculo algebraico desligado de las situaciones que los originan o en las cuales pueden llegar a ser usados, esto es, no saben de dónde salieron ni para qué sirven. (p. 2)

Por otra parte, Magregor (2004, referenciado en Serres, 2011) afirma que “los conocimientos básicos de álgebra capacitarán a los estudiantes para: … comprender cómo pueden usarse notaciones y representaciones para modelar ciertas situaciones y resolver problemas…” (p.

128), de modo que, aprender álgebra permite desarrollar habilidades para resolver problemas. Aun así, en la IED Rafael Pombo sede Sopó se presenta un bajo rendimiento con relación a esta competencia, puede que el álgebra abstracta y que carece de sentido para las y los estudiantes no esté funcionando de la mejor manera.

Correa (2020) menciona lo siguiente sobre lo que interpretan las y los estudiantes cuándo se exponen al álgebra

> … las concepciones dependen de cómo perciben el mundo y su manera de representarlo, en este punto interviene la sociedad quién se ha encargado de catalogar el álgebra básica como compleja y abstracta ocasionando temores y desmotivación en su estudio, además de cómo el estudiante vincula el álgebra a su entorno, a su lenguaje y, por ende, a la resolución de situaciones en la sociedad. (p. 76)

Se puede entrever que las dificultades que manifiestan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos están permeadas por las concepciones que poseen del álgebra y el hecho de que conciban este campo de las matemáticas como complejo y abstracto ocasiona desinterés, de modo qué, buscar metodologías o herramientas que ayuden a contextualizar y ofrezcan una mirada centrada en el entorno más cercano, aportará al desarrollo del razonamiento algebraico e incrementará el interés por el área.

#### ***1.2.3. Tercera tensión respondiendo a ¿se usan recursos TIC como los lenguajes de programación para el desarrollo del razonamiento algebraico o del pensamiento geométrico en la IED Rafael Pombo sede Sopó?***

La tercera tensión que se reconoce es que en el IED Rafael Pombo Sede Sopó no se usa la programación como herramienta para desarrollar habilidades o competencias matemáticas. A diferencia de los grados décimo y once que en informática ven de manera muy básica algunos asuntos relacionados con la sintaxis de programación. Por tanto, no se ha explorado lo que pueden ofrecer recurso como los lenguajes de programación y menos en los primeros cursos de bachillerato en la institución a la construcción del pensamiento matemático, de ahí que se considere que se están perdiendo muchas oportunidades como las reportadas por Orjuela y Rodríguez (2022):

> la resolución de problemas como modelo de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en objetos algebraicos continúa siendo fundamental para el desarrollo del pensamiento

> variacional permitiendo a su vez el desarrollo del pensamiento computacional con la utilización de las TIC como insumo para adquisición de conocimiento. (p.57)

Según lo anterior, el enfoque de no está dado completamente al desarrollo del pensamiento matemático, los autores buscan a inicialmente el desarrollo del pensamiento computacional. Es así como es posible aportar a desarrollar habilidades en dos o más áreas, pero, se quisiera conocer de primera mano qué resultados se obtienen si el enfoque directo es a desarrollar el pensamiento matemático.

Por su parte Barrera (2013) dice lo siguiente sobre la resolución de problemas

> El desarrollo de destrezas para resolver problemas de Matemáticas requiere de la implementación de nuevas estrategias y apuesta didácticas que permitan a los estudiantes enfrentar con éxito los requerimientos de la sociedad del conocimiento. En este contexto los métodos heurísticos como el "Método Polya" y la "Metodología de Programación" representan una oportunidad para el desarrollo de las habilidades del pensamiento algorítmico.

El enfoque que da Barrera (2013) es efectivamente potenciar la resolución de problemas de matemáticas y es enfático en que debe realizar esto con nuevas estrategias, entre esas, la programación. Barrera (2013) en su trabajo da argumentos respecto a la pertinencia de incorporar una asignatura de algoritmos y programación para la enseñanza de la Matemática Escolar. Es decir, que al buscar nuevas estrategias se exploran caminos que pueden dar buenos resultados en el desarrollo de habilidades y que esto se puede desarrollar a partir de la inclusión de espacios académicos que se dediquen, por ejemplo, a los algoritmos y programación.

Lo mencionado hasta el momento, incita a pensar que se deben buscar estrategias que desarrollen habilidades en resolución de problemas, por esto, se considera a los lenguajes de programación com una herramienta que puede ofrecer caminos alternos para que en la IED Rafael Pombo se logren superar las dificultades en resolución de problemas matemáticos que se evidenciaron en ICFES (2020) y en la experiencia en aula del FEM. Se es consciente que aún la programación no tiene tantas aplicaciones en el aula de matemáticas, se pueden presentar dificultades en su uso, aun así, se pretende establecer una herramienta que en la actualidad es indispensable para el ser humano y que puede ser alternativa para superar las dificultades no solo en la institución mencionada, sino, en la educación básica primaria, secundaria y media en general.

### *1.2.4. Conclusiones planteamiento del problema*

Se comprende entonces un horizonte claro para la presente monografía, el cual se sustenta a partir de tres tensiones que configuran el problema y que además buscan un derrotero para la construcción de una propuesta que aporte a la construcción de ideas en torno a la resolución de problemas geométricos y algebraicos en la IED Rafael Pombo sede Sopó. Por otra parte, se condensan las experiencias en la institución que dejan claro los objetivos del presente trabajo y son el punto de partida para plantear la metodología de trabajo. Los antecedentes y el problema, a su vez, permiten estructurar un marco conceptual sólido en el cual se destacan tres grandes marcos como lo son: la resolución de problemas en matemáticas, los recursos TIC y los lenguajes de programación. Para tener en cuenta al momento de plantear las actividades, es importante que estas tengan sentido para las y los estudiantes, buscando captar el mayor interés posible; además, por ejemplo, en el caso del álgebra, mostrar que las matemáticas usadas tienen su razón de ser y que desde el punto de vista adecuado son útiles en la realidad y entorno más cercano.

## 1.3. Justificación

Desde hace más de 70 años Polya (1945) ya hablaba acerca da la importancia de la resolución de problemas y mencionaba que un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad de despertar la curiosidad de sus alumnos planteando problemas adecuados a sus conocimientos con preguntas estimulantes que los motive a resolverlos, de este modo, haya un camino para despertarles el gusto por pensar de manera independiente. Ahora bien, según Polya (1980, referido en Boscán y Klever, 2012, p. 11) “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir un fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”, aspecto que es ratificado por el MEN (1998) quien en sus lineamientos curriculares considera a la resolución de problemas como un proceso general de las matemáticas a desarrollar y que ayuda a alcanzar metas significativas en el camino de la construcción del conocimiento matemático.

Por su parte, la geometría y el álgebra son áreas propias que ayudan fortalecer el proceso de resolución de problemas. Se puede apreciar esto exponen Ballestero y Gamboa (2010), la geometría se puede considerar como un instrumento reflexivo que ayuda a los seres humanos a resolver problemas, además de comprender cada uno de los escenarios que lo conforman. Para sustentar la idea anterior el MEN (1998) menciona que Howard Gardner en su teoría de inteligencias múltiples considera la inteligencia espacial como una de ellas y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico porque se usa para manipular información en el aprendizaje y la resolución de problemas. Por otra parte, según el Grupo Azarquiel (1993, referido en Serres, 2011) plantea que la resolución de problemas y otras formas de hacer matemática requieren a menudo procesos de generalización y el lenguaje algebraico proporciona precisamente la posibilidad de expresar lo general utilizando símbolos. Se refuerza la idea de que el álgebra aporta a la resolución de problemas según lo que menciona el MEN (2006) respecto a que el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos cumplen un papel destacado en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, la modelación, la ciencia sociales y matemáticas de igual modo.

Teniendo en cuenta las ideas referenciadas, como estudiante de la Licenciatura en Matemáticas en el semestre 2022-1 tuve la oportunidad de realizar la “Práctica de Integración Profesional a la Escuela” en la Institución Educativa Departamental Rafel Pombo – Briceño. Dentro del trabajo a nivel institucional se identificó un gran interés de parte de estudiantes, docentes y directivos en el trabajo con tecnología, considerando esta como una herramienta potente para desarrollar habilidades como la competencia de resolución de problemas en matemáticas. Esta consideración obedece a que en los resultados de las pruebas saber de la institución para el año 2021 se pudo evidenciar resultados en tendencia decreciente de la habilidad de las y los estudiantes en la resolución de problemas, sin embargo, los estudiantes demuestran cada día un mayor interés por el manejo del uso de la tecnología.

Es así como teniendo en cuenta la problemática, los intereses particulares de este futuro educador matemático, al igual que, los intereses de la comunidad educativa de la Institución Educativa Departamental Rafel Pombo – Briceño esta monografía busca identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo, para Polya (1945) resolver un problema como: la comprensión del problema, la concepción del plan, la ejecución y una mirada atrás de lo realizado. En esta propuesta se considera a Python como un lenguaje adecuado para trabajar en secundaria ya que como lo afirma García (2017), este lenguaje otorga al aprendiz un escenario que atiende a la curva de aprendizaje, además se caracteriza por la simplicidad de sus sintaxis y la legibilidad del lenguaje, por tanto, es una herramienta idónea para la introducción en la programación. Aunado a lo mencionado, se refuerza la idea de la importancia de la programación como herramienta para el desarrollo de habilidades relacionadas con la resolución de problemas ya que según Soloway (1993, referido en Briz y Serrano, 2018) el aprendizaje de la programación brinda sólidas estrategias de pensamiento, diseño y resolución de problemas a través de fases o momentos que configuran su construcción , como lo son: obtener la solución del problema, replantearse la solución con el fin de trasladarla al lenguaje de programación y explorar las dinámicas que rigen sus propios pensamientos a través de un asentamiento del razonamiento lógico y la capacidad autocrítica Papert (1980, referido en Briz y Serrano, 2018). Así la programación entonces, según las fases de Soloway (1993) aporta a la resolución de problemas si se relaciona la primera fase de buscar una solución al problema la primera fase de comprender el problema, la segunda de concebir un plan y la tercera para ejecutar el plan Polya. (1945, p. 23)

Finalmente, para complementar y resaltar la importancia de desarrollar habilidades en resolución de problemas Portafolio (2021) menciona que el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) ha realizado una estimación en la que Latinoamérica requerirá 1,2 millones de programadores o desarrolladores de software para suplir la demanda de empleo en este campo. El fin de esta justificación radica que, al desarrollar habilidades en resolución de problemas en las matemáticas, se está aportando de manera indirecta a que las y los estudiantes se preparen para este mundo laboral. Además, muchos de los trabajos que se ofrecen en el sector de la tecnología ya ofrecen una ejecución de actividades completamente remota, para efecto de esta justificación el estudiante que propone esta monografía como opción de trabajo de grado es consultor de la empresa Perieria It Group con el cargo de Java Semisenior Developer ejerciendo las funciones de manera completamente virtual.

## 1.4. Objetivos

Para exponer el alcance del presente trabajo de grado, a continuación, se presenta el objetivo general y los objetivos específicos.

### *1.4.1. Objetivo general*

Identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo.

### *1.4.2. Objetivos específicos*

- Proponer el lenguaje de programación Python como un recurso TIC en el aula de matemáticas para resolver problemas geométricos y algebraicos.
- Exponer un camino alternativo para la resolución de problemas algebraicos haciendo uso del lenguaje de programación Python.
- Identificar los aportes del lenguaje de programación Python en la resolución de problemas algebraicos y geométricos en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó.

### *1.4.3. Pregunta orientadora*

¿Cuáles son las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo?

# Capítulo 2. Marco conceptual

## 2.1. Resolución de problemas

En este apartado se expone información teórica base para el desarrollo de la monografía, la cual se presenta a partir de categorías fundamentadas a la luz de cinco interrogantes: ¿Qué es un problema en matemáticas?, ¿cuál es la estructura de un problema en matemáticas?, ¿qué se entiende por resolución de problemas en matemáticas?, ¿qué se entiende por resolución de problemas en álgebra?, y ¿qué se entiende por resolución de problemas en geometría?

### 2.1.1. ¿Qué es un problema en matemáticas?

Existen distintas concepciones sobre qué es un problema. Al respecto Blanco, Caballero y Cárdenas (2015) afirman que “los ejercicios aparecen con el objetivo de reconocer o practicar algún procedimiento aritmético o algebraico usuales y repetidos en la enseñanza de las matemáticas, pero existen diferentes maneras de representarlos cuya solución exigirá diferentes tareas para el resolutor” (p. 187). Por otra parte, House, Wallace y Johnson (1993, referenciado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) entiende que un problema matemático

> es una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para alcanzar ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolverlo. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema para alguien antes de que pueda ser llamado problema. (p. 83)

Entretanto, se reconoce que los problemas no buscan mecanizar algoritmos, no lo debe conocer la persona que se enfrenta a solucionarlo y además debe ser concebido como un reto. Por su parte, Carrillo (1998, referenciado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) afirma que:

> el concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de la situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento. (p. 84)

Lo dicho por Carrillo (1998) y por House, Wallace y Johnson (1993) acerca del concepto de problema matemático es muy similar, lo que cambia es las palabras de cada autor. Pero, es posible evidenciar una idea central y esta se centra en que debe ser una situación desconocida, que necesita la aplicación de un conocimiento y que posea dificultad. Esta síntesis se puede complementar con la definición dada por Labarre (1987, referenciado en Álvarez, Breña y Pérez, 2016) donde afirma que:

> un problema matemático es una narración lacónica en la que el valor de algunas magnitudes está implícito y se necesita hallar otro valor de la magnitud, dependiente de los valores ya dados, con los cuales mantiene determinadas relaciones que se señalan en las condiciones. (p. 29)

Este autor nos cuenta una definición globalizada desde la medida y procedimental, en esta, menciona implícitamente la respuesta a un requerimiento a partir de una información que se puede hallar en la narración del problema que además debe ser breve.

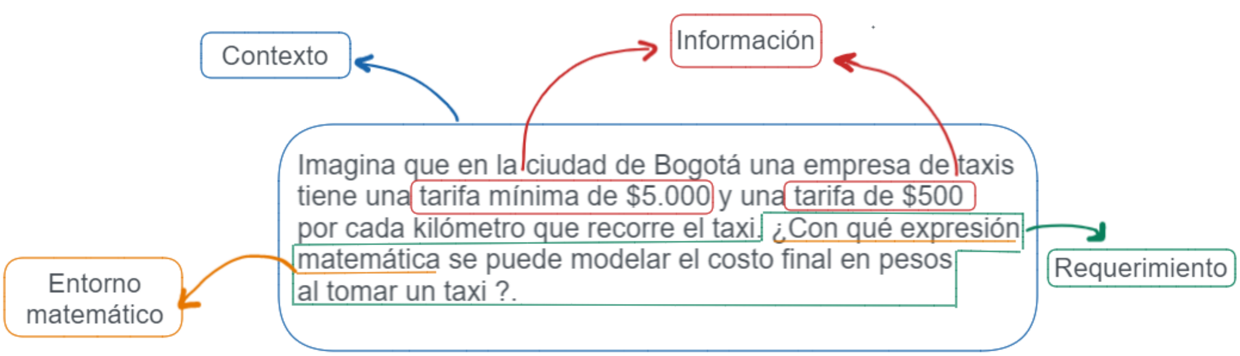
Por su parte, Guirado (2000, referenciado en Álvarez, Breña y Pérez, 2016) asevera que un problema matemático es el resultado del análisis de una situación problemática que presenta una organización peculiar de las formas espaciales, magnitudes o las relaciones cuantitativas del mundo real, que necesita para ser solucionado mediante vías, métodos y/o procedimientos matemáticos. (p. 30)., aquí se siguen condensando las ideas de que un problema debe estar contextualizado desde lo real, debe estar estructurado de manera organizada con información que permita implementar procedimientos matemáticos para dar solución a este.

Labarre (1987) da una definición más centrada en lo procedimental, en esta no es evidente si concibe el problema como una situación desconocida o que represente un reto, pero, si de fondo se expone una idea acerca de unos conceptos matemáticos involucrados en el problema, esta interpretación también se puede inferir de la definición de Guirado (2000) y en este caso, se mencionan directamente los procedimientos matemáticos. De esta manera y reconociendo los aportes de los diversos autores, en la presente monografía se entenderá a un problema matemático como aquella situación que represente un reto, en el proceso de abordaje para dar respuesta a los requerimientos, además, se encuentran obstáculos que requiere de un análisis consciente para poder ser superados bajo la dificultad de estos. Por otra parte, los objetos matemáticos que constituyan el problema deben ser familiares, es decir, que se enmarquen dentro del conocimiento del estudiante que aborda el problema, sin embargo, el estatus de este conocimiento como herramienta no debe ser inmediato porque de este modo se podría presentar la aplicación directa de un algoritmo para dar solución a los interrogantes del problema y esto sería la característica de un ejercicio.

### 2.1.2. ¿Cómo plantear un problema en matemáticas?

Lo primero que se debe saber para plantear un problema es tener claro cómo debería ser su estructura, al respecto Malaspina y Vallejo (2014) mencionan que todo problema debe tener cuatro elementos fundamentales que son: información, requerimiento, contexto y entorno matemático. La información está conformada por los datos que se dan en el problema; el requerimiento es lo que se solicita, que se puede presentar de distintas maneras; respecto al contexto, el cual puede ser una situación intra-matemática, como hallar el área de un polígono de cinco lados con equis medida o extra-matemática, entendida más como un problema vinculado a la realidad. Por último, el entorno matemático son los conceptos matemáticos que demanda el problema (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**)

**Figura 2**
*Elementos fundamentales de un problema*




En la Figura 2 se expone un ejemplo de un problema y se identifican los elementos fundamentales de este, como lo mencionan Malaspina y Vallejo (2014). El contexto es una situación a la que se enfrenta una empresa de taxis de la ciudad de Bogotá con respecto al cálculo de la tarifa a cobrar según los kilómetros recorridos; la información son aquellos datos que son la base para dar solución al problema, para este caso el costo de la tarifa mínima y el costo por kilómetro recorrido; el entorno matemático es la expresión algebraica que se debe obtener con la tarifa mínima y por kilómetro. Por último, el requerimiento es lo que se busca solucionar o responder, para este caso es la pregunta: ¿con qué expresión matemática se puede modelar el costo final en pesos al tomar un taxi? Ya se han expuesto los cuatro elementos fundamentales que se deben tener en cuenta para plantear un problema, los cuáles serán tenidos en cuenta para la propuesta metodológica propuesta en este trabajo para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python.

La formulación de un problema puede obtenerse a partir de la modificación o adaptación de algún existente o de la formulación desde cero, esto es crear un problema que no es adaptación de otro, estos dos tipos de planteamientos reciben el nombre de problema por variación y elaboración respectivamente. Para un mejor entendimiento Malaspina (2013) los define como:

> la creación de un problema de matemáticas, como VARIACIÓN de un problema dado, es un proceso según el cual se construye un nuevo problema modificando la información, el requerimiento, el contexto o el entorno matemático del problema dado. Es decir, modificando uno o más de los cuatro elementos del problema inicial (…) la creación de un problema de matemática, como ELABORACIÓN a partir de una situación específica, es el proceso mediante el cual se construye un problema cuyo contexto es tal situación u otra inspirada por ella; cuya información es obtenida por selección o modificación de la información que se percibe en la situación dada; y cuyo requerimiento es factible mediante relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, que están implícitas en el enunciado, dentro de un cierto entorno matemático. (pp. 131 – 132)

Se tiene entonces dos tipos de creación de problemas, el de variación que en pocas palabras es como la readaptación de un problema ya existente, y el de elaboración, el cual resulta más extenso y se parte de los elementos información, requerimiento, contexto y entorno matemático cada uno por separado, en donde se deben buscar las conexiones necesarias para juntar estos elementos y darle sentido al problema.

### 2.1.3. ¿Cómo resolver un problema en matemáticas?

El resolver problemas desde un punto de vista general es el común denominador de la humanidad y la historia; es una ratificación del cotidiano que busca dar respuesta a asuntos como: alimentarse, transportarse, vivir, educarse, entre otros. La escuela no es ajena a que las y los estudiantes se enfrenten a resolver problemas, lo cual resulta ser una actividad muy importante para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y pareciera que se concibe como un eje central en la educación. Royo (1953, referenciado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) afirma que

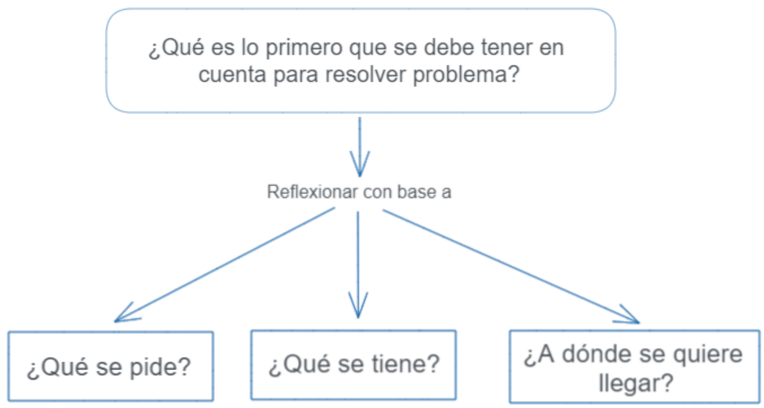
> hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo matemático. Si concedemos que el ‘poder’ y no el ‘saber’, el ‘pensar’ y no el ‘memorizar’ son los aspectos beneficiosos de la matemática, la importancia de los problemas es indudable. (p. 11)

Se entiende ese papel fundamental de aprender a resolver problemas, no se cree que sea la parte principal del estudio matemático, pero sí, un eje esencial. Para tener claridad con este concepto se considera que ser competente en matemáticas es desarrollar habilidades en distintos procesos y se adopta la definición hecha por Lesh y Zawojewski (2007, referenciado en Santos, 2008) que definen la resolución de problemas como

> el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones -y de ordenar, integrar, modificar revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p. 3)

Por otra parte, el MEN (2006) afirma que “la formulación, tratamiento y resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica” (p.52). Con las afirmaciones de Lesh y Zawojewski (2007, referenciado en Santos, 2008) y MEN (2006) se da por entendido que la resolución de problemas es un proceso de la actividad matemática y así será concebido en esta investigación. No es suficiente con decir esto, por ende, se quiere tener una base de ideas de cómo se aborda este proceso y se considera relevante tener entendimiento de qué se involucra en la resolución de problemas. Según Shoenfeld (1985, referenciado en Santos, 1992) afirma que “la claridad del problema resulta determinante en el proceso de resolver problemas”, además menciona que esta primera fase de contacto con el problema es imperativo reflexionar sobre aspectos como: ¿Qué se pide?, ¿qué se tiene?, ¿a dónde se quiere llegar?". Lo aquí citado, es un eje de partida para tener en cuenta en el aula y al momento de plantear un problema o siquiera pensar en resolver un problema, tener presente estos tres aspectos (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

**Figura 3**
*Aspectos para tener en cuenta al enfrentarse a un problema*




Los tres aspectos mencionados son el punto de partida para tratar problemas en matemáticas, pero además se debe tener en cuenta lo mencionado por Shoenfeld (1985, referenciado en Santos, 1992) cuando afirman que existen cuatro dimensiones que guían el proceso de resolución de problemas en matemáticas, que son: el ***dominio del conocimiento,*** qué básicamente es el conjunto de recursos matemáticos que posee el estudiante, como: conocimientos, procedimientos, hechos, etc.; ***estrategias cognoscitivas,*** las cuales tiene que ver con métodos heurísticos; ***estrategias metacognitivas*** que se relacionan con la selección de estrategias y recursos para abordar el problema; y por último, el ***sistema de creencias,*** que en términos generales son las concepciones que tenga el o la estudiante de las matemáticas. Además, existen unas actividades de aprendizaje que complementan las dimensiones a través de la práctica, las cuales son:

- Resolver problemas nuevos
- Mostrar cómo otros estudiantes resuelven problemas
- Como docente hacer de moderador para orientar la discusión del problema en la clase

- Dividir la clase en subgrupos para discutir un problema y como docente ayudar a guiar la discusión. (Shoenfeld, 1989, p. 20, referenciado en Santos, 1992)

Lo mencionado en esta sección 5.1.2., de los aspectos, las dimensiones y las actividades de aprendizaje encerradas en la resolución de problemas conducen a unos objetivos en la construcción de pensamiento matemático. Relacionado con esto, el MEN (1998) resalta que se pueden conseguir metas como el desarrollo de habilidades comunicativas en matemáticas; el surgimiento de procesos de investigación que son pilares del razonamiento matemático; la investigación de conceptos y procesos matemáticos, a través de distintos horizontes; y entre otras, la exploración e investigación de caminos alternos. (p. 53). No solo es importante estructurar las metodologías para abordar la resolución de problemas, se cree firmemente que la contextualización real y no solo abstracta aportaría considerablemente a mejorar las habilidades en este proceso y en general en la actividad matemática, esta idea toma su peso desde la normativa en donde el MEN (2006) afirma que

> las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (p. 52)

Se sustenta por tanto la idea de que contextualizar los problemas genera distintos beneficios a parte de los que naturalmente ofrece la resolución de problemas, además, puede incentivar al estudiante a interesarse por las matemáticas, al enfrentarse a situaciones que puedan ser aterrizadas a un escenario real, en otras palabras, no plantear situaciones problema en el aula netamente de carácter abstracto.

Los problemas que se usarán en esta monografía con el fin de darle sentido en lo que respecta a la resolución de problemas en matemáticas tendrán en cuenta lo siguiente:

a. Un contexto lo más cercano a la realidad
b. Que su solución esté al alcance de sus conocimientos

c. Problemas nuevos en los que se pueda emplear conocimiento matemático usado previamente[3].
d. Reflexión individual y grupal sobre lo que se pide en el problema y su posible solución
e. Mediación por parte del docente para orientar la solución del problema.

### *2.1.4. La resolución de problemas algebraicos*

Es preciso mencionar nuevamente que es importante tener en cuenta la compleja transición existente de lo aritmético a lo algebraico lo cual se resalta en la sección de antecedentes de este trabajo dicho por Díaz (2018), de modo que, al momento de plantear problemas algebraicos es importante tener en cuenta que pueden existir temores o dificultades en comprender la simbología algebraica aún tener muy arraigados procesos aritméticos como el obtener siempre un resultado, por dar un ejemplo. Esta idea se sustenta de lo afirmado por Jennings y Dunne (1996, referenciado en Gasco, 2017) donde dice que "se refieren a una reducción de la complejidad de los problemas y a una prolongación del uso de técnicas informales (aritméticas) con el fin de facilitar la tarea al alumnado" (p. 168).

> Según Carreaher et al (2008, referenciado en Gasco, 2017) para adquirir el razonamiento algebraico temprano se debe aprender a generalizar, esto es, a identificar patrones y poder reconocer la norma; sin embargo, antes de emprender dicho aprendizaje, es necesario observar cómo el alumnado representa y razona por sus propios medios. (p. 168)

Lo anterior, brinda unos parámetros al momento de querer plantear problemas algebraicos en el aula de matemáticas, siendo estas primeras enfrentar a las y los estudiantes a resolver problemas bajo sus propias ideas, buscando identificar cómo representa y cómo razona. Por otra parte, se deben buscar espacios para que las y los estudiantes identifiquen patrones y reconozcan puntos claves de los problemas para así sean capaces de llegar a generalizaciones.

Dejarse de lado, en cambio, optar por el camino de encontrar la solución al problema independientemente de su dificultad, pero con las herramientas adecuadas. Según Stacey y MacGregor (1999, referenciado en Gasco, 2017) los profesores deben procurar dejar de lado el resolver problemas sencillos algebraicamente como preparación para aquellos que son más

[3] Hace referencia a contenidos matemáticos que las y los estudiantes ya conocen y han visto en su formación académica.

complejos. También mencionan que usar álgebra en un problema es una dificultad extra, que para las y los estudiantes no es necesario, porque en gran parte de los problemas es más que suficiente el conocimiento aritmético. De modo que, a tener en cuenta para el planteamiento de problemas algebraicos, es no sobrecargar del álgebra innecesaria si aritméticamente es suficiente.

Campistrous (1999, referenciado en García, 2019) menciona que un estudiante por el análisis que desarrolla al resolver un problema reconoce la existencia de estrategias reflexivas e irreflexivas. La primera hace referencia a cuando las y los estudiantes desarrollan un proceso de análisis previo para encontrar la solución, a diferencia de la segunda que, es un proceso más automático, en otras palabras, no se realiza el proceso de análisis.

Con el fin de poder decir claramente qué debe tener un problema algebraico para que este aporte a desarrollar el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos analíticos se asume lo dicho por el MEN (2006) en sus Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas donde dice que

> este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas. (p. 66)

También con relación al pensamiento algebraico el MEN (2006) dice que

> el desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. (p. 66)

Las y los estudiantes tienen un temor a la simbología algebraica como menciona Díaz (2018) y el MEN (2006) menciona que los problemas algebraicos estudian la variación y el cambio, el cual pues se representa bajo esta notación algebraica. Para esto, es importante que al momento de presentar esa simbología algebraica, esta no sea abrumadora o carezca de sentido para las y los estudiantes.

Adicional a esto Carreaher et al (2008, referenciado en Gasco, 2017) afirma que la generalización es un proceso importante y esta idea se reafirma con lo que dice el MEN (2006) en donde estudiar regularidades y criterios para esas regularidades contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico. Esto establece que al momento de plantear problemas algebraicos usar sucesiones de expresiones, números u objetos (geométricos para este caso) es un camino que a adoptar para plantear en la clase de matemáticas.

Como última característica se tendrá en cuenta lo dicho por Campistrous (1999, referenciado en García, 2019) y al momento de proponer o plantear problemas las y los estudiantes puedan optar por estrategias reflexivas o irreflexivas, con el fin de poner en juego los conocimientos previos o generar un proceso de análisis que los introduzca a buscar el o los caminos para solucionar el problema.

Para resolver problemas algebraicos en la siguiente monografía se ha de tener en cuenta que existe una transición compleja de lo aritmético a lo algebraico y por ello es importante que se pueda trabajar combinados los dos aspectos. Adicional, las y los estudiantes deben estar expuestos a problemas en los que se requieran conocimientos que ya posean. Por último, aunque implícitamente en los problemas se trabajará a la variación y el cambio, la investigación se acota a tener la generalización como el eje central en los problemas algebraicos. Kaput (1999, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) define la generalización así:

> Extender deliberadamente el rango de razonamiento o comunicación más allá del caso o casos considerados, identificando explícitamente y exponiendo similitud entre casos, aumentando el razonamiento o comunicación a un nivel donde el foco no son los casos o situaciones en sí mismos, sino los patrones, procedimientos, estructuras, y las relaciones a lo largo y entre ellas. (p. 16)

Mason (1996, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) define cuatro etapas para el desarrollo de la generalización que son: percibir un patrón, expresar el patrón, registrar el patrón y probar la validez de la fórmula. La primera, la define como el paso indispensable en el que el o la estudiante mediante su conocimiento de técnicas matemáticas es capaz de generar resultados a partir de ejemplos particulares e identificando en ello que es lo común: la segunda, consiste más en lo que pueda comunicar el o la estudiante a partir de lo común que encontró en la primera etapa; la tercera, es aquella etapa donde él o la estudiante es capaz de no solo comunicar el patrón que persiste de los casos particulares, si no que, puede identificar las variables de la situación que pueden condensar todo en una generalidad y así establecer una fórmula o expresión para corroborar el patrón encontrado; la última etapa, es verificar a través del procedimiento (según las operaciones) que los resultados sean los esperados acorde a la situación y que lo que condensó lo particular en lo general sea acorde a la prueba de los casos individuales.

Para efectos de estudio en este trabajo se entiende la generalización como el proceso en el cual se parte de un estudio de casos particulares o análisis de situaciones individuales para luego condensarse en una generalidad que dé sentido a aquello particular. En el presente trabajo se implementarán las cuatro etapas de la generalización, pero desde una perspectiva basada en Python y cómo mediante este lenguaje de programación es posible transitar por ellas mediante la serie de problemas que aquí se proponen.

### *2.1.5. La resolución de problemas geométricos*

Palacios y Solarte (2013) afirman que las estrategias heurísticas como empezar por el final o en otras palabras por lo que sería el resultado, elegir la incógnita, expresar relaciones en forma algebraica, plantear ecuaciones, hacer un esquema, reducir el problema a otros conocidos, particularizar e imaginar el problema resuelto son estrategias para resolver problemas geométricos. Además, Palacios y Solarte (2013) reconocen que

> para resolver algún problema geométrico es importante tener conceptos, propiedades y procedimientos geométricos y matemáticos claros entre otras cosas. Ya que, remitirse a la tarea de resolver alguna problemática de este tipo puede resultar todo un reto interesante y divertido que requiere de cierto tiempo en particular. (p. 357)

Así pues, se tienen bastantes aspectos predefinidos a tener en cuenta, se pueden plantear problemas que estén compuestos de subproblemas para así, las y los estudiantes puedan descomponer el original en pequeños y luego recolectar los datos individuales para proponer una solución general. Al igual, ser claro en lo que requiere el problema para que no haya ambigüedad en la interpretación y que esto ocasiones confusión en los conceptos, procedimientos o propiedades geométricas necesarias para dar solución al problema.

González, Rico y Segovia (2000) afirman que

> la elección de una buena cuestión es parte del éxito en cualquier estudio sobre resolución de problemas. La geometría del plano constituye un ámbito donde encontramos enunciados especialmente significativos. Concretamente, hay problemas de enunciado sencillo,

> adaptables a distintos niveles formativos, que hacen que los alumnos pongan en juego un amplio abanico de estrategias de resolución y heurísticos. (p. 6)

Los beneficios de la geometría plana, la cual es muy común en la educación básica y media, son crear problemas por variación o por elaboración, además, su contextualización real no implica mayor esfuerzo, ya que, encontrar las figuras planas en el entorno es una tarea sencilla como el suelo, las paredes, los útiles escolares, en los dispositivos tecnológicos, etc.

Por su parte, González, Rico y Segovia (2000) proponen el plantear problemas basado en la construcción geométrica del cuadrado y enumeran una serie de heurísticos encontrados en donde se resalta el de asignar valores concretos a las magnitudes de la construcción, lo cual aporta a desarrollar habilidades analíticas en las y los estudiantes. Otra heurística que se menciona es el trabajar por casos particulares, el cual aporta a la posterior resolución general. El último en mencionar acá, aunque existen más, es la interpretación en un contexto dinámico en donde sea posible relacionarlo con otros lugares geométricos o plantear problemas recíprocos.

Para poder comprender bien qué tener en cuenta al momento de plantear un problema geométrico se tiene en cuenta qué se busca desarrollar con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, centrando la actividad geométrica en el uso de medidas para ello el MEN (2006) en sus Estándares Básicos de competencias en Matemáticas dice que

> … a medida que se complejizan los sistemas de representación del espacio, en un segundo momento se hace necesaria la metrización, pues ya no es suficiente con decir que algo está cerca o lejos de algo, sino que es necesario determinar qué tan cerca o qué tan lejos está. Esto significa un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo, lo cual hace aparecer nuevas propiedades y relaciones entre los objetos. (p. 61)

Para tener en cuenta también con relación a la medida el MEN (2006) dice

> así pues, la apropiación por parte de los estudiantes del espacio físico y geométrico requiere del estudio de distintas relaciones espaciales … de las superficies, regiones y figuras planas con sus fronteras, lados y vértices, en donde se destacan los procesos de localización en relación con sistemas de referencia, y el estudio de lo que cambia o se mantiene en las formas geométricas bajo distintas transformaciones. (p. 62)

Palacios y Solarte (2013) afirman que es importante tener claros conceptos y procedimientos y el MEN (2006) menciona que es importante usar la metrización por el hecho de que no es suficiente trabajar características cualitativas de los objetos. De otro modo, este concepto se asocia a poder trabajar con la medida para ser más preciso a la hora de decir qué tan lejos o cerca puede estar algo. Enlazando estas dos ideas, los problemas geométricos a resolver pueden estructurarse a partir de la medida y el MEN (2006) da opciones para esto como lo es trabajar con superficies, regiones o procesos de localización por dar un ejemplo.

Para implementar esta idea de medida a partir de lo dicho por el MEN (2006) respecto a metrización y la geometría plana se adapta la idea de González, Rico y Segovia (2000) quienes proponen desarrollar problemas a través del cuadrado, pero, se puede a través del cuadrilátero e ir trabajando la medida con su perímetro y/o su área, que son magnitudes sencillas comunes y adaptables según el problema para las y los estudiantes. Por esto y para efectos del presente trabajo, para resolver problemas geométricos se tendrá en cuenta situaciones familiares en lo que respecta a conceptos geométricos, se trabajará la medida en figuras planas y problemas en un contexto real. Con base en lo dicho por Rico y Segovia (2000) en el presente trabajo se hará énfasis en las unidades de medida perímetro y área de figuras planas. El área como medida según Pratt (2015, referenciado en Varela, 2017) se concibe como

> la cantidad de superficie que está delimitada por su contorno, esta puede ser medible en superficies planas, es decir, "*el área es un número (positivo) que representa la medida de la superficie (plana)"*, en la cual, dicha medida es representada por una unidad que es el cuadrado, siendo el resultado final un número con una unidad de medida especificada al cuadrado. (p. 31)

En este trabajo y según lo dicho por Pratt el área como medida será concebida como aquel espacio que ocupa una superficie plana que es delimitada por su contorno que se representa con un número positivo y se específica en la unidad al cuadrado. El área se delimita por el contorno de una superficie que en otras palabras se puede pude concebir como el perímetro y según Varela (2017) hace referencia a

> La distancia o longitud del contorno de una superficie o una figura, para medir el perímetro se debe elegir una unidad de medida que debe cumplir ciertas características, esta será la distancia entre dos intersecciones consecutivas a lo largo de una línea. (p. 32)

Con base en esta definición aquí se entiende el perímetro como la suma de los lados de la superficie plana o dicho de otra manera la longitud total del contorno de la superficie expresada bajo una unidad específica unidimensional. El perímetro podrá ser visualizado a partir de la demarcación del contorno de la figura plana involucrada según sea el caso, siendo esta magnitud una longitud, la unidad de medida implementada serán metros y para el caso del área al ser una magnitud de superficie la unidad de medida serán metros cuadrados. Con eso, se genera una focalización en lo que concierne a los objetivos del presente trabajo y no a una transición o conversión entre unidades de medida.

## 2.2. Recursos TIC

Los recursos TIC resultan ser parte esencial para el presente trabajo, específicamente bajo el lenguaje de programación Python va a establecer toda la metodología de trabajo y por eso es relevante definir bien qué tipo de recurso es para tener claridad de lo que este puede aportar en el aula de matemáticas. En esta sección se encuentra la información de: medios didácticos, ¿qué es un recurso TIC?, y ¿los tipos de recurso TIC?

### *2.2.1. ¿Qué es un recurso TIC?*

Para hablar primero de recurso TIC se considera necesario mencionar el concepto de los *medios didácticos* que según Blázquez y Lucero (2022, referenciado en Cacheiro, 2011) pueden definirse como

> cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del currículo (por su parte o la de los alumnos) para aproximar o facilitar contenidos, medir en las experiencias de los estudiantes, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación. (p. 70).

Es relevante resaltar que los medios didácticos son entonces un recurso y el puente en el aula para transmitir un conocimiento independientemente el área en el que sean usados. Existen distintos recursos como materiales, herramientas, juegos y al que se le prestará principal atención es al *recurso* TIC. Con relación a lo anterior Cacheiro (2011, p. 70) define las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como “medios tecnológicos informáticos y de telecomunicaciones orientados a favorecer los procesos de información y comunicación”.

Según lo anterior, respecto a medio didáctico y recurso TIC, se puede afirmar entonces que las TIC aportan a la enseñanza y aprendizaje de información y comunicación según las necesidades curriculares de las instituciones, de ahí, que en la actualidad sea indispensable el uso de estas herramientas en la educación. Por otra parte, se da claridad que existe una tipología de recursos educativos TIC y se clasifican así: Recursos de Información (RI), Recursos de Colaboración (RC) y Recursos de Aprendizaje (RA). Para efectos del presente trabajo, únicamente se hará uso del recurso de aprendizaje, con el fin de que haya un entendimiento claro para el a continuación, se define qué es un RA.

#### *2.2.2. ¿Qué es un recurso de aprendizaje?*

Según Cacheiro (2011) los RA son el medio para llevar procesos de adquisición de conocimientos, procedimientos y actitudes en la planificación formativa, además, hacen posible la transición de un uso informativo y colaborativo a un uso didáctico con la finalidad de aprendizaje. De este modo, de los tipos de recursos que se han expuesto hasta el momento, los lenguajes de programación se pueden clasificar como recursos de aprendizaje, ya que, están involucrados claramente en la informática y pueden adaptarse como medios didácticos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta es la razón de por qué se asume al RA como ese recurso TIC en esta investigación.

### 2.3. Lenguajes de programación

Un lenguaje de programación desde la experiencia propia de quien escribe esta monografía es el medio para que un ser humano se comunique con una computadora y se caracteriza por tener un lenguaje propio con símbolos, sintaxis, reglas y funcionalidades. Según Ureña (2012) un lenguaje de programación es un convenio entre personas que puede definirse como el conjunto de reglas o normas que permiten asociar a cada programa correcto un cálculo que será llevado a cabo por un ordenador. Una característica importante es que un lenguaje de programación es un convenio o acuerdo acerca de cómo se debe interpretar el significado de los programas que se escriban con dicho lenguaje.

### *2.3.1. Programas informáticos*

Los programas informáticos que vienen en los computadores, celulares, televisores, electrodomésticos y cualquier aparato electrónico inteligente que posea un procesador se desarrollan bajo lenguajes de programación. Se define un programa informático como "un conjunto de instrucciones que, una vez ejecutado, realiza una o varias tareas en una computadora" (Juganaru, 2014, p. 5). Complementando la idea previa, los programas son indispensables porque un aparato electrónico con procesador y que no tenga instalado un programa informático no puede realizar las actividades para las cuales fue diseñado. Juganaru (2014) también define que el conjunto de programas informáticos de una computadora se denomina software, lo que define el soporte lógico de una computadora.

### *2.3.2. Relación del lenguaje de programación con programa informático*

La relación existente entre un programa informático y un lenguaje de programación consiste en que un programa se escribe con una serie de instrucciones de un lenguaje de programación en específico. Es de aclarar, que no se debe confundir un compilador, interprete o entorno de desarrollo de software con un lenguaje de programación. Juganaru (2014) da claridad para diferenciar un lenguaje de un compilador o intérprete, menciona que si un programa está escrito en un lenguaje de programación comprensible para el ser humano es llamado código fuente. A su vez, el código fuente puede convertirse en un archivo ejecutable, lo que en términos generales es una manera en el que la máquina lo pueda entender, con la ayuda de un compilador. Pero, existe la manera directa para logra que el código sea ejecutado inmediatamente a través de un intérprete.

### *2.3.3. Aportes de los lenguajes de programación al desarrollo del pensamiento matemático*

La programación es un camino que enfrenta a las personas que se adentran en este mundo a explorar situaciones problema, caminos de solución, ejecución de la solución y si es el caso la modificación del cómo se aborda la situación. Es un proceso de aprendizaje y reflexión constante que permite la identificación de errores. A través de los lenguajes de programación y el análisis lógico que se requiere para la construcción de un programa es capaz de ayudar al desarrollo del pensamiento matemático.

Kroes (2015, referenciado en Aguilar, 2019) afirma que si un niño o niña se ve involucrado en el aprendizaje de la POO podrá en primera instancia entender la lógica que se esconde a través de la programación y será un gran pilar para aprender lenguajes de programación demandados en la actualidad. Al desarrollar el pensamiento lógico, se fomenta el desarrollo del pensamiento matemático, la creatividad, se mejora la autonomía, se trabaja diferentes formas de comunicar ideas y hay una influencia directa en la resolución de problemas.

### *2.3.4. Python*

Python es un lenguaje a la vanguardia porque es orientado a objetos, es funcional para aplicaciones de computadora, empresariales, académicas, videojuegos, páginas web y últimamente abarcando fuertemente el campo de la inteligencia artificial, además, tiene un gran soporte y un amplio número de librerías que enriquecen el general al funcionamiento micro y macro del lenguaje.

Para profundizar más en todo lo que es Python es necesario remontarse a su historia. Becerra, Díaz y Pérez (2014) en su artículo mencionan que este lenguaje de programación fue creado por Guido Van Rossum entre finales de la década de los 80 y principios de los 90, al principio para un uso por así decirlo “limitado”. En el año 2000 se lanza una versión 2.0 de Python con nuevas características y el cuál ya recibía soporte por bugs, lo más destacado en este tiempo fue los aportes de la comunidad para la evolución del lenguaje y bajo la supervisión de Guido. Python 3.0 llega en 2008 teniendo un cambio sustancial y mucho más relevante que sus anteriores versiones, mencionando como primera nueva característica su incompatibilidad con las versiones anteriores.

Existe una propia cultura Python y es como una subcomunidad dentro de los desarrolladores. Se establecieron o propusieron una metodología para escribir código y en el sitio oficial de Python se mencionan unos principios al escribir código con este lenguaje; algunos como “hermoso es mejor que feo”, “explícito es mejor que implícito”, “simple es mejor que complejo”, “ante la ambigüedad, descarte la tentación de adivinar”, entre muchos otros principios.

Al ser tan popular este lenguaje y ser un fenómeno a nivel internacional, cuenta con una serie de eventos a nivel internacional para discutir y compartir ideas en pro de su evolución. Cuenta con la conferencia oficial “Python Conference (PyCon)” la cual se realiza una vez al año y cada vez en una ciudad distinta. La PyCon es un espacio y fuente de gran conocimiento para aquellos y aquellas que se interesen por temas y tecnologías relacionados a Python, al igual, un espacio para exponer ideas propias sobre este.

La sintaxis en Python es muy amigable con el usuario, resulta ser mucho más sencilla y adaptable para aquellos que deseen internarse en el mundo del desarrollo. ¡El primer programa que por tradición se aprende a realizar con un lenguaje es el famoso “Hello world!” para ello se visualiza en las siguientes figuras cómo escribir en Java (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) y Python (ver Figura 5) el mismo programa.

**Figura 4**

*Programa “Hello world!” con el lenguaje de programación Java*

```java
public class HelloWorld {
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println("Hello World!");
    }
}
```

**Figura 5**

*Programa “Hello world!” con el lenguaje Python*

```python
print("Hello World!")
```

Se puede apreciar claramente la facilidad y simpleza que Python posee en un programa que imprime en consola el mensaje: “Hello World!”, a diferencia de Java que maneja una estructura de código y sintaxis que a simple vista es apreciable la mayor complejidad y reglas que se deben tener en cuenta. En Java se necesitan tres líneas de código, mientras que, en Python se escribe una línea de código para el mismo resultado, esto induce a pensar que Python tiene una curva de aprendizaje mucho más corta que Java.

La curva de aprendizaje de Python al ser tan corta respecto a otros lenguajes resulta ser una herramienta potente para su uso en la escuela. Una conclusión que aportan en su investigación Orjuela y Rodríguez (2022) es la siguiente:

> Python se puede convertir en una herramienta pedagógica significativa para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación básica secundaria debido al uso de una sintaxis simple, su acceso libre en la red, la facilidad de manejo del entorno y las potentes librerías que contiene para la ejecución de programas con fines específicos. (p. 58).

Las investigadoras exponen el potencial que tiene el uso de Python para el desarrollo del pensamiento variacional y las autoras Orjuela y Rodríguez (2022) concluyen lo siguiente de igual manera:

> (…) el trabajo planteado en este documento sugiere la implementación de un proyecto aplicado que permita evidenciar cómo el lenguaje de programación Python facilita el proceso de enseñanza – aprendizaje de objetos matemáticos, tanto en la educación básica primaria como secundaria.
>
> Se debe fortalecer la formación y prácticas docentes en el desarrollo de estrategias educativas alternas como el lenguaje de programación Python, el cual se evidencia aporta al aprendizaje transversal de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento. (p. 58)

Se empiezan a plantear investigaciones en educación que aportan al desarrollo de nuevos métodos y caminos de enseñanza de objetos, procesos y competencias matemáticas. Es necesario que existan proyectos que estructuren la implementación de lenguajes de programación en el currículo de matemáticas y en específico en el trabajo de Orjuela y Rodríguez (2014) con Python. Además, se debe fomentar la capacitación de docentes en herramientas tecnológicas actuales y según la investigación de Orjuela y Rodríguez (2022) en Python por los beneficios que este puede aportar en el área de matemáticas.

## 2.4. ¿Cómo abordar problemas algebraicos y geométricos usando Python?

En esta sección se plasma información desde referentes para adaptar una metodología de trabajo de resolución de problemas geométricos y algebraicos usando Python. Se exponen algunos elementos necesarios de Python que podrían ser usados por parte de las y los estudiantes para resolver los problemas propuestos y estos serán definidos desde los conocimientos propios en lenguaje de programación que pueden aportar en el aula de matemáticas.

### *2.4.1. Fases propuestas para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python*

Concebir cómo abordar problemas geométricos y algebraicos con Python se plantea a partir de las cuatro etapas para resolver problemas que para Polya (1945) son: la comprensión del problema, la concepción del plan, la ejecución y una mirada atrás de lo realizado. Con base en lo dicho por Polya en la presente monografía se propone un modelo de trabajo con Python, aquí se mencionan las fases para solucionar problemas así: la primera etapa es la comprensión del problema, la segunda es la concepción de un plan identificando las oportunidades que ofrece Python, la tercera es la ejecución del plan con base en las oportunidades, la cuarta es la comprobación del plan luego de su ejecución y la quinta es la reflexión sobre la solución planteada (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

**Tabla 1**

*Descripción de las 5 fases para resolver problemas usando Python*

| Fase | Descripción |
|---|---|
| 1. Comprensión del problema | ● Identificar el contexto, la información, el entorno matemático y los requerimientos. Teniendo en cuenta esto, se puede establecer entonces un camino para poder pasar a la siguiente fase. |
| 2. Concepción de un plan a partir de las oportunidades que pueda ofrecer Python para solucionar el problema. | ● Identificar qué oportunidades puede ofrecer Python para solucionar el problema.<br>● Concebir un plan para solucionar el problema usando Python a partir de las oportunidades identificadas. |

| | |
|---|---|
| 3. Ejecución del plan con base en las oportunidades identificadas. | ● Tener en cuenta los objetos matemáticos necesarios para solucionar el problema y cómo se implementan en Python.<br>● Ejecutar el plan para solucionar el problema usando Python creando un programa para ello.<br>● Usar los recursos mínimos y suficientes para ejecutar el plan. |
| 4. Comprobación de la solución luego de la ejecución del plan. | ● Ejecutar el programa verificando su funcionalidad.<br>● Comprobar si existe algún fallo en la ejecución del plan.<br>● Corregir el fallo, volver a ejecutar el programa y verificar la funcionalidad de este. |
| 5. Reflexión sobre la solución planteada en Python. | ● Reflexionar sobre la solución en relación con la oportunidad identificada con Python<br>● Reflexión individual y grupal acerca de solucionar el problema con Python |

### *2.4.2. Elementos de Python necesario para resolver los problemas propuestos*

Se establecen a continuación los elementos necesarios en lo que respecta a la sintaxis de Python para poder abordar y solucionar los problemas geométricos y algebraicos que se exponen en la presente monografía. Estos elementos son descritos a partir del conocimiento que se tiene en el lenguaje de programación y en lo que pueden aportar desde una perspectiva docente. En la siguiente tabla (ver Tabla 2) se relaciona en una columna el comando y en la otra la descripción de su aporte en el aula para resolver problemas.

**Tabla 2**

*Comando en Python y su aporte al aula de matemáticas desde una perspectiva docente*

| Comando | Descripción | Vista desde el código |
|---|---|---|
| Print | Este comando permite mostrar información en pantalla al usuario (estudiante). Permite | Ejemplo de cómo usar el comando print en Python |

| | | |
|---|---|---|
| | comprobar el resultado de un proceso como es el cálculo del perímetro y área. El estudiante puede verificar el valor de una incógnita o dar respuesta a un requerimiento de manera adecuada y disiente (en lo que respecta al contexto del problema). | `perimetro = 5 + 6 + 7 + 8`<br>`ladoAltura = 35 - perimetro`<br><br>`print(perimetro)`<br>`print(ladoAltura)`<br>`print("La altura es igual a: ", ladoAltura)`<br><br>Lo que el estudiante puede apreciar al ejecutar el programa.<br>`26`<br>`9`<br>`La altura faltante para calcular el perímetro es:  9`<br>`PS C:\Users\luissupelano\Downloads\ProblemSolution>` |
| Input | Este comando le puede permitir a las y los estudiantes asignar a un objeto (variable) información de tipo cuantitativo y cualitativo, con esto pueden lograr identificar cuando una variable puede ser de un tipo o de otro. | Cómo almacenar en una variable alguna altura y en otra un color.<br>`altura = float(input("Ingrese su altura: "))`<br>`color = input("Ingrese su color favorito: ")`<br><br>`print("Altura: ", altura, " Color: ", color)`<br><br>Lo que se muestra en pantalla luego de almacenar los valores que el estudiante ingrese mediante el comando input.<br>`Ingrese su altura: 178`<br>`Ingrese su color favorito: Negro`<br>`Altura:  178.0  Color:  Negro` |
| Variables | Las variables son objetos que pueden almacenar información de tipo cualitativo y cuantitativo. Se conocen así dentro de la programación, aunque, aquí se tratarán más como valores constantes que son definidos previamente y pueden almacenar palabras o frases, números enteros y/o números reales. | Se definen tres variables con un mensaje, un número entero y un número decimal.<br>`mensaje = "Hola"`<br>`edad = 28`<br>`peso = 70.5`<br><br>`print(mensaje)`<br>`print(edad)`<br>`print(peso)`<br><br>La ejecución del programa y lo que ve el estudiante en pantalla.<br>`Hola`<br>`28`<br>`70.5` |
| Listas | Las listas son elementos en los cuales un estudiante puede asociar que una variable puede tomar distintos valores, puede resultar más intuitivo porque, por ejemplo, en una lista se puede guardar todas las medidas del perímetro de una superficie plana. | Se define una lista con distintos números que son medidas y una lista con distintos nombres de colores.<br>`listaMedidas = [2, 3.5, 2, 7.5]`<br>`listaColores = ["rojo", "blanco", "negro"]`<br><br>`print(listaMedidas)`<br>`print(listaColores)` |

<table>
<tr><td></td><td>Las listas no son un objeto inmóvil, porque por ejemplo según la posición en la que se encuentre el elemento, este se puede usar para realizar operaciones aritméticas si es un dato numérico.</td><td>Al ejecutar el programa los estudiantes pueden ver los datos almacenados en las dos listas.<pre>[2, 3.5, 2, 7.5]
['rojo', 'blanco', 'negro']</pre></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ciclo for</td><td rowspan="2">Los ciclos permiten simplificar procesos, en este caso, el ciclo for puede permitir a los estudiantes generalizar sobre una serie de casos particulares y así comprender que pueden llegar a englobar en un caso general una serie de casos particulares. El ciclo “for” se extiende también a realizar comprobaciones generales sobre el resultado de procesos como el cálculo del área o perímetro de distintas figuras geométricas planas. No confundir la funcionalidad de este ciclo con el de una calculadora, puede ir mucho más allá a partir de una gran cantidad de datos.</td><td>Se tiene una lista que guarda las medidas de un terreno y una variable “perímetro” en la que se va a guardar la suma de las medidas usando el ciclo for.<pre>listaMedidasTerreno = [2, 3.5, 2, 7.5]
perimetro = 0

for i in range (4):
    perimetro += listaMedidasTerreno[i]

print("El perimetro del terreno es: ",perimetro)</pre></td></tr>
<tr><td>Al ejecutar el programa el estudiante podrá verificar la suma de los elementos de la lista.<pre>El perímetro del terreno es:  15.0</pre></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Operadores</td><td rowspan="2">Python ofrece una manera muy simple para realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Existen distintas maneras de operar dos elementos, para efectos prácticos y que se acomoden a la curva de aprendizaje del lenguaje de las y los estudiantes, aquí se tendrá en cuenta el más elemental. Este consiste en tomar dos números y operarlos así: la suma con signo +, la resta con el signo -, el producto con el signo * y la división con el signo /.</td><td>Se definen dos objetos que pueden almacenar números reales y luego en variables según su nombre el resultado de la operación que en esta se almacena con los dos números indicados.<pre>altoTerreno = float(input("Ingrese el alto del terreno: "))
anchoTerreno = float(input("Ingrese el alto del terreno: "))
suma = altoTerreno = anchoTerreno
resta = altoTerreno - anchoTerreno
producto = altoTerreno*anchoTerreno
division = altoTerreno/anchoTerreno #anchoTerreno diferente de cero

print(altoTerreno,"+",anchoTerreno,"=",suma)
print(altoTerreno,"-",anchoTerreno,"=",resta)
print(altoTerreno,"*",anchoTerreno,"=",producto)
print(altoTerreno,"/",anchoTerreno,"=",division</pre></td></tr>
<tr><td>El estudiante al ejecutar el proceso puede comprobar el resultado de cada operación, mostrando en pantalla los resultados.<pre>Ingrese el alto del terreno: 10
Ingrese el alto del terreno: 15
10.0 + 15.0 = 25.0
10.0 - 15.0 = -5.0
10.0 * 15.0 = 150.0
10.0 / 15.0 = 0.6666666666666666</pre></td></tr>
</table>

### *2.4.3. La generalización en álgebra mediante Python*

En la constitución de Python como herramienta para resolver problemas algebraicos y a partir de las etapas para lograr generalizar en álgebra propuestas por Mason (1996, referenciado en

Ávila y Guzmán, 2020) se propone la siguiente correlación (ver Tabla 3) de las etapas para generalización que se pueden ver en el capítulo 4.1.4., con las características de Python para así establecer una metodología clara de trabajo y análisis.

**Tabla 3**
*Generalización en álgebra usando Python como herramienta*

| Etapa | Descripción de su implementación con Python |
|---|---|
| Percibir un patrón | Usar el lenguaje de programación Python para implementar las técnicas matemáticas necesarias que permitan a las y los estudiantes determinar características en común en la solución del problema. |
| Expresar el patrón | Responder de manera tradicional al requerimiento del problema es el primer paso para expresar el patrón encontrado, el segundo paso es poder transferir esto a la sintaxis de Python teniendo en cuenta básicamente que los valores usados pueden variar. |
| Registrar el patrón | En este punto, no solo basta con responder al requerimiento particular, es importante mediante la sintaxis de Python y el comando adecuado expresar las variables requeridas en el problema, pero, va más allá teniendo consciencia de qué significa esa variable y por qué se define en el problema. |
| Probar la validez | Probar la validez de divide en dos partes, primero es corroborar que al ejecutar el problema en Python este funcione correctamente bajo los parámetros establecidos de la sintaxis de Python y la prueba de los casos específicos que permitieron consolidar la generalización. |

### *2.4.4. Las unidades de medida de perímetro y área con Python*

El perímetro y área son el resultado de dos procedimientos aritméticos desde el cálculo más básico, partiendo de esto, Python ofrece entre sus características más elementales el cálculo de operar dos números aritméticamente y además de ello permite expresar mediante un comando, texto informativo sobre la unidad de medida de esta longitud que son metros para perímetro y metros cuadrados para área.

**Figura 6**
*Código en Python para mostrar el procedimiento para calcular perímetro y la expresión en texto de la unidad de medida (metros).*

```python
print('Los lados de cuadrilátero tienen las siguientes medidas: ')
ladoUno = 2
ladoDos = 3
ladoTres = 4
ladoCuatro = 6.5
print('El lado uno del cuadrilátero es igual a ', ladoUno, ' metros ')
print('El dado dos del cuadrilátero es igual a ', ladoDos, ' metros')
print('El dado cuatro del cuadrilátero es igual a ', ladoCuatro, ' metros')
print('El dado tres del cuadrilátero es igual a ', ladoTres, ' metros')
perimetro = ladoUno + ladoDos + ladoTres + ladoCuatro
print('El perímetro del cuadrilátero es igual a ', perimetro, ' metros')
```

Se aprecia (ver Figura 6) que mediante el comando print se está indicando que se mostrarán las medidas de los lados del cuadrilátero; ahora, en los objetos ladoUno, ladoDos, ladoTres y ladoCuatro se guardan las medidas del cuadrilátero y en las siguientes cuatro líneas se vuelve a usar el comando print para expresar el número que es la longitud y la unidad de medida de cada lado que son metros; en la línea siguiente se hace uso del operador de asignación igual para guardar la longitud del perímetro a partir del cálculo de sumar los lados del cuadrilátero; en la última línea, se expresa mediante el comando print el resultado del perímetro y la unidad de medida resultante.

**Figura 7**
*Código en Python para mostrar el procedimiento para calcular área y la expresión en texto de la unidad de medida (metros cuadrados).*

```python
print('Los lados de cuadrilátero tienen las siguientes medidas: ')
base = 2
altura = 4
print('La base del cuadrilátero es igual a ', base, ' metros ')
print('El altura del cuadrilátero es igual a ', altura, ' metros')
area = base * altura
print('El área del cuadrilátero es igual a ', area, ' metros cuadrados')
```

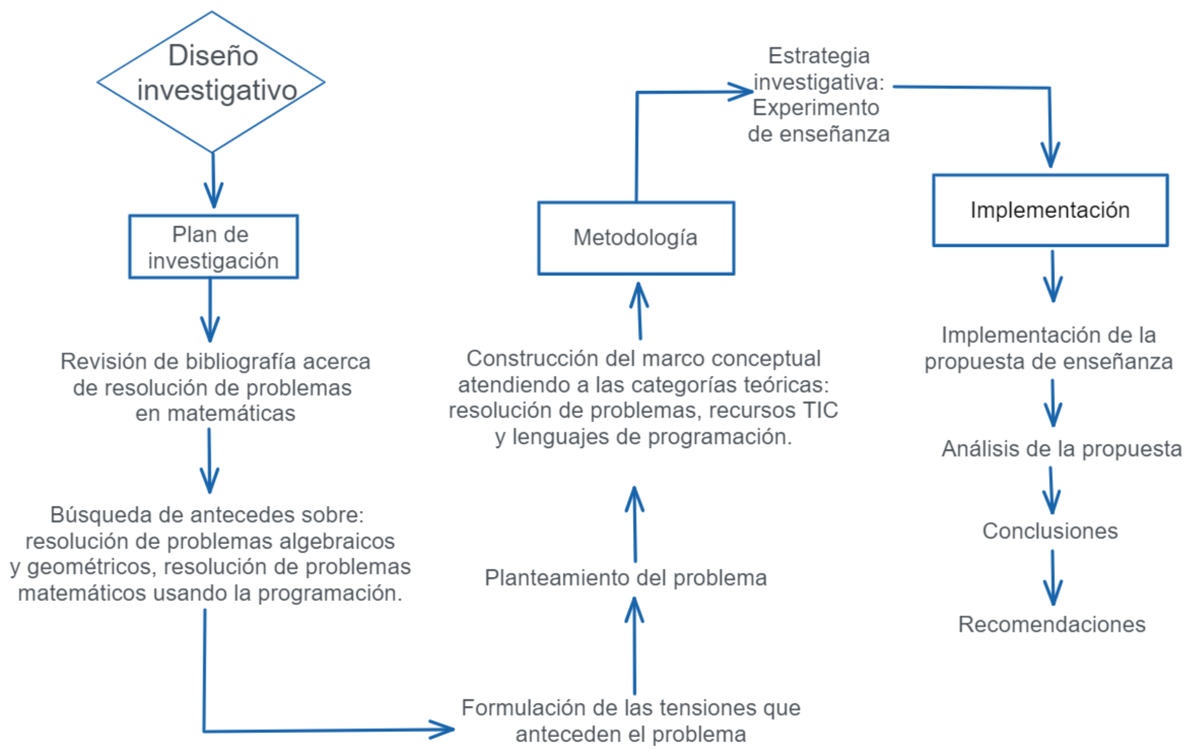
Se aprecia (ver Figura 7) que mediante el comando print se está indicando que se mostrarán las medidas de los lados del cuadrilátero; ahora, en los objetos ladoUnoTres y ladoDosCuatro se guardan las medidas de los lados opuestos del cuadrilátero; en las siguientes líneas, se vuelve a usar el comando print para expresar el número que es la longitud y la unidad de medida de cada lado que son metros; luego, se hace uso del operador de asignación igual para guardar la superficie del cuadrilátero a partir de calcular el producto de la base por la altura; en la última línea, se expresa mediante el comando print el resultado del área y la unidad de medida que esta representa.

## Capítulo 3. Metodología

A continuación, se presenta la metodología de la monografía. La metodología se entiende como "el conjunto conformado por un enfoque, una o varias aproximaciones, una o varias estrategias investigativas, un conjunto de recursos y una fundamentación teórica específica que genera la base racional para orientar la investigación de principio a fin "(Camargo, 2022, p.20).

### 3.1. Diseño investigativo

**Figura 8**
*Flujo explicativo del diseño investigativo*




En este apartado se encuentra el diseño investigativo que se usó para la implementación de la propuesta en el Colegio Rafael Pombo Sede Sopó en el grado octavo (801). Este diseño consistió en plantear un plan de investigación en el cual primero se realizó una revisión de bibliografía que hiciera referencia a la resolución de problemas en matemáticas, se sigue en la misma línea y se realiza una consulta de bibliografía con relación a solución de problemas geométricos y algebraicos, seguido de solución de problemas algebraicos y geométricos usando lenguajes la programación como recurso.

## 3.2. Estrategia investigativa

Las estrategias determinan un plan de ejecución relacionado con el registro de información, previsto en el diseño de la investigación (Páramo, 2011).

Estrategias investigativas: experimento de enseñanza. - Consiste en el diseño, implementación y evaluación de una secuencia de enseñanza organizada con la meta de poner en funcionamiento una conjetura sobre un aprendizaje específico. La secuencia se diseña para trabajar con estudiantes de los diferentes niveles educativos, incluidos profesores en formación y en ejercicio.

**Tabla 4**

*Estructura de la estrategia*

| | |
|---|---|
| **¿Dónde obtener la información?** | Clase de matemáticas de grado octavo |
| **¿A quiénes o con quiénes?** | 30 estudiantes de grado octavo de jornada continúan de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó. Las y los estudiante serán del curso 801 de la Institución, su edad oscila entre los 12 y 15 años y están distribuidos de manera equitativa, 50% hombres y 50% mujeres.<br>La mayoría de las y los estudiantes estuvieron en el curso 701 cuando se estaba desarrollando la Práctica de Integración Profesional durante el semestre 2022 – 1, por esto, se tendrá una experiencia en aula previa con el grupo de estudiantes.<br>Una característica del grupo de estudiantes es que su lugar de residencia varía mucho, algunos viven en los municipios aledaños como Sopó, Tocancipá, Gachancipá y diferentes veredas adjuntas a dichos municipios, al igual, una gran parte vive o tiene contacto inmediato con espacios rurales y de campo. El aspecto geográfico fue un elemento base en la formulación de los problemas que componen el experimento de enseñanza del presente trabajo de grado. |
| **¿Cuándo?** | Semana del lunes 3 al viernes 7 de abril de manera asincrónica en las que las y los estudiantes tendrán 5 sesiones de capacitación autónoma con una guía de aprendizaje en YouTube de Python.<br>Semana del 10 al 14 y del 17 al 21 de abril de manera presencial en el aula distribuidas en 8 sesiones de clase. |
| **Proceso ¿Haciendo qué?** | En el aula será implementar un experimento de enseñanza en el cual el eje central es fortalecer el proceso de resolución de problemas en matemáticas el cual tiene resultados negativos según las pruebas Saber (2021) de la institución. |

| | |
|---|---|
| | Se implementará una actividad con cuatro problemas de tipo geométrico y algebraico que buscarán desarrollar habilidades en el manejo de la medida y de la generalización respectivamente. La solución de estos problemas será mediante la programación usando el lenguaje Python, con una propuesta de cinco fases (ver Tabla 1) por las cuáles las y los estudiantes transitaron y les permitirá dar respuesta a los requerimientos en cada caso.<br>Los estudiantes tendrán una cartilla en la que se dará la información necesaria y suficiente para que pueda ser apoyo en el proceso de solución de los problemas, además, una serie de instrucciones para instalar una aplicación en sus dispositivos móviles en los cuáles escribirán el código que creará el programa para dar solución a cada problema. |
| **¿Cómo registrar la información?** | El registro de la información se hará de tres maneras. La primera es un espacio designado en las cartillas, la segunda será mediante una serie de pantallazos de la aplicación en la que escribirán el código y la última será la apreciación de las participaciones verbales en clase respecto a la reflexión. |

## 3.3. Consideraciones éticas

La presente monografía, con relación al aspecto ético, tiene como foco exclusivamente llevar a cabo un experimento de enseñanza y reportar los resultados, conclusiones y reflexiones hallados de una manera verás y lo más correcta posible desde lo académico. Se revisó de manera cuidadosa las ideas acá plasmadas haciendo referencia y dando crédito a las y los autores correspondientes.

Las y los estudiantes que participaron en esta investigación no tuvieron ningún percance durante la implementación de la actividad, no reportaron alguna afectación o consecuencia negativa de las actividades llevadas a cabo en clase. Los espacios de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó fueron usados con el mayor cuidado y respecto, resaltando constantemente el sentido de pertenencia y cuidado por lo ajeno.

## 3.4. Intencionalidades e instrumento

En esta sección se presenta el material con el cual se va a desarrollar el experimento de enseñanza en el aula de clases[4]. Esta cartilla (ver Anexo 1) es un apoyo para el docente y los estudiantes en el desarrollo del experimento de enseñanza. Para el docente es una manera de

[4] Este material no es una guía en la que las y los estudiantes leen una serie de instrucciones al pie de la letra y desarrollan los problemas propuestos. Aquí es denominado como cartilla, la cual brinda una serie de herramientas para poder abordar los problemas y sirve como soporte de actividad tanto para el docente como para el estudiante.

controlar los tiempos y pasos de implementación, para los estudiantes será un material informativo y de soporte para el abordaje de los problemas que se propusieron. Aquí se encontrará una explicación detallada del porqué de cada sección sustentada bajo los respectivos referentes que permitieron la construcción teórica del presente trabajo.

### *3.4.1. Intencionalidades cartilla*

La primera sección de la cartilla (ver Anexo 1) que va desde la portada y desde la página 1 hasta la página 6 es una presentación de lo que la cartilla contiene. Primero se encuentra la portada de la cartilla; en la página 1 se encuentra el contenido que relaciona las secciones que conforman el material; en la página 2 se presenta una introducción que da un panorama general pero específico del propósito; en la página 3 se dan a conocer las intenciones que responden a las preguntas: ¿qué vas a aprender? y ¿cómo lo vas a aprender?; en la página 4 las instrucciones generales para poder hacer uso de la cartilla y unas específicas para afrontar la solución de cada problema. Por último, en las páginas 5 y 6 se detalla una lista de comandos específicos de Python necesarios para el desarrollo de las actividades que enmarcan los problemas.

La segunda sección de la cartilla presenta los cuatro problemas a trabajar, los cuales fueron creados exclusivamente para responder a los objetivos de esta investigación, y que son: identificar las posibilidades que ofrece Python para resolver algunos problemas geométricos y algebraicos. Desde lo algebraico será enfocado a la generalización y desde lo geométrico a la medida, en específico a perímetro y área.

| | |
|---|---|
| **Portada de la cartilla** | El nombre “Python una herramienta para resolver problemas de geometría y álgebra en octavo” se elige para dar información suficiente y necesaria desde el primer contacto de las y los estudiantes con el material, esto es el enfoque que se propone en esta monografía. |
| | |
| **Página 1: Contenido** | En esta página se encuentran las secciones que están en la cartilla con el orden en el que se presentan y es el primer acercamiento a los problemas desde el nombre. |

| | |
|---|---|
| **Página 2: Introducción** | La introducción es una sección importante porque esta da esa primera interacción de los estudiantes con el porqué de la actividad y la relevancia en adquirir habilidades en resolver problemas. |

| | |
|---|---|
| **Página 3: Intenciones** | Esta página de la cartilla busca dar a conocer al estudiante qué van y cómo lo van a aprender.<br>Se espera que las y los estudiantes aprendan cómo usar Python de una manera básica pero sustancial para resolver algunos problemas geométricos y algebraicos.<br>La intención de realizar este experimento de enseñanza usando a Python como medio didáctico alterno a los usados en el modelo tradicional y al ser dirigido al aula de matemáticas se basará en lo dicho por Blázquez y Lucero (2022, referenciado en Cacheiro, 2011) que definen medio didáctico:<br>Cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del currículo (por su parte o la de los alumnos) para aproximar o facilitar contenidos, medir en las experiencias de los estudiantes, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación. (p. 70).<br>Cacheiro (2011) explica que las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) son “medios tecnológicos informáticos y de telecomunicaciones orientados a favorecer los procesos de información y comunicación”, en este trabajo se interpreta y se asume que un recurso TIC es un medio didáctico y esto se. También existen distintos tipos de recursos educativos TIC y los lenguajes de programación (Python) aquí se enmarcan como recursos de aprendizaje (RA), ya que, los lenguajes de programación se pueden clasificar como recursos de aprendizaje porque están involucrados claramente en la informática y pueden adaptarse como medios didácticos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.<br>En respuesta a cómo van a aprender con lo propuesto en la cartilla se plantean cuatro problemas exclusivos a los objetivos del experimento de enseñanza, pero, dentro del contexto de las y los estudiantes. A partir del reconocimiento de cuatro elementos que subdividen el problema e intentando responder a las preguntas: ¿qué se tiene? ¿qué se pide?, y ¿a dónde se quiere llegar? Finalmente, una reflexión individual y grupal sobre lo trabajado que genere una retroalimentación sobre la solución del problema.<br>Si se desea ahondar en cómo se llega a la siguiente propuesta para resolver problemas con Python, en el |

| | |
|---|---|
| | capítulo 5 del marco conceptual se encuentran los referentes y la interpretación de estas ideas adaptadas a los objetivos de este trabajo.<br>Los elementos que componen un problema son: el contexto, la información, el entorno matemático y los requerimientos son la bases para plantear un problema matemático esto dicho por Malaspina y Vallejo (2014). Pero, en la presente monografía se propone como un el componente descriptor de la primera fase (comprensión del problema) para resolver el problemas algebraicos y geométricos usando Python, propuesta basada en la teoría de Polya (1945) de solución de problemas. Las preguntas a responder están encerradas entre esos cuatro elementos, qué se pide y a dónde se quiere llegar se puede asociar al elemento de requerimiento y la pregunta qué se tiene a los elementos contexto, información y entorno matemático. |
| | |
| **Página 4: Instrucciones** | **Instrucciones generales**<br>Las instrucciones generales a y b son indicaciones para poder abordar los problemas bajo las condiciones propuestas para el experimento de enseñanza.<br><br>Por otra parte, el literal c busca que las y los estudiantes se instruyen en los comandos básicos de Python que son requeridos para darle solución a los problemas con esta herramienta.<br><br>Las y los estudiantes deben estar familiarizados con las herramientas cognitivas involucradas en el problema. Este es por qué indicar en esta sección específicamente qué elementos de Python estarán involucrados en el desarrollo de los problemas. |
| | **Instrucciones para abordar los problemas**<br>En esta sección se dan las instrucciones a las y los estudiantes para abordar los problemas propuestos en la cartilla, las cuales están fundamentadas en el marco conceptual de este trabajo.<br>Literal d<br>La intención es buscar que el estudiante implemente la segunda etapa que propone Polya (1945) en su teoría de solución de problemas la cuál es la concepción de un plan para solucionar el problema. Esto no es el proceso tradicional como tal de resolver un problema, la intención será que tengan una base para la concepción se su plan de solución.<br>Literal e |

| | |
|---|---|
| | Esta instrucción tiene la finalidad de que las y los estudiantes con base en la etapa que propone Polya (1945) pongan en ejecución el plan que plantaron en el literal anterior.<br>Literal f<br>La intención de esta instrucción es implementar la propuesta metodológica planteada en esta monografía. Con esta instrucción aplicada en cada problema se espera que las y los estudiantes transiten por la segunda etapa propuesta que es concebir un plan a partir de las oportunidades que ofrece Python. Particularmente se buscará que sean capaces de identificar las oportunidades que les puede ofrecer este recurso al momento de solucionar el problema.<br>Literal g<br>En este literal se espera que las y los estudiantes sean capaces de socializar sus ideas con el fin de realizar una retroalimentación con sus compañeros y docente. Esta instrucción se relaciona con la quinta fase propuesta en esta monografía para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python que es la fase de reflexión sobre la solución planteada. Se quiere que esta fase esté presente durante toda la actividad y sea constante en las y los estudiantes.<br>Literal h<br>La intención de esta instrucción es socializar las ideas y que las y los estudiantes salten entre la segunda y tercera fase propuesta en para resolver problemas con Python. Se espera que le den forma a esa concepción del plan con base en las oportunidades que identificaron, que reconozcan los elementos matemáticos involucrados en el problema y definan qué recursos de Python son necesarios para implementar el plan y dar solución al requerimiento.<br>Literal i<br>Se quiere con esta última instrucción que las y los estudiantes implementen el plan que concibieron, sean capaces de usar los recursos mínimos pero suficiente con relación a los comandos de Python. |
| | |
| **Página 5 y 6:** | Capacitación a partir de una serie de videos de Python para principiantes, intencionalidades que se reportaron posteriormente.<br>Sección en la cual se exponen los comandos necesarios y suficientes para abordar la solución de los problemas planteados usando Python. |

| | |
|---|---|
| | La intencionalidad de esta sección es que las y los estudiantes refuercen la capacitación previa sen la sintaxis y comandos básicos de Python. Estos serán usados en la solución de los problemas con el lenguaje de programación y se sustentan en las dos propuestas de posible solución pensadas (ver Anexo 2). Lo que las y los estudiante harán con estos comandos es un programa informático básico escrito en Python. En este experimento de enseñanza se entenderá a un programa informático como "un conjunto de instrucciones que, una vez ejecutado, realiza una o varias tareas en una computadora" (Juganaru, 2014, p. 5). |

| | |
|---|---|
| **Página 7 y 8: Inicio sección problemas – problema: La casa de mis sueños** | Aquí inicia la presentación de los problemas propuestos para que las y los estudiantes desarrollen durante las sesiones de implementación en el aula.<br>El primer problema tiene por nombre la casa de mis sueños. Este consta de un párrafo inicial de introducción al problema que da un contexto claro y específico para ese primer paso en la solución del problema. Luego se presenta la Figura 1, la Figura 2, la Figura 3 y la Figura 4 con una descripción e información adicional para abordar el problema.<br>Las y los estudiantes tendrán un contexto en cual la intención será que adquieran una comprensión del problema, es decir, que pasen por la primera fase propuesta para resolver un problema[5] usando Python, que en su ítem descriptor habla de identificar un contexto para poder establecer un camino a la siguiente fase.<br>La siguiente intención de este contexto es con base en lo afirmado por MEN (2006) sobre dar un sentido al que hacer matemático a partir de contextos ligados a situaciones cotidianas o posiblemente cercanas a las y los estudiantes.<br>Otra intencionalidad es que se proporcionará un elemento adicional para la comprensión y es la información del problema, para este problema son las medidas de los lados de la vista frontal de la fachada y las relaciones entre las alturas 1, 2 y 3, datos relacionados en las cuatro figuras.<br>Este es el primer requerimiento del problema: Plantee una expresión algebraica que permita calcular el perímetro de las fachadas frontales de las casas Tipo A y Tipo B, así como la medida de las alturas 1, 2 y 3.<br>Esta pregunta proporcionará elementos con la intención de que el estudiante entienda cuál es el entorno matemático para abordar el problema, característica de la primera fase de la |

[5] Metodología que se puede encontrar en la sección 5.4.1. que es la propuesta metodológica para abordar problemas algebraicos y geométricos usando Python.

| | |
|---|---|
| | metodología propuesta entendida acá como el cálculo del perímetro mediante el planteamiento de una expresión algebraica y la búsqueda de una medida (altura), además, proporcionará el primer requerimiento que podrán identificar los estudiantes el cuál es el último descriptor de la fase – comprensión del problema.<br>La siguiente intención de este requerimiento es el primer paso para percibir un patrón y exponerse a la primera etapa para generalizar en álgebra usando Python, porque a partir de las técnicas matemáticas a implementar las y los estudiantes podrán descubrir características en común en la solución del problema, percibir el patrón es una de las etapas propuestas por Mason (1996, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) para trabajar la generalización en álgebra. La última intención es que las y los estudiantes mediante las técnicas que conocen sobre el cálculo del perímetro sean capaces de identificar la unidad de medida que está relacionada en el contexto, puedan operarla y expresarla de manera adecuada, para el perímetro serán metros.<br>¿Cómo calcularía el perímetro y las alturas 1, 2 y 3 de las fachadas de las casas Tipo A y Tipo B, si las familias Plazas y Fernández desearan construir sus casas de un mayor tamaño? (ver Figura 4).<br>Con este requerimiento se buscará que las y los estudiantes identifiquen esa relación con el requerimiento anterior y mediante las técnicas matemáticas para calcular el perímetro puedan o contrastar la expresión algebraica o de otro recurso para plantearla, esta pregunta también buscará que tengan insumos para su etapa de percepción del patrón. Con este requerimiento se buscará que los estudiantes transiten por la segunda etapa de la generalización y que puedan expresar el patrón a través de la expresión algebraica que planteen, esto con base en lo dicho por Mason (1996, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) en el que la etapa de expresar el patrón es que el estudiante pueda comunicar aquello que encontró en la primera etapa. |

| | |
|---|---|
| **Página 9 y 10: problema - ¿Cuánto terreno nos donan?** | El segundo problema propuesto es repartir un terreno en partes iguales. Este consta de dos párrafos introductorios que explican y brindan datos necesarios para abordar el problema, se tiene la Figura 1 que es una ilustración del terreno a repartir con unas divisiones que se contrastan con la información previamente entregada.<br>La intención de presentar este texto es introducir al estudiante en un contexto real que sea familiar, esto se justifica por la descripción de la población participante en este experimento de enseñanza, adicionalmente, Según Shoenfeld (1985, referenciado en Santos, 1992) afirma que la claridad del |

| | |
|---|---|
| | problema será esencial al momento de resolverlo. Estos párrafos exponen el contexto del problema, parte de la información y tendrán la intención de que las y los estudiantes encuentren la información del problema que se reporta en la primera etapa de comprensión del problema.<br>¿Si los hermanos reciben el terreno de $25m^2$ cuál sería el alto del terreno y cuál sería el procedimiento para calcularlo? Plantee una expresión que modele el proceso con el cual halló el alto del terreno.<br>Este es el primer requerimiento se presentará a las y los estudiantes, en este se solicitará que planteen una expresión para calcular el alto del terreno, esto tendrá como finalidad que identifiquen el entorno matemático que engloba el problema a partir del proceso de calcular el área de un terreno rectangular, esto seguirá estando en la primera etapa de comprensión del problema. Por otra parte, con esta información se buscará que las y los estudiantes a partir del área y el ancho de cada terreno planteen una expresión para calcular el largo del terreno.<br>Otra intención es que las y los estudiantes a partir de la experiencia del primer problema y las indicaciones que se presentarán aborden la concepción de un plan para dar solución a los requerimientos, etapa que será expuesta en la propuesta metodológica del presente trabajo.<br>La intención de mostrar este problema desde geométrico es su trabajo con las unidades de medida de las dos magnitudes perímetro y área, que en el presente trabajo son manejada con metros y metros cuadrados. El porqué de estos procedimientos en con base en lo dicho por Palacios y Solarte (2013) que mencionan la importancia de tener claros conceptos y procedimientos, se tiene certeza de que las y los estudiantes han visto y trabajado el perímetro y área de distintas figuras geométricas, entre esas el rectángulo y cuadrado. MEN (2006) afirma que el estudio de regularidades contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico, ahora, con este requerimiento, el cual será el primer caso de 6 se buscará que las y los estudiante a partir de un objeto geométrico y la relación con su área encuentren una regularidad. Desde la metodología propuesta en esta monografía será transitar entre la etapa de percibir un patrón y la de expresar el patrón.<br>**1.** Los hermanos pueden recibir $30m^2$ de terreno si designan lo donado para una permuta[6].<br>**2.** Los hermanos pueden recibir $35m^2$ de terreno si designan lo donado para arrendar.<br>**3.** Los hermanos pueden recibir $40m^2$ de terreno si designan lo donado para sembrar. |

[6] Permuta es un término usado para referirse al intercambio de bienes entre dos personas. Pueden ser objetos como muebles, electrodomésticos, tecnología, casas, vehículos, etc.

| | |
|---|---|
| | **4.** Los hermanos pueden recibir $45m^2$ de terreno si designan lo donado para construir una casa y vivir allí.<br>**5.** Los hermanos pueden recibir $50m^2$ de terreno si designan lo donado para crean un negocio uniendo su terreno con el terreno de otro de sus hermanos.<br>¿Para cada uno de los casos del 1 al 5 cuál sería el alto del terreno y cuál sería el procedimiento para calcularlo? Plantee una expresión que modele el proceso con el cual hallar el alto de cada terreno.<br>Se relacionan directamente los cinco casos siguientes con el requerimiento, el cuál es exactamente el mismo del primer caso. La primera intención será complementar el contexto y la información del problema que serán insumos para la etapa de comprensión del problema.<br>Desde la generalización será exponer a las y los estudiantes a un estudio de casos, en donde se espera que logren identificar el patrón que se presenta en cada caso y planteen une expresión identificando que hay dos elementos fijos y uno variable que es el largo del terreno basado en lo dicho Carreaher et al (2008, referenciado en Gasco, 2017) se plantea esto, porque él menciona que para desarrollar el razonamiento algebraico lo cual contribuye a solucionar problemas en esta área, se deba aprender a generalizar a partir de la identificación de patrones y el reconocimiento de la norma, lo cual ha sido escrito previamente.<br>Desde lo geométrico la intención es sustentada en lo dicho por Palacios y Solarte (2013) y es que las y los estudiantes implementen procedimientos matemáticos que conozcan y también es un problema que tiene una serie de subproblemas que reforzarán aún más ese trabajo con las unidades de medida de longitud y superficie. Se esperará que las y los estudiantes a partir de cada caso refuerce el concepto que relaciona el área con la operación de producto y la unidad de medida de superficie con metros cuadrados. |

| | |
|---|---|
| | |
| **Página 11 y 12:** | Los primeros dos párrafos describen la situación de siembra de tomate, dando información sobre la cantidad de tomate que se siembra por metro cuadrado. En las figuras 1 y 2, en la primera encontrarán la representación gráfica de lo que sería el terreno y la relación de sus dimensiones expresando el ancho como el alto más tres y en la segunda un caso particular para cuando el alto del terreno son dos metros.<br>Shoenfeld (1985, referenciado en Santos, 1992) afirma en el primer contacte del estudiante con el |

| | |
|---|---|
| | problema es importante que reflexionen o de otro modo que puedan identificar ¿qué se pide?, ¿qué se tiene?, y ¿a dónde se quiere llegar? Con estos párrafos se mostrará al estudiante el contexto e información del problema los cuáles brindarán un camino para identificar qué se tiene y en parte a dónde se quiere llegar. Esto se contrastará con la metodología planteada la cual que engloba estas preguntas en la fase de comprensión del problema.<br>Si el primer terreno tiene de ancho $2m$ ¿Cuál es el área y cuál es la cantidad máxima de tomate se podría cosechar en él? (ver Figura 2)<br>Según Stacey y MacGregor (1999, referenciado en Gasco, 2017) los profesores debemos dejar de lado resolver problemas algebraicos sencillos como preparación para aquellos que son más complejos, por eso, este problema buscará que el estudiante aproveche el trabajo hecho en los dos problemas anteriores desde el razonamiento que realizaron y sean capaces de comprender la relación entre el ancho y el alto del terreno, además de calcular la cantidad máxima de tomate a sembrar trabajando esa idea de variación. Según el MEN (2006) este aspecto es fundamental en la resolución de problemas algebraicos. Según González, Rico y Segovia (2000) elegir un buen contexto con sentido brindará ese espacio para que los estudiantes pongan en juego sus estrategias y a partir de esto, sigan interiorizando la unidad de medida de superficie esto a través de un contexto significativo y aterrizado a un escenario familiar.<br>a. Para los terrenos que tienen de alto 4, 5 y 6 metros ¿Cuál sería el área de cada uno y cuál sería la cantidad máxima de tomate que se puede cosechar en cada uno?<br>b. ¿Cuál sería el área total de los 4 terrenos y la cantidad máxima de total de tomate que se puede cosechar en estos?<br>Si adquieren un nuevo terreno, pero de 7 metros de alto ¿Cómo calcularía el área de este, el área total de los 5 terrenos y la cantidad máxima de tomate que se obtendría en cada cosecha?<br>La intencionalidad de los literales a, b y la situación de adquirir un nuevo terreno es que las y los estudiante tengan una serie de casos similares entre ellos para percibir un patrón esto aporta a la generalización según lo dicho por Kaput (1999, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) aportando no solo a los casos aislados sino al patrón presente |

| | |
|---|---|
| | y la similitud de los procedimientos en cada requerimiento. Se espera que las y los estudiantes calculen el área según el alto y logren representar la cantidad máxima como el producto del área por la cantidad de tomate que se cosecha en un metro cuadrado, luego, usando la operación suma logren responder cuánto tomate se cosecharía en los 5 terrenos.<br>MEN (2006) menciona que la apropiación del espacio físico y geométrico requiere del estudio de diferentes relaciones espaciales, aquí, mediante el trabajo el cambio de tamaño de una superficie se buscará lograr aportar a este entendimiento. |

| | |
|---|---|
| **Página 13 y 14:** | Los tres primeros párrafos dan una explicación específica de la situació que engloba el problema, de toda la información acerca del cambio de baldosa de la institución junto con la explicación del porqué de la decisión. Se presenta también la Tabla 1 que relaciona las dimensiones de tres salones y el aula máxima, información relevante para la solución de los requerimientos del problema.<br>Este cuarto y último problema se sigue asemejando a situaciones propuestas desde un contexto real y que más cercano que en la institución en la que estudian. Esto proporcionará el contexto, la información y parte del entorno matemático del problema. Royo (1953, referenciado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) afirman que los problemas no deben ser simplemente un suplemento aislado a la actividad matemática, por eso, la intención será que las y los estudiantes tengan un texto coherente, claro y completo para que puedan abordar los requerimientos desde el pensar y el saber.<br>¿Cuántosb metros cuadrados necesitan comprar para el salón del curso 601 que tiene 4 metros de ancho por 5 metros de largo? y ¿cuál es el costo que representará cambiar las baldosas del salón del curso 601?<br>Este requerimiento tiene la intención de que las y los estudiantes sean capaces de concebir un plan y ejecutarlo a partir del contexto, información y entorno matemático. Se espera que expresen mediante la unidad de medida indicada la superficie del terreno y la relacionen con la dimensión de cada baldosa para responder posteriormente cuánto sería el costo total del cambio. Esto último, es para darle |

| | |
|---|---|
| | sentido al problema, con base en esto Campistrous (1999, referenciado en García, 2019) afirma que el estudiante debe transitar por situaciones que lo promuevan a implementar estrategias reflexivas, este problema les exigirá precisamente un mayor análisis.<br>1. Plantee una expresión que permita calcular los metros cuadrados de cada salón y con esto responda ¿cuántos metros cuadrados de baldosa se necesitan para el salón de 602, 701, 902 y el aula máxima?<br>2. Plantee una expresión que permita calcular el costo de cambiar la totalidad de las baldosas de cada salón y responda: ¿Cuál es la inversión total que debe realizar la institución para cambiar las baldosas de los salones de los cursos 601, 602, 701, 902 y aula máxima?<br><br>Estos requerimientos buscarán que el estudiante platee una expresión que generalice los casos particulares y pueda simplemente con el cambio de un valor cuál es el área de cada espacio. Mason (1996, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020) afirma que para desarrollar la generalización es importante pasar por una etapa de exploración del patrón otra de expresar el patrón, que es la intención de estos requerimientos, a partir de este estudio de casos que son similares y la petición explicita de que entregar un costo de inversión. Palacios y Solarte (2013) afirman que las y los estudiantes adquirirán habilidades en resolver problemas geométricos si se enfrentan a un reto interesante que implique una exigencia pero que esté en su rango de conocimiento. |

### *3.4.2. Intencionalidades materiales de capacitación en video*

En esta sección se expondrá la intención de hacer que las y los estudiantes se capaciten con algunos videos de un curso introductorio a Python para principiantes. Son videos que muestran sintaxis del lenguaje, comandos, operadores y su forma de usarlos propiamente en un editor de código. Por otra parte, se encuentra el paso a paso que deberá seguir cada estudiante para instalar la aplicación seleccionada en este trabajo para implementar el experimento de enseñanza.

**Figura 9**

*Video #1 del Curso de Python – Instalación Python*

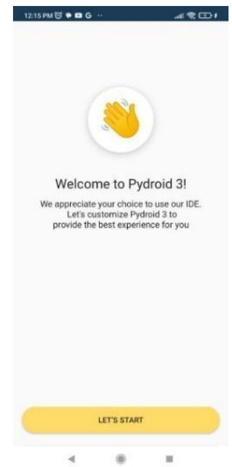

Este será primer video que se pedirá a las y los estudiantes vean, tendrá la intención de que entiendan a grandes rasgos cuáles son las características principales de Python y de su versatilidad en lo que respecta a su aplicabilidad. Lo siguiente, es que aprendan a descargar e instalar en sus computadores Python, aunque, por la disponibilidad de la institución se solicitará la instalación de una aplicación que ejecutará Python en los dispositivos móviles de las y los estudiantes.

La siguiente tabla (ver Tabla 5) muestra el paso a paso que se enseñará a las y los estudiantes para que descarguen en sus dispositivos móviles la aplicación que se necesitará para el desarrollo del experimento de enseñanza en el aula. En estas instrucciones podrán encontrar qué opciones elegir luego de instalada la aplicación, para que lleguen a la interfaz principal en donde se ingresa el código el cual se construirá con los comandos explicitados en la sección 5.4.4 Elementos de Python necesario para resolver los problemas propuestos. Esta aplicación será usada en las fases 3, 4 y 5, las cuales están descritas en la sección 5.4.1 de este trabajo que son las fases propuestas para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python.

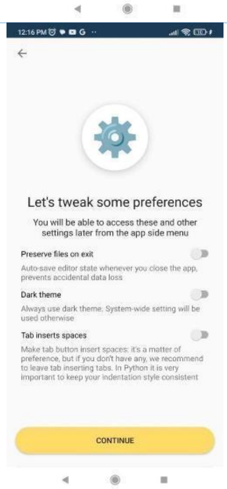
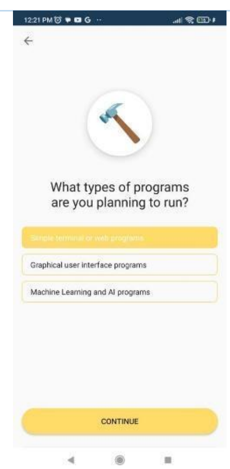
**Tabla 5**

*Instrucciones para instalar Pydroid 3 – IDE for Python 3*

<table>
<tr>
<td>Pantallazo #1: Aplicación para Android en la Play Store para instalar y luego abrir.

</td>
<td>Pantallazo #2: Esta será la primera interfaz al abrir la aplicación. Para continuar seleccione la opción “Let’s Start”.

</td>
</tr>
<tr>
<td>Pantallazo #3: Seleccione la opción que está resaltada en amarillo: “I’m absolutely new to this”, luego, tocar en la opción “continue”

</td>
<td>Pantallazo #4: Seleccione la opción resaltada en amarillo: “Learning, I’m planning to learn Python 3” y luego tocar la opción “continue”

</td>
</tr>
<tr>
<td>Pantallazo #5: Deje tal cual como en la imagen y luego tocar la opción “continue”.

</td>
<td>Pantallazo #6: Seleccione la opción resaltada en amarillo “Simple terminal or web programs” y luego la opción “continue”

</td>
</tr>
</table>

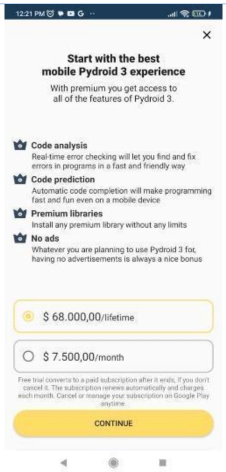
<table>
<tr>
<td>Pantallazo #7: Seleccione la x en la esquina superior derecha. Para los fines del curso no es necesario pagar por las demás funcionalidades de la aplicación.</td>
<td>
</td>
<td>Pantallazo #8: Interfaz en la que ingresará el código y también tendrá una opción en la esquina inferior derecha que es un triángulo encerrado en un círculo de fondo amarillo para ejecutar el código que se ingrese.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

**Figura 10**

*Video #2 del Curso de Python – Sintaxis básica Python*


La intención principal de que las y los estudiantes vean este vídeo es que se familiaricen con la sintaxis básica de Python. En este se explica cómo escribir los comandos, qué se debe tener en cuenta respecto a la sintaxis para que no se generen errores al momento de ejecutar los programas que proponga los estudiantes, también se explica como definir los objetos que se interpretarán como variables y constante.

**Figura 11**

*Video #3 del Curso de Python – Tipos, operadores y variables Python*

La intención de este video es que las y los estudiantes se instruyan en los tipos de variables que se manejan en Python que son: numéricos, texto y booleano. En este también se explican los tipos de operadores que son: aritméticos, comparación, lógicos, asignación y especiales y se da una explicación de cómo sería su sintaxis y escritura en el editor de código, en este video se hace énfasis en cómo sería el uso de variables Python y cómo operarlas.

**Figura 12**

*Video #4 del Curso de Python – Listas en Python*


Con este video se espera que las y los estudiantes logren identificar una funcionalidad que puede resultar útil para ellas y ellos a la hora de afrontar los problemas y su solución en Python. Las listas son un tipo de objeto en Python que permite guardar muchos datos de un mismo tipo o varios y con eso ahorrar espacio de almacenamiento y líneas de código.

**Figura 13**

*Video #4 del Curso de Python – Tipos, operadores y variables Python*


Este último vídeo tiene la intención de que las y los estudiantes conozcan los ciclos y especialmente el ciclo *for. Este* será una opción para compactar instrucciones que pueden ser operaciones o mensajes por dar un ejemplo, en el vídeo se explica cómo es su sintaxis y qué componen a este comando.

## 3.5. Categorías de análisis

En la siguiente tabla (ver Tabla 6) se presenta la organización de categorías de análisis de los resultados del trabajo de los estudiantes, que se proponen a partir de la metodología planteada para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python. Son tres categorías generales, a saber: las subcategorías agrupadas bajo la letra G, las cuales contrastan las etapas para resolver problemas usando Python con el trabajo de generalización; las subcategorías agrupadas bajo la letra M, las cuales relacionan las etapas para resolver problemas geométricos y algebraicos usando Python con el trabajo de las magnitudes de longitud y superficie; por último, la subcategoría agrupada bajo la letra R que es aquella que relaciona el trabajo con la medida y generalización con el proceso de reflexión individual y grupal.

**Tabla 6**

*Organización categorías de análisis*

| | | Resolución de problemas con Python | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Fases** / **Etapas** | Comprensión del problema | Concepción de un plan a partir de las oportunidades que pueda ofrecer Python para solucionar el problema. | Ejecución del plan con base en las oportunidades identificadas. | Comprobación de la solución luego de la ejecución del plan. | Reflexión sobre la solución planteada en Python. |
| Generalización Python | Percibir un patrón | **G1.** Alcanzar a percibir una idea de patrón en la comprensión del problema a partir de los requerimientos. | **G2.** Concebir un plan para abordar el problema planteado. identificar a dónde se quiere llegar y percibir un patrón es uno de estos objetivos. | | | **R.** Reflexionar respecto a cómo abordar el problema, las oportunidades que ofrece Python y la relación entre la oportunidad y la solución del problema. |
| | Expresar el patrón | | **G3.** Expresar el patrón es la etapa de la generalización que se ve expuesta en la concepción del plan, es identificar matemáticamente qué necesito para dar respuesta al requerimiento. | | | |
| | Registrar el patrón | | | **G4.** Registrar el patrón se visualiza en la ejecución del plan, acá se identifica si se logra esa transición del plan a la sintaxis de Python. | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Probar la validez | | | | **G5.** Comprobar la validez es ejecutar el programa sin errores y verificar que el resultado corresponde a lo concebido en el plan. | |
| Medida con Python | Operación: Producto – Adición y comandos para expresar y calcular la unidad de medida. | **M1.** Identificar el entorno matemático para los procesos de perímetro y área, que son adición y producto respectivamente. | **M2.** Relacionar las operaciones referentes al cálculo de la magnitud y exprés con los comandos necesarios en Python. | **M3.** Ejecutar el plan con los comandos adecuados y suficientes teniendo en cuenta los objetos matemáticos concebidos previamente. | **M4.** Comprobar la coherencia de la expresión en relación a la magnitud trabajada y el resultado de la medida en relación a esta. | |

# Capítulo 4. Análisis y conclusiones

En este capítulo se presentan los análisis, la discusión y las conclusiones del trabajo luego de la implementación del experimento de enseñanza. El análisis se hizo con base en los productos de las y los estudiantes organizados a través de las categorías de análisis planteadas en el capítulo 3. Luego, se encuentran las conclusiones que surgieron a partir de los resultados obtenidos durante y después de la implementación del experimento de enseñanza, conclusiones que se presentan a la luz de los objetivos planteados. Por último, en la discusión se realiza un contraste entre los alcances del trabajo y la voz de los autores e investigadores que configuran el diálogo de los antecedentes del trabajo.

## 4.1. Análisis de los resultados

En esta sección se realizará el análisis por problema de los resultados del experimento de enseñanza. Sustentadas bajo las categorías de análisis propuestas (ver Tabla 6) y en las que se expondrán los resultados de los productos de las y los estudiantes, que son lo reportado en la cartilla de trabajo y los programas entregados por problema. Es importante mencionar que se pensaron dos posibles caminos para resolver los problemas con Python que se les podían ocurrir a las y los estudiantes, el primero es una solución básica al alcance de un principiante en el conocimiento del lenguaje y la otra es una solución un poco más elaborada en la que algunos estudiantes si se lo proponían la podían conseguir con un poco de estudio.

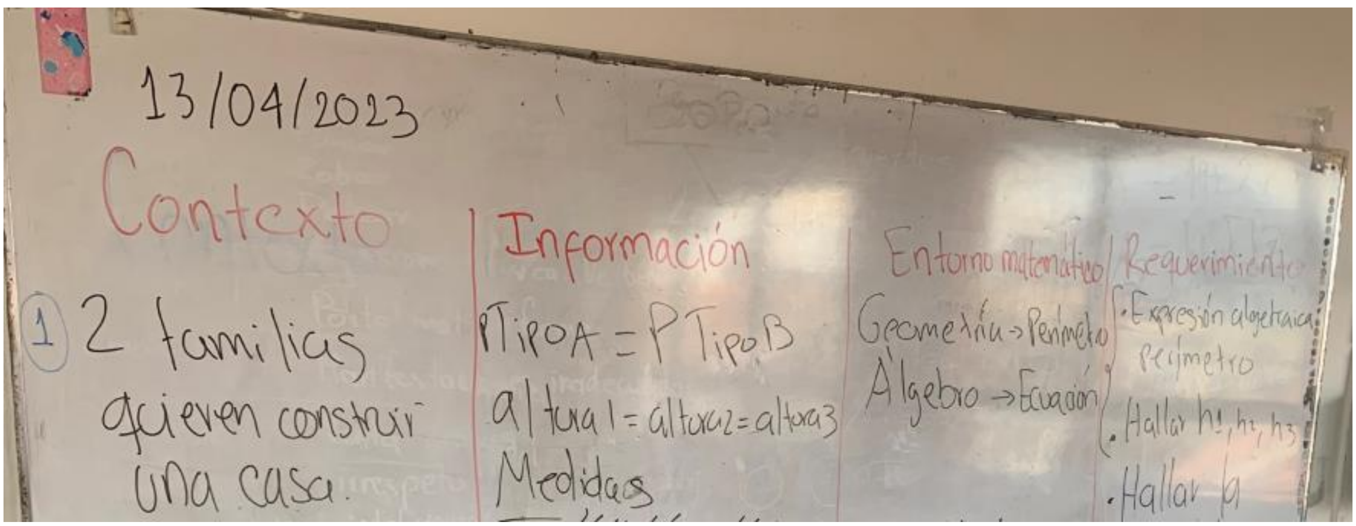
En los análisis de los problemas 2, 3 y 4 existe una de las primeras conclusiones que se darán en este trabajo. Implementar una herramienta nueva en el aula implica una curva de aprendizaje que, dependiendo del tiempo, los recursos, la disposición del docente y recepción de las y los estudiantes puede abarcarse de una manera más eficiente o no tanto. No se alcanzó en el aula que los grupos ejecutaran sus planes en Pydroid3, se pidió que realizaran los programas de los problemas restantes extra-clase y que enviaran la captura, esto, dio el paso a que no pudieran solucionar las dudas que les podían surgir al momento de plasmar sus ideas y buscaron por internet o pidieron ayuda y entregaron programas muy avanzados para los escasos conocimientos que tenían y en contraste al primero que si trajo grandes resultados. Por esto, se analizará el trabajo que algunos estudiantes reportaron en su cartilla y más énfasis en las ideas de las oportunidades que Python les podía ofrecer.

### *4.1.1. Análisis del problema #1 (ver Anexo 1) – La casa de mis sueños*

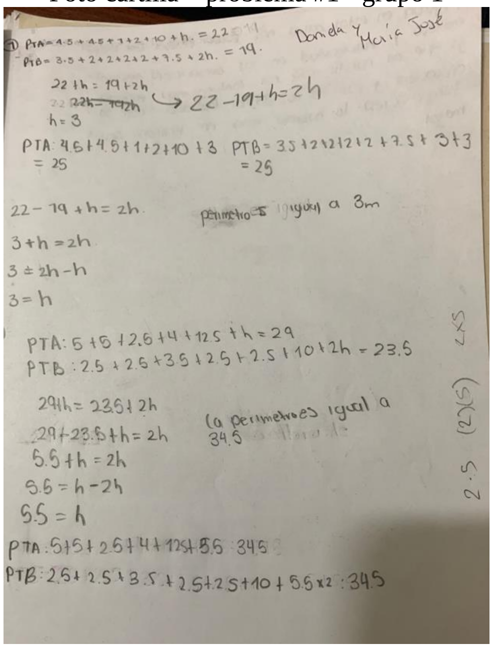
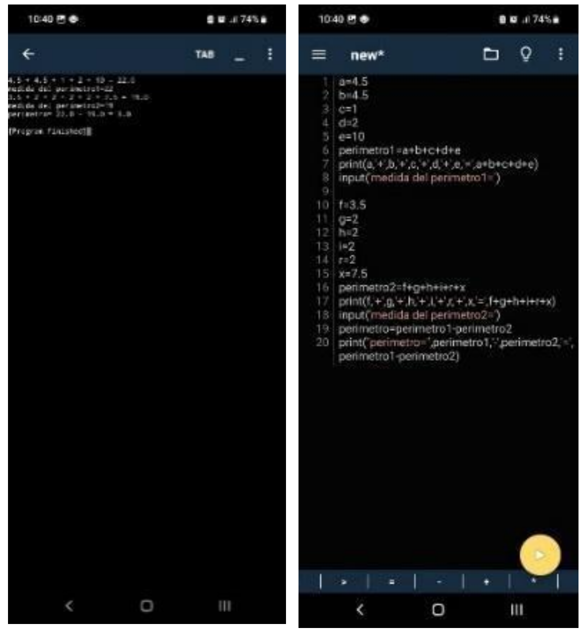
Se hizo una construcción en conjunto con la clase para extraer el contexto, información, requerimientos y entorno matemático. Para este primer problema no se solicitó que se consignara esa información en las cartillas de trabajo, pero, si se tiene evidencia (ver Figura 14) de que se realizó en el aula de clases. Se pidió la participación de un integrante por pareja y los resultados dan cuentas de que se logró de manera grupal identificar de manera muy general cada elemento del problema #1.

**Figura 14**

*Elementos del problema descritos por los estudiantes - La casa de mis sueños*



## Grupo 1

| Trabajo en la cartilla | Trabajo en Pydroid3 |
|---|---|
| Foto cartilla – problema #1 - grupo 1  | Pantallazo – problema #1 - grupo 1  |

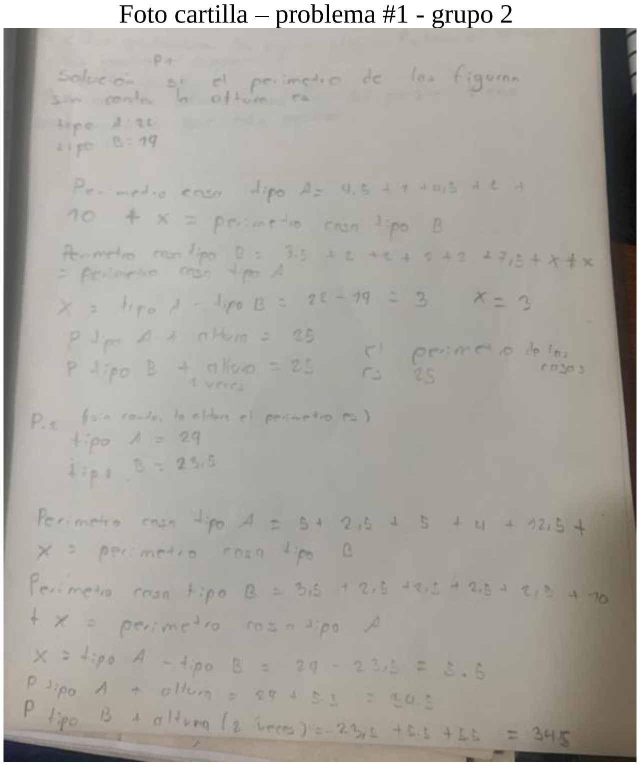
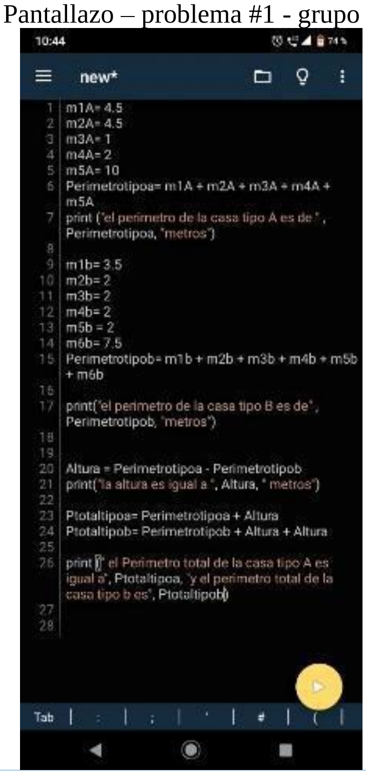




**G1.** En la cartilla las estudiantes consignaron un proceso matemático que respondía a los requerimientos del problema.
**G2.** Las estudiantes expresaron de manera verbal con base en los requerimientos que identificaron (ver Figura 15), pero, no hay evidencia de un plan como tal. Esto no implica que no se haya concebido, solo que de manera explícita no se aprecia.
**G3.** María José y Daniela solucionaron los dos casos particulares, pero, no registraron un patrón que generalizara. Al ser un primer acercamiento de proponer una expresión algebraica, puede ser razón de que no se lograra este cometido.
**G4.** Las estudiantes logran plasmar en Pydroid 3 el patrón que generaliza los casos particulares del problema les da sentido a los objetos de Python y sus comandos haciendo uso de ellos para dar la solución generalizada. Las estudiantes no son conscientes de que han planteado una expresión algebraica con Python crear el código "$perímetro = a + b + c + d + e$.
**G5.** En este caso las estudiantes si tomaron el registro de la comprobación del programa en Python que crearon, con el verificaron que este no presentaba errores de sintaxis y que se contrastaba con eso que registraron inicialmente en su cartilla.
**M1.** La construcción conjunta en clase con los estudiantes (ver Figura 15) permite afirmar que fueron capaces de identificar el entorno matemático. María José y Daniela registraron que el proceso involucrado desde lo geométrico era el perímetro. En este caso, las estudiantes expresaron confusión por el hecho de que figura geométrica asociada al cálculo del perímetro no era de tipo común por así decirlo.
**M2.** Saber que debían calcular el perímetro hizo que asociaran la operación adición en su idea de solución del problema, hubo confusión en cómo aplicarla, pero comprendieron que debían usarla en Pydroid3 para construir el programa que diera solución a los requerimientos.
**M3.** Las estudiantes, como todo el salón pidieron ayuda para saber cómo usar el operador suma en Python, aun así, a partir de la explicación lograron expresar esto con la sintaxis correcta. Por otra parte, sabían que el perímetro es una medida y expresaron esto mediante el comando Print (mostrar información en pantalla), solo que no hubo la relación de la unidad de medida metros con esta magnitud.

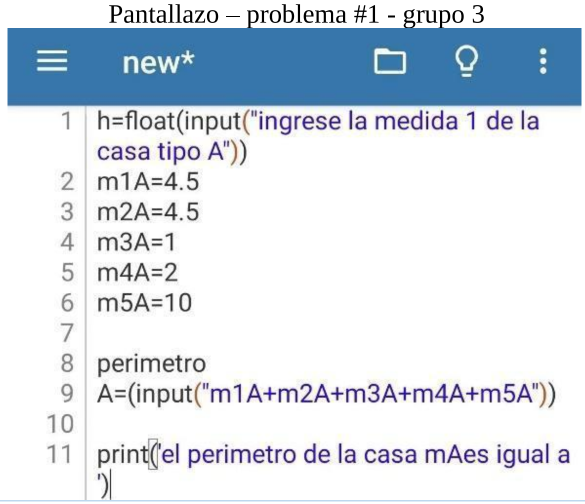
**M4.** Determinar si hubo una comprobación de las medidas obtenidas en la cartilla con el resultado de obtener Python no se logró apreciar claramente, eso sí, las estudiantes fueron conscientes que debían hablar de medida al expresar el resultado en el programa y esto si fue algo que lograron.
**R.** Las estudiantes mantuvieron una reflexión continua durante su abordaje del problema, mas no del problema de lo que Python podría aportar. Como se ven lo que registraron en la cartilla no respondieron a la pregunta de ¿qué oportunidades les puede ofrecer Python?, aquí se perdió la oportunidad de abstraer si habrán reflexionado respecto a los beneficios de lenguaje o si fueron conscientes que, al conocer los casos particulares, lograron generalizar con ayuda de Python. Se destaca la construcción grupal de los elementos del problema y fue un momento en el que se las estudiantes reflexionaron acerca de toda la información que un problema ofrece y que su organización permite un abordaje mucho más amigable.

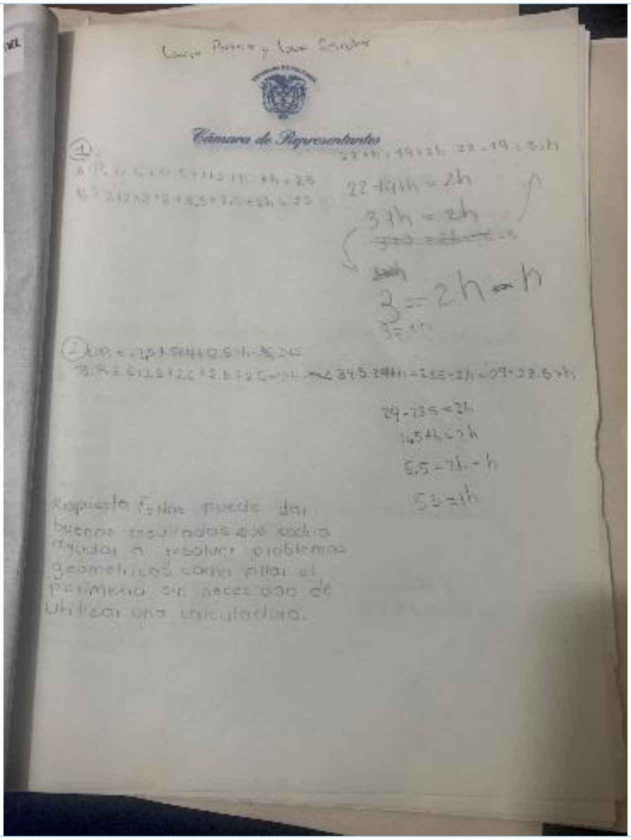
## Grupo 2

<table>
<tr><th>Trabajo en la cartilla</th><th>Trabajo en Pydroid3</th></tr>
<tr><td>Foto cartilla – problema #1 - grupo 2<br></td><td>Pantallazo – problema #1 - grupo 2<br>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">G1. Los estudiantes realizaron un registro muy interesante en sus cartillas, se puede apreciar el uso de incógnitas en relación con los requerimientos del sentido. Es claro que percibieron el patrón del problema con base en los requerimientos<br>G2. Leidy y Yojan, tenían el conocimiento matemático para abordar el problema de manera muy clara, esto puede ser una razón del por qué no registraran un plan para enfrentarse a solucionar el problema, aun así, tenían claro a dónde se tenía que llegar.<br>G3. Identificaron los requerimientos, expresaron en su cartilla los objetos matemáticos involucrados en su solución. Ella y él expresaron de manera verbal que debían calcular una suma para hallar el perímetro en el programa y Leidy específicamente dijo que cuál era el comando para poder guardar una suma, es decir, el cálculo del perímetro.</td></tr>
</table>

**G4.** Yojan y Leidy construyeron un programa que registra aquello que reportaron en su cartilla, hacen uso de los comandos de Python y de la facilidad de nombrar objetos. Dan valores de *"*m1A, m2A, m3A…*"* para los lados de la casa y fue claro para ellos que esto les permitía analizar un caso u otro, solo era cambiar los valores asignados a esta constantes si se vende en un solo caso o variables si se generalizan y construyen la expresión algebraica, aunque no de manera similar como en su cartilla. Otra situación interesante es que los estudiantes al identificar dos procesos similares para calcular el perímetro duplicaron las líneas de código del 1 al 7 y lo que hicieron fue renombrar estos objetos. Esto da cuentas de la comprensión dentro del lenguaje del problema y de la solución al requerimiento específicamente.
**G5.** No hubo un registro del funcionamiento del programa, pero, Leidy mostró la ejecución en clase del programa, este presentaba un error de sintaxis por un carácter ingresado, luego de esta corrección se ejecutó el programa y al ver el resultado la estudiante dijo que estaba bien, no hubo necesidad de dar esa claridad como docente.
**M1.** Leidy y Yojan identificaron el entorno matemático el cual reportan en su cartilla, identificaron que el cálculo del perímetro está asociado a la adición.
**M2.** Expresaron en Python con la sintaxis correcta el cálculo del perímetro y también escribieron en el código la expresión para calcular la altura con dependencia del perímetro. No es claro del todo, si los estudiantes fueron conscientes del proceso de generalización que realizaron al plantear la expresión de la altura en Python.
**M3.** No hay un plan reportado para contrastar si corresponde la ejecución con lo pensado, pero, usaron Python de manera precisa, con los comandos suficientes y necesarios para expresar la idean que tenía de solución de los requerimientos del problema. Para contrastar esta pareja con la anterior, si hubo una referencia a la unidad de medida a la magnitud, al momento de usar el comando *print* añadieron la unidad de metros tanto para la altura como al perímetro y esto les da cuentas, para después interiorizar que ese cálculo está asociado a longitud.
**M4.** Si hubo una comprobación de la coherencia del código y de lo que el programa entregaba luego de ejecutarse. En la cartilla se puede apreciar que no usaron la palabra metros para dar cuentas de la unidad de medida de la altura y el perímetro, contrario al código en Python si expresaron la solución de los requerimientos de manera que se entendiera qué se quería mostrar con cada *print*.
**R.** No hay registro de la pregunta ¿qué oportunidades puede ofrecer Python para resolver el problema?, pero, en el código podemos ver qué usaron las herramientas de Python para solucionar el problema, darle sentido al patrón encontrado, expresar la medida de la altura con base en el perímetro. Leidy fue más constante y participativa que Yojan, se notó un entendimiento más profundo de Python por parte de ella que de él.

## Grupo 3

<table>
<tr><th>Trabajo en la cartilla</th><th>Trabajo en Pydroid3</th></tr>
<tr><td>Foto cartilla – problema #1 - grupo 3</td><td>Pantallazo – problema #1 - grupo 3

</td></tr>
</table>

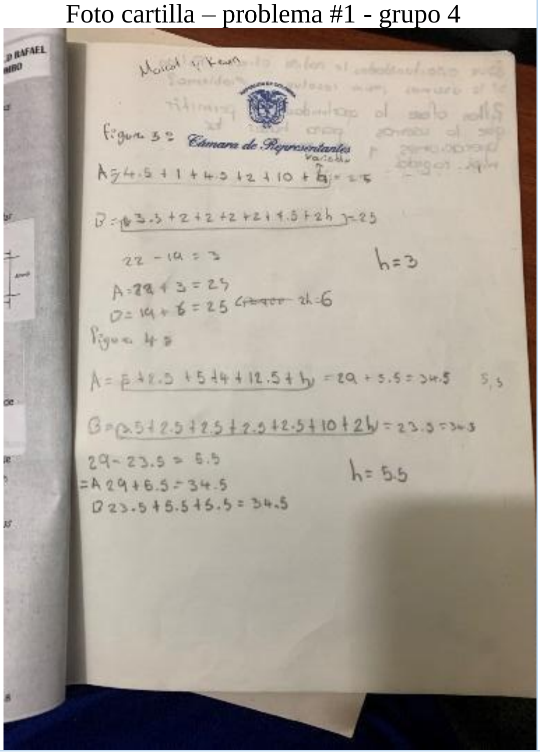



**G1.** Las estudiantes tenían los elementos del problema (ver Figura 15) y con esto una primera idea a partir del patrón según los requerimientos.
**G2.** Las estudiantes no concibieron un plan porque en lo que respecta a la comprensión del problema hubo dificultades por parte de ellas. Aun así, fueron la pareja que más constantemente buscó solucionar sus dudas. Se evidenció una falta de conocimientos en lo que respecta a plantear ecuaciones, cálculo del perímetro y abstracción de información de un problema. Esto, ocasionó que el concebir un plan para dar solución no fuera el camino porque el plan fue ir eliminando esas dudas con el apoyo del docente.
**G3.** En la cartilla reportaron un procedimiento a realizar, pero no expresaron lo solicitado en los requerimientos, esto implicó que la transición al código tampoco se evidenciara. Adicional a esto, el usar una herramienta nueva influyó como obstáculo de igual manera, pero por su curva de aprendizaje y el desconocimiento de ella.
**G4.** El desconocimiento y falta de experiencia en Python ocasionó un conflicto a la hora de registrar el patrón cómo código en un programa. No hubo una transición del problema a Python por los obstáculos reportados en **G3.** Usaron distintos comandos en Python pero estos no tienen una intención específica y clara.
**G5.** Ejecutar este programa no da una solución al problema y aunque desde la sintaxis de Python no genera error, no se logran responder los requerimientos del problema.
**M1.** Si se identifica con base en el entorno matemático que se debe calcular el perímetro y la altura, pero aunque esto se responde en la cartilla no se registra ni responde en el programa hecho en Pydroid3
**M2.** Relacionan la adición al cálculo del perímetro por los conocimientos previos que tienen sobre el tema, pero, no se logra expresar el perímetro ni altura en Python con las operaciones correspondientes.
**M3.** No se logra ejecutar un plan en Python y lo que se ejecuta no corresponde a los requerimientos del problema. Es relevante aclarar que lo plasmado con Python está a muy pocos detalles para que dé respuesta a los requerimientos con base en la información que está en el problema. Es cuestión de reforzar ese conocimiento matemático en lo algebraico, geométrico y mayor experiencia en el uso y aplicación de Python para resolver problemas matemáticos.
**M4.** Las estudiantes son conscientes de que su programa no da respuesta al requerimiento y que no se logra interpretar por un tercero lo que quieren hacer o conseguir con él. Manifiestan de nuevo que no entienden bien lo que se debe hacer con lo escrito en la cartilla en Pydroid3.

**R.** Fue la primera pareja que vio una oportunidad en Python, comprendieron que les puede ayudar a resolver el problema y que haría las funciones de una calculadora y para entender un poco el por qué pudieron pensar esto las estudiantes Juganaru (2014) dice que un programa informático como un conjunto de instrucciones que realizan una tarea, en esta línea, las estudiantes comprenden, aunque no directamente, que podrían realizar programas con Python con el fin de dar solución a los requerimientos del problema. Ellas dos fueron las parejas más reflexivas durante la implementación del experimento de enseñanza, fueron conscientes que carecen de habilidades en resolución de problemas y que realizar este tipo de actividades en clase las ayudan a mejorar en la práctica de los conocimientos matemáticos que adquieren en su formación académica.

## Grupo 4

| Trabajo en la cartilla | Trabajo en Pydroid3 |
|---|---|
| Foto cartilla – problema #1 - grupo 4 | Pantallazo – problema #1 - grupo 4 |

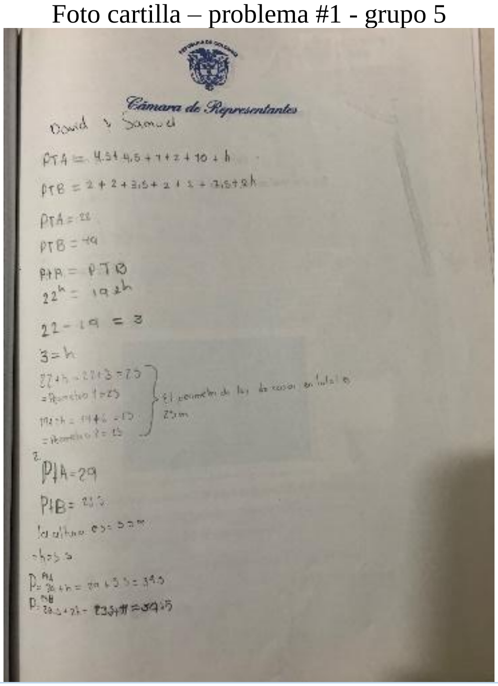


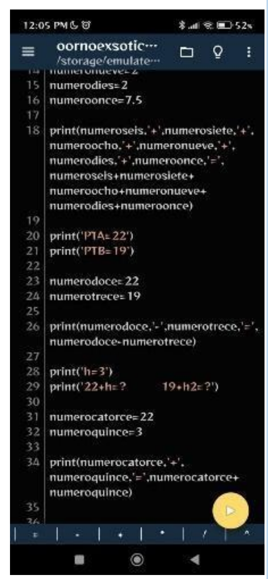
```python
#Solicitar dos números y calcular la suma, resta, multiplicación y división.
T1=('TipoA')
print(T1)
nU =float(input('nU='))
nD =float(input('nD='))
nT =float(input('nT='))
nCu =float(input('nCu='))
nCi=float(input('nCi='))
p1 = nU+nD+nT+nCu+nCi
A1 = nU*nD*nT*nCu*nCi
print("el perimetro base de la figura",T1," es de: ",p1)
print('cuantos numeros desconcidos hay')
nx1=int(input())
print(' ')
T2=('TipoB')
print(T2)
nSe =float(input('nSe='))
nSi =float(input('nSi='))
nO =float(input('nO='))
nDi =float(input('nDi='))
nOn =float(input('nOn='))
nDo = float(input('nDo='))
p2 = nSe+nSi+nO+nDi+nOn+nDo
A2 = nSe*nSi*nO*nDi*nOn*nDo
print("el perimetro base de la figura",T2," es de: ",p2)
print('cuantos numeros desconcidos hay')
nx2=int(input())
if p1>p2:
      x=p1-p2
else:
      x=p2-p1
xtp1=x*nx1
pt1=p1+xtp1
xtp2=x*nx2
pt2=p2+xtp2
print(' ')
if A1>=0 and A2>=0 and pt1==pt2:
      print("para hallar h se resta resultado de",T1+'=',p1,"con el resultado de",T2+'=',p2)
      if p1>p2:
            print("el resultado de la resta es de:",p1,'-',p2,'=',x)
      else:
            print("el resultado de la resta es de:",p2,'-',p1,'=',x)
      print("h =",x)
else:
      print('no puede existir datos negativos para el perimetro o sus resultados son incosistente')


#print("La resta es: ",rest
#print("La multiplicación es: ",mult)
#print("La división es: ", div)
```

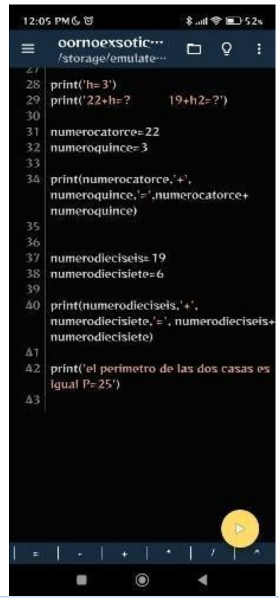
**G1.** Maicol y Kevin no dan una muestra específica o clara de que hayan percibido un patrón a partir de los requerimientos. Muestran un procedimiento sí, pero este no se relaciona con la generalización de la búsqueda del perímetro y altura.
**G2.** No hay concepción de un plan evidente con el cual se haya ejecutado el código que presentaros los estudiantes.
**G3.** Ellos consignan en su cartilla un patrón para dar respuesta a los dos requerimientos, el cuál efectivamente calcula el perímetro y la altura, aunque logran esto, se esperaba manifestaran el patrón generalizado que responda a los requerimientos para poder percibir esa transición al código.
**G4.** El registro del patrón es uno de los primeros inconvenientes respecto a cómo recolectar los productos hechos en aplicaciones. La imagen del código en Pydroid3 se encuentra mucho más elaborada de lo que su reporte en la cartilla muestra, se aclara, los estudiantes pueden desenvolverse mejor escribiendo código para responder los problemas, pero, de lo trabajado en las sesiones este código no se construyó de esta manera. Fue en muy básico, tenía errores de sintaxis y errores conceptuales desde lo matemático, sobre este, los estudiantes no enviaron la evidencia solicitada. La otra razón, es que usan elementos que no se tuvieron en cuenta en las sesiones de capacitación y al ser el primer problema pues no había mucha experiencia ni conocimiento de las funcionalidades que ofrece Python, por eso, usar el condicional *if else* muestra que no fue un trabajo hecho por ellos.

**G5.** No se puede realizar un análisis de si comprobaron o no su código, puede que hayan ejecutado el programa que enviaron, les haya funcionado y hayan visto resultados similares al procedimiento que realizaron en su cartilla, esto puede ser lo logrado con el programa que enviaron.
**M1.** Desde un sentido no estricto se puede decir que identificaron el entorno matemático, aun así, no se puede analizar si fueron conscientes de la unidad de medida que se relaciona con la longitud, respecto al cálculo del perímetro si es evidente que comprendían que este se allá con la adición.
**M2.** No se ahonda en si sabían o no cómo relacionar la operación suma con el comando en Python, aunque esto se haya explicado durante la ejecución de los planes en el aula de clases. No se expresa nada referente a la medida del perímetro ni de la altura, esto puede ser porque la persona que escribió el código no estaba contextualizada completamente del problema.
**M3.** No hay una ejecución de plan y no se usan los comandos adecuados para dar respuesta a los problemas, están como ejemplo los programas de los demás compañeros o la solución #1 que se pensó podían dar las y los estudiantes a este problema (ver Anexo *2*)
**M4.** No hubo comprobación acerca de la coherencia de lo pensado y lo ejecutado.
**R.** Este resultado no implica que los estudiantes no hayan reflexionado durante la actividad en clase, puede ser resultado de falta de interés o por la programación o por las matemáticas y esto puede ser opción, pero por la experiencia en el aula se conoce de la capacidad matemática de estos dos estudiantes y en la reflexión grupal de cuando opinaban de cómo resolver el problema o solucionarlo con Python, no eran incoherentes sus participaciones y tenían mucho sentido. Si reflexionaron sobre los procesos tradicionales sobre calcular el perímetro y plantear una expresión, no algebraica, pero si aritmética.

## Grupo 5

<table>
<tr><th>Trabajo en la cartilla</th><th>Trabajo en Pydroid3</th></tr>
<tr><td>Foto cartilla – problema #1 - grupo 5<br>
</td>
<td>Pantallazo – problema #1 - grupo 5<br>


</td></tr>
</table>




**G1.** Este resultado es bastante útil para efectos de este análisis porque el proceso que realizan en su cartilla muestra que comprendían los casos particulares y podían responder los requerimientos, en otras palabras, lograron ese primer acercamiento al patrón.

**G2.** No existe la concepción de un plan especificada, pero, por los resultados observados en los pantallazos del trabajo en Pydroid3, puede que la interpretación de concebir un plan no sea la de relatar cómo se podría dar respuesta a un requerimiento, si no, directamente establecer un procedimiento de solución.

**G3.** Efectivamente expresan el patrón en su cartilla y luego intentan expresarlo en Python, en lo reportado en la cartilla trabajan los dos casos a la par y plantean una expresión "$P + A \ = \ PTB$", esto es que el perímetro total de la facha frontal de la casa es igual a un perímetro conocido $P$ más una incógnita $A$ que resulta ser la altura que debe hallar.

**G4.** Los estudiantes, aunque muestran un entendimiento para darle sentido a la medida como variables, no logran dejar expresado la parte del perímetro conocida en el lenguaje. Esto se puede apreciar porque desde las líneas 20 a 24 lo que hacen es almacenar el perímetro en un objeto en Python que hace las veces de variable. Aun así, se ve una transición muy clara de la solución que plantearon con la sintaxis de Python.

**G5.** Al momento en el que los estudiantes ejecutaron el programa, este va a correr sin ningún problema como sintácticamente está bien escrito. Pero, no es funcional porque no permiten que el programa se encargue de realizar esos procedimientos que ellos necesitan para dar respuesta a los requerimientos. La falta de experiencia en el lenguaje, pero, también esa idea de generalización algébrica puede que esté afectando en repetir los casos particulares en el código y no plantear una solución general.

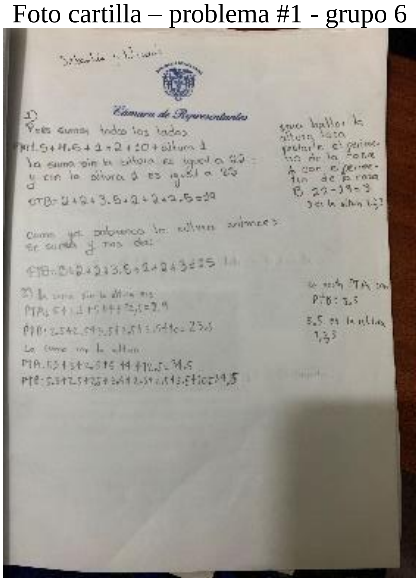
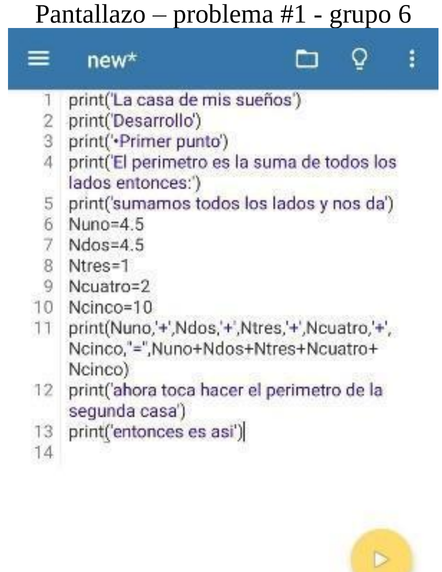
**M1.** Los estudiantes logran identificar el entorno matemático, el proceso para calcular el perímetro y la altura con una expresión algebraica, pero, no hay evidencia de que se comprenda cuál es la unidad de medida relacionada a esta magnitud.

**M2.** Si se relaciona correctamente la adición al cálculo del perímetro, se desaprovecha un poco el potencial de los comandos de Python para este cálculo y no se *print* para dar información acerca la unidad de medida a la que corresponden esos valores calculados.

**M3.** Concibiendo el plan como los procesos que ejecutaron en su cartilla para dar solución a los requerimientos, este es ejecutado, pero no en su totalidad, el cálculo del perímetro total no se encuentra expresado igual en la cartilla

que en el código, pero, es relevante mencionar que si hacen uso de algunos objetos matemáticos que concibieron previamente.
**M4.** Ellos si realizan una comprobación al ejecutar el programa que crearon y este les entrega los resultados que esperan, pero, como se ha mencionado en **G5** esta no es funcional para el problema como tal, eso sí, la comprensión de ellos de almacenar el perímetro en un objeto de Python que hace las veces de variable.
**R.** David y Samuel trabajaron muy callados y poco participativos, no hubo reflexión grupal ni individual que fuera evidente o visible, pero no implica que no haya existido. El hecho de que hayan escrito un código tan largo, desde la experiencia como desarrollador, hace entrever que iban reflexionando en cada línea de código y por eso surgió un programa tan largo, en comparación con la solución #1 que se pensó iban a entregar (ver Anexo *2*). La programación es una herramienta que maximiza los recurso como menciona González (2012), con el código de estos estudiantes, se logra ver que utilizaron mucho más espacio para desarrollar la solución que pensaron a los requerimientos, pero, no se logró determinar si fue con más o menos esfuerzo con relación a lo consignado en la cartilla.

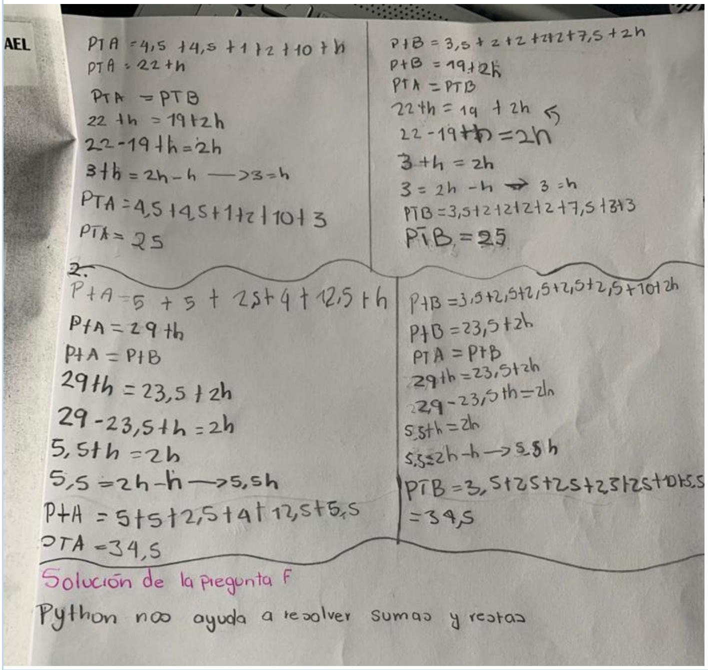
## Grupo 6

<table>
<tr><th>Trabajo en la cartilla</th><th>Trabajo en Pydroid3</th></tr>
<tr><td>Foto cartilla – problema #1 - grupo 6<br></td><td>Pantallazo – problema #1 - grupo 6<br>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">G1. David y Samuel son la primera pareja que en su cartilla consignó específicamente a dónde se quiere llegar con los requerimientos y cito “para hallar la altura toca restarle el perímetro de la casa con el perímetro de la casa B 22 – 19 = 3, 3 es la altura 1, 2, 3”.<br>G2. Es la primera pareja que define un plan claro, cómo se acaba de citar en G1, ahí estipularon claramente qué se debía hacer e identificaron un patrón el cual describieron. Al igual que con el trabajo de las demás parejas, el plan de los estudiantes pudo ser el proceso registrado en la cartilla, esta idea se sustentará más adelante.<br>G3. David y Samuel expresaron el patrón encontrado en su cartilla y lograron generalizar a partir de los dos casos particulares, esto lo lograron desde el primer requerimiento, ya que, para dar respuesta al segundo requerimiento, David y Samuel hicieron uso de lo encontrado en el primero para dar respuesta de manera más eficaz.<br>G4. Al momento de registrar el patrón se evidencia la falta de experiencia en Python, la curva de aprendizaje es un obstáculo porque impidió que ejecutaran el plan expuesto en su cartilla de manera más precisa. Del código que presentaron, se puede interpretar que usaron Pydroid3 como un bloc de notas, cómo si en el tuvieran que replicar lo que normalmente hacen en su cuaderno, en este caso en la cartilla. Contrario a lo anterior, transitan bien por la sintaxis de Python, aprovechan los objetos que se comportan como variables para almacenar las medias de los lados.</td></tr>
</table>

| |
|---|
| Además, aprovechan el comando *print* para mostrar en pantalla la suma que están realizando (perímetro) pero también para calcularla directamente, no es un código optimizado, pero es funcional.<br>**G5.** No se logra comprobar si el resultado de su código es lo esperado en la concepción de su plan. El procedimiento que realizaron en su cartilla puede ser visto como un plan, tiene puntos clave de ejecución, instrucciones esenciales para conseguir el objetivo de responder los requerimientos y los procesos matemáticos necesarios involucrados. Desde la experiencia personal como desarrollador, los estudiantes necesitaban un poco más tiempo invertido en el aprendizaje del lenguaje para llegar a la solución, iban por buen camino y lo hubieran podido terminar. Con la experiencia hubieran duplicado ese código, se cambian los valores de las variables y se agrega una adicional para la otra casa (ver Anexo *2*).<br>**M1.** Cito “P = sumar todos los lados” esto verifica que si identificaron directamente la operación para calcular el perímetro y de nuevo con lo siguiente y cito “para hallar la altura toca restarle el perímetro de la casa con el perímetro de la casa B 22 – 19 = 3, 3 es la altura 1, 2, 3” también lograron identificar la operación para hallar la altura relacionada con el perímetro.<br>**M2.** Expresaron el perímetro con el comando *print* y el operador +, falta la parte que indique la unidad de medida de la magnitud que se relaciona en la información del problema, esto, da una idea clara del trabajo de la medida con Python.<br>**M3.** Ejecutan su plan con algunos elementos necesario, pero, no en su totalidad más por las veces repetitivas en usar el comando y no optimizar su uso, no son los comandos suficientes porque la solución no es completa. Por ejemplo, el perímetro haberlo guardado en una variable y el cálculo de la altura en otra, son cosas que pudieron haber realizado.<br>**M4.** Si hay coherencia en el programa que crearon David y Samuel, faltó complementarlo para que pudieran ejecutarlo y así corroborar su funcionalidad y si da las respuestas que ellos esperan o concibieron en su plan. Sigue faltando la expresión de la unidad de medida, el toparse con un programa así no da claridad de a qué hace referencia los valores que se muestran.<br>**R.** Los estudiantes reflexionaron de manera muy precisa en lo que fue la comprensión y concepción del problema, esto es evidente en la cartilla de trabajo porque dan una descripción precisa de lo que se debe realizar, confirman las instrucciones que citamos en este análisis que reflexionaron sobre la información que ofrece el problema y cómo usarla para responder a los requerimientos. En la ejecución del plan, la falta de conocimientos en Python ocasionó que esta reflexión se viera un poco truncada y esto es una señal del porqué no reportaron en su cartilla la oportunidad que les podía ofrecer el lenguaje para dar respuesta a los requerimientos del problema. |

## Grupo 7

| Trabajo en la cartilla | Trabajo en Pydroid3 |
|---|---|

| Foto cartilla – problema #1 - grupo 7 | Pantallazo – problema #1 - grupo 7 |
| --- | --- |
|  |  |

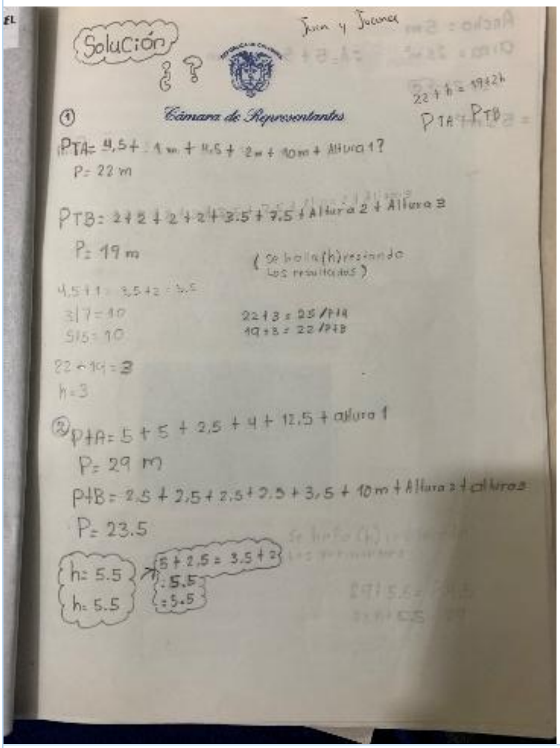




**G1.** Si se manifiesta un acercamiento al patrón por parte de Yuli y Nicole, ellas ven distintos caminos para abordar el problema, esto quizá, genera un obstáculo a la hora de percibir claramente el patrón con los dos casos.
**G2.** No hay una concepción específica de un plan, se registra un procedimiento para cada caso. Yuly y Nicole manifiestan que el segundo caso se resuelve igual que el primero, pero, que toca añadir una medida más. Con este comentario de manera verbal, se puede inferir que si tiene un plan para solucionar aunque sea el segundo requerimiento.
**G3.** En el reporte de la cartilla se puede ver que si expresaron un patrón, muestran como hallar la altura y el perímetro. Falta un poco de organización para que sea más claro lo que quieren logran con los procedimientos que están ejecutando.
**G4.** Lo que alcanzaron a registrar en Pydroid3, está bien registrado y para las personas familiarizadas con el problema y los requerimientos será entendible qué estaban intentando hacer. Aunque, pudieron usar de una manera más efectiva los comandos que ofrece Python para ejecutar esos procedimientos que realizaron. Yuly y Nicoles fueron de las parejas que mas preguntaron en cómo podían hacer una cosa u otra en Python, este código que construyeron fue a partir de las ideas que tenían y siempre con la intención de que fuera perfecto, ahora, la falta de experiencia en el uso de la herramienta es un claro obstáculo en el proceso de ejecutar el plan de solución.
**G5.** Las estudiantes contrastaron lo hecho en su cartilla con la ejecución del programa que crearon y aunque estaba incompleto el programa vieron que lo que hecho hasta el momento, era el camino para dar respuesta a los requerimientos.
**M1.** Tenían claro que el perímetro se haya a partir de una adición y esto se afirma porque ellas participaron en la identificación del entorno matemático del primer problema (ver Figura 15).
**M2.** Las estudiantes si relacionaron en Python con los comandos y la operación necesaria el cálculo del perímetro, pero no expresaron, haciendo uso del comando *print* podían dar la información de la unidad de medida y del cálculo que estaban intentando realizar.
**M3.** Ejecutan parcialmente el plan que tenían reportado en su cartilla y de manera correcta, no suficiente, se puede complementar dando más información y claro, completando el programa para que este dé respuesta completa a los requerimientos del problema.
**M4.** Las estudiantes si realizan una comprobación de la coherencia de su código, en una primera versión de la cual no se tiene evidencia, las estudiantes como que reescribían el problema con el código y cayeron en cuenta que no tenían que repetir lo que ya tenían en las cartillas. Lograron comprobar que la medida que calcula el programa, ya la habían calculado ellas y saben que esto facilita los cálculos que tenían que hacer.

**R.** Yuly y Nicole fueron las que más reflexionaron respecto al problema y el proceder con el docente. Primero, entre ellas se apreciaba una discusión constante sobre cómo resolver el problema, cómo realizar el código y de qué manera podían hacerlo para que funcionara bien. Hubo errores de sintaxis, en los que ejecutaban el programa, visualizaban el error y pedían el apoyo del docente para poder determinar cuál era para corregirlo. Ellas respondieron a qué oportunidades les puede ofrecer Python lo siguiente: “Python nos ayuda a resolver suma y restas”, esta oportunidad, la identifica por la falta de experiencia y aplicabilidad del lenguaje porque relacionan las funciones de Python con las de una calculadora, no existe una interpretación incorrecta sino más bien no globalizada por el desconocimiento del recurso TIC.

## Grupo 8

| **Trabajo en la cartilla** | **Trabajo en Pydroid3** |
|---|---|
| Foto cartilla – problema #1 - grupo 8  | Pantallazo – problema #1 - grupo 8  |





**G1.** Juan y Juana fueron dos estudiantes que conformaron su pareja tarde, aparte de eso, no fue claro para ellos el identificar los elementos que componían el problema y por ende qué se pedía con los requerimientos.

**G2.** No lograron concebir un plan y en el momento que avanzaron en los procedimientos, lo que aquí hemos interpretado como esa concepción inicial de un plan, se presentaban muchos vacíos conceptuales y también procedimentales. Solicitar una plantear una expresión algebraica para calcular el perímetro y área, no parecía tener sentido para ellos.

**G3.** Luego de preguntar al docente en repetidas ocasiones con el fin de comprender qué se buscaba hacer, lograron expresar el patrón de una manera básica, pero comprendiendo que a partir del perímetro pueden llegar a calcular la altura.

**G4.** Juan y Juana registran el patrón de manera asistida por el docente y es cierto que cada línea de código no fue como tal lo que ellos concibieron en su plan, pero desde la explicación y el interés de los estudiantes ese programa que escribieron lo entendieron, pero, si es notorio la falta de conocimiento del lenguaje y esto como se ha mencionado previamente implica más capacitación en la herramienta.

**G5.** Ellos ejecutaron el procedimiento y esto les dio un resultado, aun así, el no comprender bien el problema dificultó un poco que no hallaran con esa parte del código, que no resuelve todo el problema, una respuesta similar

a lo que reportaron en la cartilla. Para ser más específicos, hallaron el perímetro parcial aún sin conocer la altura, faltó hallar la altura y volver a calcular el perímetro de cada fachada.
**M1.** En este caso no se evidencia que hayan identificado el entorno matemático asociado al problema.
**M2.** Al no existir una interpretación de las operaciones asociadas al entorno matemático que define el problema, no se puede decir algo sobre si pueden o no relacionar el comando en Python.
**M3.** La ejecución del plan no es un análisis que se pueda realizar, pero, en la guía de la construcción del código los estudiantes no pidieron en ningún momento que se especifique la unidad de medida del perímetro o que la operación suma con su sintaxis en Python les permitía calcular el perímetro.
**M4.** No se considera oportuno analizar esta subcategoría.
**R.** Los estudiantes reflexionaron acerca del vacío conceptual existente para plantear expresiones sean aritméticas o algebraicas, estas últimas aún más por ser el tema central de octavo. Ellos me hacían saber que no recordaban como calcular el perímetro y que no entendía cómo plantear una ecuación. Esto genera una reflexión como docente en relación a la pertinencia de la actividad, en la sección de conclusiones se ahondará más en esto.

### Análisis general problema #1

González (2012) expone que existe una falta de correlación desde el área de informática y matemáticas en las instituciones, las y los estudiantes no están expuestos a las nuevas tecnologías y esto fue claro en lo que expresaban al inicio de la actividad respecto a la dificultad de comprender el funcionamiento de la lógica de programación, esto se adhiere a lo dicho por Briz y Serrano (2018) en el que un lenguaje de programación tiene una curva de aprendizaje y esto es un obstáculo. Aun así, la asimilación de Python y lograr construir un primer programa, es un paso importante de que las y los estudiantes en muy poco tiempo pudieron solucionar un problema y darle sentido con las herramientas que este ofrecía. Python ofrece escenarios que vislumbran oportunidades para mejorar las competencias matemáticas al aprovechando sus comandos, sintaxis y manera de definir sus objetos, en los antecedentes se habla de una de las conclusiones del trabajo de García, Moreno, Robles y Román (2021) que la programación mejora la competencia matemática, en estos resultados así:

| Descripción | Objeto Python |
| --- | --- |
| Las y los estudiantes logran con el objeto variable en Python, de manera intuitiva, interpretar que con cambiar el nombre respetando las reglas de sintaxis de Python, cada una de esta puede tomar valores distintos. | `a = float(input('Ingrese la medida 1 de la casa Tipo A: '))`<br>`b = float(input('Ingrese la medida 2 de la casa Tipo A: '))`<br>`c = float(input('Ingrese la medida 3 de la casa Tipo A: '))`<br>`d = float(input('Ingrese la medida 4 de la casa Tipo A: '))`<br>`e = float(input('Ingrese la medida 5 de la casa Tipo A: '))` |

| | |
|---|---|
| En este caso particular, un estudiante se interesó por saber cómo podía almacenar un número decimal en una variable. El lenguaje permite mediante el comando *input* precedido de los comandos *float* o *int* que un estudiante pueda darle sentido al concepto de variación. | `b = float(input('Ingrese la medida 2 de la casa Tipo A: '))` |

Los estudiantes vieron una dificultad a la hora de plantear la expresión algebraica, existe un miedo preestablecido al escuchar esta palabra y esto mezclado con el uso de una herramienta nueva pues genera una carga mayor. Díaz (2018) menciona que plantear un problema algebraico en el aula de estar pensado desde el temor del estudiante, los resultados expuestos en esta sección dan cuenta de que ellos son capaces de plantear expresiones con el lenguaje, sin ser expertos en esto, se notó mucho más intuitivo la ejecución del plan que el planteamiento; este autor también menciona que  los estudiantes poseen un miedo a la simbología algebraica, con Python, los estudiantes utilizaron esta simbología, le daban sentido y comprendía en la mayoría de los casos a qué hacía referencia. Por su parte, la concepción de un plan es una herramienta muy potente para abordar problemas geométricos o algebraicos. Campistrous (1999, referenciado en García, 2019) dice que los estudiantes al enfrentarse a resolver problemas transitan por estrategias reflexivas e irreflexivas, el concebir un plan aporta a la primera por el análisis que deben hacer a partir de los componentes del problema y el análisis de casos aporta a la segunda, porque los estudiantes reconocen patrones que permiten un proceso más automático en ellos y ellas.

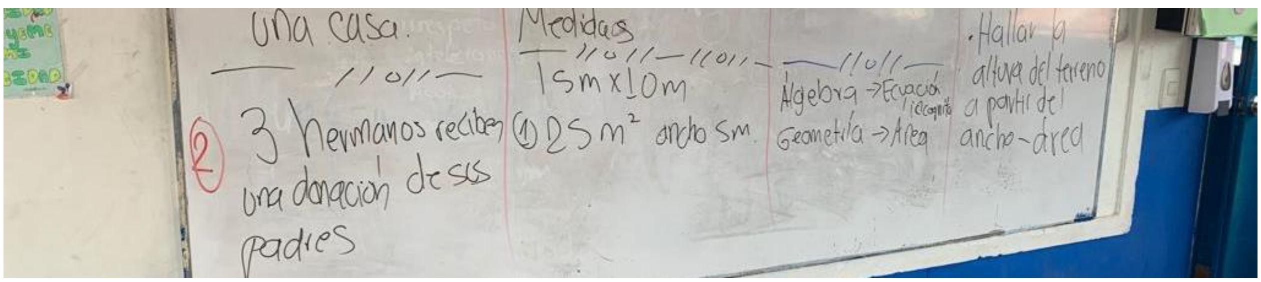
Desde lo algebraico y específicamente desde la generalización, con base en las etapas propuestas por Mason (1996, referenciado en Ávila y Guzmán, 2020), un estudiante que transite por el proceso de percibir un patrón, expresar un patrón, registrar el patrón y comprobar su validez. Python permite de una manera muy amigable atravesr por cada etapa y con la propuesta aquí expuesta para pasar por estas etapas con Python (ver Tabla 3) los estudiantes logran generalizar no conscientemente en su totalidad, pero si conseguir el objetivo de expresar el perímetro a partir de la suma de *variables* (en Python) y con la sintaxis propia del lenguaje establecer un patrón que les permita dar respuesta a los requerimientos del problema.

Desde lo geométrico con relación a la unidad de medida, el punto fuerte del programa es la manera intuitiva de definir los procesos para calcular el perímetro, pero, fortalecer el hecho de que la longitud se da en metros y no metros cuadrados es una situación que debe analizarse mejor desde lo metodológico. Palacios y Solarte (2013) afirman que algunas estrategias para resolver problemas geométricos es expresar relaciones algebraicas o plantear ecuaciones, por mencionar algunas, y con Python se logra llegar a estas estrategias, aunque con la dificultad de que se debe tener claro el concepto de perímetro o por lo menos idea del procedo que se requiere para calcularlo. Aquellos que tenían claro que el perímetro de una figura es la suma de las medidas de todos sus lagos, se les hizo interesante enfrentar el problema porque buscaron la manera de calcular el perímetro de estas figuras no convencionales con base en lo que ya sabían.

### *4.1.2. Análisis del problema #2 (ver Anexo 1) – ¿Cuánto terreno nos donan?*

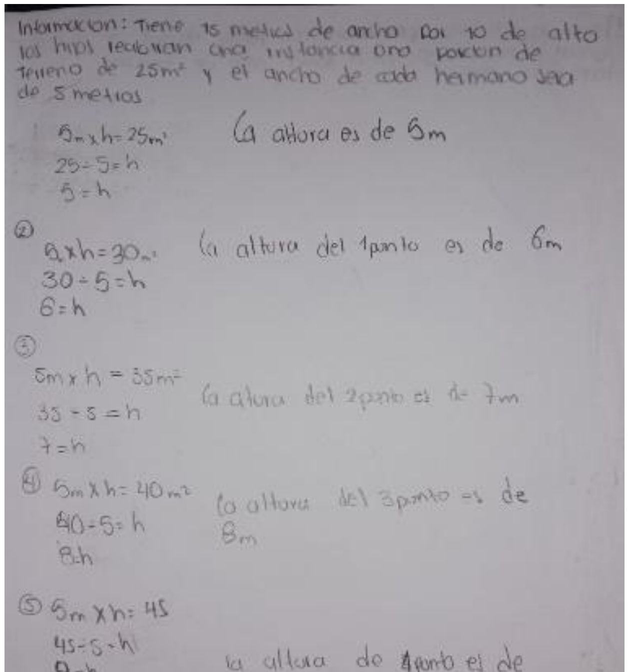
**Figura 15**

*Elementos del problema descritos por los estudiantes - ¿Cuánto terreno nos donan?*



## Grupo 1

| Trabajo en la cartilla |
|---|
| Foto cartilla – problema #2 – grupo1 |



Información: Tiene 15 metros de ancho por 10 de alto los hnos realizan una instancia una porción de terreno de $25m^2$ y el ancho de cada hermano sea de 5 metros

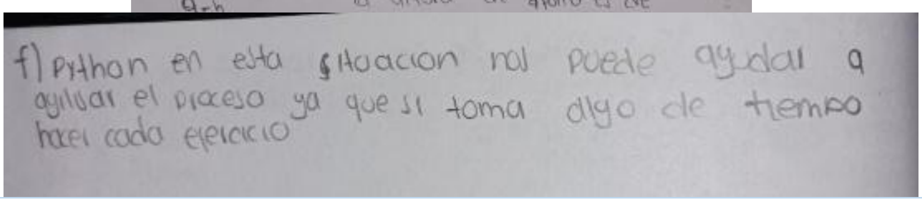
$5m \times h = 25m^2$ La altura es de 5m
$25 \div 5 = h$
$5 = h$

② $5 \times h = 30m^2$ La altura del 1punto es de 6m
$30 \div 5 = h$
$6 = h$

③ $5m \times h = 35m^2$ La altura del 2punto es de 7m
$35 \div 5 = h$
$7 = h$

④ $5m \times h = 40m^2$ La altura del 3punto es de 8m
$40 \div 5 = h$
$8 = h$

⑤ $5m \times h = 45$
$45 \div 5 = h$
$9 = h$ la altura de 4punto es de



f) Python en esta situacion nos puede ayudar a agilizar el proceso ya que si toma algo de tiempo hacer cada ejercicio

**G1.** Precisamente Daniela, una de las integrantes de esta pareja, participa en la identificación grupal en el tablero (ver Figura 16) de los elementos del problema, específicamente del entorno matemático. Las dos estudiantes identificaron de igual manera los requerimientos, pero, no comprendían a dónde se quería llegar con estos. El contexto de la figura, como lo es la figura que representa el terreno para este ejercicio (ver Anexo ***1***) pudo no ser tenida en cuenta, en ella se presentaba información relevante para resolver los requerimientos.

**G2.** De las discusiones que planteaban las estudiantes por las dudas que ocasionaba el problema, no veían un camino claro para concebir un plan que les permitirá dar respuesta a los requerimientos. Aunque, esta reflexión que hicieron con la intención de aclarar sus dudas permitió que pudieran avanzar en procedimientos óptimos para lograr tener un punto de partida y así lograr resolver el problema.

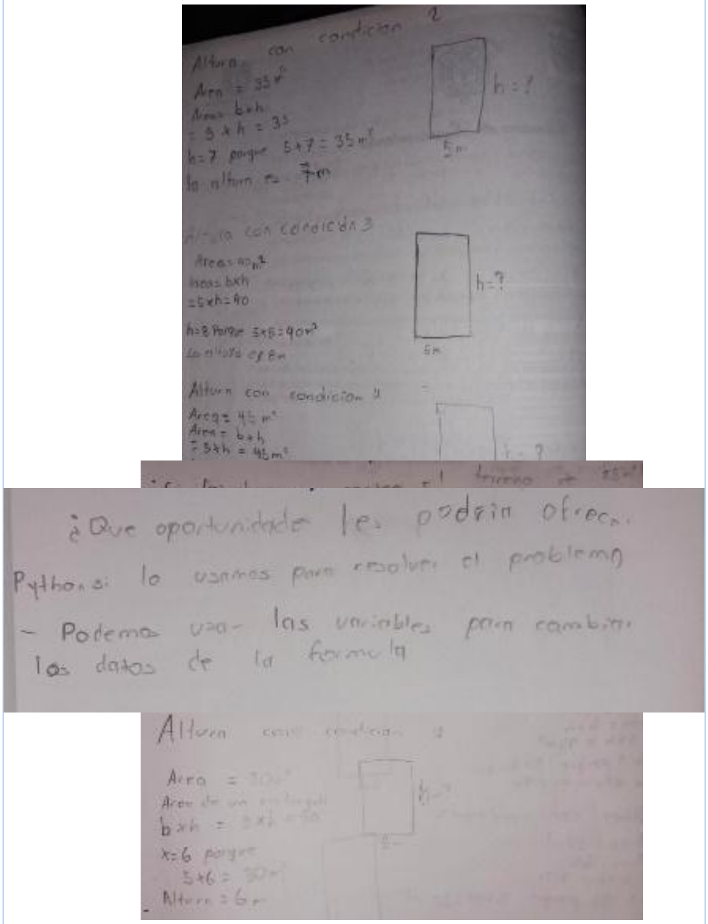
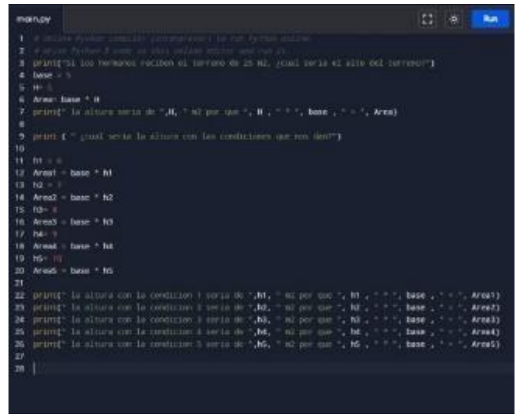
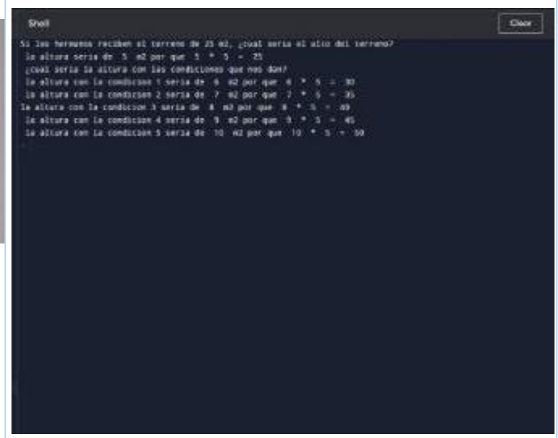
**G3.** Las estudiantes lograron identificar el patrón de una manera asistida para el primer caso, esto fue el punto de partida para que lograran comprender que este era funcional para los demás casos, esto tiene su sustento en la respuesta a la pregunta de ¿Qué oportunidades les podía ofrecer Python?

**M1.** Hubo confusión respecto al método para hallar el área de un terreno rectangular, ellas manifestaron que multiplicando hallaban el área, pero, había duda con qué medidas calcular este valor. Existe entonces el conocimiento del concepto, pero no del procedimiento, algo que se fortaleció con la solución de los demás casos que eran requerimientos del problema, pero, si representan y diferencia la unidad de medida del área y la longitud de la altura.

**R.** Centremos la reflexión en la oportunidad que las estudiantes visualizaron con Python para resolver el problema y cito “Python en esta situación nos puede ayudar a agilizar el proceso, ya que si toma algo de tiempo hacer el ejercicio”. Esto desde un análisis personal tiene dos intenciones. La primera es que las estudiantes ven

en Python la manera de condensar el proceso que realizaron y así ser más eficientes en el tiempo de cálculo para solucionar todos los interrogantes, es otras palabras, vieron que Python es una herramienta que puede masificar proceso y realizarlos mucho más rápido de lo que ellas pueden lograr. La segunda es que Python les ayude a complementar los procedimientos y cálculos que ellas ya generaron e identificaron que se presentan en más casos y situaciones o por el contrario.
María José y Daniela eran estudiantes que no tenían temor en preguntar lo que no sabían y solicitaban ayuda del docente, inclusive exponiendo ideas de que con Python podían hacer algo similar que en paso anterior de guardar las medidas en variables y guardar el resultado de la operación en otra variable.

## Grupo 2

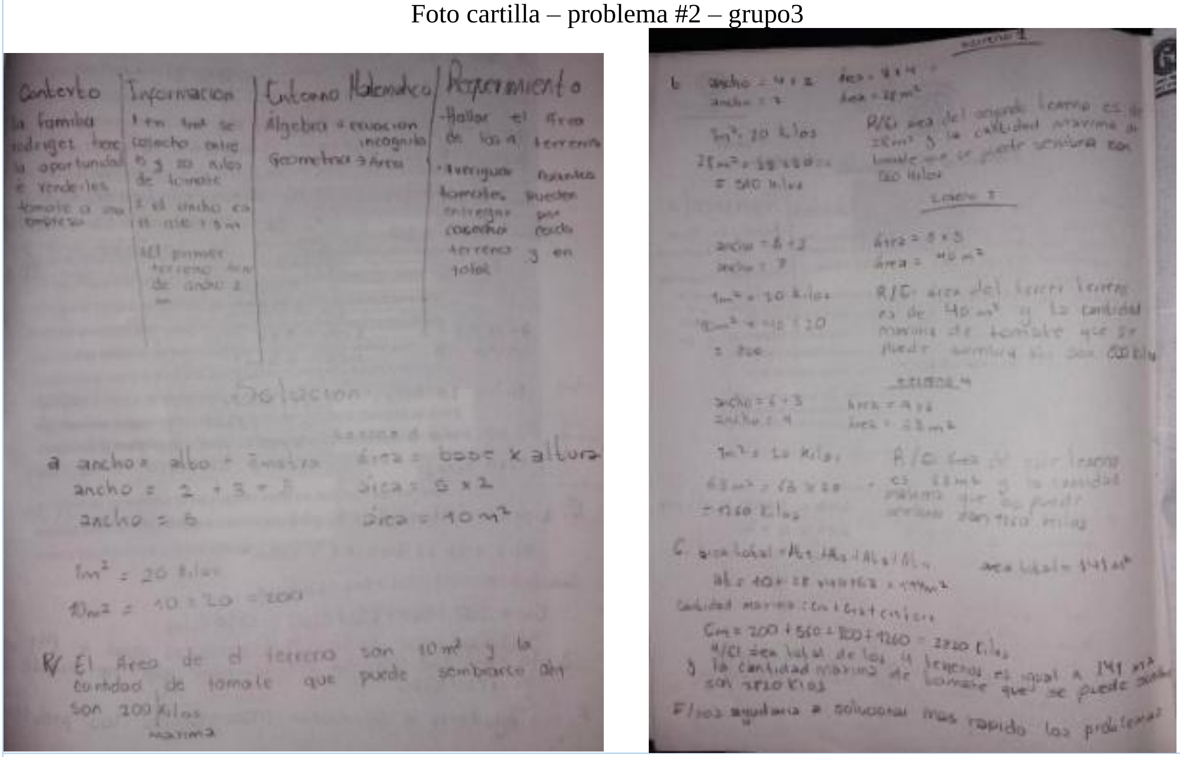
<table>
<tr><th>Trabajo en la cartilla</th><th>Trabajo en Pydroid3</th></tr>
<tr><td>Foto cartilla – problema #2 – grupo2<br><br></td><td>Pantallazo – problema #2 – grupo2<br><br></td></tr>
<tr><td colspan="2">G1. Sin duda esta pareja y sobre todo Leidy fue una de las que más resultados masivos respecto al experimento de enseñanza arrojó. Leidy, manifestó de manera directa que a partir del área y con el ancho de la figura podía establecer la altura del terreno. Comprendió el problema luego de leerlo y apoyándose en los elementos identificados de este (ver Figura 16).<br>G2. Existe una concepción del plan completa desde los procedimientos que plantearon, determinan qué debían hacer en cada caso. Desde lo procedimental y conceptual en matemáticas todo está bien, puede que el ejercicio anterior les haya dado una idea para poder solventar este de esta manera, pero, se cree firmemente que es por habilidad matemática sobre todo de Leidy, por ser quién más se interesaban y mostraba avances.<br>G3. Esta pareja expresa el patrón para el caso en que el área es igual a $25m^2$, así: “área = b * h, h = 5 porque 5*5 = 25”. Ellos como tal no expresan el patrón, desde su razonamiento comprenden que con hallar un número que multiplicado por b del área, entonces ya está solucionado el problema.<br>G4. En este caso particular si se registra un patrón y se aclara que fue la estudiante Leidy la que creó el programa, ella participa en el club de robótica de la institución del cuál no se tenía conocimiento y esto hace evidente su habilidad en aprender y desarrollar código. Usa la sintaxis de Python de manera correcta, consiguiendo dar respuesta los requerimientos.<br>G5. Leidy comparte la comprobación del programa y con este da cuentas de que lo plasmado en la cartilla se contrasta con la ejecución del programa. Se vio a Leidy duplicando líneas de código con el fin de ahorrar tiempo,</td></tr>
</table>

pudo ser una estrategia usada en este programa porque por ejemplo al usar el comando *print* para imprimir los mensajes y el resultado, lo único distintos son las variables que usa.
**M1.** Sin más, identifican qué entorno matemático rodea el cálculo del área además de la unidad de medida correspondiente a superficie que son metros cuadrados y de longitud que son metros. Existe un apoyo gráfico para representar las medidas del terreno, es la primera pareja que lo hace para representar las dimensiones del terreno según el caso.
**M2.** Leidy en clase fue la primera que preguntó cómo se operaban dos números en Python, esto es muy potente desde su conocimiento, porque no pregunta si se puede, ella ya asume que sí y necesita saber es cómo. Su programa da cuentas de que expresó con los comandos correctos el área de cada terreno y usó el comando *print* para dar los valores correctos, pero no las unidades de medida. Esto último da más fuerza de que trabajar la medida con Python desde una perspectiva muy básica, o de otra manear, de introducción para los estudiantes, no es el recurso óptimo.
**M3.** No se puede decir mucho de la ejecución, el siguiente paso es optimizar el programa y corregir la información que se imprime en pantalla, ver la segunda solución pensada (ver **Anexo *3***)
**M4.** Leidy comprueba los resultados numéricos con base en su plan, en lo que consignó en su cartilla, pero, no verifica la coherencia de lo que arroja el programa. Para ella es claro y funcionó según el propósito que tenía en mente y para aquellos que estén contextualizados con el problema, pues será entendible qué quiso decir, pero para un tercero seguramente no será algo claro de comprender.
**R.** Leidy al tener una experiencia en programación y pertenecer al grupo de robótica de la institución, reflexionaba de una manera muy diferente a su compañero. Comprendía que podía hacer muchas cosas y que lo único que necesitaba eran los conocimientos en el lenguaje.
La reflexión de la oportunidad que les da Python para resolver el problema es muy potente desde lo algebraico y cito: “Python: lo usamos para resolver el problema – podemos usar las variables para cambiar los datos de la formula”. Esto es un resultado asombroso, aunque ellos no hicieran explícito un patrón, Python les dio la oportunidad de comprender que su *objeto variable* les puede condensar esos casos particulares, si, quizá eso no fue lo que pensaron, pero el reflexionar así da a entender que pudieron ver una oportunidad de reconocer variables desde el estudio de casos particulares a partir de la variación de datos.

## Grupo 3

**Trabajo en la cartilla**

Foto cartilla – problema #2 – grupo3



**G1.** Valentina y Steffy son las primeras en consignar en sus cartillas los elementos del problema, supieron identificar y describir cada uno de los cuatro elementos del problema (ver Figura 16). Las dos estudiantes al enfrentarse al primer requerimiento dejan expresado el patrón que define a este problema.

**G2.** Lo que consignaron en su cartilla en la solución del primer requerimiento es un plan, no se tiene claro si lo era para ellas, pero básicamente era el punto de partida para plasmarlo en Python. Con base en la solución de los demás casos, se puede entender que siguieron esta idea y con eso lograron hallar la altura en cada uno de ellos.

**G3.** Expresan el patrón y a partir de abordan todos los casos que presenta el problema, resultan escribiendo en cada caso $5 * h$ para luego calcular $h$ según el área.

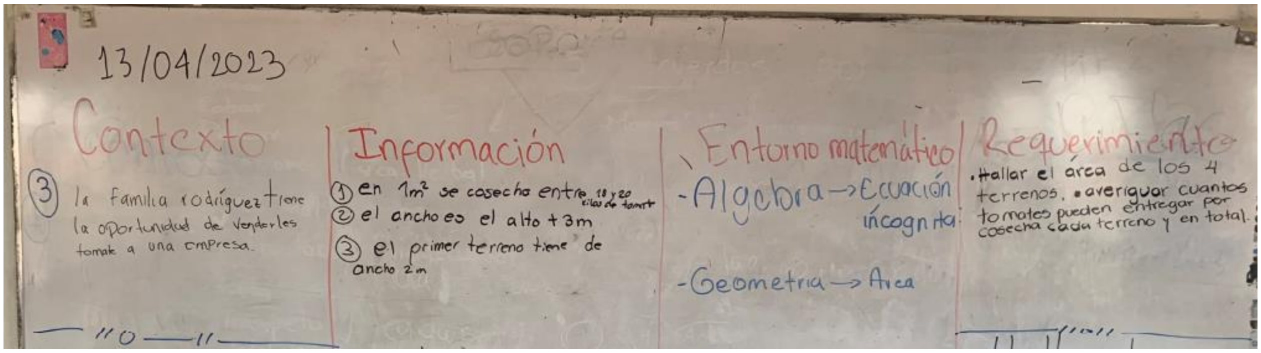
**M1.** Tenían dudas de cómo calcular el área, pero, entre ellas mismas recordaron cómo era para figuras rectangulares y en expresión de su patrón asociaron el producto al cálculo del área.

**R.** Valentina y Steffy preguntaban constantemente para resolver sus dudas conceptuales y procedimentales, luego, respecto a la explicación que se les daba realizaban un contraste con sus conocimientos y expresaban comprensión de lo trabajado. Era muy valioso presenciar las discusiones entre ellas dos para entender cómo se conseguía el valor de $h$ o por qué debían multiplicar para hallar el área, entre ellas reflexionaban constantemente. Ellas respondieron a la pregunta de las oportunidades que ofrece Python lo siguiente y cito “Nos facilitaría no escribiendo repetidamente lo mismo, aunque con diferentes números”. La interpretación de esta reflexión es que ellas podían escribir una vez el patrón con Python, hacer variar el área y con eso minimizar el esfuerzo de respuesta de los interrogantes, aunque no hayan presentado el programa que realizaron el Pydroid3, esta idea que exponen da a interpretaciones de que en el código hubieran generalizado sin mayor complicación.

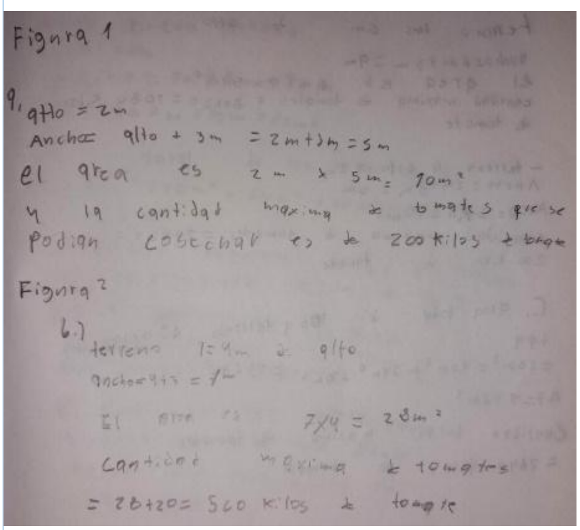
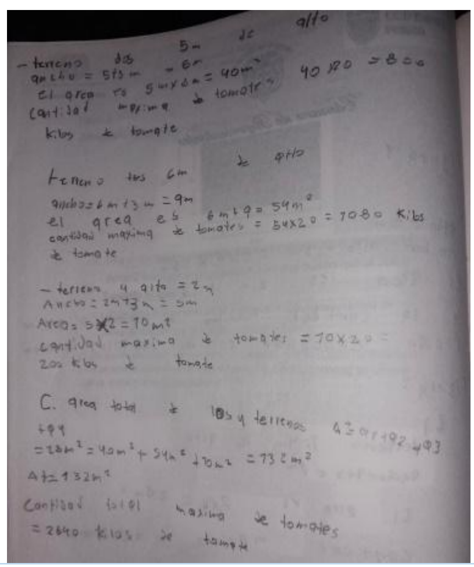
### *4.1.3. Análisis del problema #3 (ver Anexo 1) – Cosechemos tomate*

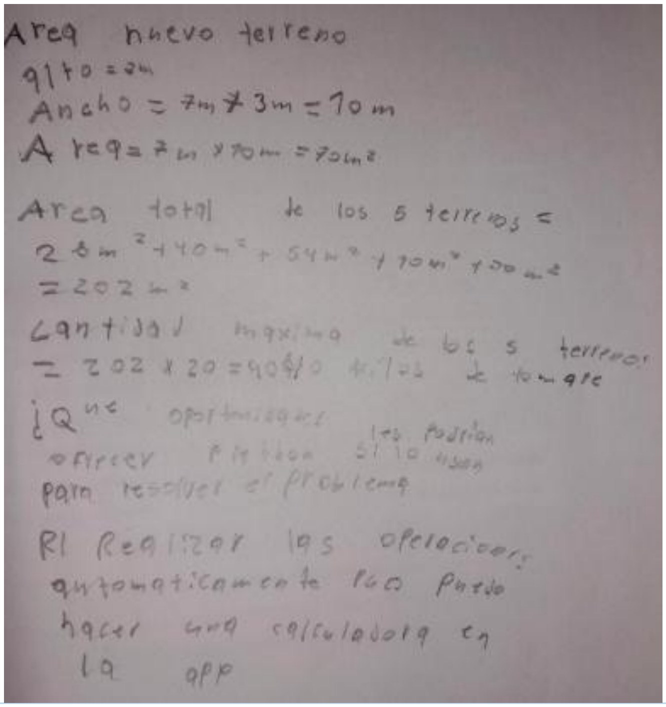
**Figura 16**

*Elementos del problema descritos por los estudiantes - Cosechemos tomate*




**Grupo 1**

| Trabajo en la cartilla |
|---|
| Foto cartilla – problema #3 – grupo1 |
|   |




**G1.** Los estudiantes están atentos a la identificación de los elementos del problema, esto es el primer paso para identificar un patrón según la metodología que se propone en este trabajo. Luego, el trabajo de Juan y David en la cartilla muestra esta comprensión.

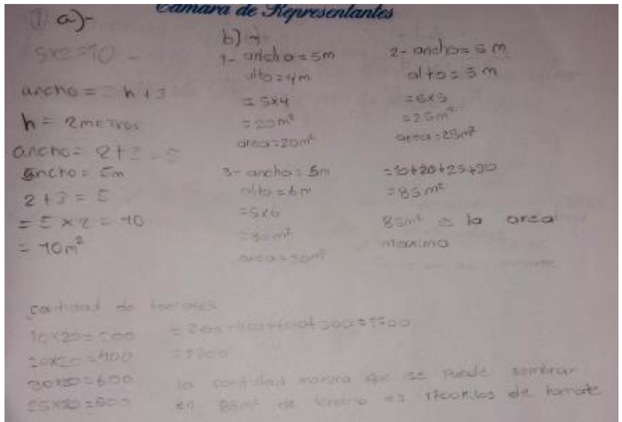
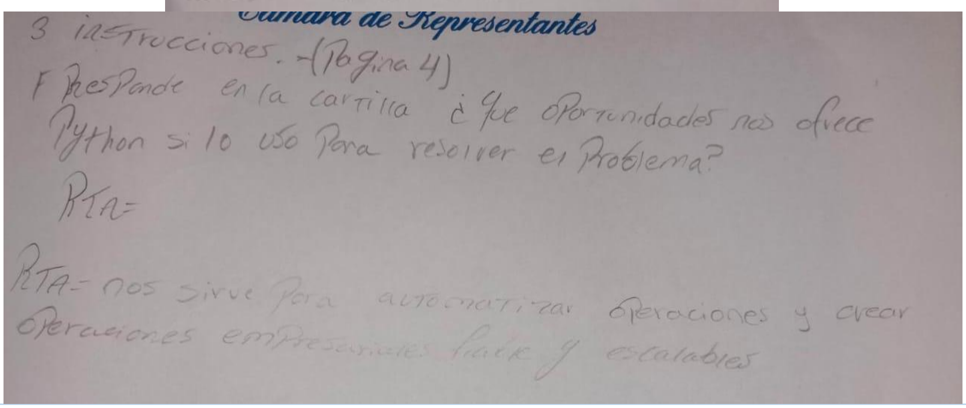
**G2.** No se sabe si pensaron específicamente en un plan, pero realizaron un proceso desde el primer caso con el cual consideraban podían solucionar el requerimiento. Sabían a dónde se tenía que llegar y en lo que expresan con sus palabras en la cartilla dan respuesta de manera clara al requerimiento.

**G3.** Expresan el patrón con base en la información de la figura del problema #2 (ver Anexo ***1***) esto lo hacen así: "ancho = alto + 3m" que es la traducción de el alto del terreno que es x y que el ancho es x + 3m. Matemáticamente interpretaron qué debían hacer, generalizaron el patrón y esto lo usaron para resolver los requerimientos. Aquí se cree que el trabajar problemas similares y darle sentido al identificar sus elementos, permite una mayor comprensión del camino que deben tomar las y los estudiantes para abordar el problema.

**M1.** Identificar qué operación es la involucrada en el proceso del área estuvo a cargo de Yordy, el me llama me comenta qué es lo que interpreta no por duda sino para afirmar su entendimiento conceptual del proceso del cálculo del área. Aisladamente al objetivo de este trabajo, esto es un dato que evidencia el hecho de que, en el aula de matemáticas, no todos los estudiantes manejan un mismo nivel en lo que respecta a las matemáticas.

**R.** Los estudiantes reflexionaron mucho entre ellos respecto a cómo abordar el problema y me buscaban para nutrir esa discusión con preguntas acerca de conceptos o procedimientos. Con ellos no se logró evidenciar nada respecto a cómo hubieran solucionado el problema con Python pero si respondieron a la pregunta de qué oportunidades les podría ofrecer y cito "realizar las operaciones automáticamente porque puedo hacer una calculadora en la app". Que Juan y David digan con propiedad que pueden hacer una calcular, va mucho más allá del simple hecho de que pueda realizar las operaciones aritméticas. Ellos comprenden que pueden aprovechar Python para calcular cualquier producto con cualquier par de números, básicamente generalizaron los casos en algo tan común como una calculadora. No se puede tener certeza de que tal cual es la idea de Juan y David, pero se presenta una muy oportunidad muy potente de ahondar más en este tipo de metodología de trabajo.

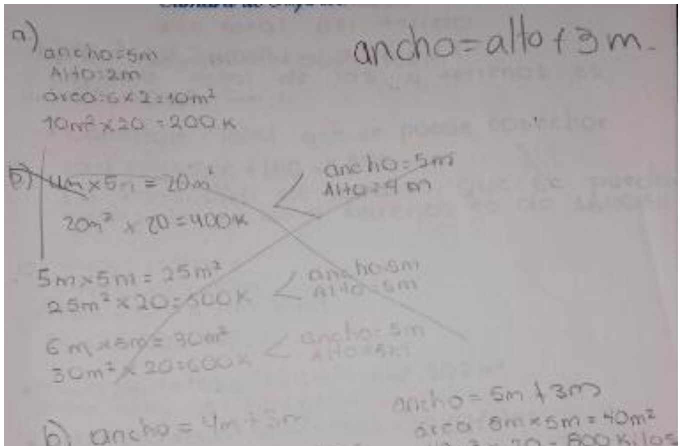
## Grupo 2

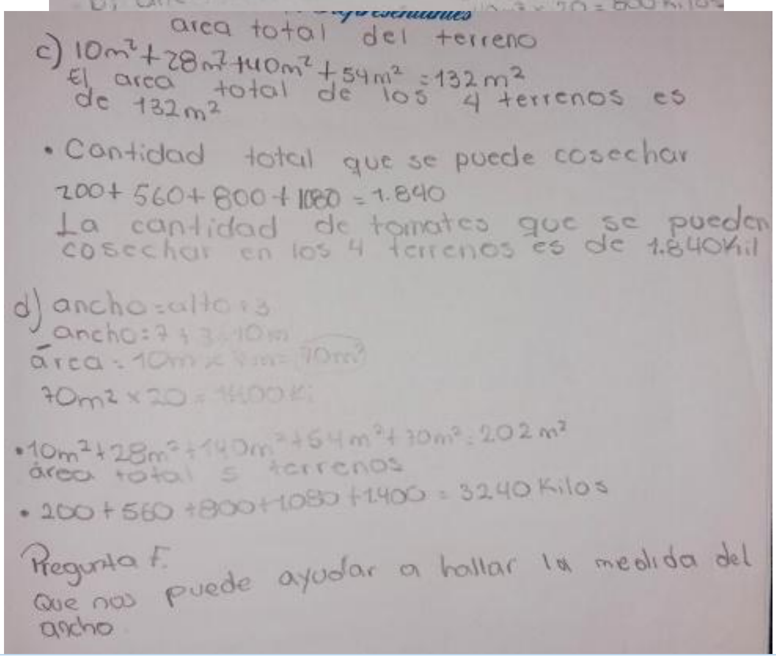
| Trabajo en la cartilla |
| --- |
| Foto cartilla – problema #2 – grupo 2<br><br> |
| **G1.** Juan y Yordy participaron pasando al tablero en identificar la información del problema (ver Figura 17). No hubo mayor problema en identificar los elementos, esto no fue solo de ellos, el haber hecho esto en los dos primeros problemas, desde una percepción como docente facilitó poder describir cada elemento.<br>**G2.** Ellos no concibieron un plan, fueron directos cuando quisieron hablarme y preguntarme cosas fue de procedimientos para calcular el área y adivinaban el valor de la altura para así calcular el ancho con la expresión que se presentaba en la figura 1 del problema 3 (ver<br>Anexo ***1***). Bueno, puede que el tipo de plan que Juan y Yordy pensaron fue uno más directo sin seguir una estructura de solución.<br>**G3.** No se puede afirmar que ellos lograron expresar el patrón, ellos adivinaron en algunas ocasiones el valor de la altura con base en el área, esto funciona y es un proceso rápido para algunos casos, los fines de este problema no eran esos. El planteamiento del problema pudo ocasionar una mecanización en los procedimientos y resultamos ante una situación algorítmica y no un proceso de generalización.<br>**M1.** No tenían claro el cálculo del área a partir del producto de la base y altura de la superficie rectangular, fue una aclaración que pidieron constantemente. Aunque, luego de ello hicieron su proceso mencionando siempre la unidad de medida para longitud y superficie.<br>**R.** Iniciemos por lo que respondieron a las oportunidades que les puede ofrecer Python y cito "nos sirve para automatizar operaciones y crear operaciones empresariales fáciles y escalables". Esta respuesta es una de las más atípicas que pude observar, aunque dicen algo cierto y es el poder de automatizar las operaciones que tiene Python con un patrón y una generalización, el hecho de que digan "*crear operaciones empresariales*" induce a querer saber qué pensaban y qué querían decir con esto, bueno, tienen razón porque Python ofrece esas funciona lides a nivel empresarial. Puede que las capacitaciones en Python y el trabajo previo con los demás problemas ocasionara esta idea de carácter más avanzada para las finalidades del problema específicamente. |

## Grupo 3

**Trabajo en la cartilla**

Foto cartilla – problema #2 – grupo 3




**G1.** No sabían aún diferenciar los elementos del problema y a partir de ahí identificar los requerimientos. Manifestaron el no tener experiencia en este tipo de problemas y aunque se les hacía complicado, iban entendiendo aún más. Para esto, la construcción grupal (ver Figura 17) para describir los elementos del problema fue de gran apoyo para aquellas parejas que no lograban aún tener una primera idea para abordar el problema.
**G2.** La concepción del plan que ellas tuvieron fue primero aclarar las dudas conceptuales que les surgían por el problema y luego ir paso a paso comprendiendo qué se tenía qué hacer y cómo se tenía que hacer.
**G3.** No expresaron un patrón porque fueron caso por caso dando solución a cada requerimiento. Si hace falta este tipo de situaciones para que las y los estudiantes se enfrenten a resolver problemas y adquieran habilidades en este proceso. Las estudiantes manifestaron en distintas oportunidades que hacer esto en clase si las ayuda para las evaluaciones y que sienten que aprenden. No digo que especialmente esta propuesta ocasiones eso, pero, si tener distinto tipo de actividades que enfrenten a las y los estudiantes a resolver problemas y que los haga retarse pero bajo sus conocimientos y no fuera de ellos.
**M1.** Luego de la explicación y aclaración de las dudas, las estudiantes relacionaron el producto al cálculo del área y siempre relacionaron los metros a la longitud y los metros cuadrados a la superficie.

**R.** Puede que los resultados no estén avanzados en relación a la actividad y lo que se buscaba con esta. Pero, el proceso reflexivo de ellas dos es uno de los más constantes del grupo. Manifestaron duda en el procedimiento, la aclararon y sintetizaron ese conocimiento en la actividad. Hubiera sido mucho más beneficioso tener más tiempo y que pudieran realizar esta reflexión es con Python, aprendiendo y aplicándolo para resolver sus problemas. Respecto a la respuesta de las estudiantes a las oportunidades que puede ofrecer Python las estudiantes dijeron y cito "Que nos puede ayudar a hallar la medida del ancho". Es una reflexión muy inicial pero esperada por el trabajo desarrollado por las estudiantes, es cierto que Python les puede ayudar a hallar la medida, pero no se entiende si es un simple cálculo o es la generalización del cálculo del ancho y alto en cualquier caso.

## Análisis generales problemas #2 y #3

Se sintetiza en un solo análisis los resultados de los problemas dos y tres por que representan la misma situación, no hubo un producto final de código en Python que permitirá particularizar cada problema, esto no es un impedimento porque una idea principal que surge de esto es que se necesitan más espacios en el aula para desarrollar habilidades en este tipo de recursos de aprendizaje. Se perciben ideas con aplicabilidad real del uso de Python que ellos como estudiantes le pueden dar para sus clases de geometría y sobre todo de álgebra, los resultados de este análisis dan cuenta que Python a este nivel básico tiene una aplicabilidad muy amplia en álgebra y no tanto en geometría.

Ichaso (2016) desarrolla el método Bansho en su investigación para enseñar a resolver problemas geométricos y una de las características es organizar la información según la situación que se trate, reportando pasos y estableciendo puntos clave, la metodología que aquí se propone aporta a poder describir los elementos de un problema como primer ítem organizador, se busca concebir un plan y esto es un reporte de pasos para ejecutarlos en Python según lo que requiera el problema y con la sintaxis adecuada. González, Rico y Segovia (2000) mencionan que la geometría del plano constituye un ámbito significativo porque se pueden plantear problemas con enunciados sencillos de entender, estos problemas son eso, conceptos que ya manejan y que tiene la oportunidad de poner en práctica, se basan en la geometría del plano. Los estudiantes conciben el concepto de área muy similar a como lo define Pratt (2015, referenciado en Varela, 2017) como el espacio de superficie delimitado por el contorno, para los estudiantes, era algo más parecido al producto de la base por la altura para una región rectangular.

Díaz (2018) menciona que, dependiendo la institución, habrá un tipo de dificultad u obstáculo respecto a la resolución de problemas algebraicos, aquí pudimos evidenciar que aún están en una etapa temprana para poder plantear expresiones algebraicas sencillas o ecuaciones con incógnitas, pero, el trabajo con contextos reales les da sentido a los estudiantes en la búsqueda de las soluciones a los problemas. Además, esta autora menciona que una buena asimilación del álgebra es teniendo una transición sutil desde lo aritmético a lo algebraico, parece ser que con Python esto es un proceso casi intuitivo y en algunos casos no son conscientes de que están haciendo álgebra, pero, empiezan a entender el concepto de variable y a expresar patrones aprovechando la sintaxis del lenguaje de programación. Se buscó que las y los estudiantes tuvieran problemas sencillos pero que fueran un reto para ellos y ellas, según Jennings y Dunne (1996, referenciado en Gasco, 2017) se debe reducir la complejidad de los problemas y usar técnicas más informales para resolver problemas algebraicos como lo son las aritméticas. Los problemas buscan que apliquen ese conocimiento algebraico y como resultado se obtuvo que con Python implícitamente aplican técnicas algebraicas.

Los recursos TIC, de aprendizaje y específicamente los lenguajes como Python requieren tiempo para ser adaptados en el aula, quizá la presión de querer entregar algo hizo que buscaran programas ya hechos, usaran la inteligencia artificial o le pidieran el favor a algún cercano para que les hiciera los programas es una señal de falta más conocimiento en la herramienta para lograr los resultados que se obtuvieron en el primer problema. Orjuela y Rodríguez (2022) menciona que la curva de aprendizaje de Python es corta, esto es cierto, el primer problema dio las evidencias de que los estudiantes pueden en muy poco tiempo lograr aprovecharlo en sus clases para resolver problemas algebraicos, con los geométricos queda una deuda pero con programación más avanzada, es decir, continuar y profundizar con la instrucción Python se puede aprovechar esas librerías que permiten graficar, crear modelos 3D y sin fin de cosas más.

Los estudiantes logran transitar por las fases que se propusieron en esta monografía, aquí solo visualizamos la primera de comprender el problema y la segunda de concebir un plan. Decidir en la metodología de trabajo que los estudiantes identifiquen los elementos de un problema, es un acierto absoluto para que aborden el problema en la instancia uno, es evidente que les da claridad y por ejemplo, tener claro cuál es el entorno matemático ya les daba bases para afrontar el problema desde lo conocido. González (2012) menciona que deben existir cambios legislativos para que las instituciones involucren en su malla curricular la enseñanza de la programación, por lo visto en clase y por las oportunidades que identificaron esto sería un camino a analizar.

## 4.2. Conclusiones

En esta sección se presentan las conclusiones de la monografía. Inicialmente se hará un análisis del alcance de los objetivos con relación a los resultados conseguidos en la implementación del experimento de enseñanza para, luego, se realiza una reflexión sintética del aporte como futuro educador matemático que deja el haber realizado el presente trabajo.

### *4.2.1. Con respecto al primer objetivo específico: Proponer el lenguaje de programación Python como un recurso TIC en el aula de matemáticas para resolver problemas geométricos y algebraicos.*

La base del experimento de enseñanza fue utilizar Python como una herramienta para aprender matemáticas y no viceversa. Se buscó instruir a las y los estudiantes del curso 801 en los elementos básicos de Python, los cuáles fueron analizados previamente con el fin que fueran suficientes y necesarios para afrontar los problemas propuestos. Se propusieron espacios de instrucción autónoma aprovechando el sinfín de recursos que ofrece internet para capacitarse en Python y adicional a esto, se dedicó tiempo en las sesiones para complementar esa instrucción en sintaxis, comandos, utilidad y ejemplos de aquello que se requería para enfrentarse a resolver los problemas.

Los resultados muestran que las y los estudiantes en muy poco tiempo lograron ver y adaptar a Python como esa herramienta que les permitía aportar a la solución del problema que se estaban enfrentando, no específicamente a que les resolvía el problema, pero si un recurso paralelo a ello. Preguntar qué oportunidades les podía ofrecer Python para resolver los problemas fue un acierto completo, porque esto planteó un espacio de reflexión constante que se adhiere precisamente a la quinta fase que se propone en este trabajo para resolver problemas con Python. Esta pregunta, dio resultados no esperados pero muy potentes didáctica y conceptualmente, desde lo didáctico se entendió que este recurso ofrece elementos para fortalecer la competencia matemática y habilidades en resolución de problemas, desde lo conceptual, brinda un medio para transitar en la adquisición de conocimiento de una manera natural e intuitiva.

Se logró alcanzar este primer objetivo específico parcialmente, no se obtienen resultados desde el código de los problemas dos y tres que den cuenta de lo que pueden lograr los estudiantes como ocurrió con el problema uno. Consecuente a esto, los estudiantes vieron a Python como un recurso, aplicaron ese recurso según ideas y aunque falta más instrucción en la herramienta, esta cumplió su objetivo en el experimento de enseñanza.

### *4.2.2. Con respecto al segundo objetivo específico: Exponer un camino alternativo para la resolución de problemas algebraicos haciendo uso del lenguaje de programación Python.*

Lo primero a destacar, es que se construyeron problemas exclusivamente para responder a los objetivos de esta monografía, con la intención de fortalecer el proceso de resolución de problemas de las y los estudiantes. Con base en distintos autores se decidió proponer una metodología para resolver problemas con Python que consta de cinco fases y que dio las bases para exponer un camino alternativo en el aula de matemáticas que aporte a fortalecer este proceso. Las cinco fases cuentan con ítems descriptores, los cuáles se usaron para implementar el experimento de enseñanza y son los que destacan este camino alternativo que se buscaba exponer.

La primera fase de comprender el problema es la que se resalta con más fuerza, identificar los elementos que componen el problemas da una claridad muy amplia para que las y los estudiantes aborden el problema; la segunda fase de concebir un plan, no sé plasmó de manera tal que los estudiantes diseñaran un camino de acción para resolver el problema con Python, en algunos estudiantes si plasmaban aquellos objetivos que debían alcanzar pero otros ejecutaban sus ideas y esto desde una perspectiva personal resultó ser la concepción de un plan; la tercera fase de ejecutar el plan implica una apropiación de los conceptos y procedimientos geométricos y algebraicos, esta fase genera en los estudiantes un espacio en el cual poner en práctica sus conocimientos previos y claro, los de Python también, pero esencialmente los matemáticos y fomenta la apropiación de los conceptos de variable, variación, cambio, patrón, generalización, área y perímetro, etc., específicamente estos por lo desarrollado en el presente trabajo; la cuarta de comprobación, permite a los estudiantes contrastar su plan con su ejecución, darse cuenta que con Python pueden generalizar procedimientos, darle sentido a la variable, calcular perímetros y áreas de manera más masiva pero que ellos comprendan; la quinta fase de reflexión, es una de las más bonitas en resultados, los estudiantes encontraron en el camino muchos retos que debían solventar a partir de la discusión con sus pares y con el docente, Python ofrece un escenario que les permite jugar con sus ideas, ponerlas en práctica, darle sentido sobre todo a conceptos algebraicos nuevos y que de una manera tradicional les puede generar más dificultades.

Se evidenció en el aula que la tecnología es muy llamativa para las y los estudiantes, que supieran reconocer lo que podían lograr con ella, les hizo ver un camino diferente con el cual pueden apoyarse para resolver problemas y con un conocimiento más profundo, con el potencial funcional de Python lograr resolverlos directamente en el sin transitar por un camino de solución manual. La tecnología y una herramienta nueva implica obstáculos en el aula, por ello el camino alterno tiene aún vacíos que se pueden solventar a partir de su implementación y de una reflexión docente a partir de los resultados.

#### *4.2.3. Con respecto al tercer objetivo específico: Identificar los aportes del lenguaje de programación Python en la resolución de problemas algebraicos y geométricos en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó.*

Python es capaz de ofrecer una eficiencia y ahorro de tiempo en la resolución de problemas geométricos y sobre todo en los algebraicos, las reflexiones de los estudiantes estuvieron encaminadas a reconocer la forma como este recurso da una facilidad en otorgar respuesta a los requerimientos, pero, en ningún momento manifiestan la idea de que Python hiciera el trabajo por ellos, es decir, vieron a este recurso como una herramienta para aprender matemáticas.

Python aporta fuertemente a adquirir conceptos algebraicos, los objetos tipo variable del lenguaje permiten a las y los estudiantes deducir por cuenta propia la idea de variación, contribuye al entendimiento sin frustración del lenguaje algebraico, por ejemplo, el comando *print* resultó ser de los más útiles porque les permitía visualizar qué se tenía almacenado en un variable y comprender que según los datos originales esta podía variar. El lenguaje permitió que fuera clara la comprensión que se puede guardar el resultado de una operación en una variable, así se llama en Python y así influye en que lo conciban de tal manera, entienden que hay variación en este proceso de una manera intuitiva. Además, aporta a que comprendan que generalizar no implica mucho esfuerzo si se entiende e identifica un patrón y que con dos o tres comandos pueden condensar sus ideas particulares que implicaron más esfuerzo en el papel.

Python ofreció la posibilidad de trabajar las operaciones relacionadas a procesos geométricos a una mayor escalabilidad, facilitó el cálculo cuando fue comprendido el procedimiento y se plasmó de manera correcta en el código. Permitió transitar por el cambio de verificación de medidas de una manera muy sencilla y sin dar la respuesta, si no era comprendido lo que se quería lograr y cómo se quería lograr, esto, es algo importante desde una mirada personal porque no hace el trabajo de los estudiantes, sino que más bien influye a que se apropien de estos conocimientos.

#### ***4.2.4. Con respecto al objetivo general: Identificar las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas en algunos escenarios geométricos y/o algebraicos usando el lenguaje de programación Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo.***

Se logró conocer que puede ofrecer Python. La actividad permitió reconocer qué se podía y qué no se podía hacer. Phyton aportó positivamente a las y los estudiantes por las reflexiones, participaciones y opiniones que dan durante y después de la implementación del experimento de enseñanza. Esta metodología de trabajo, en palabra de ellos, les permitió poner en práctica lo que aprendieron y no simplemente realizar una serie de ejercicios que no entendían para qué sirven.

Python potencia mucho el razonamiento algebraico. La herramienta permitió introducir el concepto de variable de una manera muy natural en el aula, sin que esto haya sido la característica algebraica pensada inicialmente en trabajar con el experimento de enseñanza, condujo a identificar objetos en el lenguaje que tenía un valor, pero se comportan como incógnitas y dependiendo de los procesos matemáticos y los procesos de sintaxis en Python, estas tomaban un valor u otro. Generalizar, no condujo mayor inconveniente, fue una tarea sencilla porque se fue de la mano con la manera de programar en el lenguaje, de manera implícita algunos estudiantes generalizaron y de explicita dos o tres lo lograron.

Python a un nivel básico no ofreció muchos beneficios para desarrollar el concepto de medida con la metodología que aquí se planteó, se hace esta claridad, resulta forzada la idea de comprender las unidades de medida para superficie o longitud con líneas de código, se considera que esto es más trabajable desde el proceso de comunicación y con actividades enfocadas a ello, por tanto, se considera que para próximas implementaciones se haga énfasis en lo algebraico porque para el escenario geométrico propuesto en esta monografía, con Python no se logró aportar sustancialmente. Con esto, se da respuesta al objetivo general, se logra identificar qué puede ofrecer Phyton en el aula de matemáticas y directamente a la resolución de problemas geométricos y algebraicos. Se es consciente de que se necesita más tiempo y espacio para que las y los estudiantes tenga más instrucción en Python y así potencializar su aplicabilidad en el aula de matemáticas. Finalmente, Python si contribuye fuertemente al razonamiento y resolución de problemas algebraicos en comparación con la contribución al razonamiento y resolución de problemas geométricos.

### *4.2.5. Conclusiones del aporte profesional de esta investigación*

Planificar, proponer e implementar un experimento de enseñanza, el cual se construyó desde el amor que se tienen por las matemáticas y la programación, brinda resultados gratificantes porque fortalece la idea de que con esmero y esfuerzo se pueden lograr un objetivo personal como aportar una metodología de trabajo para la educación en matemáticas, que requiere ajustes, implementaciones y reflexiones sobre su enfoque, pero, que ha dado resultados desde la perspectiva como docente en matemáticas muy potentes y muy certeros para aportar al desarrollo de habilidades matemáticas, en este caso particular al proceso de resolver problemas geométricos y algebraicos.

Buscar una situación que respondiera a una problemática fomentó como profesor y profesional en el desarrollo de software una oportunidad única para poner en práctica conocimientos del mundo laboral en el aula de matemáticas. Proponerse a plantear una metodología que desde una reflexión posterior a la implementación se asimila mucho a lo que diariamente se hace profesionalmente como programador, promueva a ofrecer caminos alternativos en la escuela para dar estudios y resultados sobre una herramienta que aporte a desarrollar competencias matemáticas como son la resolución de problemas y darse cuenta, que puede ir mucho más allá con el fortalecimiento o introducción de contenidos con contextos cercanos a los estudiantes.

Como espacio de investigación, la experiencia personal que se adquiere en la formulación de problemas bajo un contenido específico, un contexto real y una finalidad cognitiva y didáctica definida, da una sensibilidad a cómo es posible aportar para mejorar las metodologías de trabajo en el aula o aportar a las ya existentes para obtener resultados acordes a las necesidades de formar ciudadanos competentes para las necesidades globales actuales, pero, desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Es pertinente revisar los tiempos de implementación de este tipo de actividades y se concluye que llevar esto al currículo es el camino para poder extraer todo su potencial. El tener una curva de aprendizaje es un obstáculo para que las y los estudiantes entregaran los programas en Python que resolvían los problemas. El tiempo en el aula y las sesiones también se hicieron cortas porque de otra manera, así se hubiera controlado como en el primer problema la creación del código por parte de las y los estudiantes y con esto haber obtenido más resultados de análisis, el tiempo, fue una de las razones del por qué no se obtuvieran resultados de las soluciones planteadas para el problema #4 por parte de las y los estudiantes.

Se quiere hacer mención especial al hecho de que la rectora Ana Lucía Segura de la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo sede Sopó pidió que la propuesta presentada en este trabajo, pueda ser usada como un proyecto institucional y que los profesores y profesoras del área de matemáticas puedan usarlo para implementarlos en sus clases. Esto trae un profundo orgullo por la profesión docente y por la huella que se deja al proponer una metodología de trabajo para resolver problemas que quiera ser implementada en una institución.

### 4.3. Discusión

Para dar fin a este trabajo e investigación que se ha realizado y ha generado unas conclusiones que aportan al crecimiento profesional y al campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se hará un contraste entre los antecedentes que preceden este trabajo con la voz de los autores que dieron bases teóricas a esta monografía y a los resultados encontrados a lo largo de la construcción de la metodología y del análisis del producto resultante del experimento de enseñanza.

Ichaso (2016) en su investigación que tenía como objetivo tratar la resolución de problemas geométricos a partir de una metodología basada en el método Bansho, que en pocas palabras es un método para aprender matemáticas a partir de la resolución de problemas, método que se aleja del discurso matemático tradicional y se centra en la organización de información y puntos clave para resolver los problemas. En la propuesta que se implementó en el experimento de enseñanza se desarrolló una propuesta alterna a la tradicional que buscaba aportar a fortalecer el proceso de resolución de problemas. Los resultados arrojaron que efectivamente lo nuevo, bajo una buena estructura es llamativo para las y los estudiantes, y acciones como usar el tablero para consignar información construida entre y con los estudiantes resulta más beneficioso para el objetivo de resolver el problema que, el hecho aislado de explicar redactando en el tablero un contenido o proceso útil en alguna situación problema. Esta idea se contrasta también con lo dicho por Buelvas y Teherán (2021) quienes afirman que las prácticas para enseñar y aprender matemáticas que a veces usamos los profesores son limitadas y no producen interés en las y los estudiantes, los resultados del análisis se adhieren a lo dicho por estos autores, una práctica nueva es llamativa y Python a palabras de una pareja de estudiantes es “automatizar operaciones y crear operaciones empresariales fáciles y escalables”, un par de estudiantes dieron un argumento de la amplitud que puede dar este recurso.

Díaz (2018) de las distintas ideas que resalta en su investigación, aquí se hará énfasis en dos. La primera es que cada institución tiene realidades diferentes y por ende los obstáculos y/o dificultades que se presentan también son diferentes respecto a la resolución de problemas algebraicos, la segunda, es que existe una dificultad en la adquisición de conocimiento algebraico por lo que implica esa transición de la aritmética al álgebra y por eso se debe prestar atención a que los problemas que se propongan en el aula tengan en cuenta esto. Los estudiantes que participaron en el experimento de enseñanza manifestaron utilidad en la actividad por entender las situaciones reales que se marcaban en el contexto del problema, a voz ellos, entendieron que el conocimiento matemático que adquieren es útil en su entorno y que les puede ayudar para resolver problemas, lo dicho por esta autora, es un claro ejemplo de que no se puede abordar dos aulas de matemáticas con diferentes contextos de la misma manera. Por otra parte, Python fue un mediador muy potente para transitar de lo aritmético a lo algebraico sin que esto fuera un proceso traumático para las y los estudiantes, los resultados de este trabajo entienden que el estudio de casos con procesos aritméticos y una herramienta como Python permiten una asimilación de lo algebraico, se vieron resultados positivos sin abrumar al estudiante con lenguaje algebraico abstracto y se sugiere hacer uso de recursos que permitan a los estudiantes potenciar sus conocimientos en la búsqueda de nuevos. Vega (2019) menciona que usar métodos informales permite a los estudiantes resolver problemas algebraicos de una mejor manera sin tener que preocuparse por la formalidad del álgebra. Existe un argumento que refuta esta posición parcialmente, porque en la actividad se buscó formalidad a partir de un plan de acción y ejecución en Python, además de que este recurso terminó aportando a la formalización y no fue precisamente evitándose. Ahora, Python permite en parte no preocuparse por la formalidad, pero no a partir de métodos informales y los estudiantes plasmaron esto en lo que se reporta en la sección de análisis.

González (2012) menciona una brecha en conocimientos por parte de los docentes en herramientas TIC y afirma que debe cambiarse el currículo con el fin de que aporte a desarrollar habilidades en nuevas tecnologías. Se considera que debe existir capacitación en la planta docente en herramientas TIC, no al nivel de ser expertos sino más bien para que puedan implementar estas nuevas herramientas que las y los estudiante son capaces de aprender a usar sin mayor esfuerzo. Se cree también que incluir herramientas como lenguajes de programación en el currículo de las escuelas en primera instancia, debe ser una acción para considerar pronto, revisando bien los pro y contra, pero que traerá resultados muy positivos a la formación de ciudadanos competentes, la razón, estamos en la era de la tecnología y tendría mucho potencial poder enseñar matemáticas apoyados de recursos TIC como en este caso, Python. Briz y Serrano (2018) mencionan que el lenguaje de programación $R$ es una herramienta potente para tratar contenidos algebraicos en el aula, bueno, aquí no se usó este lenguaje y lo que se quiere expresar es que Python también aporta fuertemente a la adquisición de habilidades algebraicas como se aprecia en las conclusiones de este trabajo, además, con esto se logra concluir que se puede empezar a fundamentar la idea que los lenguajes de programación son una herramienta para construir conocimiento matemático.

**Referencias**

Aguilar, F. (2019). Uso de lenguajes de programación para desarrollar el pensamiento lógico matemático en los niños. *REVISTA CIENTÍFICA*, *6*(2), 65–71. https://doi.org/10.35290/rcui.v6n2.2019.114

Álvarez, E., Breña, C., & Pérez, K. (2016). Reflexiones sobre el concepto de problema matemático. *Revista Bases de la Ciencia*, *1(3)*, 25 – 34. https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v1i1.98

Anato, P. (2022, enero). Geogebra y su incidencia en la enseñanza de la función cuadrática. *Delectus - Revista Científica*, *5*(1), 7. http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/390/3902822003/index.html

Ávila, Y., Guzmán, C. (2022). *Procesos de generalización en situaciones asociadas a contextos algebraicos: una experiencia con estudiantes de grado séptimo en educación básica (11-13 años)* [trabajo de grado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Universidad Distrital.

Ballestero, E., Gamboa, R. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista Electrónica Educare. 14(2). 125 – 142.

Barrera, L. (2013, agosto 16–20). *Algoritmos y programación para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar*. [Comunicación breve]. VII CIBEM, Montevideo, Uruguay. http://funes.uniandes.edu.co/18563/1/Barrera2013Algoritmos.pdf

Becerra, B. (2022, 7 enero). Colombia fue el sexto país en la región en donde más se perdieron clases en pandemia. *LA REPÚBLICA*. https://www.larepublica.co/globoeconomia/colombia-el-sexto-pais-de-suramerica-donde-mas-se-perdieron-clases-en-pandemia-3297508

Blanco, L., y Pino, J. (2015). ¿Qué entendemos por problema de matemáticas? En Manuales UEX (Ed.), La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria (pp. 81-92). Cáceres, España: Universidad de Extremadura. Servicio de publicaciones.

Briz, A., Serrano, A. (2019). Aprendizaje de las matemáticas a través del lenguaje de programación R en Educación Secundaria. *Educación Matemática, 30(1), 133-162*. 10.24844/EM3001.05

Buelvas, T., Teherán, N. (2021). *La resolución de problemas: Estrategia didáctica para fortalecer la competencia de razonamiento matemático en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre)* [tesis de maestría, Universidad de Cartagena]. Repositorio Institucional Universidad de Cartagena.

Boscán, M., Klever, K. (2012). *Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos*. Escenarios. 10(2). 7 – 19.

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática* (1st ed.). Universidad de Antioquia. Recuperado de https://www.perlego.com/book/2954633/estrategias-cualitativas-de-investigacin-en-educacin-matemtica-recursos-para-la-captura-de-informacin-y-el-anlisis-pdf (Original work published 2021)

Cacheiro, M. (2011). Recursos Educativos TIC de Información, Colaboración y Aprendizaje. *Pixel Bit Revista de Medios y Educación*, 1(39), 69-81. https://www.redalyc.org/pdf/368/36818685007.pdf

Díaz, C. (2018). *Dificultades y obstáculos en la resolución de problemas en un curso de álgebra, con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Presbítero Horacio Gómez Gallo del municipio de Jamundí* [Tesis de maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. Repositorio Institucional Universidad Tecnológica de Pereira.

Di Bárbaro, M., Galíndez, M., Olmedo, N. y Peralta, J. (2015). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. En *CIAME* [Di Bárbaro]. XIV Conferencia Internacional de Educación Matemática, México, Chiapas, México. https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/877/367

ICFES. (2021, diciembre). *Reporte de resultados del examen saber 11 por aplicación 2021 - 4.*

García, J. (2019). Estrategias en la resolución de problemas algebraicos en un contexto intercultural en el nivel superior. *Bolema, Río Claro,* 63(33), 205 – 227. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a10

García, R., Moreno, J., Robles, G., & Román, M. (2021). Programar para aprender Matemáticas en 5° de Educación Primaria: implementación del proyecto ScratchMaths. *Revista de Educación a Distancia*, *69(21)*, https://doi.org/jcvx

García, Y., Zuñiga, R. (2014). *Planteamiento y resolución de problemas de áreas en el laboratorio de educación matemática* [Trabajo de grado, Universidad del Valle]. Repositorio Funes.

Gasco, J. (2017). La resolución de problemas aritmético - algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemáticas. Un estudio en educación secundaria obligatoria (ESO). *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 167-192. http://dx.doi.org/10.12802/relime.17.2022

González, L. (2012). *Enseñanza en bachillerato de Geometría a través del aprendizaje de un lenguaje de programación orientado a objetos* [Tesis de maestría, Universidad Internacional de la Rioja]. Reunir Repositorio Institucional.

González, M., Rico, L. & Segovia, I. (2000). Representación y resolución de problemas geométricos por profesores de matemáticas en formación. *Educación Matemática*, *12*(2), 5-26. http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/2/04Rico.pdf

ICFES. (2021, diciembre). Reporte de resultados del examen saber 11 por aplicación 2021 - 4.

Ichaso Astiz, A. (2016). *Enseñanza de resolución de problemas geométricos a los alumnos de 2° de la ESO, basada en una adaptación del método Bansho* [Tesis fin de máster, Universidad Internacional de la Rioja]. Reunir Repositorio Digital.

Juganaru, M. (2014). *Introducción a la programación* (1.ª ed.). Grupo Editorial Patria. https://www.editorialpatria.com.mx/pdffiles/9786074384154.pdf

Malaspina, L. (2013, septiembre 16–20). *La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores.* [Comunicación breve]. VII CIBEM, Montevideo, Uruguay.

Malaspina, U. & Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. En Malaspina, U. (Ed). *Reflexiones y Propuestas en Educación Matemática* (pp. 77 – 54). Lima: IREM-PUCP.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Recuperado el 23 de marzo de 2022 de: http://roychacon/lineamientos/agradecimientos.asp (mineducacion.gov.co)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado el 7 de marzo de 2022 de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles340021_recurso_1.pdf

Orjuela, M., Rodríguez, E. (2022). *Desarrollo del pensamiento variacional y computacional a través del lenguaje Python en Educación Básica Secundaria en Colombia* [Monografía, Universidad Abierta y a Distancia - UNAD]. Repositorio Institucional Universidad Nacional Abierta y a Distancia https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/47745/morjueladi.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Oteiza, M, (2019). *Enseñanza del álgebra en secundaria: estado actual y propuesta didácticas* [Trabajo de maestría, Universitat de Les Illes Balears]. Repositorio Institucional de la Universitat de Les Illes Balears.

Páramo, P. (Ed.). (2011). La Investigación en Ciencias Sociales: Estrategias de Investigación (1st ed.). Universidad Piloto. http://www.jstor.org/stable/j.ctt18d84kk

Palacios, A. & Solarte, S. (2013). Resolución de problemas geométricos: estrategias heurísticas novedosas para un problema variacional. En *funes*. VIII Simposio Nororiental de Matemáticas, Bucaramanga, Santander, Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/12029/1/Palacios2013Resoluci%C3%B3n.pdf

Pérez, I., Díaz, Y., & Becerra, R. (2014). El lenguaje de programación Python. *Ciencias Holguín*, *20* (2), 1–13. https://www.redalyc.org/pdf/1815/181531232001.pdf

Polya, G. (1945). *How to solve it* [Libro electrónico]. Princeton University Press. Recuperado 15 de marzo de 2022, de http://www.im.ufrj.br/~monica/funcoes/Polya.pdf

Programación, la carrera que más demandará el mercado laboral en 2021. (15 de enero de 2021). Portafolio. Recuperado de: https://www.portafolio.co/tendencias/programacion-la-carreraque-mas-demandara-el-mercado-laboral-en-el-2021-548289

Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación, 35*(73), 169-193.

Santos, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Investigación en educación matemática XII. Sociedad española de investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Serres, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. Sapiens. Revista Universitaria de Investigación. 12 (1). 122 – 142.

Spigariol, L. (2005). *Fundamentos teóricos de los paradigmas de programación* [Libro electrónico]. Universidad Tecnológica Nacional. Recuperado 15 de agosto de 2022, de https://www.academia.edu/22003680/Fundamentos_te%C3%B3ricos_de_los_Paradigmas_de_Programaci%C3%B3n_Buenos_Aires_Abril_2005

Ureña, C. (2011). Introducción. En *Lenguaje de programación* (1.ª ed., Vol. 1, pp. 1–15). Universidad de Granada. https://lsi2.ugr.es/curena/doce/lp/tr-11-12/lp-c01-impr.pdf

Vega, A. (2016). *Enseñanza del álgebra a través de la formalización progresiva* [Trabajo de Grado, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional de Acceso Abierto BUAP.

## Anexos

En esta sección se encuentran los anexos necesarios para complementar la información que se presenta en esta monografía. En ellos se encuentra la cartilla de trabajo y la solución de los problemas en Python que se pensaron las y los estudiantes podían logran realizar.

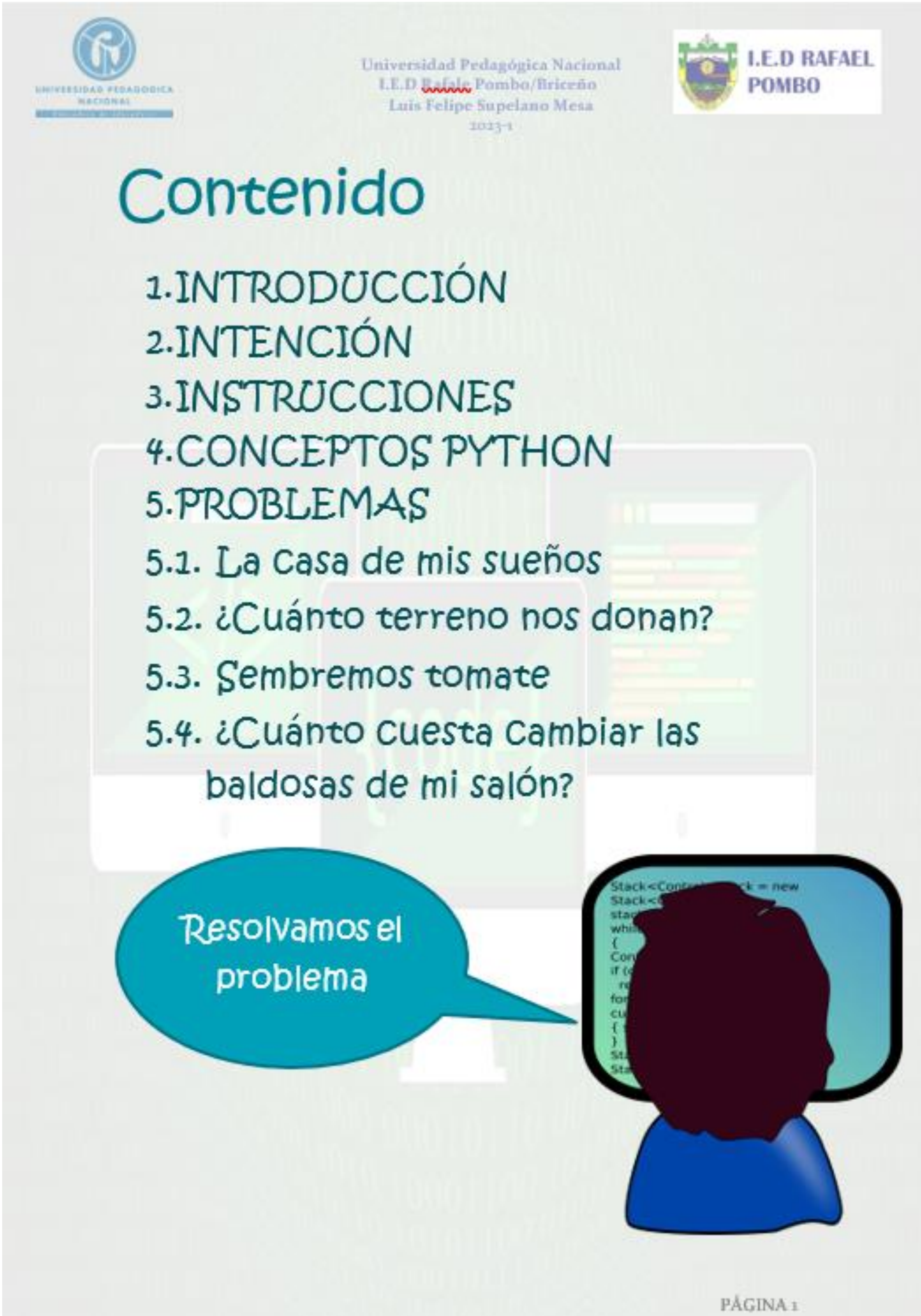
### Anexo 1. *Cartilla de trabajo*

Python una herramienta para resolver problemas de geometría y álgebra en octavo

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

I.E.D RAFAEL POMBO

Autor: Luis Felipe Supelano Mesa | 2023



Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

I.E.D RAFAEL POMBO

# Contenido





PÁGINA 1

Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

## 1. Introducción

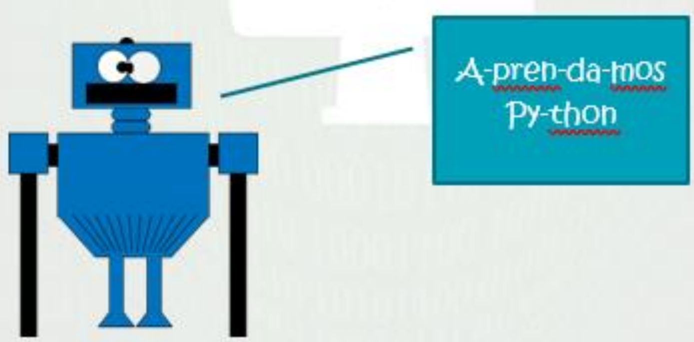
Esta cartilla es un recurso para la investigación que se enmarca en el experimento de enseñanza que yo, Luis Felipe Supelano Mesa, maestro en formación en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia propongo en mi monografía titulada "Resolución de problemas geométricos y algebraicos a través de la programación usando el lenguaje Python en la Institución Educativa Departamental Rafael Pombo Sede Sopó".

Desde hace más de 70 años Polya (1945) ya hablaba acerca da la importancia de la resolución de problemas y mencionaba que un profesor de matemáticas tiene la oportunidad de despertar la curiosidad de sus alumnos y alumnas planteando problemas adecuados a sus conocimientos, con preguntas estimulantes que los motive a resolverlos.

En esta cartilla se presentan cuatro situaciones, los cuales han sido diseñados intencionalmente para poder conocer las posibilidades que ofrece el lenguaje de programación Python para fortalecer la resolución de problemas geométricos y/o algebraicos.

Python es un lenguaje a la vanguardia orientado a objetos, es funcional para aplicaciones de computadora, empresariales, académicas, videojuegos y páginas web. Además, es reconocido por su amplio impacto en el campo de la inteligencia artificia por su gran soporte y un amplio número de librerías que enriquecen el general al funcionamiento micro y macro del lenguaje.

La sintaxis en Python es muy amigable con quién desea aprender a programar, es más sencilla y adaptable para aquellos que deseen internarse por primera vez en el mundo de la programación.



Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

I.E.D RAFAEL POMBO

## 2. Intención

¿Qué vas a aprender?

En este proyecto aprenderás a cómo usar una herramienta como Python (lenguaje de programación) como apoyo para resolver algunos problemas geométricos y algebraicos.

¿Cómo lo vas a aprender?

Tendrás cuatro problemas diseñados exclusivamente para poner en práctica tus conocimientos previos en álgebra y geometría.

Identificarás los elementos que componen un problema, los cuales son: el contexto, la información, el entorno matemático y los requerimientos.

Distinguirás en un problema ¿Qué se pide?, ¿qué se tiene?, y ¿a dónde se quiere llegar?

Reflexionarás individual y grupalmente sobre el proceso de solución del problema.

PÁGINA 3

## 3. Instrucciones

### INSTRUCCIONES GENERALES

a. Descargar la aplicación "Pydroid 3 – IDE for Python 3" en sus celulares.
b. Formar parejas
c. Estudiar los conceptos básicos de Python como print, input, variables, listas y ciclo for.

### INSTRUCCIONES PARA ABORDAR LOS PROBLEMAS

d. Diseñar un plan a partir de sus conocimientos para afrontar cada problema. Escribirlo en su cartilla, en el espacio designado para ello.
e. Solucionar el problema a partir del plan diseñado. Escribirlo en su cartilla.
f. Responder en la cartilla: ¿Qué oportunidades les podría ofrecer Python si lo usan para resolver el problema?
g. Exponer las oportunidades que surgieron del problema. Escribirlo en su cartilla, luego, compartirlo de manera verbal con sus compañeros y docente.
h. Proponer ideas o caminos para dar solución al problema al hacer uso de Python (guiado por el docente).
i. Implementar las ideas de solución del problema usando Python.

¡Atentos y atentas!

Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

I.E.D RAFAEL POMBO

## 4. Conceptos básicos Python

A continuación encontrarán los conceptos básicos de Python, los cuales deben estudiar antes de resolver los problemas propuestos.

Recuerden que esto es un apoyo inmediato para el trabajo que se va a desarrollar. Se sugiere revisar los videos del curso para principiantes y la guía detallada de conceptos básico en Python que puede ser encontrada en www.CodingClub.co.uk/CodeCards

| Sintaxis | Descripción |
|---|---|
| Print('Hola Mundo') | El comando "print" permite imprimir mensajes, variables o las dos en pantalla. |
| Mensaje = Input('Ingrese un mensaje')<br>numeroEntero = int(input("Ingrese un número"))<br>numeroFloat = float(input("Ingrese un número decimal")) | El comando "input" permite ingresar información y guardarlo en una variable |
| Mensaje = "Hola mundo"<br><br>Numero = 10082<br><br>numeroDecimal = 27,06 | Mensaje es una variable de tipo string, es decir, que almacena palabras o frases.<br>Numero es una variable de tipo entero (int) y almacena números del conjunto de los enteros.<br>numeroDecimal es una variable de tipo decimal (float) y almacena números del conjunto de los reales. |
| listaNombres = []<br><br>listaNumeros = [] | Las listas son objetos en Python que pueden almacenar muchos elementos, ya sean palabras, frases, |

PÁGINA 5

Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

I.E.D RAFAEL POMBO

| | |
|---|---|
| listaCosas = ['lapiz','papel',250] | números, pueden existir listas de listas, etc., y pueden recibir elementos de distintos tipos sean String, int o float.<br><br>Las listas tienen índices y esto indica la posición en la que se encuentre el dato. En donde el primer dato de izquierda a derecha está en la posición cero (0) y va aumentando de uno en uno hasta la cantidad de elementos que tenga la lista. Por ejemplo "listaCosas" tiene tres elementos y así son sus índices:<br>0 - 'lápiz'<br>1 – 'papel'<br>2 – 250 |
| Primer ejemplo:<br>For i in range (10):<br>    Print ("hola mundo")<br><br>Segundo ejemplo:<br>For i in range (10):<br>    Print (i+1) | Los ciclos son una herramienta potente para optimizar el código que se escriba.<br><br>El ciclo for se mueve en el rango que se le indique. En el primer ejemplo, este ciclo lo que hará es imprimir 10 veces el mensaje "hola mundo"<br><br>En el segundo ejemplo, este ciclo lo que hará es imprimir la suma de i+1. Implica que i se comporta como una variable que inicia siempre en cero (0) y termina en 9 (10 – 1). Este ciclo imprime entonces 1, luego 2, luego, …, hasta 10. |

# 5. Problemas

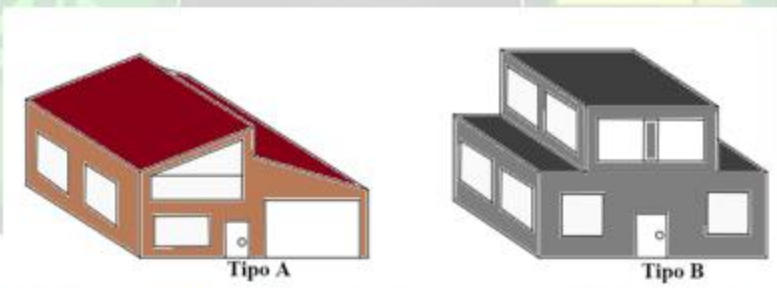
## 5.1. La casa de mis sueños

Las familias Plazas y Fernández con deseos de tener su casa propia escogieron un diseño para realizar la construcción. Entre todos los retos que implica alcanzar esta meta está averiguar cuánto material deben invertir en instalar las canaletas y bajantes de la fachada frontal, según el tipo de casa que escogieron para construir.

La familia Plazas escogió la casa Tipo A y la familia Fernández la casa Tipo B (ver Figura 1).

**Figura 1**

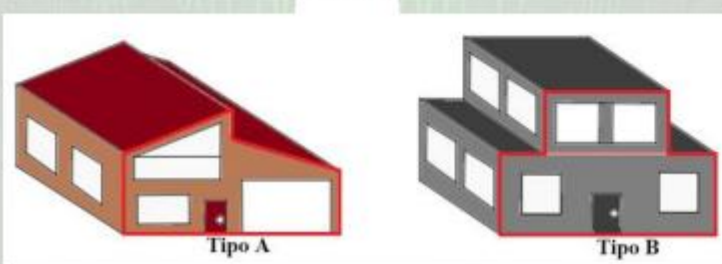
*Prototipo de las casas que quieren construir las familias Plazas y Fernández.*




En el presupuesto para la construcción de las casas las familias destinaron parte del mismo para agregar las canaletas y las bajantes en la fachada frontal (bordes delineados de rojo en la Figura 2).

**Figura 2**

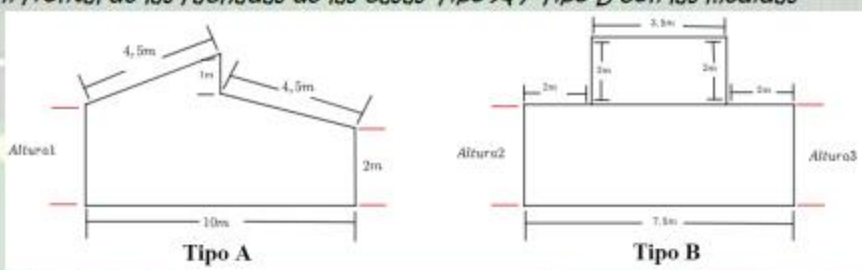
*Prototipo de las casas que quieren construir las familias Plazas y Fernández, con el contorno de la fachada frontal de color rojo.*



La familia Plazas conoce la medida de todos los bordes de la fachada frontal excepto de la altura 1 (Casa Tipo A). Por su parte, la familia Fernández conoce la medida de todos los bordes de la fachada frontal excepto las alturas 2 y 3 (Casa Tipo B). Adicional a lo mencionado, las familias conocen que el perímetro de la vista frontal de la casa Tipo A mide lo mismo que el perímetro de la vista frontal de la casa Tipo B (ver Figura 3).

**Figura 3**

*Imagen frontal de las fachadas de las casas Tipo A y Tipo B con las medidas conocidas.*




Nota: La altura 1, la altura 2 y la altura 3 tienen la misma medida.

Teniendo en cuenta la información presentada:

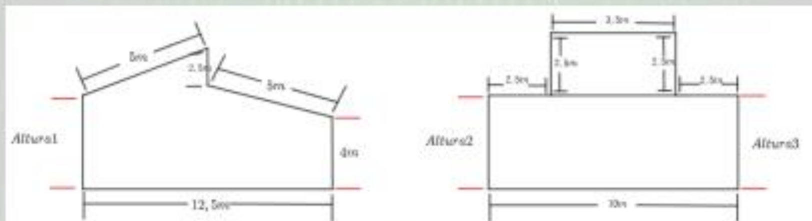
1. Plantee una expresión algebraica que permita calcular el perímetro de las fachadas frontales de las casas Tipo A y Tipo B, así como la medida de las alturas 1, 2 y 3.
2. ¿Cómo calcularía el perímetro y las alturas 1, 2 y 3 de las fachadas de las casas Tipo A y Tipo B, si las familias Plazas y Fernández desearan construir sus casas de un mayor tamaño? (ver Figura 4).

**Figura 4**

Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D Rafale Pombo/Briceño
Luis Felipe Supelano Mesa
2023-1

I.E.D RAFAEL POMBO

*Imagen frontal de las fachadas de las casas Tipo A y Tipo B con las medidas conocidas si las casas a construir fueran de mayor tamaño.*




Tipo A

Tipo B

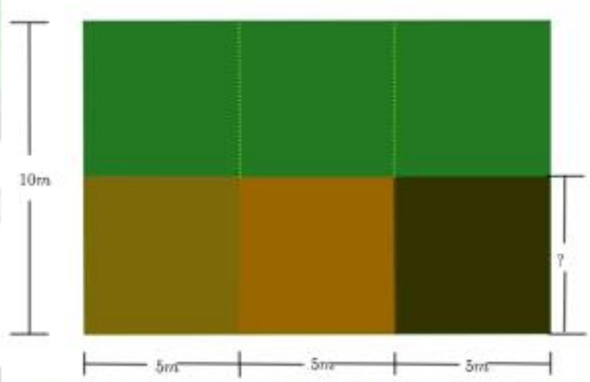
### 5.2. ¿Cuánto terreno nos donan?

Es hora de que tres hermanos reciban una donación que su papá y mamá han decidido entregarles en vida de lo que correspondería a su herencia. El parde y la madre consideran que es oportuno que sus hijos empiecen a tomar decisiones en pro de crear un capital propio que les permita identificar cómo manejar y aprovechar su dinero.

El terreno que se van a repartir el papá y la mamá de los hermanos, Andrés, María y Rosario, tiene 15 metros de ancho por 10 metros de alto. El papá y la mamá les informaron a sus hijos que recibirán en primera instancia una porción de terreno de $25m^2$ cada uno y el ancho del terreno de cada hermano será de 5 metros (ver Figura 1).

**Figura 1**

*Dimensiones del terreno que se quiere repartir como herencia*




¿Si los hermanos reciben el terreno de $25m^2$ cuál sería el alto del terreno y cuál sería el procedimiento para calcularlo? Plantee una expresión que modele el proceso con el cual halló el alto del terreno.

Días después el papá y mamá de Andrés, María y Rosario decidieron proponer unas condiciones a sus hijos para obtener una extensión de terreno adicional. Las condiciones son las siguientes:

1. Los hermanos pueden recibir $30m^2$ de terreno si designan lo donado para una permuta[3].
2. Los hermanos pueden recibir $35m^2$ de terreno si designan lo donado para arrendar.
3. Los hermanos pueden recibir $40m^2$ de terreno si designan lo donado para sembrar.
4. Los hermanos pueden recibir $45m^2$ de terreno si designan lo donado para construir una casa y vivir allí.
5. Los hermanos pueden recibir $50m^2$ de terreno si designan lo donado para crean un negocio uniendo su terreno con el terreno de otro de sus hermanos.

¿Para cada uno de los casos del 1 al 5 cuál sería el alto del terreno y cuál sería el procedimiento para calcularlo? Plantee una expresión que modele el proceso con el cual hallar el alto de cada terreno.

[3] Permuta es un término usado para referirse al intercambio de bienes entre dos personas. Pueden ser objetos como muebles, electrodomésticos, tecnología, casas, vehículos, etc.

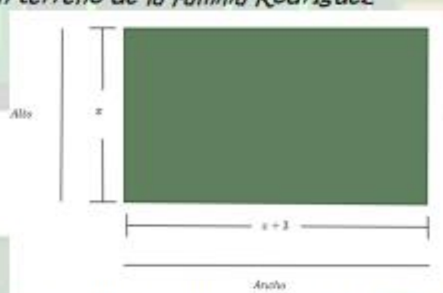
### 5.3. Sembremos tomate

La Familia Rodríguez, la cual se dedica a la siembra de diferentes productos, tiene la oportunidad de adquirir un gran contrato con una empresa para venderles tomate, para ello necesitan establecer cuánto tomate cosechan por siembra.

La cosecha de tomate se define a partir del área del terreno donde se cultiva. En $1m^2$ de tierra se pueden cosechar entre 15 y 20 kilos de tomate. Los Rodríguez poseen 4 terrenos y deben averiguar cuál es el área total de estos para así dar una respuesta a la empresa que ofreció el contrato respecto a la cantidad de tomate que puedan entregar por cosecha. Todos los terrenos cumplen con la condición de que la medida del ancho es igual a la medida del alto más 3 metros (ver Figura 1).

**Figura 1.**

*Representación de un terreno de la familia Rodríguez*

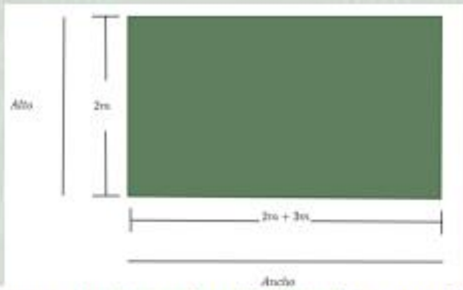



Si la Familia Rodríguez sabe que sus cuatro terrenos tienen de alto 2, 4, 5 y 6 metros respectivamente. Con esta información responda:

a. Si el primer terreno tiene de ancho $2m$ ¿Cuál es el área y cuál es la cantidad máxima de tomate se podría cosechar en él? (ver Figura 2)

**Figura 2**

*Representación del ancho según el alto con una medida específica*




b. Para los terrenos que tienen de alto 4, 5 y 6 metros ¿Cuál sería el área de cada uno y cuál sería la cantidad máxima de tomate que se puede cosechar en cada uno?
c. ¿Cuál sería el área total de los 4 terrenos y la cantidad máxima de total de tomate que se puede cosechar en estos?

Si adquieren un nuevo terreno, pero de 7 metros de alto ¿Cómo calcularía el área de este, el área total de los 5 terrenos y la cantidad máxima de tomate que se obtendría en cada cosecha?

### 5.4. ¿Cuánto cuesta cambiar las baldosas de mi salón?

La Institución Educativa Departamental (IED) Rafael Pombo Sede Sopó desea realizar una serie de mejoras en algunas aulas de clase. Entre las mejoras propone hacer un cambio a los pisos de algunos salones, esto es, cambiar las baldosas que recubren el piso. Se considera importante el cambio de baldosas dado que en días de lluvias el suelo de algunos de los salones se vuelve resbaloso y esto es un riesgo para sus estudiantes, personal docente y demás miembros de la comunidad educativa.

Las directivas han identificado que cuatro salones de bachillerato y el aula máxima, todos con forma rectangular, son los que requieren con mayor urgencia el cambio de baldosas. La institución destinará $30.000 para cada baldosa antideslizante que se requiera para el proceso (cada baldosa tiene por medida estándar un metro cuadrado). Las directivas desean saber ¿cuántos metros cuadrados necesitan comprar para el salón del curso 601 que tiene 4 metros de ancho por 5 metros de largo? y ¿cuál es el costo que representará cambiar las baldosas del salón del curso 601? Con esto, se podrá establecer la inversión para realizar el cambio de baldosas del salón del curso 601.

Se conocen las medidas de los 3 salones restantes (602, 701 y 902) y el aula máxima (ver Tabla 1), y con esta información desean conocer la cantidad de metros cuadrados de baldosa que necesitan comprar.

**Tabla 1**

*Relación de medidas de los salones y aula máxima del IED Rafael Pombo Sede Sopó*

| Salón | Medidas |
|---|---|
| 602 | $4m$ de ancho por $4m$ de largo |

| | |
|---|---|
| 701 | $4{,}5m$ *de ancho por* $4m$ *de largo* |
| 902 | $5{,}5m$ *de ancho por* $4m$ *de largo* |
| Aula máxima | $7{,}5m$ *de ancho por* $8m$ *de largo* |

1. Plantee una expresión que permita calcular los metros cuadrados de cada salón y con esto responda ¿cuántos metros cuadrados de baldosa se necesitan para el salón de 602, 701, 902 y el aula máxima?
2. Plantee una expresión que permita calcular el costo de cambiar la totalidad de las baldosas de cada salón y responda: ¿Cuál es la inversión total que debe realizar la institución para cambiar las baldosas de los salones de los cursos 601, 602, 701, 902 y aula máxima?

## Anexo 2 Soluciones problema #1

```python
#Solución inicial
print('Ingrese las medidas de la casa Tipo A a continuación: ')


a = float(input('Ingrese la medida 1 de la casa Tipo A: '))
b = float(input('Ingrese la medida 2 de la casa Tipo A: '))
c = float(input('Ingrese la medida 3 de la casa Tipo A: '))
d = float(input('Ingrese la medida 4 de la casa Tipo A: '))
e = float(input('Ingrese la medida 5 de la casa Tipo A: '))

print('Ingrese las medidas de la casa Tipo B a continuación: ')
a1 = float(input('Ingrese la medida 1 de la casa Tipo B: '))
b1 = float(input('Ingrese la medida 2 de la casa Tipo B: '))
c1 = float(input('Ingrese la medida 3 de la casa Tipo B: '))
d1 = float(input('Ingrese la medida 4 de la casa Tipo B: '))
e1 = float(input('Ingrese la medida 5 de la casa Tipo B: '))
f1 = float(input('Ingrese la medida 6 de la casa Tipo B: '))

p1 = a + b + c + d + e
p2 = a1 + b1 + c1 + d1 + e1 + f1
altura = p1 - p2

print('La medida de las alturas 1, 2 y 3 es de ',altura, ' metros')
```

```python
#Solución Avanzada
a = int(input('¿Cuántas medidas desea ingresar de la casa Tipo A?'))
print('Las medidas que se desan ingresar de la casa Tipo A son: ', a)
sumaUno = 0;
sumaDos = 0;

cantMedidas = []
for i in range (a):
    a = float(input(f"Ingrese la medida {i + 1} de la casa Tipo A"))
    print(a)
    cantMedidas.append(a)
    sumaUno = sumaUno + cantMedidas[i]


b = int(input('¿Cuántas medidas desea ingresar de la casa Tipo B?'))
print('Las medidas que se desan ingresar de la casa Tipo B son: ', b)

cantMedidasDos = []
for i in range (b):
    b = float(input(f"Ingrese la medida {i + 1} de la casa Tipo B"))
    print(b)
    cantMedidasDos.append(b)
    sumaDos = sumaDos + cantMedidasDos[i]

altura = sumaUno - sumaDos

print(f"La medida de las altura 1, 2 y 3 es igual a {altura} metros")
```

## Anexo 3 Soluciones problema #2

```python
area = float(input('Ingrese el área del terreno: '))
ancho = float(input('
Ingrese el ancho del terreno si el área son 25'))

print(f"El alto del terreno es igual a {area/ancho} metros")
```

```python
cantidadTerrenos = int(input('¿De cuántos terrenos desea conocer el alto?: '))

AreaTerrenos = []
AlturaTerrenos = []
ancho = 5

for i in range (cantidadTerrenos):
    area = float(input(f"Ingrese el área del terreno # {i+1}: "))
    AreaTerrenos.append(area)
    AlturaTerrenos.append(area/ancho)

for i in range(cantidadTerrenos):
    print(f"El terreno con área {AreaTerrenos[i]} metros cuadrados y ancho {ancho}", end="")
    print(f" metros tiene de alto {AlturaTerrenos[i]} metros")
```

## Anexo 4 Soluciones problema #3

```
altoTerreno = float(input('Ingrese el alto del terreno: '))

anchoTerreno = altoTerreno + 3

areaTerreno = altoTerreno * anchoTerreno

cantidadTomate = areaTerreno * 20

print(f"El área del terreno es igual a {areaTerreno} metros cuadrados")
print(f"La cantidad máxima de tomate que se puede sembrar en el terreno es de {
cantidadTomate} kilos")
```

```
cantidadTerrenos = int(input('
¿De cuántos terrenos desea conocer el área y la cantidad de tomate que se puede cosechar?'))

listaAltoTerrenos = []
listaAnchoTerrenos = []
listaAreaTerrenos = []
cantidadTomateSembrado = 0

for i in range (cantidadTerrenos):
    alto = float(input(f"Ingrese el alto del terreno {i+1}"))
    print(f"El alto del terreno {i+1} es de {alto} metros")
    listaAltoTerrenos.append(alto)
    listaAnchoTerrenos.append(alto+3)
    print(f"El ancho del terreno {i + 1} es de {listaAnchoTerrenos[i]} metros")
    listaAreaTerrenos.append(listaAltoTerrenos[i]*listaAnchoTerrenos[i])
    print(f"El área del terreno {i+1} es {listaAreaTerrenos[i]} metros cuadrados")
    print(f"La cantidad de tomate que se puede cosechar en el terreno {i+1} es igual a {
listaAreaTerrenos[i]*20} kilos")
    cantidadTomateSembrado = cantidadTomateSembrado + listaAreaTerrenos[i]*20

print(f"La cantidad de tomate que puede cosechar la familia Rodríguez es de {
cantidadTomateSembrado} kilos")
```

## Anexo 5 Soluciones problema #4

```python
anchoSalon = float(input('Ingrese los metros de ancho del salón 601: '))
largoSalon = float(input('Ingrese los metros de largo del salón 601: '))
costoMetroBaldosa = 30000

areaSalon = anchoSalon * largoSalon

print(f"Se necesitan comprar {areaSalon} metros cuadrados de baldosa y ", end="")
print(f" el costo es de ${areaSalon * costoMetroBaldosa}")
```

```python
listaSalon = []
listaArea = []
costoUnidadBaldosa = 30000

cantidadSalones = int(input('¿Cuál es el número de salones que desean cambiar las baldosas: '))
inversionTotal = 0;

for i in range(cantidadSalones):
    nombreSalon = str(input('Ingrese el salón: '))
    listaSalon.append(nombreSalon)
    largoSalon = float(input(f"Ingrese el largo del salón {listaSalon[i]}: "))
    anchoSalon = float(input(f"Ingrese el ancho del salón {listaSalon[i]}: "))
    listaArea.append(largoSalon*anchoSalon)
    costoBaldosas = costoUnidadBaldosa * listaArea [i]
    print(f"El salón {nombreSalon} necesita {listaArea[i]} metros cuadrados de baldosa", end='')
    print(f" y el costo del cambio de baldosas es de: {costoBaldosas}")
    inversionTotal = inversionTotal + costoBaldosas


print(f"El costo total que la institución debe invertir para el cambio de baldosas es de: {inversionTotal}
 pesos colombianos")
```