

EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA PARA LA SUPERACIÓN DE ALGUNAS
DIFICULTADES Y ERRORES REFERIDOS A LA VARIABLE ESTADÍSTICA Y SUS
ESCALAS DE MEDICIÓN

MARITZA MÉNDEZ REINA
NYDIA BEYANIRA VALERO ROMERO

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.
2014

EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA PARA LA SUPERACIÓN DE ALGUNAS
DIFICULTADES Y ERRORES REFERIDOS A LA VARIABLE ESTADÍSTICA Y SUS
ESCALAS DE MEDICIÓN

MARITZA MÉNDEZ REINA
NYDIA BEYANIRA VALERO ROMERO

Trabajo de grado para optar al título de
Magister en Docencia de la Matemática

Asesora
INGRITH ÁLVAREZ ALFONSO
Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.

2014

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales se ha requerido el trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos.

DEDICATORIA

A mi Alejito motor de mi vida, a Romel por su cariño, comprensión y compañía, a mis padres por sus enseñanzas y a Rosa por su apoyo.

Nydia Valero

A mi familia, en la cual siempre me he sentido amada y apoyada. A mis padres por enseñarme que todo con trabajo y perseverancia se puede lograr; gracias a su esfuerzo y ejemplo, continúo realizándome como mujer y profesional, y a mis hermanos que siempre tuvieron palabras de ánimo y cariño en este proceso, ustedes son lo único contante en mi vida.

Maritza Méndez Reina

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios por permitir alcanzar esta meta en nuestras vidas.

A nuestras familias por su apoyo incondicional, por su sacrificio, paciencia y compañía.

A nuestra asesora Ingrith Álvarez por sus orientaciones y exigencias para poder culminar este trabajo en el tiempo establecido, por su preocupación constante por nuestra formación, brindándonos oportunidades formativas de las que sin duda hemos aprendido bastante a nivel profesional.

A los docentes de la Maestría en Docencia de la Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional por incentivar la reflexión alrededor de nuestras actuaciones en el aula de matemáticas.

A nuestros compañeros de la Maestría cohorte 2013-1 que nos brindaron espacios de alegría y reflexión.

A los profesores Mauricio Bautista y Judith Hernández por sus comentarios y correcciones que enriquecieron nuestro trabajo.

A los estudiantes que participaron en la implementación del experimento de enseñanza.



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Universidad de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado "Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición", presentado por las estudiantes:

Maritza Mendez Reina - 2013185010
Nidia Beyanira Valero Romero - 2013185024

Como requisito parcial para optar al título de **Magister en Docencia de la Matemática**, analizado el proceso seguido por las estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado** con **48** puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 03 días del mes de diciembre de 2014.

JURADOS

Director(a) del Trabajo:

Profesor(a)

Ingrith Álvarez A.
INGRITH ÁLVAREZ ALFONSO

Jurados:

Profesor(a)

Judith A. Hdez S.
JUDITH ALEJANDRA HERNÁNDEZ

Profesor (a)

Mauricio Baustista Ballén
MAURICIO BAUSTISTA BALLÉN

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA PARA LA SUPERACIÓN DE ALGUNAS DIFICULTADES Y ERRORES REFERIDOS A LA VARIABLE ESTADÍSTICA Y SUS ESCALAS DE MEDICIÓN
Autor(es)	Méndez Reina, Maritza; Valero Romero, Nydia Beyanira
Director	Álvarez Alfonso, Ingrith
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2014. 100p
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Variable estadística, Escalas de medición, Experimento de enseñanza, Análisis Didáctico, Errores y Dificultades.
2. Descripción	
<p>El estudio es generado a partir de un experimento de enseñanza alrededor de las dificultades y errores asociados con la variable estadística y sus escalas de medición. Para el desarrollo de la propuesta se trabaja con las fases del experimento de enseñanza propuestas por Molina, Castro, Molina y Castro (2011) articuladas con elementos del análisis didáctico propuesto por Gómez (2002).</p> <p>El reporte describe el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis del experimento de enseñanza en el que se implementó un análisis didáctico que orientó el experimento de enseñanza y la secuencia de tareas que se tuvieron en cuenta para la intervención en el aula; se realizó el diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas cuyo fin es la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición. Por último se analizó la contribución del experimento de enseñanza en la superación de las dificultades y errores que evidenciaron los estudiantes de grado noveno a través de las actuaciones manifestadas en el desarrollo de las tareas propuestas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.</p>	

3. Fuentes

Se consultan fuentes bibliográficas desde siete perspectivas:

Educación Estadística: Arteaga, Ruiz y Batanero (2011), Batanero (2001, 2002a, 2002b), ICMI/IASE (2007), Moreno (2009), Ortiz (s.f.), Ortiz de Haro (2001).

Variable estadística y sus escalas de medición: Arteaga (2011), Batanero y Godino (2001), Merli (2010), Ortiz (2009), Perry, Gómez, Mesa y Fernández (1998), Svensson (2009).

Experimento de Enseñanza, metodología de Investigación: Molina, Castro, Molina y Castro (2011), Penalva, Roig y Del Río (s.f), Valverde (2012).

Análisis Didáctico: Gómez (2002, 2007), González y Gómez (2013), Flores, Gómez y Marín (2013), Romero y Gómez (2013), Cañadas y Gómez (2012).

Errores y dificultades: Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (2001), Pinto (2010), Socas (1997), Wu (2004).

Tareas: Flores, Gómez y Marín (2013), Ministerio de Educación de la Nación Argentina (2010), Silva (2010).

Políticas nacionales: Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998, 2006)

4. Contenidos

Inicialmente, se presenta el planteamiento del problema desde un estudio empírico, luego se enuncian las preguntas de indagación que orientan la consolidación y desarrollo de la propuesta, y se justifica la importancia del objeto de estudio a través de la revisión de antecedentes provenientes de investigaciones en Educación Estadística y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006), esto lleva al planteamiento del objetivo general y los objetivos específicos de este estudio.

Acto seguido, se establece el marco de referencia estadístico en lo que refiere al objeto escolar variable estadística y sus escalas de medición, y se muestra además el marco de referencia metodológico sustentado en las fases que hacen parte del experimento de enseñanza propuestas por Molina, et al (2011).

A continuación se presenta el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de un experimento de enseñanza, a través de la descripción de las acciones seguidas en las fases de preparación, experimentación y análisis preliminar, y análisis retrospectivo del mismo. En la fase de preparación del experimento se presenta el contexto educativo y el institucional en donde se desarrolla la propuesta. Además, dado que esta fase articula elementos del análisis didáctico descrito por Gómez (2002), se detalla el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción realizados. En segunda instancia, en la fase de experimentación y análisis preliminar se describe, sesión a sesión, el desarrollo y análisis de las mismas. Por último, en la fase del análisis retrospectivo se profundiza sobre lo ocurrido durante la intervención en el aula, presentando lo que se logró respecto a la superación de las dificultades y errores en torno a la variable estadística y sus escalas de medición, y se presentan los posibles ajustes o sugerencias que se hacen al diseño presentado en fases anteriores.

Este reporte termina dando a conocer las conclusiones que se derivan del desarrollo del estudio, se inicia la exposición de las mismas atendiendo a la consecución de los objetivos específicos y describiendo paralelamente los aportes de este trabajo a la Educación Estadística.

5. Metodología

Se hace uso del Experimento de Enseñanza dentro de la metodología de diseño. Para llevar a cabo esta propuesta se trabaja en las fases del experimento de enseñanza propuestas por Molina, et al (2011) en las cuales se distinguen: preparación del experimento, experimentación, y ejecución del análisis retrospectivo de la información recogida.

Como parte del desarrollo de la primera fase se realizan acciones entre las que se destacan: i) evaluar el conocimiento inicial de los estudiantes ii) realizar un análisis de didáctico según lo propuesto por Gómez, (2002) que tuvo como eje central la variable estadística y sus escalas de medición, en el cual se determina el contexto educativo (políticas nacionales) e institucional, el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción referido a dicho objeto estadístico; y iii) diseñar la recogida de datos.

En la fase de experimentación se siguieron tres pasos: 1) diseño y formulación de hipótesis y secuencia de tareas; 2) intervención en el aula y recogida de datos; y 3) análisis de los datos, revisión y reformulación de hipótesis.

Por último, en la fase de análisis retrospectivo se realiza el análisis a partir de la recolección y organización de toda la información que se obtiene durante la intervención, para establecer el progreso de los estudiantes al comparar lo que se predice en la trayectoria hipotética formulada con lo que sucede en la práctica en el aula.

6. Conclusiones

A partir del proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis del experimento de enseñanza desarrollado, se logra concluir que:

1. Al realizar el estudio teórico del análisis didáctico, se encuentra que éste aporta elementos para concretar acciones propias de las etapas del experimento de enseñanza, logrando establecer que son dos teorías complementarias, puesto que el experimento de enseñanza requirió una teoría (en este caso del análisis didáctico) que orientara la planificación de una secuencia de tareas respaldada por un proceso de análisis que tuviera en cuenta los intereses de este estudio y promoviera la superación de dificultades y errores, para retornar luego con el análisis preliminar del experimento sesión a sesión y con el análisis retrospectivo del mismo (etapas del experimento de enseñanza), haciendo uso del análisis de actuación.

Por otro lado, se reconoce que la utilización conjunta del experimento de enseñanza y el análisis didáctico hizo que este estudio se valiera de un proceso cíclico al requerir que el diseño, puesta en práctica y análisis fuera revisado de forma reiterativa, conjugando de forma cíclica el análisis del proceso de aprendizaje y el análisis de los elementos del diseño instruccional (Molina, et al, 2011), generando además la necesidad de revisión de las versiones previas de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción (Gómez, 2007) propios del análisis didáctico.

Las relaciones entre estas dos teorías, además permitieron la fundamentación de las bases metodológicas para llevar a cabo el proceso de indagación, dándole el formalismo y rigurosidad pertinente para considerar que los resultados del estudio sean fiables.

2. La secuencia constituida diseñada en pro de la superación de dificultades y errores descritos en el análisis cognitivo, ha de ser abordada de manera paulatina y acumulativa con el fin de trabajar desde la Tarea 2 y en cada tarea los errores abordados en las tareas anteriores. La secuencia de tareas propuesta en este experimento de enseñanza, se constituye por otro lado, en un material didáctico que puede ser llevado al aula de clase de Estadística considerando los ajustes que se proponen en el balance de las tareas.
3. Las herramientas de sistematización de las actuaciones de los estudiantes empleadas en el análisis retrospectivo, constituyen una forma eficaz de visualizar el cumplimiento de las expectativas de aprendizaje y la no superación de las limitaciones; éstas permiten advertir: **i)** la mayoría de los estudiantes logran superar la dificultad relacionada con la confusión de nociones en torno a la variable estadística, en tanto que identifican la variable estadística involucrada, diferenciándola de otros elementos propios de un estudio estadístico y la clasifican de acuerdo a la naturaleza de los datos, sin embargo algunos estudiantes persisten en errores relacionados con la incorrecta identificación las escalas de medición específicamente la escala de intervalo y la de razón; **ii)** la mayoría de los estudiantes lograron superar de manera parcial la dificultad relacionada con la elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra, debido a que logran distinguir cuando los rectángulos debían presentarse separados (gráficos de barras) y cuando no (histogramas), sin embargo algunos presentan confusiones en la pertinencia de la utilización de diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias; **iii)** respecto a la no correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central, la mayoría reconocen y eligen las medidas de tendencia central adecuadas al tipo de datos, a la naturaleza de los mismos y a la escala de medición en la cual se mide la variable estadística involucrada.
4. Los aportes de este estudio descritos anteriormente pueden ser útiles tanto para la enseñanza como para la investigación en Educación Estadística, en términos que la secuencia de tareas, la descripción sistemática de las relaciones entre las competencias, objetivos de aprendizaje, capacidades, dificultades y errores, y la definición de los errores utilizados en el análisis retrospectivo, constituye información relevante para el formador en Educación Estadística.

Elaborado por:	Méndez Reina, Maritza Valero Romero, Nydia Beyanira
Revisado por:	Álvarez Alfonso, Ingrith

Fecha de elaboración del Resumen:	16	10	2014
--	----	----	------

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1 PRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA.....	3
1.2 PREGUNTA DE INDAGACIÓN	6
2. JUSTIFICACIÓN	7
3. OBJETIVOS	9
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	9
3.1.1 Objetivos específicos	9
4. MARCO DE REFERENCIA	10
4.1 MARCO DE REFERENCIA ESTADÍSTICO	10
4.1.1 Variable estadística	11
4.1.2 Escalas de medición.....	13
4.2 MARCO METODOLÓGICO.....	19
4.2.1. Fase 1: Preparación del experimento	19
4.2.2. Fase 2: experimentación	20
4.2.3. Fase 3: Análisis retrospectivo	21
5. FASE DE PREPARACIÓN DEL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA	22
5.1 CONTEXTO EDUCATIVO E INSTITUCIONAL.....	22
5.1.1 Contexto educativo nacional.....	22
5.1.2 Contexto institucional y descripción de los participantes.....	24
5.2 ANÁLISIS DIDÁCTICO	26
5.2.1 Análisis de contenido.....	27
5.2.2 Análisis cognitivo	27
5.2.2.1 Dificultades y errores	28
5.2.2.2 Expectativas de aprendizaje	31
5.2.2.3 Relación dificultades, errores, competencias, objetivos, y capacidades. ...	34
5.2.3 Análisis de instrucción.....	35
5.2.3.1 Metodología general para la implementación de la secuencia de tareas	36
5.2.3.2 Secuencia de tareas.....	38
5.2.4 Recolección de la información.....	41
6. FASE DE EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS PRELIMINAR.....	42
6.1 SESIÓN 1: TAREA 1	44
6.1.1 Desarrollo de la sesión 1	44

6.1.2	Análisis preliminar sesión 1	47
6.2	SESIÓN 2: TAREA 2	50
6.2.1	Desarrollo de la sesión 2	50
6.2.2	Análisis preliminar sesión 2	53
6.3	SESIÓN 3: TAREA 3	54
6.3.1	Desarrollo de la sesión 3	54
6.3.2	Análisis preliminar de la sesión 3	56
6.4	SESIÓN 4: CONTINUACIÓN TAREA 3 Y TAREA 4	58
6.4.1	Desarrollo de la sesión 4	58
6.4.2	Análisis preliminar de la sesión 4	60
6.5	SESIÓN 5: TAREA 5	62
6.5.1	Desarrollo de la sesión 5	62
6.5.2	Análisis preliminar de la sesión 5:	66
7.	ANÁLISIS RETROSPECTIVO	67
7.1	TAREA 1.	68
7.1.1	Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 1.	68
7.1.2	Balance de la Tarea 1.	71
7.2	TAREA 2.	73
7.2.1	Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 2	73
7.2.2	Balance de la Tarea 2.	74
7.3	TAREA 3.	75
7.3.1	Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 3	75
7.3.2	Balance de la Tarea 3.	77
7.4	TAREA 4.	79
7.4.1	Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 4.	79
7.4.2	Balance de la Tarea 4.	80
7.5	TAREA 5.	81
7.5.1	Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 5	81
7.5.2	Balance de la Tarea 5.	83
7.6	SUPERACIÓN DE DIFICULTADES Y ALCANCE DE LOS OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	84
7.6.1	Superación dificultad 1.	84
7.6.2	Superación dificultad 2.	88
7.6.3	Superación dificultad 3.	89
7.6.4	Consideraciones en torno al alcance de los objetivos de aprendizaje	91
8.	CONCLUSIONES	92
	BIBLIOGRAFÍA	101
	ANEXOS	105

TABLAS

	pág.
Tabla 1. Representación tabular de la variable cualitativa <i>idioma</i> medida en escala nominal	14
Tabla 2. Principales características y propiedades de las escalas de medición.....	17
Tabla 3. Estándares del pensamiento aleatorio y sistemas de datos relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición.....	24
Tabla 4. Prueba diagnóstico y resultados.....	29
Tabla 5. Dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición.....	30
Tabla 6. Errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición utilizados en el experimento de enseñanza.....	31
Tabla 7. Competencias matemáticas seleccionadas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.....	32
Tabla 8. Objetivos de aprendizaje en pro de la superación de errores.....	33
Tabla 9. Capacidades para realizar tareas relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición.....	33
Tabla 10. Relación entre dificultades, errores, competencias, objetivos, y capacidades.....	34
Tabla 11. Trayectoria Hipotética Tarea 1: Nociones en torno a la variable estadística.....	38
Tabla 12. Trayectoria Hipotética Tarea 2: Escalas de medición de las variables estadísticas	39
Tabla 13. Trayectoria Hipotética Tarea 3: Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos.....	39
Tabla 14. Trayectoria Hipotética Tarea 4: Escala de medición de intervalo y escala de razón.....	40
Tabla 15. Trayectoria Hipotética Tarea 5: Relación variables estadísticas y análisis con medidas de tendencia central.....	40
Tabla 16. Recursos para la recolección de información	41
Tabla 17. Distribución de las sesiones de experimentación y estudiantes participantes.....	42
Tabla 18. Ejemplos de respuesta Tarea 1. Consignas 4 y 6	48
Tabla 19. Toma de decisiones luego de la sesión 1	49
Tabla 20. Ejemplo de respuesta Tarea 2. Consigna 11	52

Tabla 21. Toma de decisiones luego de la sesión 2	53
Tabla 22. Ejemplos de respuesta Tarea 3. Consigna 3.....	55
Tabla 23. Toma de decisiones luego de la sesión 3	57
Tabla 24. Ejemplos de respuesta Tarea 4. Consigna 1 situación 2	59
Tabla 25. Toma de decisiones luego de la sesión 4	61
Tabla 26. Ejemplos de respuesta Tarea 5. Consigna 2.....	64
Tabla 27. Ejemplos de respuesta Tarea 5. Consigna 3.....	65
Tabla 28. Recomendaciones luego de la sesión 5	66
Tabla 29. Planilla de observación: Tarea 1. Expectativas de aprendizaje y limitaciones	69
Tabla 30. Tarea 1. Contraste hipótesis y resultados.....	70
Tabla 31. Planilla de observación: Tarea 2. Expectativas de aprendizaje y limitaciones	73
Tabla 32. Tarea 2. Contraste hipótesis y resultados.....	74
Tabla 33. Planilla de observación: Tarea 3. Expectativas de aprendizaje y limitaciones	76
Tabla 34. Tarea 3. Contraste hipótesis y resultados.....	77
Tabla 35. Planilla de observación: Tarea 4. Expectativas de aprendizaje y limitaciones	79
Tabla 36. Tarea 4. Contraste hipótesis y resultados.....	80
Tabla 37. Planilla de observación: Tarea 5. Expectativas de aprendizaje y limitaciones	81
Tabla 38. Tarea 5. Contraste hipótesis y resultados.....	82
Tabla 39. Planilla de observación evolución de la Dificultad 1.....	84
Tabla 40. Planilla de observación evolución de la Dificultad 2.....	88
Tabla 41. Planilla de observación evolución de la Dificultad 3.....	89
Tabla 42. Errores previstos Vs. Errores evidenciados en el experimento de enseñanza	96
Tabla 43. Errores asociados al lenguaje	97

GRÁFICOS

	pág.
Gráfico 1. Diagrama de barras.....	11
Gráfico 2. Diagrama circular o gráfico de sectores.....	11
Gráfico 3. Polígono de frecuencias	12
Gráfico 4. Histograma.....	12
Gráfico 5. Representación gráfica de la variable <i>Nivel socio económico</i>	15
Gráfico 6. Representación gráfica de la variable <i>Temperatura</i>	16
Gráfico 7. Representación gráfica de la variable <i>Nota obtenida</i>	17
Gráfico 8. Estructura conceptual de la variable estadística y sus escalas de medición	18
Gráfico 9. Metodología seguida en el estudio.....	19
Gráfico 10. Fase 1. Preparación del experimento de enseñanza.	20
Gráfico 11. Fase 2. Experimentación.....	20
Gráfico 12. Fase 3. Análisis retrospectivo	21
Gráfico 13. Ciclo de análisis didáctico	27
Gráfico 14. Superación de la dificultad D1: Correcta identificación de la variable estadística.	86
Gráfico 15. Superación de la dificultad D1: Correcta clasificación de la variable estadística.	86
Gráfico 16. Superación de la dificultad D1: Identificación de las escalas de medición	87
Gráfico 17. Superación de la dificultad D2: Elección adecuada del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística.	89
Gráfico 18. Superación de la dificultad D3: Elección adecuada de la(s) medida(s) de tendencia central de acuerdo con la variable estadística.	90
Gráfico 19. Relación acciones del experimento de enseñanza con elementos del análisis didáctico	93

ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Estudio Experimental: revisión de algunos textos escolares.....	105
ANEXO B. Estudio Experimental: encuesta para docentes.....	107
ANEXO C. Estudio Experimental: prueba para estudiantes.....	110
ANEXO D. Prueba diagnóstico para estudiantes.....	113
ANEXO E. Plan de estudios de Matemáticas: Grado noveno	115
ANEXO F. Circular para padres de familia	117
ANEXO G. Descripción de las tareas	119
ANEXO H. Secuencia de tareas.....	126

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la Estadística está adquiriendo cada vez mayor importancia en el currículo, cambiando los contenidos que se imparten y la metodología que se implementa, promoviendo una enseñanza activa basada en situaciones contextualizadas que sean representativas del significado de los conceptos (Ortiz, s.f.). Para cumplir con esto, la investigación en Educación Estadística se ha incrementado para tratar de responder a nuevos problemas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la Estocástica.

Este trabajo se enmarca en la línea de Educación Estadística del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, por lo cual se considera fundamental la idea expuesta por Batanero (2001):

Para las personas que se interesan por la Educación Estadística la preocupación fundamental es identificar los puntos difíciles y los errores que continúan al finalizar la enseñanza, para poder diseñar actividades didácticas adecuadas para superar estas dificultades e informar al profesor sobre las mismas (p.55).

En este sentido, surge el interés de contribuir a esta línea de investigación con un estudio generado a partir de un experimento de enseñanza alrededor de las dificultades y errores asociados con la variable estadística y sus escalas de medición. Para el desarrollo de la propuesta “*Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición*” se trabaja con las fases del experimento de enseñanza propuestas por Molina, Castro, Molina y Castro (2011) articuladas con elementos del análisis didáctico propuesto por Gómez (2002).

Inicialmente, se presenta el planteamiento del problema desde un pequeño estudio empírico, luego se enuncian las preguntas de indagación que orientan la consolidación y desarrollo de la propuesta, y se justifica la importancia del objeto de estudio a través de la revisión de algunos antecedentes provenientes de investigaciones en Educación Estadística y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas propuestos por el Ministerio de

Educación Nacional de Colombia [MEN] (2006), esto lleva al planteamiento del objetivo general y los objetivos específicos de este estudio.

Acto seguido, se establece el marco de referencia estadístico en lo que refiere al objeto escolar variable estadística y sus escalas de medición, se muestra además el marco de referencia metodológico sustentado en las fases que hacen parte del experimento de enseñanza propuestas por Molina, et al (2011).

A continuación se presenta el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de un experimento de enseñanza a través de la descripción de las acciones seguidas en las fases de preparación, experimentación y análisis preliminar, y análisis retrospectivo del mismo. En la fase de preparación del experimento se presentan el contexto educativo e institucional en donde se desarrolla la propuesta, además dado que esta fase articula elementos del análisis didáctico descrito por Gómez (2002) se detalla el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción realizados. En segunda instancia, en la fase de experimentación y análisis preliminar se describe, sesión a sesión, el desarrollo y análisis de las mismas. Por último, en la fase del análisis retrospectivo se profundiza sobre lo ocurrido durante la intervención en el aula, presentando lo que se logró respecto a la superación de las dificultades y errores en torno a la variable estadística y sus escalas de medición y se presentan los posibles ajustes o sugerencias que hacen al diseño presentado en fases anteriores.

Este reporte termina presentando las conclusiones que se derivan del desarrollo de este estudio, se inicia la exposición de las mismas atendiendo a la consecución de los objetivos específicos y describiendo paralelamente los aportes de este trabajo a la Educación Estadística.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se describen las razones que motivaron la realización del trabajo de indagación, por medio de la presentación de la problemática haciendo referencia a un estudio empírico realizado en dos colegios de la ciudad de Bogotá, a la revisión de algunos textos escolares de grado noveno y a las investigaciones en Educación Estadística que han señalado algunos errores que presentan estudiantes en relación con la variable estadística y sus escalas de medición. Estas motivaciones llevan a plantear el problema que se presenta como pregunta de indagación.

1.1 PRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

A través de la práctica profesional desarrollada por las autoras de este documento, se ha podido observar que el manejo que se hace en el aula respecto a las variables estadísticas no favorece su conceptualización y por tanto tampoco promueve el análisis de información que se realiza a partir de datos estadísticos. El manejo inadecuado que se le da a la variable estadística en las aulas de clase y la poca atención que se brinda a la selección de los datos y al método de análisis a emplear de acuerdo con sus escalas de medición hace que este asunto, sea de interés para la comunidad de docentes e investigadores interesados en la Educación Estadística.

Al realizar un estudio empírico con actividades experimentales tales como la revisión de algunos textos escolares de grado noveno¹, aplicación de pruebas a estudiantes de grado noveno (diferentes a los estudiantes que participaron de la implementación del experimento

¹ Los textos escolares objetos de revisión fueron:

- a. **Proyecto Sé Matemáticas 9º:** Anzola, M., Vizmanos, J., Hervás, J., de los Santos, M., Castro, D., Bernal, M., Parras, I. (2012). Bogotá: Ediciones SM.
- b. **Con lógica 9º:** Useche, N., Martínez, F., Garavito, A. (2012). Bogotá: Educar editores.
- c. **Hipertexto Matemáticas 9º:** Castañeda, N. (2010). Bogotá: Editorial Santillana.
- d. **Aciertos Matemáticos 9º:** Martínez, F., Useche, N. Puerto, O. (2008). Bogotá: Grupo editorial educar.

de enseñanza) y encuestas a docentes de los colegios en donde laboran las autoras del trabajo, se hicieron los siguientes hallazgos:

Los resultados de la revisión de los cuatro textos escolares considerados y el análisis hecho (Anexo A) permitió evidenciar que hay diferentes formas de presentar y definir la variable estadística y su clasificación, además se observa que pese a las orientaciones proporcionadas por el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en tres de los textos no se incluyen las escalas de medición ni sus implicaciones en el análisis de los datos. La revisión de los mismos se consideró relevante, ya que como lo afirma Ortiz de Haro (2001) el papel que desempeñan los textos escolares es significativo en la enseñanza ya que en ellos se incluyen parte de los significados de los conceptos, procedimientos, tipos de problemas y ejemplos para contextualizar el objeto de estudio.

Al aplicar la encuesta a docentes (Anexo B), se puede observar que las nociones que tienen los maestros sobre la variable estadística difieren de lo que en el campo de la educación estadística se entiende por variable estadística, específicamente en relación con su clasificación y las referidas a sus escalas de medición. Complementando la información al conversar con ellos se observa que las escalas de medición son prácticamente desconocidas para los docentes, uno de ellos, a propósito de los tipos de clasificación que conoce para la variable estadística menciona algunas escalas de medición (nominal y ordinal), pero las relaciona de manera errónea con las variables cuantitativas; además, las escalas de medición de la variable estadística son relacionadas únicamente como cuantificaciones numéricas o asignaciones numéricas de datos, develando el desconocimiento de aquellas escalas referidas a variables cualitativas.

De igual forma, como lo señala Moreno (2009) columnista del diario El Espectador:

Por desgracia la enseñanza cuidadosa de los conceptos probabilísticos y estadísticos básicos tiene un énfasis mínimo en la educación escolar actual, casi como si fuera un asunto marginal, de poca monta. [...] no sobra señalar que, como con tantas otras cosas, estos temas aparecen en los lineamientos

curriculares del Ministerio de Educación, pero en la práctica no reciben mayor atención en el aula (en parte porque ni siquiera los maestros los entienden bien).

Los planteamientos anteriores señalan la importancia sobre el conocimiento didáctico y disciplinar de la Estadística que los profesores llevan al aula en torno a nociones asociadas a la variable estadística y sus escalas de medición, esta idea se encuentra apoyada por investigaciones en Educación Estadística que muestran que los profesores mantienen inconscientemente una variedad de dificultades y errores (concepciones erróneas) sobre la Estadística que podrían transmitir a sus estudiantes (Rubin y Rosebery, 1990; Makar y Confrey, 2004; Stohl, 2005, citados en ICMI/IASE, 2007).

Por otro lado, en la aplicación de la prueba a estudiantes (Anexo C) se evidencia que la mayoría de ellos no logran determinar si se trata o no de una variable estadística en un enunciado, ni tampoco logran identificar el tipo de variable de acuerdo a la naturaleza de sus datos (cualitativa o cuantitativa). Algunos de estos errores se presentan por desconocimiento de las nociones relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición y se derivan de la ausencia de los mismos en la enseñanza de la Estadística como parte de las matemáticas escolares; además al solicitar un gráfico estadístico que presentara la información de un estudio propuesto, los gráficos que realizan los estudiantes no son acordes con el tipo de variable y la escala de medición en la cual se encuentra, por lo que la mayoría de los estudiantes privilegian el diagrama de barras para presentar la información pues es con el que más contacto han tenido durante su trayectoria escolar.

Teniendo en cuenta el estudio empírico mencionado anteriormente, se puede inferir que el problema de la conceptualización en torno a la variable estadística y la pertinencia de la elección del tipo de gráfico de acuerdo al tipo de variable estadística y su tratamiento en el aula, se encuentra determinado en gran medida por el conocimiento del docente sobre el tema, sobre los datos que proporciona a los estudiantes, los tipos de representaciones que privilegia en sus prácticas de enseñanza y la importancia que ve en el desarrollo de temáticas de Estadística presentes en el currículo.

1.2 PREGUNTA DE INDAGACIÓN

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores, el problema de indagación que se aborda en este trabajo pretende dar cuenta de los siguientes cuestionamientos: ¿cuáles son las dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición en estudios estadísticos, que presentan estudiantes de la educación básica?, ¿qué elementos se deben tener en cuenta en el diseño de tareas para estudiantes de grado noveno que busquen la superación de las dificultades y errores asociados a la variable estadística y sus escalas de medición?, ¿qué capacidades deben activar estudiantes de grado noveno de la educación básica al momento de desarrollar tareas que aborden variables estadísticas y sus escalas de medición?, ¿cómo analizar las actuaciones de los estudiantes de grado noveno en términos de la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición?, lo que lleva a plantear como pregunta general de indagación:

¿Cuáles son los elementos que deben constituir un experimento de enseñanza que favorezca la superación de dificultades y errores que presentan estudiantes de noveno grado, relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición dentro de estudios estadísticos?

2. JUSTIFICACIÓN

Investigadores concuerdan en que el proceso de medición y las propiedades de medición de los datos sean analizados a fondo, especialmente en relación con los cuestionarios y escalas de medición que se utilizan para recoger la información (Svensson, 2009). En efecto, la relación entre las propiedades de los datos y la elección de los métodos estadísticos para la recolección, descripción y análisis de los mismos, son aspectos que deben tenerse en cuenta al momento de llevar a cabo un análisis de datos, pues tal y como lo plantea Merli (2010) para entender y usar apropiadamente las diferentes técnicas del análisis estadístico, es necesario identificar previamente la escala de medición correspondiente al tipo de datos a analizar, ya que cada escala tiene propiedades matemáticas que determinan el análisis estadístico adecuado para cada caso.

Esto hace pertinente la reflexión sobre la incorporación del estudio de las escalas de medición en el currículo escolar de matemáticas, puesto que al llevar al aula dicho objeto se podrán reconocer características del proceso pedagógico referido a éste, de tal suerte que dichas características aporten herramientas para el diseño de tareas que posibiliten, en los estudiantes, la activación de capacidades y el alcance de objetivos de aprendizaje relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición y el desarrollo de competencias en matemáticas.

Por otra parte, como lo indican Arteaga, Batanero y Ruiz (2011):

Las inferencias sobre una variable aleatoria se realizan a partir del análisis de la distribución de la variable estadística asociada, cuyos estadísticos proporcionan información sobre los correspondientes parámetros de la distribución de la variable aleatoria. En un doble proceso de modelación, la variable estadística modela los datos observados y la variable aleatoria el comportamiento de la variable estadística en la población de donde se extrajo la muestra (p. 1).

De esta manera la importancia de la conceptualización de la variable estadística es reconocida al requerirse como fundamento en tareas relacionadas con la realización de

inferencias en el análisis de datos. Así, el uso coordinado de las variables estadística (distribución de datos) y aleatoria (distribución de probabilidad) y su comprensión permiten la elaboración de inferencias que han de interpretarse en el contexto donde se tomaron los datos (Arteaga, et al. 2011).

En general, Batanero (2002a) señala que la institución escolar es el espacio donde puede llegarse a la mayoría de ciudadanos, por ello la responsabilidad de conseguir una cultura estadística para todos, recae en las autoridades educativas y diseñadores de currículo. Desde esta perspectiva Batanero (2002b) considera la reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos y procedimientos que se pretende enseñar y el estudio de las dificultades y errores de los alumnos en el aprendizaje, como componentes básicos del conocimiento didáctico del contenido acerca del objeto estadístico. En este sentido esta propuesta parte del supuesto que al considerar las dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición como punto de partida para la enseñanza, contribuirá al desarrollo del pensamiento aleatorio y a la formación de ciudadanos estadísticamente cultos.

Además de los planteamientos propuestos en las investigaciones relacionadas anteriormente, la pertinencia de este trabajo se apoya en las orientaciones dadas por el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas al plantear como uno de los desempeños que caracteriza a un estudiante competente matemáticamente al finalizar el grado noveno cuando “Selecciona y usa algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)” (MEN, 2006, p.87). Por lo cual se considera que esta propuesta se encuentra alineada con los criterios públicos que juzgan si un estudiante, institución o el sistema educativo cumplen con expectativas comunes de calidad en el sistema educativo colombiano.

3. OBJETIVOS

Este trabajo se interesa por la superación de dificultades y errores en relación con la variable estadística y sus escalas de medición, de esta forma se plantea un objetivo general que busca dar respuesta a la pregunta de indagación y que orienta el experimento de enseñanza, seguido a esto se presentan los objetivos específicos que señalan los propósitos de cada una de las etapas del experimento y que al ser alcanzados permiten el alcance del objetivo general.

3.1 OBJETIVO GENERAL

Estudiar el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de un experimento de enseñanza que aborda las dificultades y errores referidos con la variable estadística y sus escalas de medición.

3.1.1 Objetivos específicos

- Implementar un análisis didáctico que oriente el experimento de enseñanza y el diseño de una secuencia de tareas para estudiantes de grado noveno de la educación básica.
- Diseñar, implementar y analizar una secuencia de tareas para estudiantes de grado noveno de la educación básica, que permita la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición.
- Analizar la contribución del experimento de enseñanza a través de las actuaciones de los estudiantes, manifestadas en el desarrollo de las tareas propuestas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.

4. MARCO DE REFERENCIA

Este capítulo se encuentra organizado en dos partes. La primera contiene una presentación del marco de referencia estadístico en torno al objeto de estudio variable estadística y sus escalas de medición, éste se encuentra orientado a través del análisis de contenido, el cual se constituye como uno de los elementos del análisis didáctico (Gómez, 2002). La segunda parte describe el marco metodológico sustentado en las fases que hacen parte del experimento de enseñanza propuestas por Molina, et al. (2011), en este segmento se presentan las principales características de este tipo de estudio.

4.1 MARCO DE REFERENCIA ESTADÍSTICO

El experimento de enseñanza se encuentra articulado con un análisis didáctico que orienta la exploración, la profundización y el trabajo con los diferentes y múltiples significados del objeto matemático escolar involucrado, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar tareas de enseñanza y aprendizaje. El análisis didáctico (Gómez, 2002) se compone entre otros elementos del análisis de contenido que se describe a continuación como producto de la exploración, profundización y estudio del objeto escolar variable estadística y sus escalas de medición, este brinda herramientas para analizar y organizar el significado de dicho objeto escolar, con miras al planteamiento de las tareas que se describen en el análisis de instrucción.

Se aborda el análisis de contenido a través de los elementos que lo componen en forma integrada: *estructura conceptual*, referida a los conceptos, procedimientos y relaciones entre ellos; los *sistemas de representación*, referidos a los modos en que el concepto puede llegar a presentarse (numérico, gráfico, tabular, pictórico, verbal, manipulativo, etc.), y la *fenomenología*, relacionada con la utilidad y los contextos en los que tiene sentido el uso de la variable estadística y sus escalas de medición.

4.1.1 Variable estadística

Batanero y Godino (2001) afirman que “la Estadística Descriptiva, se utiliza para describir los datos, resumirlos y presentarlos de forma que sean fáciles de interpretar” (p. 4), por ende en el análisis de datos se requiere prestar atención al tipo de variables estadísticas inmersas en el estudio y las escalas de medición relacionadas con las mismas. Cuando se habla de variable estadística se hace referencia a las características o atributos observables que tienen los elementos de la población de estudio y que están ligados con la variación que se da en dichos elementos con respecto a esos atributos (Perry, Gómez, Mesa y Fernández, 1998). Las variables estadísticas, según Batanero y Godino (2001, p. 13), son utilizadas para representar los distintos tipos de características o atributos de la población, y por su naturaleza pueden ser categóricas o numéricas, también llamadas cualitativas o cuantitativas respectivamente, algunos ejemplos de estas son la nacionalidad, la estatura, el peso, la edad, nivel educativo, etc.

Las *variables categóricas de naturaleza cualitativa* son aquellas cuya característica permite clasificar a los individuos en categorías, por ejemplo, nacionalidad, sexo, color preferido, etc. Los sistemas de representación gráfica asociados a este tipo de variables son el diagrama de barras (Gráfico 1) y el diagrama circular o gráfico de sectores (Gráfico 2), en los cuales las barras o los sectores representan las categorías de la variable estadística.

Gráfico 1. Diagrama de barras

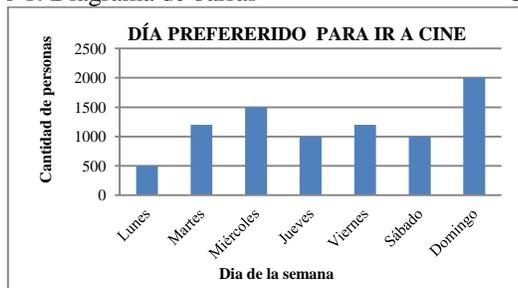
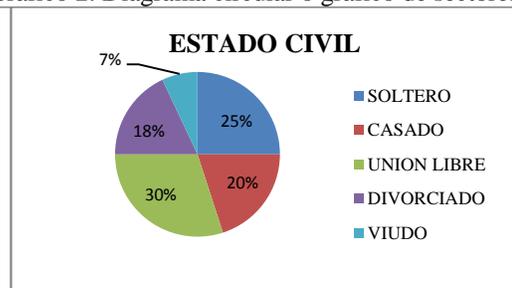


Gráfico 2. Diagrama circular o gráfico de sectores

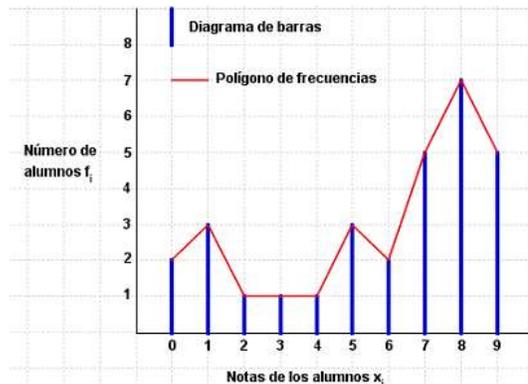


Gráficos asociados a las variables estadísticas de naturaleza cualitativa

Las *variables numéricas de naturaleza cuantitativa* involucran la noción de cantidad, es decir, los valores que puede asumir la variable son los resultados de medidas numéricas, por ejemplo: peso, estatura, edad, etc. Estas pueden ser discretas o continuas, las *discretas*

son aquellas que sólo pueden tomar valores dentro de un subconjunto finito o numerable de reales (Ortiz, 2009, pág. 9); las *continuas* pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo en la recta real. Los sistemas de representación gráfica de estas variables dependen de los valores que toma la variable estén o no agrupados; así, para los no agrupados se usan los diagramas de barras y el polígono de frecuencias (Gráfico 3) y para datos agrupados en intervalos se usan histogramas (Gráfico 4) y polígonos de frecuencias.

Gráfico 3. Polígono de frecuencias



Tomado de: <http://www.vadenumeros.es/sociales/frecuencia-absoluta-relativa.htm>

Gráfico 4. Histograma



Tomado de <http://estadisticaeducativaunefm.blogspot.com/2010/05/poligonos-de-frecuencia.html>

Gráficos asociados a las variables estadísticas de naturaleza cuantitativa

En el análisis de datos es importante tener en cuenta el tipo de variable estadística involucrada en el estudio, pues dependiendo de su naturaleza, la distribución de frecuencias y los gráficos estadísticos pueden variar. Merli (2010) plantea que para entender y usar apropiadamente las diferentes técnicas del análisis estadístico es necesario identificar la escala de medición correspondiente al tipo de datos, ya que cada escala tiene propiedades matemáticas que determinan el análisis estadístico apropiado para cada caso. Batanero y Godino (2001) coinciden con esta apreciación al señalar que el nivel de medición elegido o

escala de medición para medir una variable, determina el resto del análisis estadístico, pues las técnicas utilizadas deben tener en cuenta la escala que se ha empleado. A continuación se caracterizan las escalas o niveles de medición desde sus propiedades matemáticas y estadísticas, las representaciones gráficas asociadas y los análisis estadísticos pertinentes a cada escala.

4.1.2 Escalas de medición

Las variables estadísticas se pueden medir con cuatro tipos de escalas de medida, estas están relacionadas con los valores que toma la variable y determinan los posibles análisis estadísticos. El nivel de medida de una variable estadística, también llamado *escala de medición*, es una clasificación que permite describir la naturaleza de la información contenida dentro de los objetos de estudio y, por tanto, dentro de una variable estadística.

Las escalas de medición son: nominal, ordinal, de intervalo y de razón. Teniendo en cuenta las propiedades matemáticas² y estadísticas, la escala de medición más rudimentaria es la nominal y la más completa es la escala de razón (Merli, 2010, p. 245). Así, mientras que para la escala de razón es posible calcular proporciones, porcentajes y razones, además de la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar; para el caso de la escala nominal se restringen las opciones al cálculo de porcentajes y la moda. Merli (2010) citando a Stevens (1946); Cohen y Cohen (1975) y Saris y Stronkhorst (1984) presenta una síntesis de las características, propiedades y aplicaciones de cada una de las escalas señaladas anteriormente:

- En la *escala nominal* los valores que toma la variable son agrupados, según determinada propiedad, en clases excluyentes. De esta forma, se establece una partición sobre el conjunto de tales valores. En esta escala los números son usados como identificadores, etiquetas o nombres. Las variables estadísticas asociadas con esta escala de medición son las de naturaleza cualitativa que cumplen con la propiedad de la identidad.

² Las propiedades asociadas con las escalas de medición son la identidad, magnitud, igual intervalo y cero absoluto. *Identidad*, cada número tiene un significado particular; *magnitud*, los números tienen un orden inherente ascendente o descendente; *intervalos iguales*, las diferencias entre números en cualquier punto de la escala son las mismas (la diferencia entre 10 y 20 es la misma que entre 100 y 110); y *cero absoluto*, el punto cero en la escala de medición representa la ausencia de la propiedad que se estudia. (Stevens, 1946 citado en Merli, 2010, pp. 245).

Los sistemas de representación posibles para variables medidas en esta escala son el tabular que hace referencia a la distribución de frecuencias absoluta y/o relativa, y la representación gráfica, a través de diagrama de barras y diagrama de sectores o circular. Los análisis estadísticos para esta escala tienen que ver con la determinación de la moda y el conteo. A continuación se muestra un ejemplo de los datos recogidos en un estudio con 30 personas el cual involucra la variable cualitativa “*Idioma*”, la cual esta medida con la escala nominal:

Tabla 1. Representación tabular de la variable cualitativa *idioma* medida con escala nominal

TABLA DE FRECUENCIAS

IDIOMA	FRECUENCIA ABSOLUTA
Alemán	7
Español	8
Inglés	9
Ruso	4
Francés	2

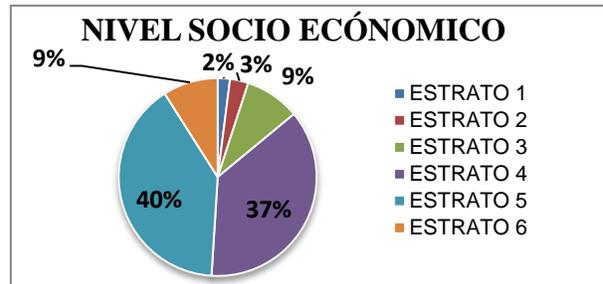
Algunos de los contextos donde cobra sentido las variables medidas con la escala nominal son fenómenos del mundo biológico, por ejemplo las características que son propias a la condición biológica de los seres vivos: el sexo, color de ojos, grupo sanguíneo; fenómenos propios al mundo social como el estado civil, la profesión, las creencias nacionalidad, raza, idioma (Tabla 1), ciudad de origen, etc.

- La *escala ordinal* surge a partir del ordenamiento de los valores de la variable en una posición que representa categorías con un orden asociado, pero no una cantidad que pueda ser medida, por lo cual tiene las propiedades de identidad y magnitud, pero la distancia entre puntos de la escala no es constante. Al igual que en la escala nominal los números son identificadores de categorías. Las variables estadísticas asociadas a esta escala de medición son las cualitativas.

Los sistemas de representación tabular posibles para variables estadísticas medidas en esta escala son las de distribución de frecuencias absoluta, relativa y acumulada; mientras que para la representación gráfica son el diagrama de barras y los gráficos de sectores. Los análisis estadísticos para esta escala tienen que ver con la determinación de

la moda y la mediana. A continuación se muestra un ejemplo de la variable estadística “*Nivel socioeconómico*” medida con la escala ordinal:

Gráfico 5. Representación gráfica de la variable *Nivel socio económico* medida con escala ordinal.



Los fenómenos asociados al mundo físico se relacionan con el entorno donde se vive, algunos ejemplos de variables medidas con la escala ordinal podría ser la intensidad de las lluvias, los efectos climáticos, entre otros y en el contexto del mundo social se tienen ejemplos como el nivel socioeconómico o estrato (Gráfico 5), nivel educativo; calidad de los aparatos y dispositivos que usan las personas (carro, televisor, etc.).

- La *escala de intervalo* representa magnitudes, con las propiedades que cumple la escala ordinal; las variables estadísticas asociadas a esta escala de medición son las cuantitativas y cumplen con las propiedades de identidad, magnitud e igual distancia, en esta escala se puede definir una unidad de medida convencional y diferencia entre los valores de la variable en una cantidad que pueda ser medida, además, el valor cero de la escala es relativo, pues no indica ausencia de la magnitud medida, por ejemplo, al medir la variable estadística “*temperatura*” en centígrados se puede decir que la distancia entre 25°C y 30°C es la misma que la existente entre 20°C y 25°C, pero no puede afirmarse que una temperatura de 40°C equivale al doble de 20°C en cuanto a intensidad de calor se refiere, debido a la ausencia de cero absoluto. Las variables medidas con esta escala cumplen con la propiedad de identidad, con la propiedad magnitud y con la propiedad de intervalos iguales.

Los sistemas de representación tabulares posibles para variables estadísticas medidas en esta escala son la distribución de frecuencias absoluta, relativa y acumulada. Los sistemas de representación gráfica pertinentes son los histogramas y los polígonos de

frecuencias, además es posible determinar todas las medidas de tendencia central y la varianza. A continuación se muestra un ejemplo de la representación gráfica de la variable “*Temperatura*” medida con la escala de intervalo:

Gráfico 6. Representación gráfica de la variable *Temperatura* medida con escala de intervalo



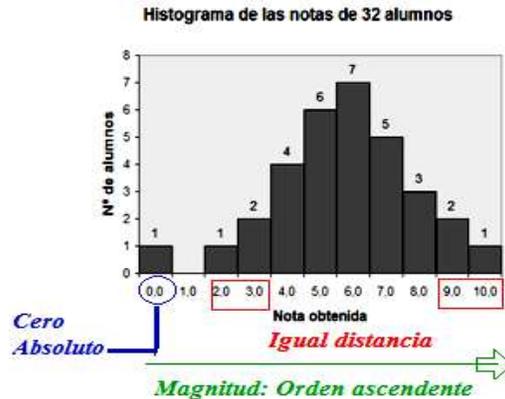
Adaptado de <http://www.geovirtual2.cl/Clima/2003%20Clima%2002esp.htm>

Alguno de los fenómenos del mundo físico que pueden ser estudiados por medio de variables medidas a través de esta escala son la temperatura (Gráfico 6), altura sobre el nivel del mar; y entre los fenómenos del mundo biológico se encuentran el índice de masa corporal, entre otras.

- La *escala de razón*, es la más completa porque posee las mismas características de la escala de intervalo, pero además existe un cero absoluto, que representa la ausencia total de la magnitud que se está midiendo; por ejemplo en la variable peso el cero absoluto indica la ausencia total de la magnitud medida. Con esta escala se puede realizar ordenamiento, comparaciones mediante el cociente y operaciones aritméticas.

Las variables estadísticas asociadas con esta escala de medición son las cuantitativas. Los análisis estadísticos pertinentes para las variables en esta escala, son los mismos de la escala de intervalo pero además se trabaja con el coeficiente de variación. Ejemplos de variables que pueden ser medidas con esta escala son distancia recorrida, peso, calificaciones, velocidad, altura, fuerza y edad. A continuación el Gráfico 7 muestra un ejemplo de la representación gráfica de la variable estadística “*Nota obtenida*” medida con la escala de razón:

Gráfico 7. Representación gráfica de la variable *Nota obtenida* medida con escala de razón.



Adaptado de <http://www.guillermoluijk.com/article/histogram/>

Un resumen de las características y propiedades de las escalas de medición se puede observar en la Tabla 2, tomada de Merli (2010).

Tabla 2. Principales características y propiedades de las escalas de medición.

Principales Características y Propiedades de las Escalas de Medición				
<i>Escala de Medición</i>	<i>Propiedad Sistema Numérico</i>	<i>Operación Matemática</i>	<i>Operación Estadística</i>	<i>Ejemplos</i>
Nominal	Identidad	Contar	Frecuencias Moda	Sexo
Ordinal	Magnitud	Ordenar	Mediana Rango	Nivel Educativo Dureza Minerales
Intervalo	Distancia	Suma Resta	Media Varianza	Temperatura
Razón	Cero Absoluto	Multiplicación División	Coficiente Variación	Peso, Longitud Ingreso, Precio
*Tabla acumulativa. Las propiedades de una escala incluyen todas las propiedades de la escala anterior				

El análisis de contenido detallado anteriormente se representa a través de la estructura conceptual (Gráfico 8) que considera las relaciones entre las estructuras matemáticas involucradas en la variable estadística y sus escalas de medición, las relaciones conceptuales y las relaciones entre los sistemas de representación asociados.

En general, abordar los tipos de variables estadísticas y sus escalas de medición, requiere tener un conocimiento conjunto de las propiedades y operaciones que son válidas en cada una de las escalas ya que éstas determinan el análisis estadístico apropiado. Su conocimiento permite realizar análisis de datos para hacer descripciones, establecer relaciones y elaborar predicciones.

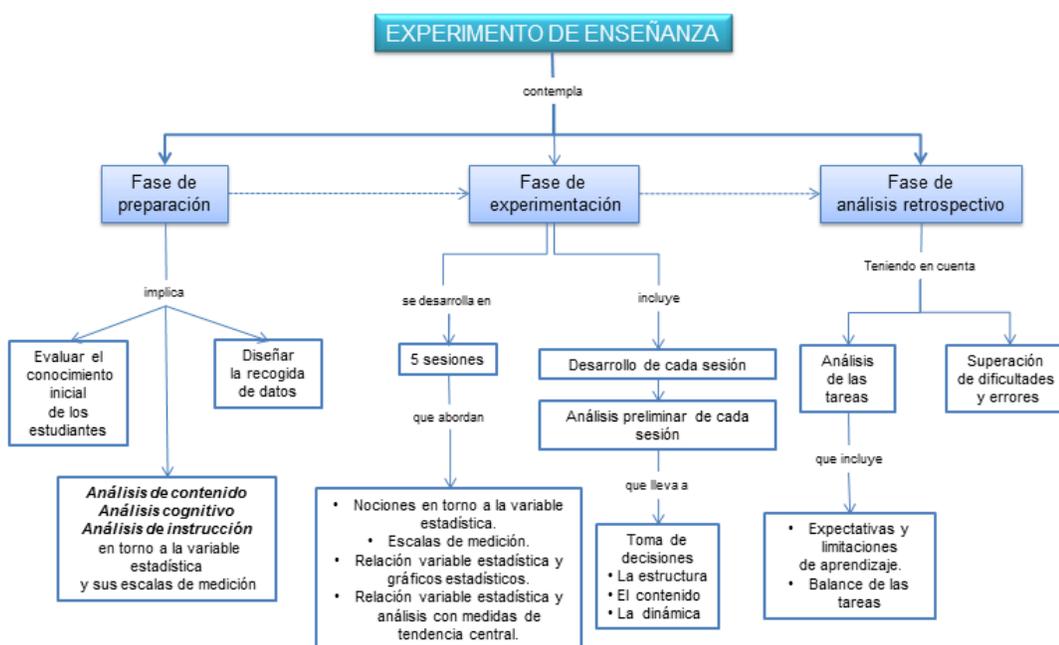
Gráfico 8. Estructura conceptual de la variable estadística y sus escalas de medición



4.2 MARCO METODOLÓGICO

Este estudio se enmarca en la metodología de diseño, específicamente en el experimento de enseñanza, pues este se considera como un modelo cercano a la “práctica habitual del docente al consistir en el diseño, puesta en práctica y análisis de un conjunto de intervenciones en un aula que persiguen un aprendizaje” (Molina, et al. 2011, p. 86). Este estudio asume una perspectiva cualitativa que articula fases del experimento de enseñanza con elementos del análisis didáctico.

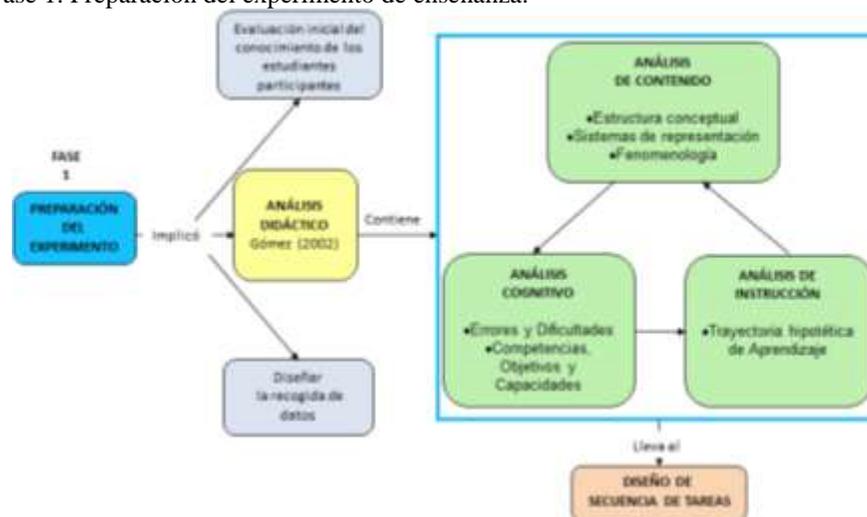
Gráfico 9. Metodología seguida en el estudio.



4.2.1. Fase 1: Preparación del experimento

Como parte del desarrollo de la primera fase (Gráfico 10) se realizan acciones entre las que se destacan: **i)** evaluar el conocimiento inicial de los estudiantes para lo cual se aplica una prueba diagnóstica en el mes de abril de 2014 (Anexo D), **ii)** realizar un análisis didáctico según lo propuesto por Gómez, (2002) que tiene como eje central la variable estadística y sus escalas de medición, en él se determina el contexto educativo (políticas nacionales) e institucional, y se realiza el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción referido a dicho objeto estadístico; y **iii)** diseñar la recogida de datos.

Gráfico 10. Fase 1. Preparación del experimento de enseñanza.



4.2.2. Fase 2: experimentación

Molina, et al. (2011) distinguen en esta fase de experimentación, la intervención en el aula como sucesivas iteraciones del ciclo de tres pasos: 1) diseño y formulación de hipótesis; 2) intervención en el aula y recogida de datos; y 3) análisis de los datos, revisión y reformulación de hipótesis. En esta fase se pone en marcha la trayectoria hipotética de aprendizaje planeada, específicamente para los estudiantes de grado noveno, en la cual se tiene en cuenta lo que se hace antes, durante y después de cada intervención en aula; por lo que es necesario realizar un proceso de planeación, de análisis de los datos recogidos después de terminada la intervención, de revisión y reformulación de las hipótesis (si es necesario), y a partir de esto ajustar la siguiente intervención en el aula.

Gráfico 11. Fase 2. Experimentación



4.2.3. Fase 3: Análisis retrospectivo

En esta última fase se realiza el análisis a partir de la recolección y organización de toda la información que se obtiene durante la intervención en el aula. Como lo establece Gómez (2007), el propósito de este tipo de análisis es establecer el seguimiento del progreso de los estudiantes al comparar lo que se predice en la trayectoria hipotética formulada en el análisis de instrucción con lo que sucede en la práctica en el aula. Así mismo, Molina et al. (2011) indica que en esta fase del experimento de enseñanza el análisis de los datos se realiza en forma conjunta, lo cual implica distanciarse de los análisis preliminares y profundizar en la comprensión de la situación de enseñanza y aprendizaje, además de, identificar la ruta conceptual seguida por los estudiantes. (Gráfico 12)

Gráfico 12. Fase 3. Análisis retrospectivo



Teniendo en cuenta lo expuesto por Gómez (2002, 2007) y Molina et al. (2011), para llevar a cabo esta fase en este estudio se realiza: **i)** el análisis de cada una de las tareas que hacen parte de la secuencia, donde se incluye la observación del alcance de las expectativas de aprendizaje y la superación de las limitaciones planteadas en el análisis cognitivo, y el balance de cada tarea; **ii)** el análisis de la contribución del experimento de enseñanza en la superación de las dificultades y errores.

5. FASE DE PREPARACIÓN DEL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA

Los capítulos anteriores han sido producto de la preparación del experimento, en ellos se muestran acciones propias de esta fase tales como la definición del problema, los objetivos del estudio, una aproximación al análisis de contenido de los objetos variable estadística y escalas de medición, y marcos de referencia metodológicos para el experimento; por ende para complementar las descripción de las acciones presentadas por Molina et al. (2011) para la fase de preparación, se realiza en este capítulo la descripción del contexto educativo nacional, la descripción de los estudiantes participantes y el contexto institucional del colegio del cual hacen parte, y se muestran algunas acciones propias del análisis didáctico consideradas como herramientas de planificación que enuncian aspectos didácticos a tener en cuenta en la preparación del experimento de enseñanza que tiene como objetivo superar las dificultades y los errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición.

5.1 CONTEXTO EDUCATIVO E INSTITUCIONAL

Como lo indica Gómez (2002, p. 260) “el contexto social, educativo e institucional condiciona la instrucción”, por ello es pertinente que se describan las políticas nacionales relevantes en el desarrollo de la propuesta dado que el marco normativo determina algunas de las finalidades de la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística y en específico de la variable estadística y sus escalas de medición. Es necesario además, describir cuál es el contexto institucional para precisar información en torno a la organización curricular adoptada para la formación en matemáticas y en específico de la Educación Estadística que se imparte en el colegio donde se lleva a cabo el experimento de enseñanza.

5.1.1 Contexto educativo nacional

La Estadística hace parte de la herencia cultural (Batanero, 2002a), desde allí surge una especial importancia en la formación de ciudadanos capaces de interpretar, evaluar y utilizar la información en la toma de decisiones y comunicación de opiniones. Ante esto, Colombia no es ajena, por ello la Educación Estadística ha sido incluida formalmente

dentro de las propuestas curriculares, teniendo como referencia lo expuesto por MEN a través de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) que proponen incluir dentro de la estructura curricular para la educación matemática, “conocimientos básicos” relacionados con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, estos involucran la recolección y análisis de datos como una actividad que llena de sentido la búsqueda de respuestas sobre el mundo físico; buscan además desarrollar habilidades como las de decidir la pertinencia de la información, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla. Frente a la variable estadística y sus escalas de medición, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) indican que “cuando se habla de datos, es importante una reflexión sobre su naturaleza” (p. 47), esto implica que en la propuesta sea de especial relevancia el aspecto sobre la naturaleza de los datos (tipo de variable) que se propongan y los estudios estadísticos mostrados.

En el año 2006, el MEN pone en consideración dentro de las políticas educativas los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en ellos se abordan aspectos referidos al “ser matemáticamente competente”:

Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas: el numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional (p. 56).

Frente al *pensamiento aleatorio y sistemas de datos* se plantea que es pertinente avanzar en el desarrollo de habilidades relacionadas con “dominar los conceptos y procedimientos necesarios para recoger, estudiar, resumir y diagramar sistemas de datos estadísticos y tratar de extraer de ellos toda la información posible” (MEN, 2006, p. 66).

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) proponen niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con el pensamiento aleatorio, por lo que en la Tabla 3 se muestra algunos estándares asociados al pensamiento aleatorio y sistemas de datos directamente relacionados con las habilidades propias de la conceptualización de la variable estadística y sus escalas de medición:

Tabla 3. Estándares del pensamiento aleatorio y sistemas de datos relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006)			
Primero a tercero <i>Al terminar tercer grado...</i>	Cuarto a quinto <i>Al terminar quinto grado...</i>	Sexto a séptimo <i>Al terminar séptimo grado...</i>	Octavo a noveno <i>Al terminar noveno grado...</i>
Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).	Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.	Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).
Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.	Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.	Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares).	
	Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).	Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.	

En el conjunto de grados de octavo y noveno se encuentra el estándar “seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)” (MEN, 2006, p. 87). Frente a la propuesta aquí planteada este estándar es de especial relevancia pues a este se han de articular los objetivos de aprendizaje de la secuencia de tareas y la trayectoria hipotética asociada a la variable estadística y las escalas de medición.

5.1.2 Contexto institucional y descripción de los participantes

Las dos docentes que participan en el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis del experimento de enseñanza son licenciadas en Matemáticas y en Educación Básica con énfasis en Matemáticas y cuentan con más de 8 años de experiencia en aula. Una de ellas labora en la institución donde se lleva a cabo el experimento y cumple el rol de observadora, la otra no trabaja en el colegio y es quien dirige el desarrollo de las sesiones. Aunque se contó con la disponibilidad de las instituciones donde laboran las dos docentes, se decidió implementar la experimentación en el aula en uno de estos dos colegios. La

institución fue elegida porque aunque tiene jornada única (7:00 a.m. – 3:00 p.m.), los días jueves los estudiantes desarrollan actividades en grupos de interés de 1:30 p.m. a 3:00 p.m. lo que permite que ambas docentes asistan a la implementación de la secuencia de tareas.

El colegio pertenece a una caja de compensación familiar de la ciudad de Bogotá, se encuentra ubicado en la localidad décima (Engativá), es un establecimiento de naturaleza privada, de calendario A, mixto (admite estudiantes de ambos sexos), y cuenta para el 2014 con una población de 3956 estudiantes de los grados transición a undécimo. Ofrece educación formal, con subsidios y tarifas diferenciales de acuerdo con el nivel de ingreso salarial de los afiliados, aunque se privilegia a los estudiantes de menos ingresos (el 75% de los estudiantes pertenece a las categorías A y B³).

El proyecto educativo del colegio en donde se desarrolla la propuesta, cuenta entre otras cosas, con una organización curricular alrededor de dos asignaturas denominadas: Matemáticas y, Geometría y Estadística. De esta forma el plan de estudios del área de Matemáticas (Anexo E) se encuentra subdividido en dos: uno para la asignatura de Matemáticas en donde se proponen las temáticas e indicadores de desempeño relacionados con los pensamientos numérico, variacional y métrico; y otro para la asignatura de Geometría y Estadística donde se abordan las temáticas e indicadores de desempeño en relación con los pensamientos aleatorio, espacial y métrico.

La institución actualmente en la asignatura de Geometría y Estadística, en grado noveno, dedica el primer periodo académico (enero 20 y marzo 28 del año 2014) al componente de formación en Estadística, en donde se abarcan análisis de datos en torno a las medidas de tendencia central y dispersión para datos agrupados y no agrupados específicamente. Al observar el plan de estudios, se presume que los estudiantes con los cuales se implementa el

³ En Colombia, funcionan las cajas de compensación familiar que identifican por categorías a los trabajadores afiliados así: Categoría A: identifica a los trabajadores y su grupo familiar cuyo salario básico no supera los dos (2) salarios mínimos legales mensuales vigentes; Categoría B: en esta categoría están los trabajadores y su grupo familiar cuyo salario básico esté entre (2) y cuatro (4) salarios mínimos legales mensuales vigentes; Categoría C: identifica a los trabajadores y su grupo familiar cuyo salario básico supere los (4) salarios mínimos legales mensuales vigentes; y Categoría D: en esta categoría están los trabajadores y su grupo familiar particulares no afiliados a la Caja. SMLMV: Salario Mínimo Legal Mensual Vigente para el 2014 es de \$616.000 pesos colombianos.

experimento de enseñanza cuentan con un proceso de instrucción previo frente a la Estadística, pero dicho plan de estudios no relaciona el trabajo con el Estándar Básico de Competencias en Matemáticas “Selecciona y usa algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)”. (MEN, 2006, p.87)

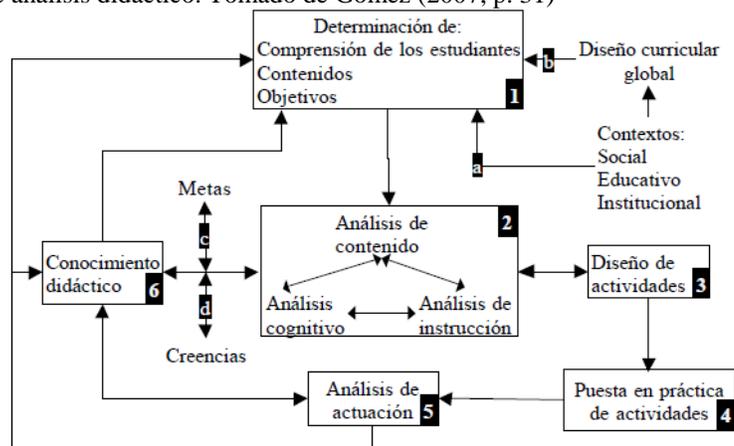
Para el proceso de elección de los estudiantes participantes en el estudio, se realizó una convocatoria en uno de los actuales cursos de grado noveno, se invitó a estudiantes que dispusieran de tiempo los jueves de 1:30 p.m. a 3:00 p.m. durante 6 semanas, para participar en la fase de implementación del experimento y que se encontraran interesados en desarrollar actividades en torno a la Estadística; los estudiantes que respondieron a dicha convocatoria fueron 16 (3 niños, 13 niñas) con edades entre los 13 y 15 años, la institución facilitó la comunicación por medio de una circular informativa (Anexo F) a los padres de estos estudiantes para enviar las correspondientes solicitudes de autorización para la toma de registros fílmicos y participación en esta actividad.

5.2 ANÁLISIS DIDÁCTICO

Este apartado tiene por objetivo ubicar los elementos que hacen parte del análisis didáctico, que han sido tomados como puntos de referencia para la preparación del experimento de enseñanza y de la secuencia de tareas que es diseñada para la intervención en el aula.

Gómez (2002) afirma que el análisis didáctico es “un procedimiento para organizar la enseñanza de la matemática” (p. 257). El análisis didáctico (Gráfico 13) se compone entre otros elementos de la descripción de los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción, el análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción, el diseño de tareas, puesta en práctica de las mismas y el análisis de actuación. Se presentan a continuación los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción que hacen parte del análisis didáctico y que en este estudio se vinculan a la fase de preparación del experimento de enseñanza.

Gráfico 13. Ciclo de análisis didáctico. Tomado de Gómez (2007, p. 31)



5.2.1 Análisis de contenido

En el análisis de contenido se estudian las matemáticas escolares inherentes al objeto estadístico que se pretende enseñar, en este caso, la variable estadística y sus escalas de medición; producto de este análisis, es la estructura conceptual y su respectiva descripción que incluye conceptos, procedimientos, representaciones y las relaciones entre ellos. Este análisis orienta el marco de referencia estadístico descrito en el apartado 4.1. y tiene como producto el Gráfico 8 presente en la misma sección.

5.2.2 Análisis cognitivo

Luego del análisis de contenido se realiza el análisis cognitivo. En este el foco de atención recae sobre el aprendizaje del estudiante (González y Gómez, 2013), razón por la cual se especifican las expectativas sobre lo que se espera que aprendan los estudiantes acerca de la variable estadística y sus escalas de medición, dichas expectativas se concretan en competencias, objetivos y capacidades. De igual forma, como lo afirma Gómez (2007) el análisis cognitivo también tiene en consideración las limitaciones que surgen en el proceso de aprendizaje, las cuales se concretan en dificultades y errores, como dos tipos relacionados de limitaciones en el aprendizaje del objeto de estudio.

Dado que este experimento de enseñanza toma como punto de partida las dificultades y errores evidenciados tanto en el estudio experimental (Anexo C), la prueba diagnóstico aplicada a los estudiantes con los que se implementa el experimento (Anexo D) y los

reportados por la literatura, se plantean las expectativas de aprendizaje en términos de la superación de las dificultades y errores.

5.2.2.1 Dificultades y errores

El análisis cognitivo permite “la identificación, descripción y caracterización de los errores que los estudiantes pueden cometer al abordar tareas relacionadas con una estructura matemática, además de las dificultades que subyacen a esos errores y los obstáculos que son necesarios superar para resolver las dificultades” (Gómez , 2002, p. 272). Se describe así, el marco de referencia sobre lo que se entiende por error, dificultad y obstáculo.

Socas (1997) define error como la presencia en el alumno, de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de la falta específica de conocimiento; caracteriza además al obstáculo como el conocimiento que ha sido satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta a nuevos problemas, así, un obstáculo es un conocimiento, más no una falta del mismo, el estudiante lo utiliza para producir respuestas en un cierto contexto pero cuando se usa ese conocimiento fuera de dicho contexto, se generan respuestas inadecuadas. Los errores son manifestaciones de dificultades (de diversa naturaleza) de los alumnos, las cuales se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en forma de obstáculos (Socas, 1997). Es importante señalar que no es propósito de este trabajo hacer un análisis de los obstáculos (ya que estos pueden ser de tipo didáctico, ontogénico, etc. lo cual no es tema de interés, pero se deja como posible línea de continuidad para otras indagaciones), por lo que se seguirá con la caracterización de las dificultades y errores asociados a la variable estadística y sus escalas de medición.

La dificultad es considerada como una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos (González y Gómez, 2013), su importancia en el análisis cognitivo reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar. Como parte del análisis cognitivo y con el fin de evaluar el conocimiento inicial de los alumnos, se diseña e implementa una prueba

diagnóstico a 15 estudiantes (Anexo D) a través de la cual se identifican conocimientos de los estudiantes respecto al objeto de estudio y los errores en los que se incurren (Tabla 4).

Tabla 4. Prueba diagnóstico y resultados

	ÍTEM 1	ÍTEM 2	ÍTEM 3							
DESCRIPCIÓN DE LOS ÍTEMS	<p>Presenta cinco situaciones para que el estudiante determine la variable estadística inmersa en cada situación.</p> <p>Dentro de estas situaciones se encuentra una en la cual el enunciado no hace referencia a una variable estadística.</p>	<p>Se presentan 14 enunciados para que las variables sean clasificadas en cualitativas o cuantitativas. De éstos, cinco no corresponden a alguna de estas clasificaciones por no representar una variable estadística; de los restantes, cuatro corresponden a variables cualitativas y cinco hacen referencia a variables cuantitativas.</p>	<p>Determinar si es posible hallar algunas medidas de tendencia central para un conjunto determinado de datos.</p> <p>En el literal a) la variable estadística que se presenta es categórica ordinal y en el b) categórica nominal, para estos casos solo es posible encontrar la moda.</p> <p>En los literales c) y d) se presentan variables estadísticas numéricas de intervalo, y de razón respectivamente, para las cuales si es posible encontrar la moda, la mediana y la media.</p>							
	<p><i>Ejemplos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En un estudio sobre dimensiones de los apartamentos de la ciudad, se toman como muestra tres proyectos aprobados en diferentes estratos sociales. Promedio obtenido por Ana en el área de Sociales fue de 78 sobre 100 	<p><i>Ejemplos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> El número de la camiseta de Falcao. <ul style="list-style-type: none"> Calidad de un producto. Número de hijos de la familia Pérez. <ul style="list-style-type: none"> Género. 	<p><i>Ejemplos:</i></p> <p>b) En el almacén “mi selección” hacen un inventario de las camisetas que hay en bodega de acuerdo a los números de las camisetas de los jugadores más populares de la selección Colombia: Yepes (3), James (10) y Falcao (9). Estos son los resultados</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de la camiseta</th> <th>Número de camisetas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>85</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>43</td> </tr> </tbody> </table>	Número de la camiseta	Número de camisetas	3	21	10	85	9
Número de la camiseta	Número de camisetas									
3	21									
10	85									
9	43									
OBJETIVO	<p>Observar si se reconocen diferentes variables estadísticas, sin importar su tipología.</p>	<p>Identificar si se clasifican variables teniendo en cuenta la naturaleza de los datos (cualitativa y cuantitativa)</p> <p>Observar si se reconocen diferentes variables estadísticas, sin importar su clasificación.</p>	<p>Identificar si se analiza la información presentada teniendo en cuenta el tipo de variable involucrada y la escala de medición.</p> <p>Evidenciar si se relaciona la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse de ellos, a través de las medidas de tendencia central.</p>							
RESULTADOS	<p>Un 33.3% de los estudiantes logran identificar en la situación propuesta la variable estadística presentada, mientras que un 77.7 % no identifica la variable estadística considerada en la situación, ya que por ejemplo la variable es asocia únicamente a datos numéricos presentes en la situación, o asocian el término “variable estadística” al proceso de identificar la naturaleza de la misma: cualitativa/cuantitativa</p>	<p>58% de los estudiantes no logran clasificar las variables presentadas en las situaciones, según su naturaleza (cualitativa/cuantitativa), el restante 42% tuvo errores entre identificar su naturaleza. (ej.: genero/cuantitativa)</p> <p>El 100% de los estudiantes evidencia falta de claridad respecto a cuáles de los atributos señalados pueden considerarse como variables estadísticas y cuáles no.</p>	<p>100% de los estudiantes no relaciona la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central, presentando errores como los de considerar que es posible hallar la mediana y la media con datos de variables cualitativas nominales.</p>							

Además de la información recolectada a través de la prueba diagnóstico, se documentan errores y dificultades reportados en investigaciones dentro del campo de la Educación Estadística. Pinto (2010), describe los principales errores y dificultades en los que incurren los estudiantes al realizar gráficos estadísticos, ya sea por el desconocimiento o por el manejo inadecuado de la variable estadística y sus escalas de medición, entre estos considera: *i)* los errores por ignorancia o desconocimiento de conceptos previos y *ii)* los

errores en la comprensión de conceptos (p. 361); los primeros tienen relación con la falta de conocimiento del estudiante sobre conceptos específicos que se necesitan para resolver el problema relacionado, por ejemplo:

- No consideran desde el inicio el análisis de las escalas de medición.
- No entienden qué es una variable.
- No identifican las variables.
- Desconocimiento de las características de los gráficos.
- No tienen claro la naturaleza de los datos para gráficos circulares.

Específicamente desconocen conceptos como escalas de medición, variable, y características de los gráficos (p. 363). En los errores en la comprensión de conceptos Pinto (2010) indica que se ubican aquellos que tienen que ver con errores de carácter conceptual, es decir, el estudiante tiene un concepto equivocado o inadecuado, por ejemplo:

- Confundir conceptos como: caso, variable y frecuencia.
- Distinguir cuándo se deben representar las barras separadas (gráfico de barras) y cuándo no (histograma).

La revisión de literatura y los resultados de la prueba diagnóstica, posibilitan una síntesis (Tabla 5), respecto a dificultades y errores encontrados:

Tabla 5. Dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición.

DIFICULTADES	ERRORES ASOCIADOS A LAS DIFICULTADES
<p>D1 Confusión de nociones en torno a la variable estadística.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia (Pinto, 2010, p. 380). • Confundir dato con variable estadística. • Confundir entre frecuencia y valor de la variable estadística (Wu, 2004). • Desconocer conceptos como escala de medición, variable, características de los gráficos, significado de barra y ejes (Pinto, 2010, p. 362). • Clasificar incorrectamente la variable estadística considerando la naturaleza de los datos. • No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico.
<p>D2 Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No establecer la relación entre el tipo de variable y el tipo de gráfico, es decir que no logra reconocer que no son adecuados todos los gráficos para un mismo tipo de variable. • No diferenciar los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma (Pinto, 2010). • No relaciona la naturaleza de los datos y los diferentes gráficos estadísticos a emplear..
<p>D3 No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales. • No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las Medidas de tendencia central.

A partir de la anterior síntesis, se listan a continuación los errores que se abordan en la secuencia de tareas, seleccionando los errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición:

Tabla 6. Errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición utilizados en el experimento de enseñanza.

Código⁴	ERRORES
E1	Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia (Pinto, 2010, p. 380).
E2	Confundir dato con variable.
E3	Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004).
E4	Clasificación incorrecta de la variable estadística considerando la naturaleza de los datos.
E5	No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico.
E6	No logra establecer la relación entre el tipo de variable y el tipo de gráfico, es decir que no logra reconocer que no son adecuados todos los gráficos para un mismo tipo de variable.
E7	No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma (Pinto, 2010).
E8	Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales.
E9	No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.

5.2.2.2 Expectativas de aprendizaje

Las competencias, objetivos y capacidades expresan tres niveles distintos de concreción de las expectativas del profesor sobre el aprendizaje del estudiante (González y Gómez, 2013), a continuación se describen aquellas que se tendrán en cuenta en el diseño de la secuencia de tareas, con el fin de aportar en la superación de los errores anteriormente listados.

Empezando por las competencias, González y Gómez (2013) las definen como:

Una meta a alcanzar tras un proceso de largo recorrido, por ejemplo, al término de la etapa educativa obligatoria o al finalizar la formación universitaria. Las competencias suelen referirse a procesos generales que se desarrollan a partir de los distintos contenidos del currículo, de forma transversal a todos ellos (p. 3).

A su vez, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) explicitan lo que se considera “ser matemáticamente competente” en términos de algunos procesos

⁴ Las limitaciones (dificultades y errores) y expectativas de aprendizaje (competencias, objetivos de aprendizaje y capacidades) que se consideran para el experimento de enseñanza se encuentran codificadas así: **D:** dificultad, **E:** error, **CO:** competencia, **OA:** objetivo de aprendizaje y **CA:** capacidad. La codificación mostrada posibilita una presentación sintética y permite visualizar de manera más precisa las relaciones que se pueden establecer entre estos elementos.

generales presentes en toda actividad matemática que considera equivalentes a los cinco procesos básicos descritos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas:

- a) Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas (...)
- b) Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. (...)
- c) Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- d) Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. (p. 51)

En la intervención en el aula se procura aportar en la superación de los errores documentados contribuyendo a la formación de estudiantes matemáticamente competentes desde los procesos a, b y d establecidos anteriormente. La Tabla 7 presenta las competencias desde estos procesos, con elementos que hacen parte del análisis de datos y que se relacionan con la variable estadística y sus escalas de medición.

Tabla 7. Competencias matemáticas seleccionadas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.

Código	COMPETENCIAS
CO1	Resolver problemas de estadística descriptiva con el análisis unidimensional de la variable involucrada.
CO2	Modelar procesos y fenómenos de análisis estadísticos a través de los diferentes registros de representación.
CO3	Comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos referidos a la pertinencia de utilizar o no resúmenes estadísticos a través de las medidas de tendencia central de acuerdo a la escala de medición en la que se encuentre medida la variable presentada.

Para las competencias listadas, se plantean objetivos de aprendizaje que contribuyen a su desarrollo, González y Gómez (2013) caracterizan un objetivo de aprendizaje por:

Estar vinculado a un nivel educativo concreto; estar asociado a un contenido matemático concreto; y expresar una expectativa de aprendizaje que no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que tiene que involucrar conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza. (p. 5)

A partir de esta descripción, se toma como orientación para la redacción de los objetivos de aprendizaje el estándar propuesto por el MEN “selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que

esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)”, dado a que se encuentra vinculado con un nivel educativo concreto (al terminar el noveno grado), se asocia a los contenidos variable estadística y sus escalas de medición, y expresa una expectativa de aprendizaje que establece conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados. Los objetivos de aprendizaje planteados (Tabla 8) se guían a través del estándar señalado y se proponen en términos de la superación de dificultades y errores descritos en la sección 5.2.1.1, las expectativas que expresan superación de estos están establecidas por adverbios como “correctamente”, “adecuadamente”, “selección apropiada”, entre otros.

Tabla 8. Objetivos de aprendizaje en pro de la superación de errores

Código	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE
OA1	Identificar adecuadamente la variable estadística involucrada en el estudio estadístico, clasificarla de acuerdo a su naturaleza y reconocer la escala de medición en la cual se encuentra distinguiendo propiedades de las escalas de medición de las variables
OA2	Reconocer la relación entre el conjunto de datos de la variable estadística presentada, su naturaleza y la escala de medición en la cual se encuentra, seleccionando la(s) representación(es) apropiada(s) para presentar la información.
OA3	Elegir y utilizar algunos métodos de análisis estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y a la escala de medición de la variable estadística (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).

Por último, asociadas a los objetivos de aprendizaje se encuentran las capacidades, las cuales González y Gómez (2013) define como:

Una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea de tipo rutinario⁵ asociada a un tema matemático. Las capacidades se manifiestan mediante conductas observables de los estudiantes... (p. 10)

Partiendo de las competencias, objetivos, dificultades y errores enunciados, se plantean las capacidades (Tabla 9) que los estudiantes deben activar en la secuencia de tareas:

Tabla 9. Capacidades para realizar tareas relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición.

Código	CAPACIDADES
CA1	Identificar la variable involucrada en el estudio estadístico.
CA2	Identificar los valores de la variable estadística
CA3	Identificar la naturaleza de la variable involucrada en el estudio estadístico (cualitativa o cuantitativa).
CA4	Identificar la frecuencia de un valor de la variable en un estudio estadístico presentado en gráficas o en tablas de frecuencia.
CA5	Reconocer propiedades de variables cualitativas medidas con la escala ordinal (clasificación y orden).
CA6	Reconocer propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de intervalo (clasificación,

⁵ Según González y Gómez (2013, p. 10) el calificativo de rutinario para un procedimiento depende del nivel cognitivo de los estudiantes para los que se vaya a realizar la planificación.

	orden y cero relativo).
CA7	Reconocer propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de razón (clasificación, orden, comparación y cero absoluto).
CA8	Determinar la escala de medición que se adecúa a la variable presentada.
CA9	Reconocer propiedades de variables cuantitativas continuas.
CA10	Reconocer propiedades de variables cuantitativas discretas.
CA11	Clasificar las variables cuantitativas en continuas o discretas.
CA12	Identificar las representaciones graficas adecuadas para variables cualitativas (Diagrama de barras y gráficos de sectores).
CA13	Identificar las representaciones graficas adecuadas para variables cuantitativas discretas para datos no agrupados (Diagrama de barras y polígonos de frecuencias).
CA14	Identificar las representaciones graficas adecuadas para variables cuantitativas discretas y continuas para datos agrupados (histograma y polígonos de frecuencias).
CA15	Diferenciar diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias.
CA16	Identificar la pertinencia de utilización entre el diagrama de barras y el histograma de acuerdo a los datos presentados.
CA17	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cualitativas medidas en escala nominal (Moda).
CA18	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cualitativas medidas en escala ordinal (Moda, Mediana).
CA19	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cuantitativas medidas en escala de razón (Moda, Mediana y Media)
CA20	Identifica errores en la elección de la medida de tendencia central elegida de acuerdo a la variable.

5.2.2.3 Relación entre dificultades, errores, competencias, objetivos, y capacidades.

Aunque para González y Gómez (2013) el análisis cognitivo inicia al plantear las expectativas del profesor sobre el aprendizaje del estudiante, es interés de esta propuesta tomar como punto de referencia los errores que se presentan en la Tabla 6, producto de este interés en la Tabla 10 se concretan las relaciones entre competencias, objetivos y capacidades a los que se han de aportar a través del proceso de la superación de los errores y dificultades.

Tabla 10. Relación entre dificultades, errores, competencias, objetivos, y capacidades

DIFICULTADES	ERRORES	COMPETENCIAS	OBJETIVOS	CAPACIDADES
D1 Confusión de nociones en torno a la variable estadística.	E1 E2 E3 E4 E5	CO1	OA1	CA1 a la CA11
D2 Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra.	E6 E7	CO1 CO2	OA1 OA2	CA12 a la CA16

<p style="text-align: center;">D3</p> <p>No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos.</p>	<p style="text-align: center;">E8 E9</p>	<p style="text-align: center;">CO3</p>	<p style="text-align: center;">OA3</p>	<p style="text-align: center;">CA17 a la CA20</p>
---	--	---	---	---

Las relaciones mostradas entre las limitaciones (dificultades y errores) y las expectativas de aprendizaje (competencias, objetivos y capacidades) servirán de insumo en la realización del análisis de instrucción, este análisis permitirá entre otras cosas explicitar el diseño de la secuencias de tareas y la trayectoria hipotética de aprendizaje asociada a cada una, acciones que son propias de la fase de preparación del experimento asociadas a las acciones de diseño y planificación de la instrucción.

5.2.3 Análisis de instrucción

El análisis de instrucción consiste en el diseño, selección, identificación y descripción de las actividades de enseñanza, se realiza teniendo en cuenta el análisis de contenido y el análisis cognitivo (Gómez, 2002, 2007). El análisis de instrucción centra su atención en la enseñanza; de esta forma, los medios que va a usar el profesor para lograr los objetivos de aprendizaje se constituyen en elementos de especial importancia, por lo cual dentro de las acciones previstas en la preparación del experimento de enseñanza que se tienen en cuenta en este análisis se encuentran las mencionadas por Molina et al. (2011):

- i.** Identificar las metodologías de enseñanza adecuadas para los contenidos elegidos, en función de los objetivos planteados y los conocimientos previos de los alumnos;
- ii.** Diseñar la secuencia de intervenciones en el aula;
- iii.** Delinear una trayectoria hipotética de aprendizaje que describa el resultado esperado del proceso de aprendizaje y el modo en que se va a promover y alcanzar dicho aprendizaje;
- iv.** Diseñar la recogida de datos (p. 80).

En los siguientes apartados se explican cada una de las acciones antes mencionadas, se inicia mostrando la metodología propuesta para las intervenciones en el aula; luego se presenta la secuencia de tareas, la descripción de esta se hace a través de la trayectoria hipotética de aprendizaje asociada; y por último se muestra la forma en la cual se hace la recolección de la información durante la intervención en el aula para su posterior análisis.

5.2.3.1 Metodología general para la implementación de la secuencia de tareas

En este apartado se describen los aspectos generales, operativos e instrumentales para el desarrollo de la secuencia de tareas a implementar en la fase de experimentación. Cada tarea es planeada para una implementación en sesiones de 90 minutos.

Flores, Gómez y Marín (2013) siguiendo a Marín (2010), definen una “tarea como una propuesta para el alumno que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o la evaluación del aprendizaje” (p. 10); en este experimento de enseñanza las tareas son constituidas a través de la articulación entre nociones estadísticas, errores abordados, objetivo(s) de aprendizaje, capacidades e hipótesis de aprendizaje; cada tarea es descrita a través de la trayectoria hipotética asociada a esta que entre otras cosas, presenta un grafo que guía dicha articulación, en él se visualiza como eje orientador los errores a superar y se vinculan a ellos las capacidades a activar y las consignas que se proponen con este fin.

El término consigna adoptado en este estudio, se relaciona con las consideraciones propuestas en el proyecto “Las consignas escolares como dispositivos para el aprendizaje”:

En el aprendizaje escolar, la relación entre docentes y estudiantes está mediada por directivas de trabajo que el docente imparte cuando desarrolla su tarea. Estas directivas son las llamadas consignas de trabajo. En este marco, las consignas constituyen una vía relevante en la mediación que hace posible la apropiación del conocimiento y se configuran como textos de instrucción, organizados en secuencias de base descriptivas y explicativas (Adam, 1992). Su campo se circunscribe a un tipo discursivo cuya característica esencial es la consideración de un procedimiento. Aquel está modelizado desde la búsqueda de un hacer-hacer. Por otro lado, las consignas ponen en funcionamiento diferentes procesos cognitivos. A mayor variedad y complejidad de la tarea que debe realizar el estudiante mayor será el desafío cognitivo. “Las consignas como expresiones directas emitidas por los enseñantes durante sus intervenciones, o indirectas, impartidas por medio de artefactos educativos (libro de texto, evaluación escrita, programa educativo computacional), se orientan a operar sobre la actividad manifiesta o mental, inmediata o diferida (como en el caso de las tareas para el hogar) de un aprendiz, en función de promover su aprendizaje” (Oviedo, 2007: 4). La claridad, la secuencia de comprensión, el léxico, la extensión dependen de la estrategia que se quiera implementar según el contenido a enseñar (Espósito, 2010, pp.7-8).

Además de lo enunciado anteriormente, la metodología para la implementación de la secuencia de tareas orienta el trabajo del estudiante y la labor de la docente, de forma general inicialmente se propone una situación en donde se toma contacto con los nuevos contenidos y se comparan con los conocimientos anteriores, aplicados en nuevas situaciones, generalmente en este momento cada estudiante resuelve las consignas propuestas de manera individual. El propósito del trabajo individual es promover en el estudiante la comprensión de las nuevas nociones, y la incorporación del nuevo conocimiento a sus propias estructuras cognitivas.

Posteriormente, los estudiantes se organizan en binas o grupos de trabajo para discutir las soluciones dadas e intercambiar información entre ellos. Una vez realizado esto se hace un trabajo con todo el grupo de la clase, en él los estudiantes participan comunicando sus respuestas a las cuestiones planteadas, a medida que este trabajo avanza las afirmaciones propuestas son sometidas a la consideración todo el grupo, y este a su vez las acepta, las rechaza, o pide ampliar la información, con este proceso el grupo en compañía del docente validan las intervenciones; la docente que dirige la sesión buscará a partir de las producciones de los estudiantes hacer la institucionalización del saber vinculándolo al trabajo realizado durante la clase, haciendo una recapitulación, sistematización, y enlazando lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia de tareas a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber en torno a la variable estadística y sus escalas de medición.

Aunque cada tarea se planifica de acuerdo con una estructura, la duración de los momentos de trabajo individual, en binas, y la puesta en común, se adaptan de acuerdo a las circunstancias del ambiente del aula y a las necesidades particulares de los estudiantes, corresponde al docente realizar tal adaptación, de tal forma que se observen y orienten las estrategias del estudiante o de cada bina, se dirija la consecución de la superación de errores y se aclaren las dudas que se van presentando en el desarrollo de las tareas, además el profesor regula las intervenciones de los estudiantes.

5.2.3.2 Secuencia de tareas.

Este apartado relacionará las acciones ii y iii previstas en la preparación del experimento de enseñanza, estas refieren al diseño de la secuencia de tareas y al delinear la trayectoria hipotética de aprendizaje como parte de la preparación del experimento de enseñanza.

El experimento de enseñanza que se propone se nutre a través de la trayectoria hipotética de aprendizaje, esta está formada por los objetivos de aprendizaje, las tareas que se usan para promover el aprendizaje y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje que llevarán a cabo los estudiantes (Gómez, 2007, citando a Simón y Tzur (2004)), se plantea en torno a la conexión entre los errores, los objetivos de aprendizaje y las capacidades que ha de usar el estudiante para resolver cada una de las consignas que hacen parte de las tareas.

Las tablas 11 a la 15 muestran las trayectorias hipotéticas de cada tarea, la descripción de las consignas que las conforman son presentadas en el Anexo G; a su vez, cada una de las tareas que componen la secuencia se muestran en el Anexo H.

Tabla 11. Trayectoria Hipotética Tarea 1: Nociones en torno a la variable estadística

TAREA 1	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable, dato, población, muestra, frecuencia, clasificación de las variables según la naturaleza de los datos (cualitativa y cuantitativa).
ERRORES ABORDADOS	E1, E2, E3 y E4
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA1
CAPACIDADES	CA1, CA2, CA3 y CA4
<pre> graph LR CA1_1[CA 1] --> E1[E1] CONSIGNA_1[CONSIGNA 1] --> E1 E1 --- E2[E2] CA1_2[CA1] --> E2 CONSIGNA_2[CONSIGNA 2] --> E2 E2 --- E3[E3] CA2[CA2] --> E3 CONSIGNA_3[CONSIGNA 3] --> E3 CONSIGNA_4[CONSIGNA 4] --> E3 E3 --- E4[E4] CA3[CA3] --> E4 CA4[CA4] --> E4 CONSIGNA_5[CONSIGNA 5] --> E4 CONSIGNA_6[CONSIGNA 6] --> E4 </pre>	
HIPÓTESIS	
<ul style="list-style-type: none"> El estudiante identifica las variables estadísticas involucradas en estudios y las clasifica de acuerdo a la naturaleza de los datos. 	

Tabla 12. Trayectoria Hipotética Tarea 2: Escalas de medición de las variables estadísticas

TAREA 2	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable estadística, clasificación de las variables estadísticas según su naturaleza, propiedades e identificación de las escalas de medición de las variables estadísticas.
ERRORES ABORDADOS	E1, E4 y E5
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA1
CAPACIDADES	CA1, CA3, CA5, CA6, CA7, y CA8.
HIPÓTESIS	
<ul style="list-style-type: none"> El estudiante identifica la escala de medición en la cual está medida la variable estadística, reconociendo las propiedades que cumple cada una. 	

Tabla 13. Trayectoria Hipotética Tarea 3: Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos

TAREA 3	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable estadística, clasificación de las variables según la naturaleza de los datos (cualitativa y cuantitativa), escalas de medición, clasificación de las variables cuantitativas según como se presentan los datos (discreta y continua), gráficos estadísticos: diagrama de barras y circular para variables cualitativas nominales y ordinales, variables cuantitativas discretas y variables continuas si han sido discretizadas; histograma y polígono de frecuencias para variables cuantitativas discretas con datos agrupados y variables continuas.
ERRORES ABORDADOS	E1, E4, E5, E6, E7, y E10
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA2
CAPACIDADES	CA1, CA3, CA8, CA9, CA10, CA11, CA12, CA13, CA14, CA15 y CA16
HIPÓTESIS	
<ul style="list-style-type: none"> El estudiante identifica la variable estadística en cada estudio presentado, la clasifica según la naturaleza de sus datos y reconoce la escala en la cual esta medida. 	

- El estudiante establece la relación entre los tipos de variable y los gráficos estadísticos, es decir que reconoce cuales son los gráficos adecuados según el tipo de variable y escala de medición.
- En situaciones en donde se involucran variables cuantitativas, el estudiante señala qué tipo de gráfico entre el diagrama de barras y el histograma es más pertinente utilizar de acuerdo a los datos presentados.

Tabla 14. Trayectoria Hipotética Tarea 4: Escala de medición de intervalo y escala de razón

TAREA 4	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable estadística, escalas de medición de intervalo y de razón.
ERRORES ABORDADOS	E5
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA1
CAPACIDADES	CA6, CA7 y CA8

CA6 CA7 CA8

↓

E5

↑

CONSIGNA 1
CONSIGNA 2

HIPÓTESIS	
•	El estudiante identifica propiedades de las variables estadísticas medidas con las escalas de intervalo y de razón.

Tabla 15. Trayectoria Hipotética Tarea 5: Relación variables estadísticas y análisis con medidas de tendencia central

TAREA 5	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable estadística, clasificación de las variables estadísticas según su naturaleza, escalas de medición, medidas de tendencia central.
ERRORES ABORDADOS	E1, E3, E4, E5, E8 y E9
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA3
CAPACIDADES	CA1, CA2, CA3, CA8, CA17, CA18, CA19 y CA20

Diagram description: A horizontal sequence of six yellow boxes labeled E1, E3, E4, E5, E8, and E9. Above E1 is CA2 with a downward arrow. Above E3 are CA1 and CA2 with downward arrows. Above E4 is CA3 with a downward arrow. Above E5 is CA8 with a downward arrow. Above E8 is CA20 with a downward arrow. Above E9 are CA17, CA18, CA19, and CA20 with downward arrows. Below each E box is an upward arrow pointing to a list of consignas: E1 (CONSIGNA 1, 2), E3 (CONSIGNA 1, 2), E4 (CONSIGNA 1), E5 (CONSIGNA 1, 2, 4, 5), E8 (CONSIGNA 1, 2, 4), and E9 (CONSIGNA 1 A LA 5).

HIPÓTESIS	
•	El estudiante identifica la variable estadística de cada estudio estadístico presentado, la clasifica según la naturaleza de los datos y la escala en la cual está medida.
•	El estudiante reconoce la relación entre la naturaleza de los datos y la pertinencia de realizar un análisis estadístico con la mediana y la media.
•	El estudiante identifica que para las variables de naturaleza cualitativa, solo es posible encontrar la moda, a menos que las de escala ordinal hayan sido cuantificadas y sea posible encontrar la mediana.
•	El estudiante identifica que para las variables cuantitativas, sin importar la escala en la que se encuentren, es posible encontrar todas las medidas de tendencia central.

5.2.4 Recolección de la información

La recolección de la información durante la intervención en el aula se hace a partir de los recursos descritos en la Tabla 16, estos constituyen los insumos a través de los cuales se realiza el análisis preliminar sesión a sesión y el análisis retrospectivo que se presentan en los capítulos 6 y 7 respectivamente.

Tabla 16. Recursos para la recolección de información

RECURSO	PROPÓSITO	LOGÍSTICA
Registro escrito de los estudiantes	Recopilar registros escritos en cuanto al desarrollo de cada una de las consignas y los espacios de socialización entre binas y/o grupales realizados en la puesta en común.	Al iniciar cada sesión se les entrega a los estudiantes la copia impresa de la tarea a realizar durante la sesión, al finalizar se recoge dicho material para organizarlo y estudiar los registros que hayan hecho del mismo.
Grabaciones de video	Captar de forma precisa las intervenciones que realizan los estudiantes en el momento de las socializaciones entre binas y/o grupales realizados en la puesta en común.	Cada una de las sesiones es grabada con una o dos cámaras de video que están enfocando a los estudiantes que participan de la intervención. Una de las cámaras se deja fija y otra se va moviendo. Luego se observan y transcriben para realizar el análisis preliminar sesión a sesión.
Grabaciones de audio	Registrar las intervenciones que realizan cada uno de los estudiantes en el momento de las socializaciones entre binas.	Para las últimas 2 sesiones se dispone de Tablet, celulares, videograbadoras y computadores para grabar las discusiones de cada par de estudiantes al solucionar y socializar las consignas. Luego se escuchan y transcriben para el análisis preliminar sesión a sesión.
Observación directa	Observar atentamente lo ocurrido en cada sesión para registrar información relevante que ha de ser tenida en cuenta en el análisis preliminar y en el análisis retrospectivo.	Las docentes a lo largo de cada sesión, recogen sus impresiones y observaciones las cuales son registradas de manera informal, para luego en el análisis preliminar sesión a sesión tomar decisiones acerca de la logística y rediseño de las siguientes tareas, parte de esta información se tendrá en cuenta en el análisis retrospectivo haciendo el balance de cada tarea y reportando asuntos relacionados con las dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición.

6. FASE DE EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS PRELIMINAR

Luego de realizar la fase de preparación del experimento de enseñanza, se continúa con la fase de experimentación en el aula. Este capítulo tiene por objeto exponer algunos productos de dicha fase al describir el desarrollo de cada sesión, su análisis preliminar y las decisiones que se tomaron después de cada intervención en el aula.

Las intervenciones se realizaron los días jueves entre el 8 de mayo de 2014 y el 12 de junio de 2014, a excepción del 29 de mayo, en sesiones de 90 minutos cada una. Fueron 5 sesiones para un total de 7,5 horas. La implementación del experimento se inicia con 16 estudiantes de grado noveno, pero al transcurrir las sesiones, por motivos personales e institucionales se retiraron algunos estudiantes, finalmente 13 estudiantes cumplieron con la asistencia a la mayoría de las sesiones previstas para la ejecución de la secuencia de tareas. Sobre el trabajo con estos estudiantes se realiza la descripción del desarrollo de las sesiones, su análisis preliminar (a la luz de los errores previstos en el análisis cognitivo y algunos errores que emergen del análisis de las actuaciones de los estudiantes) y el análisis retrospectivo descrito en el Capítulo 7. La Tabla 17 presenta la distribución de las sesiones y muestra el número de estudiantes participantes. Es importante resaltar que no todas las sesiones involucraron la ejecución de una sola tarea (este es el caso de la sesión 4 cuya descripción se ampliará más adelante).

Tabla 17. Distribución de las sesiones de experimentación y estudiantes participantes.

Sesión	Fecha	Tareas	Nº de estudiantes
1	Mayo 8	Tarea 1. Nociones en torno a la variable estadística	16
2	Mayo 15	Tarea 2. Escalas de medición de las variables estadísticas	13
3	Mayo 22	Tarea 3. Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos	13
4	Junio 5	Continuación de la Tarea 3. Tarea 4. Escala de medición de intervalo y escala de razón	13
5	Junio 12	Tarea 5. Relación variables estadísticas y análisis con medidas de tendencia central	12

De acuerdo al carácter del estudio de diseño del experimento de enseñanza presentado, Valverde (2012) señala que es necesario realizar dos tipos de análisis de datos: un análisis que se realiza luego de implementada cada tarea y sesión a sesión, y un análisis final

retrospectivo de todos los datos recolectados en el proceso de experimentación. Respecto al análisis entre sesiones se considera que:

Las cuestiones a las que da respuesta el “análisis entre sesiones” son típicamente de carácter práctico y están directamente relacionadas con el objetivo de promover el aprendizaje de los estudiantes participantes. (p. 221)

De esta forma las acciones relacionadas con la observación de las producciones individuales de cada estudiante en los registros escritos; la observación directa y las notas tomadas en cada sesión; y la escucha y observación de las grabaciones (audio y video), nutren la descripción del desarrollo de las sesiones y el análisis preliminar de los datos recogidos. A partir de la información obtenida, se procede entonces a la toma de decisiones encaminadas a la reelaboración del diseño y reformulación de algunas acciones logísticas para la optimizar cada una de las sesiones siguientes, teniendo como norte la superación de las dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición.

En la presentación de lo que ocurre en las sesiones se sigue con el mismo esquema: descripción del desarrollo, análisis preliminar y toma de decisiones. En la descripción, se narra cómo transcurre cada uno de los momentos de trabajo individual, en binas o de socialización con todo el grupo, se muestran en esta parte algunas transcripciones de las puestas en común, en dichas transcripciones se referencia la intervención de los estudiantes a través del código “*Est.*” junto con su numeración del 1 al 13; dado que en las primeras sesiones participaron estudiantes que no completaron la secuencia de tareas, sus intervenciones se encontrarán codificadas como *Est.14*, *Est.15* y *Est.16*; cuando los estudiantes responden todos a una sola voz se escribe “*Estudiantes*” y finalmente, para indicar las intervenciones de la docentes que realizan este estudio, se señalaran a través de “*docente*” para quien dirige y “*observadora*” para quien acompaña la sesión.

6.1 SESIÓN 1: TAREA 1

6.1.1 Desarrollo de la sesión 1

Al iniciar la implementación en el aula, se muestra a los estudiantes la propuesta del trabajo a realizar, el horario que se va a manejar y se presentan al grupo las docentes que llevarán a cabo este estudio: la docente que dirige cada sesión y la docente observadora.

Se les explica la forma en que se recogerán los datos (registros escritos en las hojas de tareas y grabaciones en audio y/o video), para ello la **docente** asigna a cada estudiante un número que debe incluir como parte de la identificación en cada hoja de las tareas que se le entrega, esto con el fin de organizar los registros escritos de cada estudiante y para tener una referencia en las anotaciones de cada sesión y en las grabaciones.

Se hace entrega de las hojas y se inicia con la implementación de la Tarea 1, la **docente** indica que se debe responder la consigna 1 de forma individual y que una vez terminen esperen, cuando el grupo cumplió con el desarrollo de la misma, la **docente** solicita que se organicen en binas y que identifiquen en sus resultados qué tienen en común o diferente, de esta forma se da un espacio para que en parejas comenten sus ideas. Se procede entonces con la puesta en común de las respuestas dadas a la consigna 1, la **docente** con ayuda de la información presentada en la consigna ejemplifica nociones de: variable estadística, dato, valor de la variable, población y muestra, luego pregunta al grupo cuál sería la respuesta correcta y este indica que la variable era la de la opción b, que corresponde a la variable estadística “Número de accidentes”.

Posteriormente la **docente** indica a los estudiantes que resuelvan las consignas 2 y 3 y que una vez terminen esperen, cuando el grupo cumplió con la realización de las mismas se hace la puesta en común con todos los integrantes del grupo, la **docente** recomienda a los estudiantes no cambiar sus respuestas, procede a leer la situación y da la palabra a los estudiantes, algunas intervenciones son las que siguen:

Est.6: Para mí No es correcta pues aquí, la variable estadística es lo que se está buscando ¿sí?, y para Julián la variable estadística son los resultados... más no lo que buscó.

Est.11: Yo creo que la afirmación Si esta correcta, ya que pues aparece toda la información que se busca, pues en el problema pues les pide a los estudiantes buscar el peso del

objeto y esos pesos son la variable encontrada por los estudiantes,... pues son el resultado encontrado.

Est.14: *A mí me parece que No es correcta del todo, porque de cierta manera esa es la variable estadística pero es la solución de ella, la variable estadística sería el peso que obtuvieron los estudiantes,... de cierta manera está bien pero no las supo explicar.*

Est.3: *Yo creo que si es correcta, porque el dato que nos están pidiendo es el peso obtenido por cada uno de los estudiantes pues... al pesar esos objetos.*

La **docente** pide a los estudiantes que escogieron que la conclusión mostrada era incorrecta, intervengan y expongan los argumentos a sus compañeros:

Est.5: *Yo creo que es incorrecta, pues porque lo que hizo Julián fue recoger todos los datos de la variable y no responder a la variable.*

Est.10: *Yo escogí que era incorrecta porque todo tiene que ser equilibrado,... porque no es lógico, porque si nueve estudiantes pesaron el mismo objeto que salga 15.3 no es equilibrado.*

Luego de las intervenciones, la **docente** explica con un ejemplo de un estudio sobre el color de ojos de las personas, cuál es la variable estadística, además hace la siguiente precisión:

docente: *No es que la variable estadística tenga una solución, de pronto estamos confundiendo la variable estadística con la variable algebraica, en algunos casos en la algebraica x tiene un valor determinado en el ejercicio, la variable estadística no es que tenga un resultado si no hay unos datos... hay unos valores que pueda tomar esa variable.*

Luego de la intervención anterior, la **docente** pregunta al grupo cuál sería la respuesta correcta para la consigna 2, a lo cual el grupo responde al unísono la respuesta adecuada.

La **docente** procede a leer la consigna 3. Algunas de las intervenciones son:

Est.3: *Yo escogí la a porque ahí nos piden los valores y no el porcentaje, en la c nos dan como las opciones que hay...*

Est.14: *Yo escogí la b, ya que la pregunta no dice cuántos pacientes y tampoco escogí la c porque no me están preguntando por el tipo de la variable.*

Est.12: *pues yo escogí la c si son los valores de la variable, y la variable es el hábito de fumar y esta es la que nos da el resultado...*

Est.15: *yo puse la b porque hay dice teniendo en cuenta la información anterior, escoge los valores de la variable, entonces yo descarte la c porque estos no son valores y la primera porque son datos específicos...*

Ante las respuestas dadas por los estudiantes, la **docente** retoma el ejemplo de la variable estadística “color de ojos” señala cuáles podrían ser sus valores, indica así al grupo que no siempre los valores de la variable corresponden a un número. Con el fin de dar más claridad a lo referente a los valores de la variable, la **observadora** interviene y propone en forma oral el siguiente ejemplo: “se realiza un estudio sobre la profesión que ejercen los papás del colegio, se realiza una encuesta a 750 personas”, la **observadora** pregunta: ¿cuáles son los valores que puede tomar la variable estadística “profesión”?, a lo que los estudiantes

responden: abogado, profesor, médico; la **observadora** aclara que 750 es el tamaño de la muestra y que las opciones que los estudiantes proponen son los valores de la variable. Como cierre de esta puesta en común, la **docente** indica a los estudiantes que diligencien en la hoja de la Tarea 1, la sección de “socialización: qué puedes concluir”.

Se procede solicitando la continuación del desarrollo de la tarea en las consignas 4 y 5, la puesta en común se hace a través de la consigna 5, puesto que la consigna 4 se toma como “consigna de control” para evidenciar si se logra avanzar en la superación de errores abordados en las consignas anteriores. Al realizar la puesta en común de las respuestas a la consigna 5, en la cual se solicitaba identificar el error en la variable y tipo de variable, algunos estudiantes señalan lo siguiente:

Est.6: la variable estudiada para mí... es la cantidad de camisetas porque se quiere saber cuántas camisetas hay... además las tallas ya están y no es lo que se está buscando... pues para mí.

Est.13: La variable se supone que es lo que estamos hallando y aquí deben estar mirando la cantidad de camisetas.

En las intervenciones alrededor de la consigna 5, algunos estudiantes manifiestan que el error está al indicar en la situación que la variable estadística es la talla de la camiseta y no la cantidad de camisetas, otros manifiestan que no entendieron la información mostrada en la consigna, ante esto la docente interviene y dice:

docente: aquí ¿Cuál es la variable que estamos estudiando?

Estudiantes: la cantidad de camisetas.

docente: no, es la talla de las camisetas. Cuando se hace un inventario, se cogen las camisetas y se mira la talla de las camisetas y se empiezan a clasificar, y a mirar cuántas de talla 6, cuántas de talla 8, cuántas de talla L... Las veces que se repite la talla de cada camiseta es la frecuencia de cada talla, es decir la cantidad de las camisetas.

Est.14: es que aquí nos están dando la respuesta, sin darnos la pregunta... no sabemos qué es lo que realmente están buscando, simplemente nos dicen que hay un inventario..., no nos dicen si buscan la talla o la cantidad de camisetas... no hay ningún error.

Est.6: si esa es la variable, la que ella dice (la docente) entonces debe ser cualitativa

La **docente** cierra esta parte de la socialización, afirmando que las tallas 6, 8, S, M son valores de una variable cualitativa: “talla de camiseta”. La **docente** continúa dirigiendo la puesta en común y pone en consideración al grupo la situación 2 mostrada en la consigna 5, en las intervenciones varios de los estudiantes manifiestan que no entendieron la situación:

Est.7: Yo no le vi ningún error,.. Porque no entendí.

Est.10: Yo tampoco entendí.

Est.9: pues yo había escrito que no hay ningún error, pero... relacionándolo con el problema anterior, la variable sería el tipo de prenda, ese sería el error

docente: si esa es la variable estudiada, ¿Qué tipo sería: cualitativa o cuantitativa?

Estudiantes: cualitativa.

La **docente** aclara cuál era el error que aparecía en la situación, este se relacionaba con la incorrecta identificación de la variable estadística y el tipo de variable, posteriormente la **docente** señala al grupo que en la situación 2 aparece la palabra “discreta”, pero que esto se abordará en otra sesión y que por el momento no lo tengan en cuenta. Solicita así a los estudiantes completar la sección de “socialización: qué puedes concluir”, escribir las dudas que tuvieron al resolver la consigna, y continuar de forma individual con el desarrollo de la consigna 6; mientras que las docentes observan la realización de la misma, la **docente** decide pedir a los estudiantes que además de lo solicitado en la consigna (variable estudiada y tipo de variable) escriban cuáles son los valores de la variable estadística y las respectivas frecuencias, esto con el fin de evidenciar si los estudiantes superaron los errores abordados en la Tarea 1, de esta forma la consigna 6 se constituye “en una consigna de control” .

6.1.2 Análisis preliminar sesión 1

Teniendo en cuenta los datos provenientes de las observaciones de las docentes, las producciones de los estudiantes en los registros escritos y de la observación y escucha de las grabaciones del trabajo de la puesta en común durante las socializaciones, se hace el análisis preliminar de la sesión identificando los siguientes aspectos:

- Los estudiantes en su mayoría, identifican en un estudio la variable estadística cuando los datos son presentados a través de gráficos estadísticos o en tablas de distribución de frecuencia dispuestas de forma vertical, sin embargo, presentan dificultad al reconocerla cuando la información es presentada tablas de distribución de frecuencias dispuestas de forma horizontal.
- Los estudiantes incurren en el error de no reconocer las variables estadísticas cualitativas cuando sus valores son números utilizados como códigos. Este es el caso de la situación

de la consigna 5, donde la variable estadística presentada es la talla de las camisetas en números y la mayoría de los estudiantes la clasifican como cuantitativa.

- Los estudiantes presentan confusiones frente a la noción “valores de la variable”, puesto que la palabra “valor” es asociada únicamente a un número que representa una cantidad, esto se observa específicamente en la puesta en común de la consigna 3, en donde se presentaba en un diagrama de sectores la situación y se solicitaba escoger los valores que toma la variable estadística “*Hábito de fumar*”, allí la mayoría de estudiantes escogen la opción *a* de frecuencia absoluta o la *b* de frecuencia relativa, (solo dos escogen bien la opción *c*, que corresponde a los valores de la variable: Antigo fumador, no fumador y fumador).
- Un error que no estaba reportado ni previsto a través del análisis cognitivo, fue el de confundir la variable estadística con la variable algebraica (variable entendida como un valor particular pero desconocido) (*Est.3, Est.5, Est.6, Est.11 y Est.14*), este error que se etiqueta como **E13**, se tendrá en cuenta en los reportes del análisis retrospectivo.
- En la consigna 5 al señalar el tipo de variable, aparece la palabra “*discreta*” esto generó dudas en la forma como estaba planteada la consigna: *Est.2 y Est.3 ¿Cómo así discreta?*
- La consigna 6 debió ser complementada al solicitar a los estudiantes que señalaran los valores de la variable y las frecuencias de estos valores. Esto permite observar que aunque los estudiantes habían escogido los valores de la variable estadística “*Grupo sanguíneo*” en la consigna 4, en la consigna 6 algunos estudiantes incurrieron en algún error relacionado. La Tabla 18 muestra un ejemplo de respuesta exitosa en la consigna 4 y no exitosa en la consigna 6 de un mismo estudiante (*Est.8*).

Tabla 18. Ejemplos de respuesta Tarea 1. Consignas 4 y 6

Respuesta exitosa Vs. Respuesta no exitosa	
Consigna 4	Consigna 6

Escoge de las opciones, los valores de la variable Grupo sanguíneo considerada en el estudio descrito:

a. 6, 4, 1 y 9 personas
b. A, B, AB y O
c. 20 personas

Explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto:

La que (a) es la frecuencia que es la que varía
y la (c) es la cantidad de personas
que están encuestados o sea la muestra

Situación 1 El Fondo de Prevención Vial, presenta en sus estadísticas acerca de la accidentalidad, los medios de transporte en los cuales se presentaron accidentes durante el 2012 en Cundinamarca:

MEDIO DE TRANSPORTE	Nº DE HERIDOS
Bicicleta	141
Motocicleta	1038
Transporte de carga	21
Transporte particular	193
Transporte público	141
Otro o sin información	1481

Variable estudiada: Heridos en transporte
Tipo de variable: Cuantitativa
Valores numéricos: 141, 1038, 21, 193, 141, 1481
Escala: Medio de transporte

Después de realizado el análisis preliminar de la sesión 1 se toman algunas decisiones que son consideradas para las demás sesiones, estas se muestran en la Tabla 19, y se tendrán en cuenta para la reelaboración del diseño de las siguientes tareas:

Tabla 19. Toma de decisiones luego de la sesión 1

Decisiones	
Sobre la estructura de las tareas	<ul style="list-style-type: none"> • Los espacios de socialización se constituyen como elementos importantes para considerar su inclusión en las demás tareas de la secuencia, pues permiten entre otras cosas aclarar dudas y formalizar conceptos de tal manera que el desarrollo de la tarea no se quede en un activismo sino que se perciba desde los estudiantes un proceso de aprendizaje explícito. • Cada tarea se ha de estructurar con los siguientes elementos: <ol style="list-style-type: none"> a. Consignas que se plantean para superar los errores que se tuvieron en cuenta en la fase de preparación del experimento. b. Sección “<i>para tener en cuenta</i>”, en la cual se incluirán definiciones, explicaciones y ejemplos de las nociones estadísticas abordadas en cada tarea. c. Sección de “<i>socialización: qué puedes concluir</i>”, en este espacio los estudiantes escriben las ideas centrales de las consignas anteriormente trabajadas y determinan si la solución dada fue correcta o no.
Sobre el contenido	<ul style="list-style-type: none"> • Como en las intervenciones se logra ver confusión entre variable estadística y variable algebraica, se decide escribir en todas las siguientes consignas de manera explícita el nombre variable estadística, con el fin de que los estudiantes reconozcan que no solo es posible hablar de variable algebraica sino que en estadística se hace referencia a la variable estadística. • Las consignas a proponer en las tareas que siguen, entre sus cuestionamientos deben incluir el preguntar por la variable estadística involucrada, el tipo de variable y los valores de la variable para hacer un seguimiento de la evolución de la superación de dificultades y errores asociados y para que los estudiantes tarea a tarea avancen en la superación de los mismos. • En la consigna 5 al señalar el tipo de variable apareció el término “discreta”, en el diseño de la secuencia se habilitará una tarea que incluya consignas que permitan a los estudiantes la diferenciación entre las variables estadísticas discretas y continuas.
Sobre la dinámica	<ul style="list-style-type: none"> • Debe solicitársele a los estudiantes que las justificaciones que se den deben ser más amplias y detalladas, ya que al hacer la revisión de los registros escritos algunos estudiantes solo escriben una breve explicación de su elección lo que no permite evidenciar si han superado o no el error abordado. • La docente debe alentar que haya más intervenciones orales de parte de algunos estudiantes, esto con el fin de conocer las explicaciones que dan cuando desarrollan las consignas, esto en ocasiones no es plasmado en los registros escritos.

6.2 SESIÓN 2: TAREA 2

6.2.1 Desarrollo de la sesión 2

La sesión tuvo un retraso en su inicio pues los estudiantes llegan un poco tarde, la **docente** realiza la recomendación sobre la puntualidad de llegada a las sesiones para que no se alteren los tiempos previstos para la ejecución de las tareas. El lugar donde se lleva a cabo la sesión 2 es la sala de sistemas de la institución puesto que la Tarea 2 requiere el trabajo con el aplicativo “Ejercicios NACE sobre tipos de escalas de medida⁶” (Martínez y Moreno, 1998), previamente se organiza la sala para que cada estudiante tenga acceso un computador. La **docente** introduce el trabajo con la Tarea 2 indicando que está relacionada con las escalas de medición de las variables estadísticas, solicita a los estudiantes que se realice la consigna 0 y que cuando terminen de desarrollar las preguntas I y II se detengan para realizar la socialización. En la puesta en común, la **docente** lee la consigna 0 y pregunta a los estudiantes inicialmente por la variable estadística presente en la situación de la pregunta I, el tipo de variable estadística, y los valores de la variable, los **Est.11** y **Est.12** intervienen respondiendo acertadamente. Luego la **docente** pregunta al grupo:

docente: ¿es posible ordenar los valores de la variable estadística?

Est.10: si como mala, normal, buena y muy buena.

A partir de esta intervención, la **docente** indica que aunque los valores de la variable “*impresión del viaje*” no son numéricos, entre estos es posible establecer un orden pero no se puede decir *cuánto hay* de una categoría a otra. La **docente** continúa leyendo la situación de la pregunta II:

docente: ¿Cuál es la variable estadística?

Estudiantes: categoría profesional.

docente: y ¿el tipo de variable?

Estudiantes: cualitativa.

Aunque en esta parte no se indaga por los valores de la variable, la **docente** pregunta por estos, a lo que los estudiantes leen (a una sola voz) los valores de la variable “*categoría profesional*” indicados en la situación. Luego la **docente** pregunta al grupo si es posible ordenar los valores de esta variable, a lo que los estudiantes a una sola voz dicen que no es posible. Para concluir con la puesta en común, la **docente** interviene indicando que las

⁶ En red: https://grupo.us.es/afunmet/guia_y_material/naceescaltipos.htm

variables estadísticas consideradas en la consigna 0 (*impresión del viaje y categoría profesional*) son de naturaleza cualitativa; así mismo, a través de la sección “*para tener en cuenta*” indica a los estudiantes que las variables cualitativas pueden ser medidas a través de las escalas de medición nominal u ordinal dependiendo si es posible ordenar o no los valores de la variable estadística considerada.

La **docente** solicita diligenciar la sección de “*socialización: qué puedes concluir*”, pide que se continúe la situación de la pregunta III de la consigna 0 referida a la escala de razón y que se desarrollen las consignas 1, 2, 3, 4 relacionadas con las escalas de medición nominal y ordinal. Al realizar la socialización con el grupo frente a las respuestas dadas en la pregunta III, los estudiantes responden de forma acertada al identificar la variable estadística (*salario en pesos*); al indagar por el tipo de variable, se realizan las siguientes intervenciones:

Est.9: cuantitativa porque...eh,... los valores de la variable son numéricos.

docente: ¿Qué indica el valor cero?

Est.11: no trabaja, lo cual significa no tiene salario.

docente: ¿los salarios se pueden comparar?

Estudiantes: sí.

Est.9: pues por ejemplo la tercera persona 850.000 de salario recibe más que la primera persona que recibe 515.000.

docente: ¿Qué otra comparación podemos hacer?

Est.11: la que recibe 515.00 es menor a un salario mínimo.

Est.13: digamos que “x” persona gana el doble o la mitad de “y” persona.

La **docente** cierra esta parte de la puesta en común, aclarando que en la situación de la pregunta III se trabaja con una variable cuantitativa y que sus valores pueden ordenarse, señala además que en esta, el valor *cero* representa *ausencia* indicando que el cero es absoluto y que este valor permite que se puedan establecer proporciones (*doble, mitad, tercera parte*), se expone así algunas características de las variables cuantitativas que son medidas con la escala de razón. La **docente** pide que se llene el espacio de *socialización ¿Qué puedes concluir?* y que se continúe con el desarrollo de las consignas. Terminado el desarrollo de las mismas, la **docente** indica que no se van a socializar las respuestas dadas a las consignas porque éstas se contrastarán con las respuestas que incluye el aplicativo virtual. Sin embargo para aclarar la escala de medición de intervalo la docente pregunta:

docente: teniendo en cuenta estas consignas ¿qué características tienen las variables de intervalo?

Est.13: son datos infinitos.

Est.11: son datos que se relacionan y se pueden comparar.

Est.9: que no se pueden establecer proporciones... pues... por ejemplo... no va a ser la mitad.

Est.7: que deben tener un intervalo de valores.

Est.13: No existe como tal un valor de ausencia.

docente: el valor que asigna al cero: ¿que representa?

Est.13: no sé... yo lo que vi... es que pasa de lo negativo a lo positivo.

Dado que en las intervenciones no se manifestaron la identificación de algunas propiedades de las variables medidas con escala de intervalo, la **docente** realiza algunas comparaciones entre las variables cuantitativas medidas con la escala de razón y las variables cuantitativas medidas con la escala de intervalo, teniendo en cuenta las propiedades que cumple cada una y haciendo énfasis en la diferencia del *cero absoluto* y el *cero relativo*, menciona el ejemplo de la variable estadística “*temperatura*” y señala que el *cero* no indica una ausencia de temperatura. Luego retoma la clasificación general de las variables estadísticas según su naturaleza, respecto a las cualitativas indica que las escalas que se asocian son la nominal y ordinal, y para las cuantitativas las escalas son de razón y de intervalo, haciendo referencia a que las variables medidas con la escala nominal son las más rudimentarias porque cumplen con menos propiedades y las variables medidas con la escala de razón son las más completas porque cumplen más propiedades. Acto seguido la **docente** pregunta a los estudiantes cómo podrían ordenarse las escalas de medición desde la más básica a la más completa a lo que ellos responden: *nominal, ordinal, de razón e intervalo*. Por tanto la **docente** nuevamente retoma cada una de las escalas y menciona sus propiedades. La **observadora** complementa la explicación de las escalas de medición retomando el ejemplo que se presenta en la consigna 0, en las preguntas I, II y III.

Después de estas explicaciones, la **docente** pide a los estudiantes que se ubiquen en uno de los computadores dispuestos en la sala y comparen con el aplicativo las respuestas iniciales dadas en las consignas 1 a la 12, en ese ejercicio de comparación los estudiantes deben escribir en el espacio “*comparación con el aplicativo*” si su elección inicial fue correcta y porqué. La Tabla 20 se presenta un ejemplo del registro escrito del estudiante **Est.11** estudiante al hacer esta comparación.

Tabla 20. Ejemplo de respuesta Tarea 2. Consigna 11

Elección inicial Vs. Comparación con el aplicativo
Consigna 11

<p>11. Pensemos qué ocurre al medir la temperatura -sensación térmica- con la escala centígrada de mercurio.</p> <p>¿Una temperatura de 40° C es justamente el doble de sensación térmica que la de 20° C? ¿Y la señal de 40° C en un termómetro es el doble de señales a partir de la que marca 0°?</p>	<p>Tu elección inicial</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> I. Si a ambas preguntas</p>	<p>Comparación con el aplicativo</p> <p>¿Fue correcta? <i>No</i></p>
	<p>II. Si a la primera pregunta y No a la segunda</p>	<p>¿Por qué? <i>Solo la segunda es correcta, la temperatura es relativa</i></p>
	<p>III. No a la primera pregunta y Si a la segunda</p>	
	<p>IV. No a ambas preguntas</p> <p>¿Por qué? <i>son dos relaciones en cantidad</i></p>	

6.2.2 Análisis preliminar sesión 2

En esta sesión se puede identificar los siguientes aspectos:

- Se observa avance en la superación de los errores abordados en la Tarea 1, pues en la segunda sesión todos los estudiantes identifican la variable estadística involucrada en los estudios estadísticos mostrados y la mayoría identifican la naturaleza de la variable.
- Los estudiantes en su mayoría no logran diferenciar la escala de razón de la escala de intervalo, al no reconocer las propiedades que cumple cada escala.
- Un error que no se tenía previsto en el análisis cognitivo y que se evidenció fue el de relacionar la escala de intervalo con un intervalo como subconjunto de números reales (E14), este se tendrá en cuenta en los reportes del análisis retrospectivo.
- La decisión de incluir la sección “para tener en cuenta” fue acertada, ya que cuando los estudiantes tenían alguna duda, volvían a las explicaciones y ejemplos dados en esta sección para poder contestar a las preguntas de las consignas.

Tabla 21. Toma de decisiones luego de la sesión 2

Decisiones	
Sobre la estructura de las tareas	<ul style="list-style-type: none"> • Además de las consignas que se plantean para abordar los errores, también se debe incluir “consignas de control”, puesto que en la Tarea 2 no se incluyeron. Estas permitirán observar si el estudiante ha superado los errores que se han abordado hasta la consigna inmediatamente anterior.
Sobre el contenido	<ul style="list-style-type: none"> • Dado que no se observó una clara diferenciación por parte de los estudiantes de las escalas de razón y de intervalo, es necesario que dentro de la secuencia haya una tarea dedicada al conocimiento de las propiedades de estas escalas de medición para que en posteriores consignas los estudiantes pueden activar las capacidades relacionadas con la identificación de la escalas de medición de intervalo y la escala de razón. • Aunque la totalidad de los estudiantes identificaron la variable estadística en los estudios presentados en la Tarea 2, se ha de seguir preguntando por la variable estadística, los valores que toma y el tipo de variable, para que los estudiantes relacionen estas nociones tanto con la presentación de la información en gráficos estadísticos, como con el análisis que es posible realizar con las medidas de tendencia central.

- Al observar los registros en las hojas, los estudiantes no argumentan ampliamente las elecciones realizadas, por lo que es necesario solicitarles en próximas sesiones que lo realicen.

6.3 SESIÓN 3: TAREA 3

6.3.1 Desarrollo de la sesión 3

Se introduce el trabajo indicando que esta sesión se trabajará sobre la diferenciación entre las variables cuantitativas discretas y continuas, y sobre la relación entre las variables estadísticas y los gráficos estadísticos. Se pide que se organicen para trabajar en binas y a cada una se le entrega un dispositivo (Tablet, celular, computador) para hacer las grabaciones de audio de sus intervenciones al momento de resolver las consignas.

Se decide hacer entrega de las hojas de la Tarea 2 para que los estudiantes retomen (en caso de ser necesario) la información sobre las escalas de medición, además se entrega las hojas de trabajo de la Tarea 3, se indica que se debe responder a las preguntas I y II de la consigna 1 y que cuando terminen esperen para la socialización. Como esta parte de la Tarea 3 se realizó en binas, se incluye a continuación un ejemplo de las intervenciones escuchadas en la conversación sostenida por los **Est.12** y **Est.13**, en el desarrollo de la pregunta I:

Est.13: En la variable estadística “estatura”, considera los valores 1.60mts y 1.70mts., ¿Entre estos datos, existen o podrían existir valores de la variable estadística estatura? ... ¿Entre estos datos, existen o podrían existir valores de la variable estadística estatura?

Est.12: ¡ah! Ya entendí, es según esto que dice la tabla.

Est.13: es la variable estatura, entonces busquemos estatura, y... considera los valores 1.60 y 1.70. ¿Entre estos pueden existir valores?

Est.12: sí, por que mira hay hartos, este, este, este (señalando con el dedo los valores que aparecen en la tabla)... listo

Est.13: si ahora se toman los valores 1.60 y 1.65, ¿habrá valores de la variable estadística entre estos datos? ¡eh! ... sí

Est.12: 1.62, 1.63, 1.64, uno cincuenta y no. Bueno y entre 1.60 y 1.62.

Est.13: si tal vez si, aunque no veo ninguno.

Est.12: ¿Siempre que se tomen dos valores de la variable estadística estatura, existen valores que están entre esos dos datos?

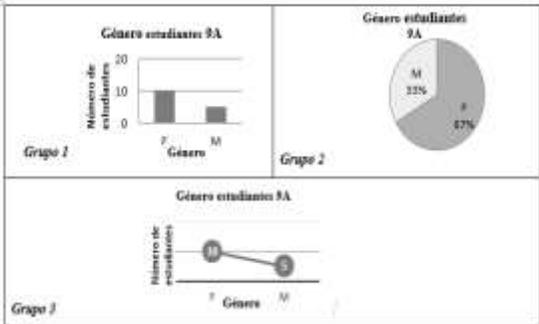
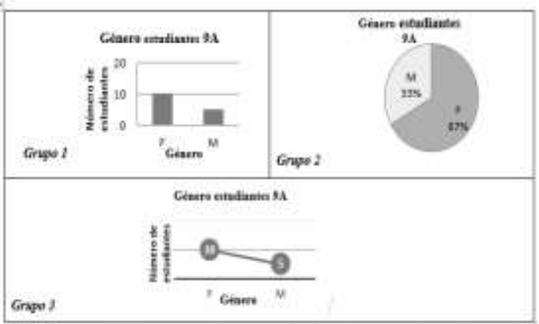
Est.13: ¿Siempre que se tomen dos valores, existen valores que están entre esos dos datos? si porque si tomo dos valores de la variable...

Est.12: es lo que estábamos haciendo ahorita, entonces sí, ¡si es posible!

Al iniciar la socialización, la **docente** lee las preguntas I y II mientras transcurren las intervenciones en la puesta en común, los estudiantes muestran entender las propiedades de las variables cuantitativas discretas y continuas, la **docente** cierra esta parte de la socialización leyendo la sección “*para tener en cuenta*” en donde se precisan las características de estas variables, luego solicita a los estudiantes que diligencien la sección de “*socialización: qué puedes concluir*”, y continuar con las consignas 2, 3 y 4.

Dado que en la tarea se incluye la información acerca de los gráficos estadísticos que se utilizan para representar diferentes tipos de datos (sección “*para tener en cuenta*”), esta parte de la sesión toma bastante tiempo por lo extenso de la información que allí se presentaba. Se realiza luego la socialización frente a lo realizado en consigna 3, en esta se debe determinar por qué uno de los gráficos presentados no es pertinente para presentar la información, A continuación en la Tabla 22 se presenta un ejemplo de las respuestas dadas por los estudiantes **Est.9** y **Est.10** a esta consigna:

Tabla 22. Ejemplos de respuesta Tarea 3. Consigna 3

Respuesta exitosa Vs. Respuesta no exitosa	
Est.9	Est.10
<p>3. El profesor pide a sus estudiantes presentar en un gráfico estadístico la información de los datos referidos a la variable estadística cualitativa “género” medida en escala nominal. Tres grupos presentaron los siguientes gráficos estadísticos:</p>  <p>a. Al revisar los gráficos, el profesor indica que el presentado por el grupo 3 no es apropiado, sin dar explicación. ¿Cuál puede ser la razón para que no sea correcto este gráfico?</p> <p><i>Por que la variable estadística son diferentes y no deberían estar relacionados, ya que tengo entendido que solo se usan en variables cuantitativas.</i></p> <p>b. ¿Qué tipos de gráficos utilizaron el grupo 1 y 2 respectivamente?</p> <p><i>Diagrama de barras Diagrama de círculo</i></p>	<p>3. El profesor pide a sus estudiantes presentar en un gráfico estadístico la información de los datos referidos a la variable estadística cualitativa “género” medida en escala nominal. Tres grupos presentaron los siguientes gráficos estadísticos:</p>  <p>a. Al revisar los gráficos, el profesor indica que el presentado por el grupo 3 no es apropiado, sin dar explicación. ¿Cuál puede ser la razón para que no sea correcto este gráfico?</p> <p><i>NO ES CORRECTO POR QUE NO INDICAN LOS DATOS.</i></p> <p>b. ¿Qué tipos de gráficos utilizaron el grupo 1 y 2 respectivamente?</p> <p><i>Diagrama de barras y diagrama torta.</i></p>

Se muestran algunas intervenciones de la puesta en común de la consigna 4:

- docente:** ¿variable estadística?
- Estudiantes:** nivel de desempeño en las asignaturas
- docente:** ¿tipo de variable?
- Estudiantes:** Cualitativa
- docente:** ¿escala de medición?

Estudiantes: ordinal

Seguidamente la **docente** pregunta por el tipo de gráfica utilizada en la situación y cuál sería el error que se presenta. Algunos estudiantes responden histograma y otros responden polígono de frecuencias. Con estas intervenciones la **docente** señala que no todos los gráficos sirven para todos los tipos de variables e indica que para las variables cualitativas se utilizan principalmente los gráficos de barras y circulares, para variables cuantitativas discretas en algunos casos se utilizan los gráficos de barras, para el caso de variables cuantitativas en donde se debe hacer una comparación por un periodo de tiempo o variables cuantitativas continuas se utilizaban los polígonos de frecuencias y los histogramas para variables cuantitativas con un número elevado de datos. Después de esta aclaración la **docente** termina su intervención expresando algunas diferencias entre los histogramas y los diagramas de barras y recomendando leer la sección “*para tener en cuenta*”.

Dado que el tiempo de la sesión se agotaba, la **docente** solicita diligenciar la sección de “*socialización: qué puedes concluir*” y desarrollar la consigna 5, por último cierra la sesión indicando que en la próxima sesión (sesión 4) se continuaría con el abordaje de esta tarea.

6.3.2 Análisis preliminar de la sesión 3

En esta sesión se puede identificar los siguientes aspectos:

- La mayoría de los estudiantes identificaron las características de las variables estadísticas cuantitativas discretas y continuas, y logran clasificar las variables presentadas de acuerdo a como se presentan los datos.
- La mayoría de los estudiantes reconocen el tipo de gráfico adecuado a los datos de la situación presentada, aunque no todos los relacionan con la naturaleza de los datos y la escala de medición en la que se mide la variable estadística.
- Con las consignas planteadas se logra hacer un seguimiento en el avance de la superación de los errores abordados en las tareas 1 y 2, a excepción de la situación mostrada en la consigna 5 en la cual fue asociada la variable estadística al título del gráfico. Cuando los estudiantes se encontraban resolviendo ésta consigna se oyen preguntas como: *¿cuál es la variable? ¿Los días? o ¿la asistencia de las personas?* Se

considera que esta dificultad estuvo asociada a la manera como se planteó la consigna, esto se tendrá en cuenta para el balance de la Tarea 3 en el análisis retrospectivo.

- Se mantiene en la Tarea 3, la dificultad evidenciada en la Tarea 2, que se relacionaba con la no identificación de la escala en la cual se encuentra medida variable estadística presentada cuando la escala es de razón o de intervalo.
- La Tarea 3 fue extensa en su ejecución, por lo cual no se alcanzó a realizar en su totalidad. Queda pendiente abordar las consignas 6, 7 y 8 en la sesión 4.
- El facilitar las hojas de la Tarea 2 para que los estudiantes consulten lo referente a las escalas de medición fue acertado, porque hubo estudiantes que retomaron la información acerca de los nombres de las escalas y sus propiedades.
- La grabación del audio de las intervenciones de los estudiantes en el trabajo en binas permitió complementar los registros de la sesión ampliando las justificaciones de lo realizado en las consignas.

Después de realizado el análisis preliminar de la sesión 3 se toman algunas decisiones que son consideradas para la sesión 4 y 5. Se muestran en la Tabla 23, las decisiones tomadas para la reelaboración del diseño de las siguientes sesiones:

Tabla 23. Toma de decisiones luego de la sesión 3

Decisiones	
Sobre la estructura de las tareas	<ul style="list-style-type: none"> • Se debe adecuar el diseño de la tarea 4 para que el tiempo que se tiene destinado a la sesión (90 minutos) alcance para terminar de abordar las consignas propuestas.
Sobre el contenido	<ul style="list-style-type: none"> • En las próximas tareas se deben incluir situaciones en donde la información sea presentada a través de diagramas estadísticos, esto con el fin de continuar trabajando en la superación de la dificultad relacionada con la elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo a la variable involucrada y a la escala en la que se encuentra. • Aunque en las evidencias de la Tarea 3 se logra advertir que los estudiantes entendieron la diferencia entre la variable continua y la variable discreta, en la Tarea 4 ha de incluirse preguntas referidas esta diferenciación para hacer un seguimiento a la superación del error relacionado con la no diferenciación entre la variable continua y discreta.
Sobre la dinámica	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes deben terminar la Tarea 3 (abordar las consignas 6, 7 y 8) en la sesión 4. • Para la sesiones se continuará con el trabajo en binas para el desarrollo de las tareas.

6.4 SESIÓN 4: CONTINUACIÓN TAREA 3 Y TAREA 4

6.4.1 Desarrollo de la sesión 4

Esta sesión se lleva a cabo quince días después de realizada la sesión 3, puesto que los estudiantes se encontraban en salida pedagógica el día en la cual estaba inicialmente programada la sesión 4 (Mayo 29). Al igual que en la sesión 3 los estudiantes son organizados en binas, se entrega las hojas de la Tarea 2 para que los estudiantes retomen (en caso de ser necesario) la información sobre las escalas de medición y se entrega además las hojas de trabajo de la Tarea 3 para que se termine de abordar las consignas 6, 7 y 8 ; en su ejecución, los estudiantes que no asistieron a la sesión 2 (**Est.4, Est.5 y Est.6**) preguntan *¿qué es escala de medición?*, igualmente la bina compuesta por los estudiantes **Est.10 y Est.7** llaman a la docente para pedir orientación sobre las escalas de medición, por lo cual **docente y observadora** detienen el desarrollo de la Tarea 3, la **observadora** interviene y explica cada una de las características de las escalas de medición.

Teniendo en cuenta lo ocurrido, **docente y observadora** deciden que es mejor que los estudiantes aborden la Tarea 4, ya que se tuvo que retomar a qué referían las escalas de medición y esta tarea les permitiría aclarar algunas diferencias entre la escala de intervalo y la escala de razón. Así, la **docente** pide a los estudiantes que no continúen con la Tarea 3 y entrega la hoja de la Tarea 4 para realizarla.

Aunque en las decisiones tomadas al finalizar la sesión anterior se estableció que en la sesión 4 se continuara con el trabajo en binas, la **docente** solicita a los estudiantes que la Tarea 4 se realice en su totalidad de forma individual para luego socializar las respuestas dadas. Una vez los estudiantes terminan, la **docente** inicia la puesta en común realizando la lectura de las situaciones presentada en cada consigna seguida de los interrogantes que allí se plantean. Estas son las intervenciones que se realizaron:

docente: *¿cuál es la variable estadística?*

Estudiantes: *número de litros de agua consumidos diariamente.*

docente: *¿cuáles son los valores de la variable estadística?*

Est.11: *cuántos litros de agua se consume cada día.*

docente: *pero ¿cuáles serán los valores exactos de la variable estadística?*

Est.10: *dice 18 y 30 años.*

Est.12: 0, 0.5, 1, 1.5,...

docente: ¿qué sería lo que ella (Est.10) nos dijo de 18 y 30 años?

Est.11: la frecuencia

Est.14: La muestra.

docente: Las edades de las mujeres que hacen parte de la muestra

docente: ¿cuál es el tipo de variable?

Estudiantes: cuantitativa.

docente: ¿es continua o discreta?

Estudiantes: continua

docente: ¿por qué es continua?

Est.12: porque tiene números decimales en los valores de la variable.

docente: ¿es posible ordenar los valores de la variable?

Estudiantes: sí.

A través de dichas intervenciones, la **docente** recuerda las propiedades de las variables medidas con la escala de razón (sin decir que esta era la escala en cual se encontraba la variable “Número de litros de agua consumidos”) que consisten en clasificar los datos de acuerdo a los posibles valores de la variable y la de ser susceptible a ordenarse de acuerdo a estos. La **docente** continúa con los interrogantes de la consigna 1:

docente: ¿Qué indica el valor de la variable cero?

Est.11: una ausencia, pues que no toman agua diaria.

docente: este cero ¿sería cero relativo o cero absoluto?

Estudiantes: cero absoluto.

Docente: ¿es correcto afirmar que una mujer que consume 3 litros de agua al día, consume el doble de la que consume 1,5 litros de agua?

Estudiantes: sí.

Est.4: ... yo puse que la escala de medición era de razón porque en la escala de medición de razón se puede hacer comparación con el doble.

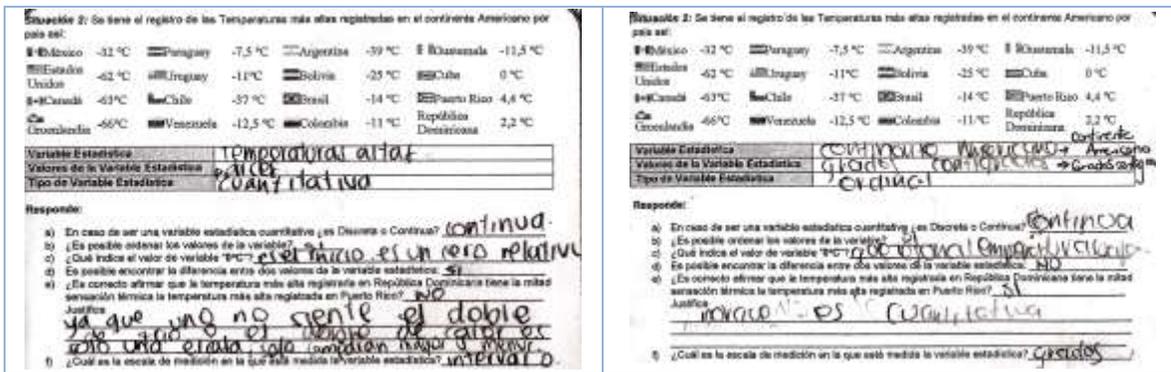
docente: entonces ¿la escala de medición en la que esta medida la variable estadística es?

Est.11: de razón porque se puede clasificar, ordenar, tiene un valor de ausencia que es el cero y se puede comparar.

La **docente** pasa a la socialización de la situación 2, indicando la corrección en el enunciado de la situación en donde se escribió: las *temperaturas más altas*, pero que en realidad la situación hace referencia a *las temperaturas más bajas* (error de digitación). Se guía la socialización de las respuestas dadas en cada uno de los interrogantes, en forma similar como se hizo para la situación 1. La Tabla 24 presenta un ejemplo de las respuestas dadas por los estudiantes **Est.11** y **Est.2** a esta consigna:

Tabla 24. Ejemplos de respuesta Tarea 4. Consigna 1 situación 2

Respuesta exitosa Vs. Respuesta no exitosa	
Est.11	Est.2



Después de la socialización de la situación 2, la *docente* hace el cierre de la Tarea 4 indicando que la principal diferencia entre las escala de medición de razón y de intervalo consiste en que en la escala de intervalo no se puede establecer proporciones para comparar los valores de la variable, a diferencia de la escala de intervalo.

Por último, la *docente* pide a los estudiantes volver a la Tarea 3 y trabajar en binas continuando con las consignas 6, 7 y 8 que habían quedado pendientes en la sesión anterior. Aunque se tenía previsto realizar la socialización de la consigna 6, por cuestión de tiempo la puesta en común no se alcanza a realizar.

6.4.2 Análisis preliminar de la sesión 4

En esta sesión se puede identificar los siguientes aspectos:

- Pocos estudiantes incurren en el error **E10** que hace referencia a la no distinción entre variables continuas y discretas.
- Los estudiantes identifican la variable estadística, los valores de la variable y el tipo de variable cuando la información de la situación es presentada a través de gráficos estadísticos (situación 1).
- Al escuchar las intervenciones frente a las respuestas dadas a las consignas que consideraban el valor cero en los valores de una variable medida en escala de razón, se nota algunas confusiones en lo que éste representa.

- En las justificaciones de las respuestas se observa que estas no son apoyadas con las propiedades que cumplen las variables estadísticas medidas en la escala de razón o de intervalo.
- Aunque al finalizar el trabajo individual de la Tarea 4 se hizo la puesta en común, en la tarea no se incluyó la sección de “*socialización: qué puedes concluir*”, esta es importante pues allí los estudiantes escriben lo que podían concluir después de la socialización acerca de las diferencias entre las variables que se miden con la escala de intervalo y las que se miden con la escala de razón.
- La mitad de los estudiantes incurren en el error **E6** que hace referencia a no tener claridad de la relación entre la naturaleza de los datos y los gráficos estadísticos que son apropiados utilizar.
- La mayoría de los estudiantes logran superar el error E7 que se relaciona con el no diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma.
- No fue acertado plantear en una sesión, el desarrollo de la Tarea 4 junto con la continuación de la Tarea 3, dado a que los tiempos quedaron tan justos los productos de los estudiantes no se recogieron con la calidad esperada en sus justificaciones escritas.

Tabla 25. Toma de decisiones luego de la sesión 4

Decisiones	
Sobre la estructura de las tareas	<ul style="list-style-type: none"> • Volver a incluir las consignas de control, puesto que en la tarea 4 no se incluyeron y éstas permiten evidenciar si los estudiantes han superado los errores abordados. • No incluir información extensa en la sección “<i>para tener en cuenta</i>” para evitar que el espacio dedicado a su lectura sea amplio y se logre cumplir con los tiempos previstos para cada tarea.
Sobre el contenido	<ul style="list-style-type: none"> • Incluir consignas donde la información se presente en gráficos estadísticos y se pregunte por el tipo de variable estadística; esto con el fin de evidenciar si los estudiantes activan las capacidades relacionadas con la identificación de las representaciones gráficas adecuadas dependiendo el tipo de variable estadística involucrada en los estudios presentados. • Incluir en las consignas de la Tarea 5 preguntas acerca de la escala de medición en la cual esta medida la variable estadística pues esto permitirá advertir si los estudiantes han superado el error relacionado con la no identificación de la escala de medición de la variable estadística.
Sobre la dinámica	<ul style="list-style-type: none"> • Dedicar la sesión únicamente a la ejecución de una tarea, para que el tiempo dedicado al desarrollo de las consignas sea suficiente y las justificaciones dadas tengan la mayor ampliación posible.

6.5 SESIÓN 5: TAREA 5

6.5.1 Desarrollo de la sesión 5

Al iniciar la sesión la **docente** indica al grupo que con esta sesión se finaliza la secuencia de tareas entrega las hojas de la Tarea 5 y señala a los estudiantes que esta, tiene por objeto identificar algunas relaciones entre el análisis que se puede realizar con las medidas de tendencia central y el tipo de variable estadística; solicita que se realice de manera individual las consignas 1, 2 y 3 y una vez se finalice, se procederá con la socialización de las respuestas dadas. Se presenta a continuación las intervenciones realizadas en la socialización las respuestas dadas a la consigna 1:

docente: ¿Cuál es la variable estadística? **Est.11:** responde sitios web más visitados,
docente: ¿valores de la variable estadística? **Est.8:** los sitios web,
docente: los sitios web,.. Pero hay que enunciarlos porque si dejamos sitios web, quedaría como si fuera la variable.
Est.6: correo electrónico, Facebook, Sitios web de noticias,...
docente: ¿Qué tipo de variable estadística? **Est.4:** ¡cuantitativa!
docente: ¿cuantitativa? ¿por qué crees que es cuantitativa?
Est.4: pues porque yo me guíe fue por las escalas de medición y yo digo que es de razón porque el cero es absoluto en ese caso.
docente: ahí ¿que estas mirando tu?, ¿estás mirando la variable? ¿Cuál pusiste que era la variable?
Est.4: sitios web
docente, ¿y los valores?
Est.4: correo electrónico, Facebook, Sitios web de noticias...
docente: y entonces ¿qué tipo de variable es? **Est.4:** cualitativa
docente: ¿por qué?
Est.4 porque ahí no se está contando nada,.. pues
docente: ¿con qué pudo haberse confundido su compañera?
Est.9: de pronto se confundió con el número de personas que visitaban esos sitios web.
docente: ¿qué es en esa situación el número de personas? **Est.6:** la frecuencia
docente: exacto es la frecuencia
docente: ¿cuál es la escala de medición?
Est.9: es nominal porque uno no puede decir que Facebook... sea mejor que... mejor dicho uno no puede ordenar los valores de la variable.
docente: no hay un criterio de ordenación, lo único que se puede hacer es agrupar a las personas encuestadas de acuerdo a cuál es [el sitio web] que más privilegian en su uso.

Luego la **docente** continúa leyendo las afirmaciones que aparecen en la consigna y pregunta:

docente: ¿quiénes escogieron la a? (nadie levanta la mano)
docente: ¿La b? (nadie levanta la mano)
docente: ¿La c? no es posible encontrar la media, puesto que los valores de la variable no son numéricos (levantan la mano los **Est.9, Est.3, Est.6 y Est.2**)

docente: *¿La d? el sitio web más utilizado por los colombianos diariamente es Facebook, que corresponde a la moda(los estudiantes levantan la mano excepto la Est.12)*

Algunos estudiantes rumoraron: *es que yo pensé que era una sola*, se observa que en la pregunta los estudiantes pensaron que una sola afirmación era correcta a lo que la docente señala que en el enunciado había posibilidad de escoger una o más afirmaciones. Posteriormente la **docente** recuerda cuales son las medidas de tendencia central y realiza la explicación de cada una empezando por la moda, seguida de la media y finalmente la mediana.

Se continúa con la socialización de la consigna 2, la situación muestra un diagrama de barras que presenta el conocimiento de algunas redes sociales por los usuarios de internet en el mundo. La **docente** pregunta por la variable estadística, los valores de la variable, el tipo de variable y la escala de medición, a lo que los estudiantes responden acertadamente a una sola voz las tres primeras preguntas. Frente a la pregunta sobre la escala de medición los estudiantes presentan dudas si es ordinal o nominal, como se puede ver las siguientes intervenciones:

docente: *¿Escala de medición de la variable?*

Estudiantes: *Una voces dicen nominal, otras voces ordinal.*

docente: *¿nominal u ordinal? A ver, ¿Quiénes dijeron que era nominal? (Est.9, Est.3, Est.6, Est.12 y Est.2 alzan la mano)*

docente: *¿Quiénes dijeron ordinal? (Est.10 y Est.7 alzan la mano)*

docente: *¿Por qué pensaste que era ordinal? (preguntando al Est.10)*

Est.10: *porqué se puede ordenar*

docente: *pero en sí ¿qué se puede ordenar? Est.10: el número de usuarios*

docente: *entonces yo puedo ordenar es el número de usuarios y no los valores de la variable...*

Para seguir con la socialización de la consigna 2 la **docente** lee la afirmación que hace referencia a la preparación de un artículo teniendo en cuenta la información que se presenta en el diagrama estadístico:

docente: *“Al mirar los resultados de la encuesta sobre conocimiento de redes sociales en el mundo, se observa que la red social que más se conoce es Facebook y que el dato que divide la totalidad en dos grupos iguales (es decir la mediana) se encuentran entre Hi5 y NetLog”. ¿La conclusión del periodista es correcta?*

Est.9: *no, es correcta por que los datos no se pueden ordenar entonces no se puede hallar el de la mitad*

docente: *y eso es respecto a ¿media, mediana o moda? Est.9: mediana*

docente: *al ser una variable medida con la escala nominal no hay un criterio de ordenación y no se puede calcular la mediana.*

A continuación la Tabla 26 presenta un ejemplo de las respuestas dadas por los **Est.6** y **Est.8** a esta consigna:

Tabla 26. Ejemplos de respuesta Tarea 5. Consigna 2

Respuesta exitosa Vs. Respuesta no exitosa																																					
Est.6	Est.8																																				
<p>2. Al indagar sobre el conocimiento de las redes sociales en el mundo, se encuentran los siguientes resultados</p> <p>Conocimiento de las redes sociales por los usuarios de Internet en el mundo</p> <table border="1"> <caption>Data for Est.6 Chart</caption> <thead> <tr> <th>Redes sociales</th> <th>Porcentaje (aprox.)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Facebook</td><td>85</td></tr> <tr><td>MySpace</td><td>75</td></tr> <tr><td>Twitter</td><td>65</td></tr> <tr><td>MSN</td><td>25</td></tr> <tr><td>Netlog</td><td>15</td></tr> <tr><td>LinkedIn</td><td>15</td></tr> <tr><td>Orkut (Google)</td><td>10</td></tr> <tr><td>Ning, Myer</td><td>5</td></tr> </tbody> </table>	Redes sociales	Porcentaje (aprox.)	Facebook	85	MySpace	75	Twitter	65	MSN	25	Netlog	15	LinkedIn	15	Orkut (Google)	10	Ning, Myer	5	<p>2. Al indagar sobre el conocimiento de las redes sociales en el mundo, se encuentran los siguientes resultados</p> <p>Conocimiento de las redes sociales por los usuarios de Internet en el mundo</p> <table border="1"> <caption>Data for Est.8 Chart</caption> <thead> <tr> <th>Redes sociales</th> <th>Porcentaje (aprox.)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Facebook</td><td>85</td></tr> <tr><td>MySpace</td><td>75</td></tr> <tr><td>Twitter</td><td>65</td></tr> <tr><td>MSN</td><td>25</td></tr> <tr><td>Netlog</td><td>15</td></tr> <tr><td>LinkedIn</td><td>15</td></tr> <tr><td>Orkut (Google)</td><td>10</td></tr> <tr><td>Ning, Myer</td><td>5</td></tr> </tbody> </table>	Redes sociales	Porcentaje (aprox.)	Facebook	85	MySpace	75	Twitter	65	MSN	25	Netlog	15	LinkedIn	15	Orkut (Google)	10	Ning, Myer	5
Redes sociales	Porcentaje (aprox.)																																				
Facebook	85																																				
MySpace	75																																				
Twitter	65																																				
MSN	25																																				
Netlog	15																																				
LinkedIn	15																																				
Orkut (Google)	10																																				
Ning, Myer	5																																				
Redes sociales	Porcentaje (aprox.)																																				
Facebook	85																																				
MySpace	75																																				
Twitter	65																																				
MSN	25																																				
Netlog	15																																				
LinkedIn	15																																				
Orkut (Google)	10																																				
Ning, Myer	5																																				
<table border="1"> <tr> <td>Variable estadística</td> <td>Conocimiento de las redes sociales por los usuarios de Internet en el mundo</td> </tr> <tr> <td>Valores de la variable estadística</td> <td>Facebook, MySpace, Twitter, MSN, Netlog, LinkedIn, Orkut, Ning, Myer</td> </tr> <tr> <td>Tipo de variable estadística</td> <td>Cualitativa</td> </tr> <tr> <td>Escala de medición de la variable estadística</td> <td>Nominal</td> </tr> </table>	Variable estadística	Conocimiento de las redes sociales por los usuarios de Internet en el mundo	Valores de la variable estadística	Facebook, MySpace, Twitter, MSN, Netlog, LinkedIn, Orkut, Ning, Myer	Tipo de variable estadística	Cualitativa	Escala de medición de la variable estadística	Nominal	<table border="1"> <tr> <td>Variable estadística</td> <td>Conocimiento de las redes sociales</td> </tr> <tr> <td>Valores de la variable estadística</td> <td>0-100</td> </tr> <tr> <td>Tipo de variable estadística</td> <td>Cantitativa</td> </tr> <tr> <td>Escala de medición de la variable estadística</td> <td>Intervalo</td> </tr> </table>	Variable estadística	Conocimiento de las redes sociales	Valores de la variable estadística	0-100	Tipo de variable estadística	Cantitativa	Escala de medición de la variable estadística	Intervalo																				
Variable estadística	Conocimiento de las redes sociales por los usuarios de Internet en el mundo																																				
Valores de la variable estadística	Facebook, MySpace, Twitter, MSN, Netlog, LinkedIn, Orkut, Ning, Myer																																				
Tipo de variable estadística	Cualitativa																																				
Escala de medición de la variable estadística	Nominal																																				
Variable estadística	Conocimiento de las redes sociales																																				
Valores de la variable estadística	0-100																																				
Tipo de variable estadística	Cantitativa																																				
Escala de medición de la variable estadística	Intervalo																																				

Hecha la socialización de la consigna 2, la **docente** procede a indagar por los errores que se incluyeron en las afirmaciones que se presentan en la situación 1 de la consigna 3, estas están relacionadas con las medidas de tendencia central encontradas en una variable cualitativa de escala nominal. A continuación se presentan algunas intervenciones realizadas en socialización de la afirmación **a**:

docente: ¿Quién identificó esta afirmación como un error? (levantan la mano los Est.9, Est.3, Est.6, Est.11 y Est.1)

docente: ¿por qué creen que es un error?

Est.6: porque en él a no se está utilizando la media no el promedio.

docente: las palabras promedio y media son utilizadas como un sinónimo. ¿al calcular el promedio o media que información se está utilizando?

Est.11: los porcentajes

Est.9: Las frecuencias

docente: (están tomando) La frecuencia expresada en porcentajes, ¿sí? Entonces el asunto es ¿Es correcto hacer el promedio de las frecuencias? ¿Dice algo hacerle el promedio a esto?

Estudiantes: no

docente: exacto porque no están tomando los valores de la variable se están tomando las frecuencias.

Para complementar la descripción acá descrita, se presenta un ejemplo de las respuestas las respuestas dadas por los **Est.11** y **Est.8** a esta consigna (Tabla 27):

Tabla 27. Ejemplos de respuesta Tarea 5. Consigna 3

Respuesta exitosa Vs. Respuesta no exitosa									
Est.11	Est.8								
<p>3. Al realizar un análisis en cada una de las situaciones que se presentan a continuación, se cometieron algunos errores. Descubre cuáles fueron y justifica tu respuesta.</p> <p>SITUACIÓN 1</p> <p>El IEDU muestra los arreglos que se han realizado en la media vial de Bogotá en el año 2007</p> <p>Tomado de: http://www.observatorio.gov.co/images/stories/temas/tema12.pdf</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ANÁLISIS</th> <th>ERRORES - JUSTIFICACION</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p> </td> <td> <p>A. Esta usando la frecuencia vista en porcentaje (no esta cogiendo la variable).</p> <p>B. Es cualitativa no se puede ordenar.</p> </td> </tr> </tbody> </table>	ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACION	<p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p>	<p>A. Esta usando la frecuencia vista en porcentaje (no esta cogiendo la variable).</p> <p>B. Es cualitativa no se puede ordenar.</p>	<p>3. Al realizar un análisis en cada una de las situaciones que se presentan a continuación, se cometieron algunos errores. Descubre cuáles fueron y justifica tu respuesta.</p> <p>SITUACIÓN 1</p> <p>El IEDU muestra los arreglos que se han realizado en la media vial de Bogotá en el año 2007</p> <p>Tomado de: http://www.observatorio.gov.co/images/stories/temas/tema12.pdf</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ANÁLISIS</th> <th>ERRORES - JUSTIFICACION</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p> </td> <td> <p>esta situación no es cualitativa sino cuantitativa y es de intervalo</p> </td> </tr> </tbody> </table>	ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACION	<p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p>	<p>esta situación no es cualitativa sino cuantitativa y es de intervalo</p>
ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACION								
<p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p>	<p>A. Esta usando la frecuencia vista en porcentaje (no esta cogiendo la variable).</p> <p>B. Es cualitativa no se puede ordenar.</p>								
ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACION								
<p>La variable estadística involucrada en la situación es el "tipo de malla vial" que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+18+54}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p>	<p>esta situación no es cualitativa sino cuantitativa y es de intervalo</p>								

La **docente** realiza luego la socialización de la situación 2, recordando que los números de las camisetas no representan una cantidad sino una etiqueta, por lo cual la variable estadística “número de la camiseta” es cualitativa medida con la escala nominal. Seguidamente lee la afirmación **a**, y da la palabra:

docente: El promedio en el número de camiseta corresponde a:

$$\frac{(8 \times 4) + (10 \times 11) + (9 \times 3) + (7 \times 2)}{20} = \frac{183}{20} = 9,15 \text{ ¿es correcta?}$$

Est.11: yo creo que está... mal, pues... porque no tiene sentido.

docente: entonces, la cuestión es ¿tiene sentido decir que el promedio del número de la camiseta que escogió para el número de su camiseta es 9,15?

Estudiantes: no

docente: Es decir que en ese conjunto de datos no tiene sentido hallar este valor (el promedio)

Luego la **docente** lee la afirmación **b**,

docente: No es posible encontrar la mediana. ¿Correcta o incorrecta? ¿Por qué?

Est.11: Es correcta porque es cualitativa, porque no se pueden sumar los datos.

docente: recordemos que la mediana es el dato que se encuentra en la mitad y que esos datos están organizados de menor a mayor. Entonces... ¿se puede o no hallar la mediana?

Est.4: se pueden ordenar los números de las camisetas, pues por que los números se pueden contar y se pueden ordenar cualquiera de las dos variables (se refiere a los números de las camisetas y números de los estudiantes).

Est.12: no se pueden ordenar porque es cualitativa nominal

Est.6: no se puede hallar el dato de la mitad.

Con estas intervenciones, la **docente** señala que la primera razón para no poder hallar la mediana en esta situación tiene que ver con que los valores de la variable no se pueden ordenar, y que esto se relaciona con la escala de medición (nominal), por tanto no hay un

criterio de ordenación de las variables. Posteriormente muestra ejemplos de estudios donde se consideran las variable estadística “*número de hijos en una familia*” y “*nivel desempeño*” para indicar en qué casos puede hallarse o no las medidas de tendencia central de acuerdo a la naturaleza de los datos, recuerda además la forma en cómo se hallan la media y la mediana. Finalmente, la *docente* solicita realizar las consignas 4 y 5 e indica que por razones de tiempo no se socializarán las respuestas. Además, agradece el compromiso y participación en la secuencia de tareas que se llevó a cabo.

6.5.2 Análisis preliminar de la sesión 5:

- Al inicio de la tarea, los estudiantes tuvieron confusiones entre distinguir cuando la variable era de naturaleza cualitativa y cuantitativa, porqué relacionaron los valores de la variable con las frecuencias. Esto se logra aclarar con la socialización de la consigna 1. En las “*consignas de control*” (4 y 5) la mayoría de estudiantes identificó la naturaleza de la variable estadística involucrada en el estudio.
- Esta tarea no incluyó la sección “*para tener en cuenta*” que considerara las medidas de tendencia central, por lo cual la *docente* tuvo la necesidad de hacer la explicación con algunos ejemplos particulares.
- Algunos estudiantes persistieron en errores al identificar las medidas de tendencia central adecuadas al tipo de variable estadística específicamente cuando son cualitativas.

Al ser la Tarea 5 la última tarea de la secuencia, se presentan en la Tabla 28 algunas recomendaciones para una futuro rediseño e implementación de la misma.

Tabla 28. Recomendaciones luego de la sesión 5

Recomendaciones	
Sobre la estructura de las tareas	<ul style="list-style-type: none"> • Incluir la sección “<i>para tener en cuenta</i>” en ella se deben presentar algunas definiciones de las medidas de tendencia central y ejemplos de cómo hallarlas. • Reducir el número de consignas, para se logre cumplir con el tiempo previsto para cada tarea y no se corten por falta de tiempo los espacios de puesta en común.
Sobre el contenido	<ul style="list-style-type: none"> • Proponer consignas donde los estudiantes deban calcular las medidas de tendencia central en algunas situaciones, esto con el fin de obtener más claridad en cuando es posible encontrarlas y cuando es pertinente en el análisis de datos haciendo uso de ellas y evidenciar si los estudiantes han superado los errores abordados.
Sobre la dinámica	<ul style="list-style-type: none"> • Entregar a los estudiantes las hojas de las tareas 2, 3 y 4 para que puedan consultar (en caso que lo requieran) la información que se incluye en las secciones “<i>para tener en cuenta</i>”.

7. ANÁLISIS RETROSPECTIVO

En este capítulo se aborda el análisis retrospectivo del proceso de experimentación en el aula, éste se realiza teniendo en cuenta elementos teóricos aportados por el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción realizados en la fase de preparación del experimento y son usados para interpretar las actuaciones de los estudiantes. Dicho análisis retrospectivo, intenta profundizar sobre lo ocurrido durante la intervención en el aula, presentando información sobre lo que se logró respecto a la superación de las dificultades y errores, el alcance de las expectativas de aprendizaje expuestas en el análisis cognitivo y la revisión de las hipótesis de aprendizaje en pro de verificar su validez o no.

Dado que este análisis es de corte cualitativo e interpretativo, se realiza teniendo en cuenta las transcripciones de las grabaciones de audio y/o video, las observaciones de las docentes y la organización de los datos recogidos de los registros escritos de los estudiantes. Por otro lado, como señala Valverde (2012):

El análisis retrospectivo no se limita a estudiar el aprendizaje de los estudiantes o la evolución de sus conocimientos, sino que en este también se analizan cuestiones sobre la dinámica de trabajo en el aula, debilidades o fortalezas de las tareas... (p. 225).

De esta forma, el análisis retrospectivo acá mostrado se encuentra organizado en tres dimensiones (1) expectativas de aprendizaje y limitaciones manifestadas por los estudiantes en la resolución de cada tarea y contraste con la(s) hipótesis de aprendizaje, (2) balance de cada tarea aplicada en la fase de experimentación, y (3) evolución de la superación de las dificultades por parte de los estudiantes y alcance de los objetivos de aprendizaje propuestos para la ejecución de la secuencia de tareas en conjunto.

La dimensión (1) presenta la valoración del alcance de las expectativas de aprendizaje en términos de la superación de los errores y con relación a las capacidades que se activan al resolver las consignas propuestas para cada tarea. Para complementar esta dimensión de

análisis, se hará un contraste de las hipótesis de aprendizaje propuestas en la trayectoria descrita en la sección 5.2.3.2.

La dimensión (2) relaciona el balance de cada tarea, éste incluye reflexiones acerca de la forma cómo fueron planteadas las consignas, las representaciones usadas en las mismas, la forma en cómo se solicitó a los estudiantes que escribieran, entre otras; y los cambios que se sugieren a la secuencia de tareas para ser mejoradas con el propósito de obtener información sobre la superación de los errores relacionados con las dificultades en torno a las nociones relacionadas con la variable estadística y las escalas de medición. De esta forma se hace el balance en cuanto a fortalezas y debilidades de cada tarea, teniendo en cuenta las actuaciones de los estudiantes al abordarlas.

La dimensión (3) presenta la evolución de la superación de dificultades por parte de los estudiantes, en la ejecución de la secuencia de tareas. Esta dimensión de análisis se organiza en una planilla de observación en términos de la superación de los errores relacionados con cada dificultad, con esta organización se puede hacer un seguimiento de la superación de dichos errores en la ejecución progresiva de las tareas propuestas en el experimento de enseñanza. Por último se muestran algunas consideraciones en torno al alcance de los objetivos de aprendizaje para la secuencia de tareas.

7.1 TAREA 1. NOCIONES EN TORNO A LA VARIABLE ESTADÍSTICA

7.1.1 Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 1.

El análisis del logro de las expectativas de aprendizaje y la identificación de las limitaciones evidenciadas en la implementación de la Tarea 1 se realiza a la luz de algunos elementos planteados en el análisis cognitivo, tales como capacidades y errores en los cuales los estudiantes incurrieron.

Sin embargo, a medida que se analizaban las respuestas dadas por los estudiantes, fue necesario complementar los errores (adicionar algunos y subdividir otros para dar mayor precisión) que se habían planteado en la fase de preparación del experimento de enseñanza.

La relación que hay entre estos errores que surgen a través del análisis de cada tarea, se visibiliza a través de la codificación empleada, de tal forma que su código muestra una subdivisión de los errores establecidos en la fase de preparación del experimento. Es importante señalar que esto no sólo sucedió con la Tarea 1, por lo cual en la presentación del logro de las expectativas de cada tarea tendrán en cuenta este mismo aspecto.

En la Tabla 29 se tienen en cuenta los errores **E2**, **E3** y **E4** (sección 5.2.2.1) y se precisan los errores E1.1, E1.2, E1.3 que puntualizan cuáles son las nociones con las cuales se confunde la variable estadística (error **E1**) y se incluye además, el error E4.1 concerniente al error **E4**:

E1.1 Confundir la variable estadística con la(s) frecuencia(s).

E1.2 Confundir la muestra de un estudio estadístico con la variable estadística.

E1.3 Confundir la variable estadística con los valores de la variable.

E4.1 Clasificar las variables cualitativas como cuantitativas cuando los valores de la variable son números utilizados como códigos.

La planilla de observación de las expectativas de aprendizaje y limitaciones de cada tarea, es una tabla de doble entrada en la que figuran por filas los estudiantes y por columnas las consignas y las capacidades relacionadas que llevan al alcance de las expectativas de aprendizaje; los descriptores que se usan son dicotómicos teniendo en cuenta si fue acertada o no su respuesta. Su registro se hace consigna a consigna por medio de símbolos así: “*” para indicar que el estudiante responde en forma correcta la consigna (en caso contrario se especifica el error en el cual incurre el estudiante), “**” para señalar cuando el estudiante no responde la consigna, y “***” para indicar que la respuesta dada por el estudiante a la consigna no tiene relación con la capacidad que se debía activar o no permite visualizar algún error. Esta forma de presentación se realiza para el análisis retrospectivo de cada tarea.

Tabla 29. Planilla de observación: Tarea 1. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 1	Consigna 2	Consigna 3	Consigna 4	Consigna 5			
	CA1	CA1	CA2	CA2	A		B	
	CA1	CA1	CA2	CA2	CA1	CA3	CA1	CA3
Est. 1	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 2	E1.1	E2	E3	*	E1.1	E4.1	**	**

Est. 3	*	E2	E3	*	*	*	E1.1	E4
Est. 4	***	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 5	*	*	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 6	E1.1	*	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 7	E1.2	E2	E3	*	*	E4.1	*	*
Est. 8	*	*	*	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 9	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 10	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	*	*
Est. 11	E1.1	E2	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 12	*	*	*	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 13	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	***
Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 6 (control)							
	A				B			
	CA1	CA2	CA3	CA4	CA1	CA2	CA3	CA4
Est. 1	*	E3	*	E1.1	*	E3	*	E3
Est. 2	E1.1	E3	E4	E1.1	*	E1.3	*	*
Est. 3	*	*	*	*	*	E3	*	E3
Est. 4	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 5	*	E3	E4	E1.1	*	**	E4	E3
Est. 6	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 7	***	E1.3	E4	*	*	*	E4	*
Est. 8	E1.1	E3	E4	E1.1	*	E3	*	E3
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 10	*	E1.3	E4	*	*	*	E4	*
Est. 11	E1.1	E3	*	E1.1	*	*	*	*
Est. 12	*	**	*	**	*	**	*	**
Est. 13	*	**	*	**	*	**	*	**

Con relación a la hipótesis de aprendizaje planteada para la Tarea 1, los resultados observados son:

Tabla 30. Tarea 1. Contraste hipótesis y resultados

HIPÓTESIS TAREA 1	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN TAREA 1
El estudiante identifica las variables estadísticas involucradas en estudios y las clasifica de acuerdo a la naturaleza de los datos.	<ul style="list-style-type: none"> • El 100% de los estudiantes identifican las variables estadísticas involucradas en estudios cuando la información es presentada en gráficos estadísticos. • El 69,5% identifican las variables estadísticas involucradas en un estudio cuando la información es presentada en tablas de distribución de frecuencias dispuestas de forma vertical. El 7,6% relaciona la variable estadística con una de las palabras (accidentalidad) que aparece en la consigna y el 23% restante continúan incurriendo en el error E1.1 • El 100% identifican los valores de la variable estadística involucrada en un estudio cuando la información es presentada en gráficos estadísticos.

<p>El estudiante identifica las variables estadísticas involucradas en estudios y las clasifica de acuerdo a la naturaleza de los datos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El 30,7% identifican los valores de la variable estadística involucrada en un estudio cuando la información es presentada en tablas de distribución de frecuencias dispuestas de forma vertical, mientras que el 38,4% de los estudiantes continúan incurriendo en el error E3 cuando la variable es cualitativa, los valores de la variable se confunden con la frecuencia, y el 15,4% cometen el E1.3 al escribir como valores de la variable a la variable estadística involucrada, el restante no responde. • El 61,5% clasifica la variable estadística de acuerdo a la naturaleza de los datos cuando la información es presentada en tablas de distribución de frecuencias, el 38,5% restante cometen el error E4. • El 77% clasifica la variable estadística de acuerdo a la naturaleza de los datos cuando la información es presentada en gráficos estadísticos, el 23% restante continúan cometiendo el error E4.
--	--

Por último, al hacer un análisis de las puestas en común de la Tarea 1 tendiendo en consideración la transcripción mostrada en la sección 6.1.1, y el análisis preliminar de la sesión 1 mostrada en la sección 6.1.2 se evidencian los siguientes errores emergentes:

E13 Confundir la variable algebraica con la variable estadística.

E14 Confundir los valores de las variables estadísticas cualitativas con los datos numéricos presentes en la situación (frecuencias absolutas, frecuencias relativas, tamaño de la muestra, etc.).

7.1.2 Balance de la Tarea 1. Nociones en torno a la variable estadística

Se describe en este apartado las fortalezas y debilidades de la Tarea 1 pues se reconoce que esta puede mejorarse con el propósito de obtener información sobre la superación de los errores relacionados con la dificultad **D1** (confusión de nociones en torno a la variable estadística).

La principal fortaleza de la Tarea 1 reside en la elaboración de las consignas propuestas, estas permitieron que los estudiantes hicieran una diferenciación entre la variable estadística y las nociones asociadas (*dato, población, muestra, frecuencia, y clasificación de las variables según la naturaleza de los datos: cualitativa y cuantitativa*), puesto que cada consigna fue pensada para que el estudiante dentro de un listado de datos asociados a las nociones, señalara la opción que incluía la información sobre la noción solicitada. En este proceso el estudiante tuvo que realizar un contraste entre la opción a elegir y las demás opciones que mostraban asociaciones erróneas a la noción requerida; además el espacio

“explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto” permitió evidenciar si los estudiantes advertían los errores que se abordaban en la situación y si éstos eran superados.

La oportunidad de mejora más evidente de la Tarea 1 se encuentra en la consigna 5, en ella los datos fueron presentados en tablas de distribución de frecuencias dispuestas de manera horizontal y los estudiantes debían encontrar los errores al enunciar la variable estadística y el tipo de variable en cada situación. Al observar las actuaciones de los estudiantes, la mayoría no identificó los errores (Tabla 29), se considera que esto se asoció a la forma como fue enunciada la situación, esta fue presentada así: *“El almacén “Pague menos” al hacer un inventario registró los siguientes resultados:”*, al hacer la puesta en común los estudiantes manifestaron no haber entendido la situación, para lo cual se sugiere entonces complementar la descripción de la situación así: *“El almacén Pague menos realizó un inventario, para ello se emplearon dos tablas; en la tabla 1 se registró la cantidad de camisetas existentes de cada talla y en la tabla 2 se registró los tipos de prendas existentes en el almacén y la cantidad de cada tipo”*.

Se advierte además que aunque en la consigna 5 se abordó el error **E4.1** relacionado con la clasificación de variables cualitativas como cuantitativas cuando los valores de la variable son números utilizados como códigos, en la Tarea 1 ni en las demás tareas de la secuencia se incluyó una consigna en la cual se permitiese evidenciar el nivel de avance en la superación de dicho error, por lo que es necesario complementar esta u otras tareas con una o varias consignas diseñadas para tal fin. Igualmente en esta consigna se incluyó la palabra *discreta* al enunciar el tipo de variable *“Cuantitativa- discreta”*, ya que la Tarea 1 no abordó la clasificación de variables cuantitativas según los valores de la variable estadística (discreta y continua) se sugiere que la palabra discreta no sea incluida.

Por otro lado, se considera que la consigna 6 puede ser complementada con las preguntas: *¿Cuáles son valores de la variable estadística?* y *¿Cuáles son las frecuencias de estos valores?* En la implementación de la tarea, la docente solicitó a los estudiantes que incluyeran estas dos preguntas para solventar esta ausencia, de esta forma la consigna 6 se

constituye en una consigna de control que permite evidenciar si los estudiantes superan la dificultad **D1**.

7.2 TAREA 2. ESCALAS DE MEDICIÓN DE LAS VARIABLES ESTADÍSTICAS

7.2.1 Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 2

En la Tabla 31 se tiene en cuenta los errores **E4** y **E5** (sección 5.2.2.1) y se precisan los errores E5.1, E5.2, E5.3 y E5.4 que hacen referencia al no reconocimiento de las propiedades que cumple la variable estadística de acuerdo a la escala de medición en la cual se encuentra:

E5.1 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala nominal.

E5.2 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala ordinal.

E5.3 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de intervalo.

E5.4 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de razón.

En la sesión que se desarrolla esta tarea no asisten los estudiantes **Est. 4**, **Est. 5** y **Est. 6**, por lo cual en la planilla de observación (Tabla 31) aparece ** a lo largo de las filas que incluyen estos estudiantes.

Tabla 31. Planilla de observación: Tarea 2. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 0									Consigna 1		Consigna 2		Consigna 3
	I			II			III			CA3	CA8	CA3	CA8	CA8
	CA1	CA3	CA5	CA1	CA3	CA5	CA1	CA3	CA7					
Est. 1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5
Est. 2	*	*	E5.2	*	*	*	*	*	*	*	*	E4	E5	E5
Est. 3	*	*	*	*	*	E5.1	*	*	*	*	E5	E4	E5	*
Est. 4	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 5	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 7	*	*	E5.2	*	*	E5.1	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 8	*	*	*	*	*	E5.1	*	*	*	*	*	*	*	E5
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5	*	*	*
Est. 11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5
Est. 13	*	*	*	*	*	*	***	*	*	*	*	*	*	*

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 4	Consigna 5	Consigna 6	Consigna 7	Consigna 8	Consigna 9	Consigna 10	Consigna 11	Consigna 12
	CA7	CA7	CA7	CA7	CA7	CA6	CA6	CA6	CA6
Est. 1	E5.4	E5.4	*	*	*	E5.3	*	*	E5.3
Est. 2	E5.4	E5.4	*	*	*	E5.3	E5.3	***	E5.3
Est. 3	***	*	*	*	E5.4	*	*	E5.3	E5.3
Est. 4	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 5	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 6	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 7	*	E5.4	*	*	E5.4	*	*	*	*
Est. 8	*	*	*	*	*	E5.3	*	E5.3	E5.3
Est. 9	*	*	*	*	*	E5.3	*	E5.3	*
Est. 10	*	E5.4	*	*	*	E5.3	E5.3	*	*
Est. 11	E5.4	E5.4	*	*	*	E5.3	*	*	*
Est. 12	*	E5.4	*	E5.4	*	E5.3	*	E5.3	E5.3
Est. 13	*	E5.4	*	*	E5.4	E5.3	*	E5.3	*

Tabla 32. Tarea 2. Contraste hipótesis y resultados

HIPÓTESIS TAREA 2	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN TAREA2
El estudiante identifica la escala de medición en la cual esta medida la variable estadística, reconociendo las propiedades que cumple cada una.	<p>Los resultados se presentarán en proporción a los 10 estudiantes presentes en el desarrollo de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 100% de los estudiantes reconocen la variable estadística involucrada en las situaciones que se presentan en la consigna 0 (Preguntas I, II). En la Pregunta III el 10% (1 estudiante) da una respuesta que no corresponde con alguno de los errores, pues al preguntársele por la variable estadística la asocia a una palabra (salario mínimo) involucrada la situación propuesta. • El 80% reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala ordinal o en escala nominal y el 20% continúan cometiendo el error E5.1 o E5.2 que hacen parte del error E5. • El 20% reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de intervalo, el 40% presenta error E5.3 en alguna de las consignas y el 40% cometen el error E5.3 en varias consignas. • El 70% de los estudiantes reconocen las propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de razón, el 30% continúa cometiendo el error E5.4

7.2.2 Balance de la Tarea 2. Escalas de medición de las variables estadísticas

La Tarea 2 permitió dar a conocer las escalas de medición de las variables estadísticas, puesto que los estudiantes con los que se llevó a cabo la secuencia de tareas no tenían instrucción al respecto. La consigna 0 (preguntas I,II y II) se constituye en una fortaleza de la Tarea 2 puesto que llevan al estudiante a identificar cada una de las propiedades que cumplen las variables estadísticas medidas en escalas de medición nominal, ordinal y de razón. Igualmente las consignas 9,10 y 11 permiten identificar la principal diferencia entre

las variables medidas en escala de razón y de intervalo. Otra fortaleza de la tarea fue el uso del aplicativo virtual puesto que permitió a los estudiantes confrontar sus respuestas y complementar o corregir las soluciones que habían planteado.

Una oportunidad de mejora de la Tarea 2 es incluir un espacio para socializar las respuestas dadas después de la confrontación con el aplicativo, pues en la puesta en común se discuten las soluciones dadas a cada una de las consignas y las mismas son validadas por la docente que dirige la sesión.

7.3 TAREA 3. RELACIÓN VARIABLES ESTADÍSTICAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

7.3.1 Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 3

La Tarea 3 aunque fue pensada dentro de la secuencia para abordar la dificultad **D2** (elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra) esta es aprovechada para incluir consignas en torno a la clasificación de variables cuantitativas según los valores de la variable estadística (discreta y continua). Como consecuencia de esto, la Tabla 33 tiene en consideración los errores **E4**, **E5**, **E6** y **E7** (sección 5.2.2.1) y además incluye el error **E10**:

E10 Clasificación incorrecta de variables estadísticas cuantitativas en discretas o continuas sin considerar como se presentan los valores de la variable.

Por otro lado, al realizar el análisis de los registros escritos de los **Est.1** y **Est.11** en la consigna 6, emerge el error **E15**:

E15 Relacionar la escala de intervalo con un intervalo como subconjunto de números reales.

Es importante señalar que dado que la consigna 5 se consideró como mal formulada, esta no se tuvo en el análisis de la Tarea 3, más adelante se amplía esto al realizar el balance de la tarea.

En la sesión que se desarrolla esta tarea no asiste el estudiante **Est.2** por lo cual en la planilla de observación (Tabla 33) aparece ** a lo largo de la fila que incluye este estudiante.

Tabla 33. Planilla de observación: Tarea 3. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 1					Consigna 2 (control)		Consigna 3		Consigna 4				
	CA1	CA3	CA8	CA9	CA10	CA3	CA11	CA12	CA15	CA1	CA3	CA8	CA 15	CA12
Est. 1	*	*	*	*	*	*	*	E6	*	*	*	*	*	E6
Est. 2	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Est. 3	*	*	*	*	*	*	*	E6	*	*	*	*	*	*
Est. 4	*	*	**	*	*	*	E10	E6	*	*	*	**	*	*
Est. 5	*	E4	**	*	*	*	E10	*	*	*	*	*	*	*
Est. 6	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 7	*	E4	E5	*	*	*	E10	E6	*	*	*	*	*	E6
Est. 8	*	E4	*	*	*	*	E10	*	*	*	*	*	*	*
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 10	*	E4	E5	*	*	*	*	E6	*	*	*	*	*	E6
Est. 11	*	*	E5	*	*	*	E10	E6	*	*	*	*	*	E6
Est. 12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 13	*	*	*	*	*	*	*	E6	*	*	*	*	**	*

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 6				Consigna 7 (control)						Consigna 8 (control)	
	CA1	CA3	CA8	CA13	CA3	CA11	CA12	CA13	CA14	CA15	CA16	
Est. 1	*	*	E14	E6	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 2	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	
Est. 3	*	*	*	E6	*	E10	*	*	*	*	*	
Est. 4	*	*	*	E6	**	**	E6	E6	E6	*	*	
Est. 5	*	*	*	E6	*	*	E6	E6	E6	E7	E6	
Est. 6	*	*	E5	E6	*	*	E6	E6	E6	*	*	
Est. 7	*	*	E5	*	**	**	E6	E6	E6	*	*	
Est. 8	*	*	E5	E6	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 10	*	*	*	*	E4	E10	*	*	*	E7	E6	
Est. 11	*	*	E14	*	*	*	E6	E6	E6	*	*	
Est. 12	*	*	*	E6	*	*	*	*	*	E7	E6	
Est. 13	*	*	*	*	E4	*	*	*	*	*	*	

Tabla 34. Tarea 3. Contraste hipótesis y resultados

HIPÓTESIS TAREA 3	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN TAREA 3
<p>El estudiante identifica la variable estadística en cada estudio presentado, la clasifica según la naturaleza de sus datos y reconoce la escala en la cual esta medida.</p>	<p>Los resultados se presentarán en proporción a los 12 estudiantes presentes en el desarrollo de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 100% identifican las variables estadísticas involucradas en estudios cuando la información es presentada en gráficos estadísticos y en conjuntos de datos sin ordenar. • El 100% clasifica la variable estadística según la naturaleza de sus datos cuando en la consigna debe escribirse si es cualitativa o cuantitativa. • Cuando en la consigna se debe señalar con una “x” si es cualitativa o cuantitativa el 16,6% no responde, el 16,6% comete el error E4 y el 66,6% logran clasificar la variable adecuadamente.
<p>El estudiante establece la relación entre los tipos de variable y los gráficos estadísticos, es decir que reconoce cuales son los gráficos adecuados según el tipo de variable y escala de medición.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El 58,4 %Identifica las representaciones gráficas adecuadas para variables cualitativas, variables cuantitativas discretas para datos no agrupados, y para variables cuantitativas discretas o continuas para datos agrupados, y el 41,6% restante continúa presentando el error E6.
<p>En situaciones en donde se involucran variables cuantitativas, el estudiante señala qué tipo de gráfico entre el diagrama de barras y el histograma es más pertinente utilizar de acuerdo a los datos presentados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El 69,2% logra diferenciar algunas características de los diagramas de barras y los histogramas, estos mismos estudiantes son los que logran establecer además qué tipo de gráfico entre el diagrama de barras y el histograma es más pertinente utilizar de acuerdo a los datos presentados, el 23% restante continúa presentando el error E6.

Es importante agregar que al hacer el análisis de los registros escritos de los estudiantes en la Tarea 3, se evidencia el siguiente error emergente:

E15 Asociar la escala de medición de intervalo a variables estadísticas cuantitativas cuando los valores de la variable se encuentran agrupados en intervalos de clase.

7.3.2 Balance de la Tarea 3. Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos

En relación con la Tarea 3, una de sus fortalezas estuvo en que se pudo evidenciar los avances de los estudiantes en términos de identificar las variables estadísticas en los estudios presentados en gráficos estadísticos e información de conjuntos de datos sin ordenar. Las formas de presentar los datos de las situaciones presentadas en las consignas

de la Tarea 3, pudo poner en consideración en las puestas en común además las diversas formas como se presenta informaciones estadísticas y reconocer cuáles son las más conocidas por los estudiantes (diagrama de barras y gráficos de sectores) y en cuáles se debía ampliar más su descripción (polígonos de frecuencias e histograma).

Se considera que los apartados de “*socialización: ¿Qué puedes concluir?*” de todas las tareas, deben tener preguntas específicas sobre lo que se espera que respondan los estudiantes, para que esta sección pueda aportar más a la descripción de la superación de errores; dado que no había preguntas orientadoras frente a las nociones estadísticas trabajadas en particular, no hubo un eje que orientara las conclusiones de los estudiantes, por este motivo en los registros escritos se encuentran varios tipos de conclusiones: en relación a un resumen de la institucionalización realizada, en términos de que si lo que habían respondido estaba bien o no o si fueron adecuadas en relación con la puesta en común, la diferencia entre las situaciones trabajadas, entre otras.

En términos de cómo se plantearon las consignas en la Tarea 3, la situación descrita en la consigna 5 fue presentada a través de diferentes gráficos estadísticos, en esta los estudiantes además de identificar cuál era la variable estadística involucrada debían señalar cuáles gráficos eran los menos adecuados para presentar la información. Se observa en la implementación que la consigna se encuentra mal planteada en la forma como fue redactada, puesto que en la presentación de la situación se señala que se mostrará la “*asistencia a las salas de cine*” y los títulos de los gráficos se presentan como “*asistencia a cine por sede*”, estos aspectos crearon confusión al identificar la variable estadística y por ende el tipo de gráfico más adecuado, pues los estudiantes asociaron la variable estadística con los títulos de los gráficos. Se sugiere así, que esta consigna se vuelva a redactar en términos de la presentación de la situación “*día de mayor asistencia de clientes a cine por teatros (suba, calle 100, Teusaquillo y Tunal)*” y los títulos de los gráficos sean presentados como “*distribución por días de los clientes que asisten a cine por teatros (suba, calle 100, Teusaquillo y Tunal)*”, se espera que la consigna 5 pueda ser reformulada

para que los estudiantes identifiquen la variable estadística a pesar del título del gráfico presentado.

Una oportunidad de mejora para las consignas 7 y 8, puede ser no sólo narrar la situación del estudio estadístico realizado, sino que se incluya cómo se midieron las variables involucradas o que la consigna contenga algunos ejemplos de datos para conocer cuáles podrían ser los valores que toman las variables estadísticas involucradas, por ejemplo: en la consigna 7 uno de los estudios presentados fue: “*Cantidad de litros de agua consumidos en un día por los estudiantes de todos los estudiantes de grado noveno de un colegio*” pero no se especificó si las mediciones trataron a la variable cuantitativa como discreta o continua, lo que también determinaba la elección de los estudiantes del o los gráfico(s) estadístico(s) más adecuado(s). Una debilidad de la Tarea 3 fue lo extensa, esto ocasionó que no pudiera ser abordada en el tiempo que se había programado, los textos que se incluyeron en la sección “*para tener en cuenta*” fueron muy amplios pues toma mucho tiempo a los estudiantes su lectura, por lo que se sugiere reducir esta información. Dado que no alcanzó a ser realizada en una sesión, en la sesión siguiente la docente tuvo la responsabilidad de hacer una lectura guiada de las situaciones trabajadas anteriormente y de la información allí registrada, para hacer precisiones sobre las descripciones dadas sobre la variedad de gráficos estadísticos y su pertinencia de acuerdo a la variable estadística involucrada.

7.4 TAREA 4. CARACTERÍSTICAS DE LAS ESCALAS DE MEDICIÓN DE INTERVALO Y DE RAZÓN.

7.4.1 Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 4.

En el análisis retrospectivo de la Tarea 4, la Tabla 35 incluye errores que han sido especificados en la Tarea 1 y 2 estos son el **E1.3** y el **E5.3**.

Tabla 35. Planilla de observación: Tarea 4. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 1						Consigna 2					
	CA1	CA2	CA 3	CA11	CA7	CA8	CA1	CA2	CA3	CA11	CA6	CA8
Est. 1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5.3	*
Est. 2	*	***	E4	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 3	*	*	*	*	*	E5	*	*	*	*	*	E5
Est. 4	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E10	*	*

Est. 5	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E10	*	*
Est. 6	*	*	*	*	*	E5	*	*	*	*	*	E5
Est. 7	*	E1.3	*	E10	*	*	*	*	*	E10	*	*
Est. 8	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 10	*	E2	E4	E10	*	E5	*	E2	*	E10	*	**
Est. 11	*	E3	*	*	*	*	*	E2	*	*	*	*
Est. 12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 13	*	*	*	*	*	*	*	*	**	*	*	*

Tabla 36. Tarea 4. Contraste hipótesis y resultados

HIPÓTESIS TAREA 4	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN TAREA 4
El estudiante identifica propiedades de las variables estadísticas medidas con las escalas de intervalo y de razón.	<ul style="list-style-type: none"> • El 100% de los estudiantes reconocen propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de razón (clasificación, orden, comparación a través de razones y cero absoluto). • El 77% de los estudiantes clasifican las variables presentadas según la escala de medición en la cual se presenta (intervalo o razón). • El 92,3% reconocen propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de intervalo (clasificación, orden y cero relativo). El 7,7% restante no reconoce al “cero” de la escala de intervalo como un cero relativo, sino como un cero absoluto porque lo relacionan con “ausencia”.
<i>No se plantea en la fase de preparación del experimento una hipótesis que relacionara la clasificación de las variables cuantitativas con relación a la forma como se presentan los datos (discreta o continua)</i>	<ul style="list-style-type: none"> • El 69,2% de los estudiantes clasifican correctamente las variables cuantitativas presentadas en discretas o continuas, El 30,8% No lo realiza.

7.4.2 Balance de la Tarea 4. Escalas de medición de intervalo y de razón.

Esta tarea fue pensada para aclarar y superar el error **E5** que persiste en la distinción entre la variable estadística medida en escala de razón y en escala de intervalo. Su fortaleza estuvo en tomar a partir de dos situaciones, consignas en las cuales se abordaba cada una de las propiedades de variables medidas en escala de intervalo y razón.

Algunas oportunidades de mejora de la Tarea 4 se encuentran en relación con proponer mayor número de consignas para que se pueda identificar con mayor certeza si el error **E5** fue superado o no, pues la estructura de la tarea careció de consignas que permitieran hacer el control sobre la superación del error relacionado con la no identificación de la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico y la diferenciación entre las escalas utilizadas para variables cuantitativas.

7.5 TAREA 5. RELACIÓN VARIABLES ESTADÍSTICAS Y ANÁLISIS CON MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

7.5.1 Expectativas de aprendizaje y limitaciones Tarea 5

En el análisis de la Tarea 5, además de contemplar los errores que se habían previsto en el análisis cognitivo y en el análisis de instrucción, es necesario puntualizar en el error **E8** a través de los errores **E8.1** y **E8.2** y el error **E9** con los errores **E9.1** y **E9.2**. Se incluyen además los errores **E11** y **E12** que emergen del análisis de las respuestas dadas a la consigna 4. A continuación se describen los errores:

E8.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala nominal.

E8.2 Calcular la mediana en variables cualitativas medidas en escala nominal.

E9.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala ordinal.

E9.2 Hallar la mediana en variables cualitativas medidas en escala ordinal con número de datos par y valores medios diferentes.

E11 Hallar la media de las frecuencias de los valores de la variable estadística.

E12 No reconocer la posibilidad de cálculo de la mediana en distribuciones para datos agrupados de variables cuantitativas.

Tabla 37. Planilla de observación: Tarea 5. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad	Consigna 1						Consigna 2					
	CA1	CA2	CA 3	CA8	CA17	CA20	CA1	CA2	CA 3	CA8	CA17	CA20
Estudiante												
Est. 1	*	*	E4	E5	*	E8.2	*	*	E4	E5	*	**
Est. 2	E3	E1.3	E4	E5	*	**	E5	E1.3	E4	E5	**	E8.2
Est. 3	*	*	E4	E5	*	*	*	*	E4	*	**	E8.2
Est. 4	*	*	E4	E5	*	**	*	*	E4	E5	**	*
Est. 5	*	*	*	*	*	**	*	*	E4	E5	*	E8.2
Est. 6	*	*	E4	E5	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 7	*	*	E4	E5	*	*	*	*	*	E5	*	E8.2
Est. 8	*	*	E4	E5	*	**	*	E3	E4	E5	**	E8.2
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	**	*
Est. 10	*	*	E4	E5	*	*	*	E3	E4	E5	**	*
Est. 11	*	*	E4	E5	*	*	*	*	E4	E5	**	**
Est. 12	*	*	E4	E5	*	*	*	*	E4	E5	**	E8.2
Consigna Capacidad	Consigna 3		Consigna 4									
	Situación 1	Situación 2	Situación 1					Situación 2				
Estudiante	CA20	CA20	CA1	CA3	CA8	CA17	CA20	CA1	CA3	CA8	CA19	CA20
Est. 1	*	*	*	*	E5	*	E8.1 E8.2	*	*	E5	*	E12
Est. 2	**	**	*	*	*	*	*	*	E4	*	*	*
Est. 3	E8.2	*	*	E4	E5	*	E8.1	*	*	E5	*	E11

							E8.2					
Est. 4	*	**	*	*	*	*	*	*	E4	E5	*	*
Est. 5	*	*	*	*	*	*	*	*	E4	E5	*	*
Est. 6	*	*	*	*	*	*	E8.1 E8.2	*	*	E5	*	E11
Est. 7	**	*	*	*	E5	*	E8.2	*	*	*	*	*
Est. 8	**	**	*	*	*	*	*	*	E4	E5	*	*
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Est. 10	**	**	*	*	E5	**	**	*	*	E5	*	E12
Est. 11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5	*	*
Est. 12	**	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 5 (control)											
	Situación 1						Situación 2					
	CA1	CA2	CA3	CA8	CA 18	CA20	CA1	CA2	CA3	CA8	CA19	
Est. 1	*	*	*	E5	*	E9.1 E9.2	*	*	*	*	*	
Est. 2	*	*	*	*	*	*	*	*	***	E5	*	
Est. 3	*	*	*	*	*	E9.1 E9.2	*	*	*	E5	*	
Est. 4	*	*	*	E5	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 5	*	*	*	E5	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 6	*	*	*	*	*	*	*	*	*	E5	*	
Est. 7	*	*	*	E5	*	E9.1 E9.2	*	*	*	*	*	
Est. 8	*	*	*	E5	*	E9.2	*	*	*	*	*	
Est. 9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 10	*	*	*	E5	*	E9.1 E9.2	*	*	E4	E5	*	
Est. 11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
Est. 12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	

Tabla 38. Tarea 5. Contraste hipótesis y resultados

HIPÓTESIS TAREA 5	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN TAREA 5
El estudiante identifica la variable estadística de cada estudio estadístico presentado, la clasifica según la naturaleza de los datos y la escala en la cual está medida.	<ul style="list-style-type: none"> El 100% identifican las variables estadísticas involucradas en estudios cuando la información es presentada en tablas de distribución de frecuencias dispuestas de forma vertical. El 100% identifican los valores de la variable estadística involucrada en un estudio cuando la información es presentada en tablas de distribución de frecuencias dispuestas de forma vertical. El 84% identifican la naturaleza de la variable involucrada en el estudio estadístico (cualitativa o cuantitativa). El 8% confunde el tipo de variable mencionando una escala de medición, y el 8% restante tuvo el error E4.
El estudiante reconoce la relación entre la naturaleza de los datos y la pertinencia de realizar un análisis estadístico con la mediana y la media.	<ul style="list-style-type: none"> El 100% identifican la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cualitativas medidas en escala nominal y ordinal, y para variables cuantitativas medidas en escala de intervalo y de razón.

<p>El estudiante identifica que para las variables de naturaleza cualitativa, solo es posible encontrar la moda, a menos que las de escala ordinal hayan sido cuantificadas y sea posible encontrar la mediana.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • En las respuestas dadas a las consignas, donde se presentaban reportes escritos y algunos cálculos, se observan limitaciones en las actuaciones del 41,6% de los estudiantes en torno a identificar errores en la elección de la medida de tendencia central de acuerdo a la variable, hubo dificultad cuando se debía explicar por qué las medidas de tendencia central no estaban correctamente utilizadas en conclusiones, a partir de análisis estadísticos. El 58,3% lo hace de manera adecuada.
<p>El estudiante identifica que para las variables cuantitativas, sin importar la escala en la que se encuentren, es posible encontrar todas las medidas de tendencia central.</p>	

7.5.2 Balance de la Tarea 5. Relación variables estadísticas y medidas de tendencia central.

La Tarea 5 permitió evidenciar la superación de los errores **E1**, **E2**, **E3**, **E4** y **E5**, esta dio lugar a realizar una institucionalización frente a las nociones estadísticas trabajadas en la secuencia de tareas. La resolución de las consignas permitió un dialogo entre la docente que dirigió la sesión y los estudiantes, llevando a una confrontación de opiniones entre grupos de trabajo, sobre la pertinencia del uso de análisis estadísticos en donde se empleaban las medidas de tendencia central de acuerdo con la variable estadística presente según el caso. Aunque se considera que para provocar este tipo de diálogos es necesaria la gestión de la docente frente a la dinámica de trabajo, pues la tarea por sí sola no tiene una pregunta o interrogante que hable sobre la pertinencia de la utilización de las medidas de tendencia central.

En las tareas propuestas para que los estudiantes identificaran la naturaleza cualitativa o cuantitativa de las variables presentadas en las consignas, se les ha preguntado por el “*tipo de variable*”, pero en la Tarea 5 consigna 5, no se les preguntó por el tipo de variables sino que se les preguntó por “*la naturaleza de la variable*” y los estudiantes presentaron esta duda al momento de leer la indicación, aunque este impase fue solucionado por la gestión de la docente que dirigía la sesión se considera que en pro de que no se presenten dificultades frente a la forma como se presenta el enunciado, se debe mantener en todas las tareas el mismo lenguaje para las nociones involucradas, en este caso particular *tipo de variable*.

7.6 SUPERACIÓN DE DIFICULTADES Y ALCANCE DE LOS OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

7.6.1 Superación dificultad 1. Confusión de nociones en torno a la variable estadística

La dificultad **D1** es abordada durante toda la secuencia de tareas, para observar su evolución en términos de la superación de los errores **E1**, **E2**, **E3**, **E4** y **E5** se hace una mirada progresiva desde la Tarea 1 hasta la Tarea 5 además en la planilla de observación se incluyen los resultados de la prueba diagnóstico (**Dg**) para algunos errores, este es el caso del error **E1** relacionado con la no identificación de la variable estadística en un estudio y el **E4** relacionado con la clasificación incorrecta de la variable estadística según su naturaleza.

Por otro lado en la Tarea 1 surge el error **E10**, dicho error no estaba previsto en la fase de preparación del experimento, por lo que fue abordado en las Tareas 3 y 4, dada su relación con las nociones en torno a la variable estadística el error **E10** corresponde a la dificultad **D1**.

La planilla de observación de evolución de las dificultades es una tabla de doble entrada en la que por filas figuran los estudiantes y por columnas figuran los errores asociados a cada dificultad, su registro se hace tarea a tarea por medio de símbolos así: “✓” para indicar que el estudiante avanza en la superación del error, “✗” para indicar que el estudiante persiste en el error, “✓✗” para indicar que el estudiante continúa incurriendo en algunos de los errores asociados al error previsto en la fase de preparación del experimento de enseñanza y “**” para señalar cuando el estudiante no asiste a la sesión.

Tabla 39. Planilla de observación evolución de la Dificultad 1.

Dificultad Error Tarea	D1. Confusión de nociones en torno a la variable estadística															
	E1						E2					E3				
	Dg	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5
Est. 1	✓	✓✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 2	✗	✓✗	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✗	✓	**	✓	✓
Est. 3	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 4	✗	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓
Est. 5	✗	✓✗	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✗	**	✓	✓	✓
Est. 6	✓✗	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓
Est. 7	✗	✓✗	✓	✓	✓✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 8	✓✗	✓✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 9	✓✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Est. 10	x	✓x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 11	x	✓x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	x	✓	✓
Est. 12	**	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 13	✓x	✓	x	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	✓	**
Dificultad Error Tarea Estudiante	E4						E5					E10					
	Dg	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5	
Est. 1	x	✓	✓	✓	✓	✓		x	✓x	✓x	x			✓	✓		
Est. 2	x	x	x	**	x	x		x	**	✓	x			**	✓		
Est. 3	✓	✓	x	✓	✓	✓		✓x	✓x	✓x	x			✓x	✓		
Est. 4	x	✓	**	✓	✓	✓		**	✓	✓x	x			✓x	✓x		
Est. 5	✓	x	**	✓	✓	✓		**	✓	✓	x			✓x	✓x		
Est. 6	✓	✓	**	✓	✓	✓		**	✓x	✓x	x			✓x	✓		
Est. 7	x	x	✓	✓	✓	✓		✓x	✓x	✓x	x			✓x	x		
Est. 8	✓	x	✓	✓	✓	✓		✓x	✓	✓	x			✓	✓		
Est. 9	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓			✓	✓		
Est. 10	✓	x	✓	x	x	x		✓x	✓x	✓x	x			✓x	x		
Est. 11	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓x	✓	✓	✓			✓x	✓		
Est. 12	**	✓	✓	✓	✓	✓		✓x	✓	✓	✓			✓	✓		
Est. 13	**	✓	✓	x	x	**		✓x	✓	✓	**			✓	✓		

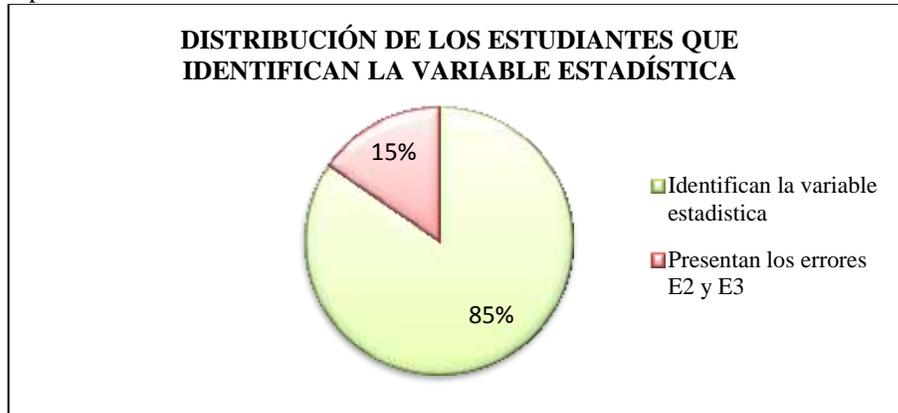
La dificultad **D1** es posible analizarla a través de errores relacionados con la no identificación de la variable estadística presentada en un estudio (**E1, E2, E3**), errores relacionados con la incorrecta clasificación de la variable estadística de acuerdo a su naturaleza (**E4, E10**), y el error relacionado con la no identificación de la escala de medición en la cual se encuentra medida la variable estadística (**E5**).

La superación de la dificultad **D1** se encuentra relacionada con el objetivo de aprendizaje **OA1**, por ello al realizar la observación de las actuaciones de los estudiantes a la luz de la planilla presentada en la Tabla 39, se puede advertir que:

- En relación con los errores relacionados con la no identificación de la variable estadística presentada en un estudio hay avance en la superación de la **D1**, puesto que en la prueba diagnóstico 7 estudiantes no reconocen la variable estadística en un estudio, 4 estudiantes solo la reconocen en algunos casos y sólo 1 estudiante la reconoce en los estudios. Al final de la secuencia de tareas se observa que la mayoría de los estudiantes reconoce correctamente la variable estadística en un estudio, sin confundirla con el tamaño de la muestra, la frecuencia, los datos o con los valores de la variable, a excepción de los **Est. 10** y **Est.11** quienes vuelven a incurrir en los errores **E2** y **E3** respectivamente durante la

Tarea 4. El Gráfico 14 presenta en general la superación de la dificultad **D1** con relación a la correcta identificación de la variable estadística.

Gráfico 14. Superación de la dificultad D1: Correcta identificación de la variable estadística



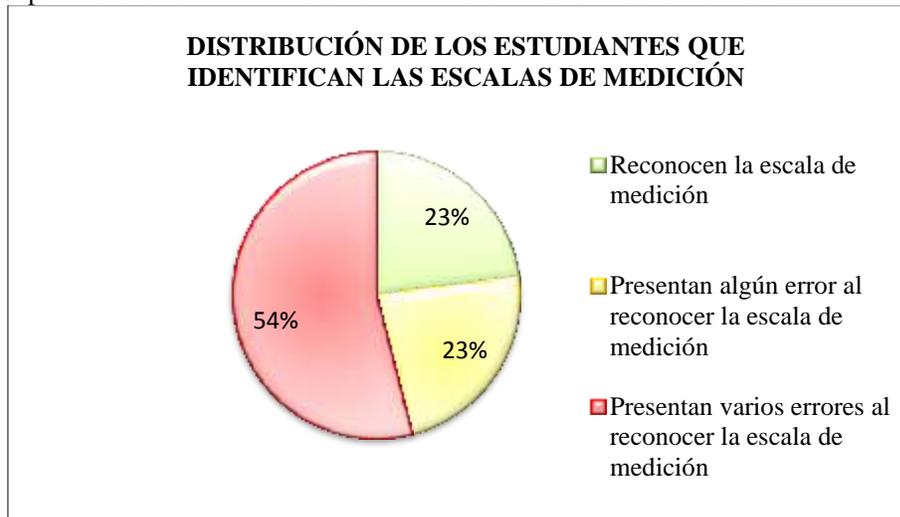
- Frente a los errores relacionados con la incorrecta clasificación de la variable estadística de acuerdo a su naturaleza, de los 4 estudiantes que presentaron el error **E4** en el diagnóstico 3 de ellos superan y 1 lo mantiene durante toda la secuencia; por otro lado se observa que aunque 1 de los estudiantes en la prueba diagnóstico distinguió la naturaleza de las variables estadísticas, en el desarrollo de la secuencia incurre en este error. Así, al finalizar la secuencia de tareas el 23% de los estudiantes no clasifican las variables estadísticas según su naturaleza mientras que el 77% restante lo hacen de manera acertada, el Gráfico 15 presenta en general la superación de la dificultad **D1** con relación a la correcta clasificación de la variable estadística.

Gráfico 15. Superación de la dificultad D1: Correcta clasificación de la variable estadística



- Respecto al error relacionado con la no identificación de la escala de medición en la cual se encuentra medida la variable estadística, es importante señalar que al iniciar la secuencia de tareas los estudiantes no habían recibido instrucción alguna sobre el tema, (evidenciado al revisar el plan de estudios), por lo cual los avances que se presenten son considerados una fortaleza en la secuencia de tareas implementada. Al tener en cuenta la planilla de observación (Tabla 39), se puede visualizar que el 23% de los estudiantes reconocen las escalas de medición de una variable estadística, el 23% presentan algún error al distinguir la escala de medición, especialmente cuando la escala es de razón o de intervalo, algunos de estos errores corresponden al relacionar la escala de intervalo con un intervalo como subconjunto de números reales, o confundir la escala de la variable cuantitativa cuando sus valores se encuentran agrupados en intervalos de clase; el 54% restante de los estudiantes al finalizar la secuencia no identifican las escalas de medición por lo cual se considera que no han superado el **E5** o el diseño de las tareas no fue el oportuno para apoyar la superación. El Gráfico 16 presenta en general la superación de la dificultad D1 con relación a la identificación de las escalas de medición de las variables estadísticas.

Gráfico 16. Superación de la dificultad D1: Identificación de las escalas de medición



7.6.2 Superación dificultad 2. Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra

La dificultad **D2** es abordada únicamente en la Tarea 3. Para el análisis de la superación de esta dificultad se tiene en cuenta el desarrollo de esta tarea y específicamente las consignas tomadas como control, debido a que la dificultad **D2** fue tomada desde la revisión de la literatura y no de lo observado en el diagnóstico.

Tabla 40. Planilla de observación evolución de la Dificultad 2.

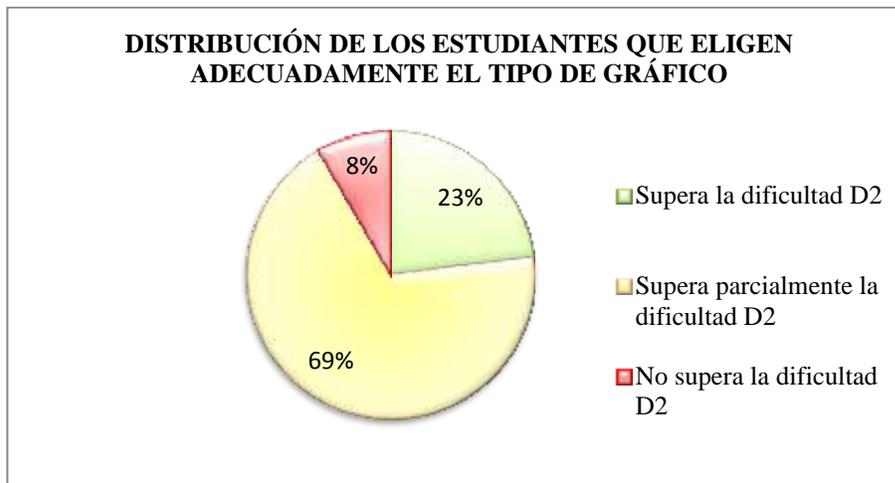
Dificultad Error Tarea Estudiante	D2. Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra	
	E6	E7
	T3	T3
Est. 1	✓ x	✓
Est. 2	**	**
Est. 3	✓ x	✓
Est. 4	x	✓
Est. 5	x	x
Est. 6	x	✓
Est. 7	x	✓
Est. 8	✓	✓
Est. 9	✓	✓
Est. 10	✓	x
Est. 11	x	✓
Est. 12	✓	x
Est. 13	✓	✓

La superación de la dificultad **D2** se encuentra relacionada con el objetivo de aprendizaje **OA2**, por ello al realizar la observación de las actuaciones de los estudiantes a la luz de la planilla presentada en la Tabla 40, se puede advertir que:

- Solo 3 de los 12 estudiantes que corresponde al 25%, superan en su totalidad la dificultad **D2**, es decir que logran relacionar la naturaleza de la variable estadística, la escala de medición en la cual se encuentra y la representación gráfica apropiada para presentar la información. En contraste, 1 estudiante que corresponde al 8% aproximadamente no logra superar ninguno de los errores asociados a la dificultad. Los 8 estudiantes restantes (67%), logran superar de manera parcial la dificultad, 6 de ellos no logran establecer la relación entre el tipo de variable y el tipo de gráfico y los 2 restantes no diferencian los rectángulos de un diagrama de barras con los del histograma.

Se considera que la no superación de los errores puede estar ligado a factores como el diseño de la tarea y la gestión de la docente. El Gráfico 17 presenta en general la superación de la dificultad **D2** con relación la elección adecuada del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada.

Gráfico 17. Superación de la dificultad D2: Elección adecuada del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística



7.6.3 Superación dificultad 3. No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos

El análisis de la superación de la dificultad **D3** parte de los resultados de la prueba diagnóstico (**Dg**), la cual incluye consignas referidas a los errores **E8** y **E9**. Esta dificultad es abordada únicamente en la Tarea 5, por lo cual para la planilla de observación presentada en la Tabla 41 se tiene en cuenta los resultados presentados en la sección 7.5.1.

Tabla 41. Planilla de observación evolución de la Dificultad 3.

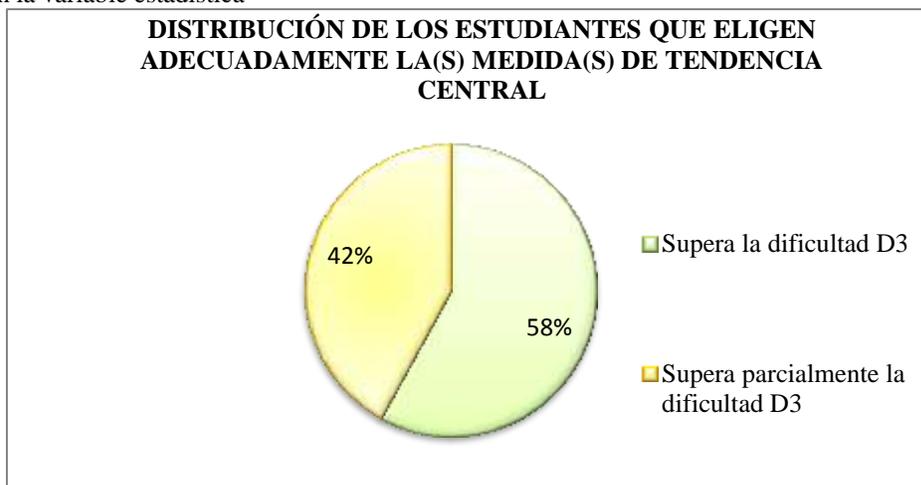
Dificultad Error Tarea	D3. No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos					
	E8		E9		E11	E12
	Dg	T5	Dg	T5	T5	T5
Est. 1	x	✓	x	x	✓	x
Est. 2	x	✓	x	✓	✓	✓
Est. 3	x	✓	x	x	x	✓
Est. 4	x	✓	x	✓	✓	✓
Est. 5	x	✓	x	✓	✓	✓
Est. 6	x	✓	x	✓	x	✓

Est. 7	x	✓	x	x	✓	✓
Est. 8	✓ x	✓	x	✓ x	✓	✓
Est. 9	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 10	✓ x	✓	x	x	✓	x
Est. 11	x	✓	x	✓	✓	✓
Est. 12	**	✓	**	✓	✓	✓
Est. 13	x	**	x	**	**	**

La superación de la dificultad **D3** se encuentra relacionada con el objetivo de aprendizaje **OA3**, por ello al realizar la observación de las actuaciones de los estudiantes a la luz de la planilla presentada en la Tabla 41, se puede advertir que:

- En general se ve un avance en los estudiantes respecto a lo evidenciado en la prueba diagnóstica, pues el 58% aproximadamente, es decir 7 de los 13 estudiantes (**Est.2, Est.4, Est.5, Est.8, Est.9, Est.11 y Est.12**), eligen las medidas de tendencia central adecuadas de acuerdo a la naturaleza de la variable estadística. Los 5 estudiantes restantes (42%) incurren en errores que no permiten superar la dificultad, estos errores se relacionan con el cálculo de la media y la mediana en variables cualitativas medidas en escala ordinal (Est.1, Est.3, Est.7 y Est.10), en el caso de los Est.3 y Est.6 incurren en el error relacionado con hallar la media de los valores de las frecuencias. El Gráfico 18 presenta en general la superación de la dificultad **D3** con relación la elección adecuada de la(s) medida(s) de tendencia central de acuerdo con la variable estadística.

Gráfico 18. Superación de la dificultad D3: Elección adecuada de la(s) medida(s) de tendencia central de acuerdo con la variable estadística



7.6.4 Consideraciones en torno al alcance de los objetivos de aprendizaje

Finalmente, teniendo en cuenta que el alcance de los objetivos de aprendizaje propuesto para la secuencia de tareas se valora de acuerdo a la superación de las tres dificultades es posible concluir que:

En cuanto al **OA1**, la mayoría de los estudiantes (85%) identifican la variable estadística involucrada en un estudio estadístico, el 77% de los estudiantes clasifica la variable de acuerdo a su naturaleza y el 23% reconoce la escala de medición en la cual se encuentra la variable estadística distinguiendo sus propiedades.

Con relación al **OA2**, la mayoría de los estudiantes (23% totalmente, 69% parcialmente) reconocen que hay una relación entre el conjunto de datos de la variable estadística, su naturaleza y su representación en gráficos estadísticos.

Frente al **OA3**, el 58% de los estudiantes eligen los métodos estadísticos de análisis adecuados al tipo de datos, a la naturaleza de los mismos y a la escala de medición en la cual se mide la variable estadística involucrada en el estudio, el 42% lo hace de forma parcial, es decir que no en todas las situaciones elige los métodos estadísticos apropiados.

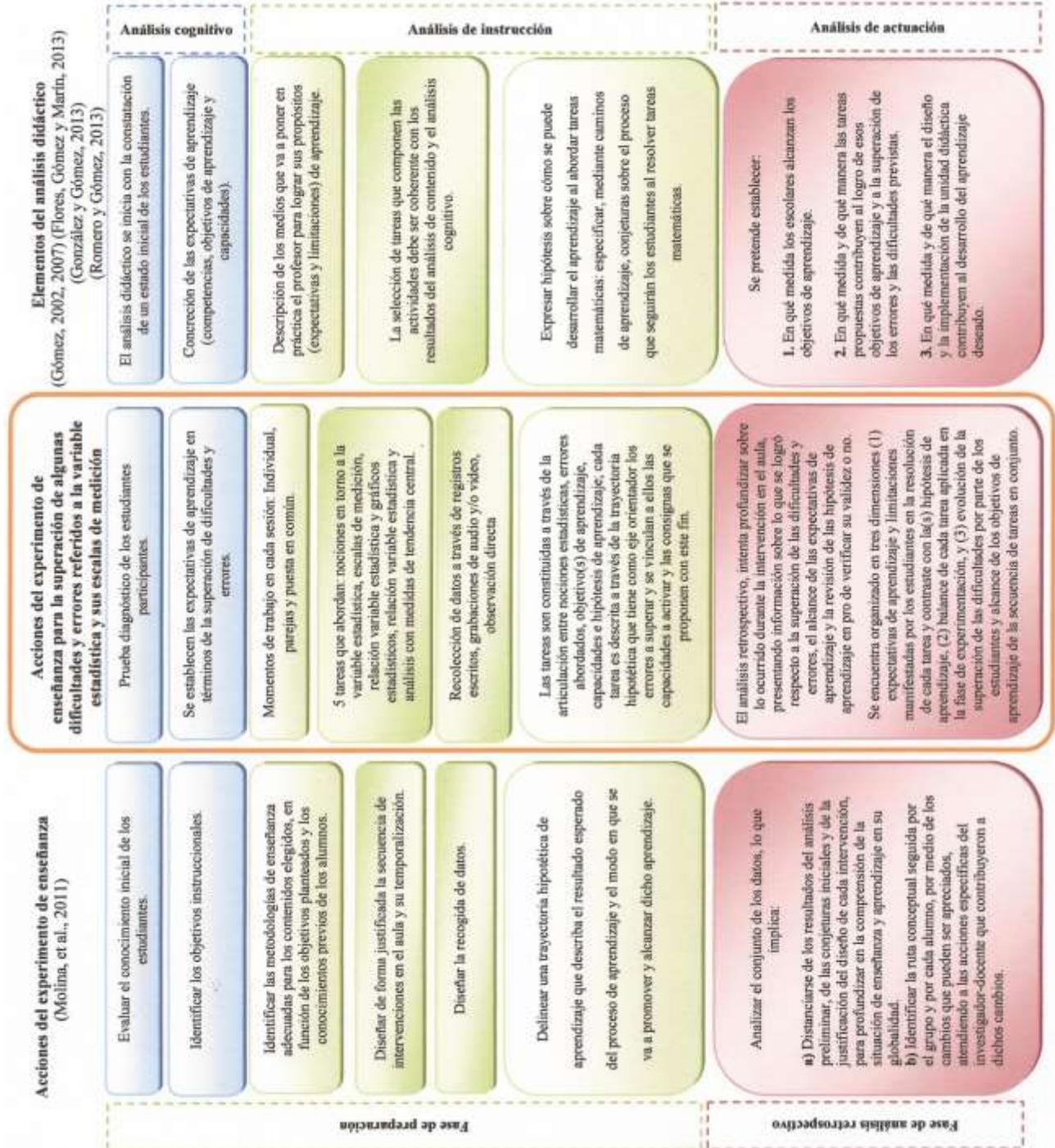
8. CONCLUSIONES

Este capítulo presenta las conclusiones que se derivan del proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis del experimento de enseñanza desarrollado, cuyo objeto se centra en abordar dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición. La exposición de las mismas se realiza a partir de la consecución de los objetivos específicos propuestos en el Capítulo 3 y describiendo de manera simultánea los aportes de este estudio tanto para la enseñanza como para investigación en Educación Estadística.

El primer objetivo específico perseguía la implementación de un análisis didáctico que orienta el experimento de enseñanza, este objetivo se concreta al realizar el estudio teórico del análisis didáctico, en el cual se encuentra que éste aporta elementos para concretar acciones propias de las etapas del experimento de enseñanza, logrando establecer que son dos teorías complementarias, puesto que el experimento de enseñanza requirió una teoría (en este caso del análisis didáctico) que orientara la planificación de una secuencia de tareas respaldada por un proceso de análisis que tuviera en cuenta los intereses de este estudio y promoviera la superación de dificultades y errores, para retornar luego con el análisis preliminar del experimento sesión a sesión y con el análisis retrospectivo del mismo (etapas del experimento de enseñanza), haciendo uso del análisis de actuación. En el Gráfico 19 se presenta cómo se complementaron las acciones de las fases de preparación e implementación del experimento de enseñanza con algunos elementos propios del análisis didáctico.

Por otro lado, se reconoce que la utilización conjunta del experimento de enseñanza y el análisis didáctico hizo que este estudio se valiera de un proceso cíclico al requerir que el diseño, puesta en práctica y análisis fuera revisado de forma reiterativa, conjugando de forma cíclica el análisis del proceso de aprendizaje y el análisis de los elementos del diseño instruccional (Molina, et al, 2011), generando además la necesidad de revisión de las versiones previas de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción (Gómez, 2007) propios del análisis didáctico.

Gráfico 19. Relación acciones del experimento de enseñanza con elementos del análisis didáctico



Las relaciones mostradas anteriormente, permitieron además la fundamentación de las bases metodológicas para llevar a cabo el proceso de indagación, dándole el formalismo y rigurosidad pertinente para considerar que los resultados del estudio sean fiables.

Respecto al segundo objetivo específico que se encaminaba al diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas que abordara las dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, se considera que:

En cuanto al diseño

La secuencia de tareas a proponer debe estar enfocada a que el estudiante, en cada una de las situaciones presentadas, advierta los errores relacionados con: la incorrecta identificación de la variable estadística y sus escalas de medición; la pertinencia de la utilización de diferentes gráficos estadísticos de acuerdo con la variable estadística y sus escalas de medición usadas en los respectivos estudios; y conclusiones presentadas a partir de análisis estadísticos en donde se utilicen medidas de tendencia central. Así mismo, la secuencia debe ser pensada en pro de que las dificultades sean abordadas de manera paulatina y al mismo tiempo de forma acumulativa.

Frente al diseño de cada tarea que compone la secuencia, es importante que los errores sean abordados de forma gradual y acumulativa a través de las consignas propuestas. Estas tareas no sólo deben tener en cuenta los errores previstos en el análisis cognitivo, además deben considerar los errores emergentes (los precisados y los que van surgiendo a medida que avanza la implementación de las mismas), los que se reiteran en el desarrollo de las tareas inmediatamente anteriores y los que no se logran superar.

En relación con el diseño de las consignas, estas deben considerar el estudio fenomenológico realizado en el análisis de contenido, de manera tal que las mismas sean propuestas en contextos cercanos al aula de clase, valiéndose de gráficos estadísticos, tablas de distribución de frecuencia y reportes escritos, ya que estas situaciones se constituyen en dispositivos que se emplean para que el estudiante pueda relacionar los conceptos y nociones, los sistemas de representación y los contextos de donde emergen dichos conceptos y procesos. Igualmente las consignas deben considerar promover la explicación

de las elecciones realizadas por los estudiantes de manera individual y los consensos a los que se llegan cuando trabajan de manera grupal, para contar con mayores evidencias frente a la superación o no de los errores previstos y evidenciados.

En cuanto a la implementación

Al ser implementada la secuencia, se reconoce que la intervención del docente que dirige las tareas cobra importancia al orientar la puesta en común, pues puede direccionar los aportes de los estudiantes en términos de reflexiones afines con los errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición. Estos aportes deben provenir de cuestionar a los estudiantes sobre los elementos presentes en cada estudio estadístico, la pertinencia del uso de los gráficos y análisis estadísticos acordes con la naturaleza de la variable y la escala de medición en la cual es presentada. Se considera entonces, que las tareas no son autosuficientes ya que la intervención y dirección del docente se constituye como elemento fundamental en procura de la superación de las dificultades y errores.

Por otro lado, el análisis sesión a sesión de las intervenciones desarrolladas durante el experimento en el aula, permite que el diseño realizado en la fase de preparación sea enriquecido a través del contraste entre los supuestos previstos en la revisión de la teoría y los resultados de la prueba diagnóstico, con las actuaciones de los estudiantes en el desarrollo de las tareas; de esta forma, se complementa y refina la trayectoria hipotética de aprendizaje en términos de las expectativas y limitaciones, las consignas a proponer y la forma como se estructuran las siguientes tareas.

En cuanto al análisis del experimento de enseñanza

En el análisis retrospectivo del experimento, que tuvo en consideración las actuaciones de los estudiantes en términos de la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, se tiene que:

Es necesario ampliar la lista de errores previstos en la fase de preparación del experimento, ya que al tomar las evidencias de la fase de experimentación, estas permiten detallar con

mayor precisión errores en que incurren los estudiantes al abordar tareas relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición.

De igual forma, estas evidencias posibilitaron la identificación de errores adicionales no previstos durante el proceso de diseño. La Tabla 42 recoge los errores previstos durante la fase de preparación y los errores evidenciados (previstos en el diseño, precisados y emergentes) en el experimento de enseñanza.

Tabla 42. Errores previstos Vs. Errores evidenciados en el experimento de enseñanza

ERRORES PREVISTOS Fase de preparación del experimento	ERRORES EVIDENCIADOS Fase de análisis retrospectivo
E1 Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia (Pinto, 2010).	E1 Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia. E1.1 Confundir la variable estadística con la(s) frecuencia(s). E1.2 Confundir la muestra de un estudio estadístico con la variable estadística. E1.3 Confundir la variable estadística con los valores de la variable.
E2 Confundir dato con variable.	E2 Confundir dato con variable.
E3 Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004).	E3 Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004).
E4 Clasificación incorrecta de la variable estadística considerando la naturaleza de los datos.	E4 Clasificación incorrecta de la variable estadística considerando la naturaleza de los datos. E4.1 Clasificar las variables cualitativas como cuantitativas cuando los valores de la variable son números utilizados como códigos.
E5 No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico.	E5 No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico. E5.1 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala nominal. E5.2 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala ordinal. E5.3 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de intervalo. E5.4 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de razón.
E6 No se tiene claridad de la relación que existe entre la naturaleza de los datos y los diferentes gráficos estadísticos que son apropiados utilizar.	E6 No se tiene claridad de la relación que existe entre la naturaleza de los datos y los diferentes gráficos estadísticos que son apropiados utilizar.
E7 No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma. (Pinto, 2010).	E7 No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma (Pinto, 2010).

<p>E8 Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales.</p>	<p>E8 Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales.</p> <p>E8.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala nominal.</p> <p>E8.2 Calcular la mediana en variables cualitativas medidas en escala nominal.</p>
<p>E9 No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.</p>	<p>E9 No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.</p> <p>E9.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala ordinal.</p> <p>E9.2 Hallar la mediana en variables cualitativas medidas en escala ordinal con número de datos par y valores medios diferentes.</p>
	<p>E10 Clasificación incorrecta de variables estadísticas cuantitativas en discretas o continuas sin considerar como se presentan los valores de la variable.</p> <p>E11 Hallar la media de las frecuencias de los valores de la variable estadística.</p> <p>E12 No reconocer la posibilidad de cálculo de la mediana en distribuciones para datos agrupados de variables cuantitativas.</p>

Además de los errores listados anteriormente, las puestas en común permiten visibilizar una dificultad en relación con el lenguaje propio de las matemáticas escolares que utilizan los estudiantes, además se evidencia una dificultad relacionada con los significados asociados que tiene alguna palabras en Estadística:

Tabla 43. Errores asociados al lenguaje

<p>Errores asociados al lenguaje matemático</p>
<p>E13 Confundir la variable algebraica con la variable estadística (sección 6.1.1).</p>
<p>E14 Confundir los valores de las variables estadísticas cualitativas con los datos numéricos presentes en la situación (frecuencias absolutas, frecuencias relativas, tamaño de la muestra, etc.), puesto que la palabra “valor” es asociada únicamente a un número que representa una cantidad (sección 6.1.2).</p>
<p>E15 Relacionar la escala de medición de intervalo con un intervalo como subconjunto de números reales (sección 6.3.1).</p>
<p>Errores asociados al lenguaje estadístico</p>
<p>E16 Asociar la escala de medición de intervalo a variables estadísticas cuantitativas cuando los valores de la variable se encuentran agrupados en intervalos de clase. (La causa del error se debe al uso de la palabra “<i>intervalo</i>”, la cual es empleada en Estadística de dos formas diferentes: “<i>intervalo</i> de clase” y “escala de <i>intervalo</i>”).</p>

El tercer y último objetivo específico se logra al analizar la contribución del experimento de enseñanza en la superación de las dificultades y errores que evidenciaron los estudiantes de grado noveno, relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición. Con este fin se relatan a continuación los alcances constatados en relación con cada una de las dificultades abordadas:

Dificultad 1: Confusión de nociones en torno a la variable estadística

Se lograron superar los errores **E1**, **E2**, **E3** y **E4** puesto que la mayoría de los estudiantes identifican la variable estadística involucrada, diferenciándola de otros elementos (dato, muestra, frecuencia, valores de la variable y tipo de variable) propios de un estudio estadístico y la clasifican de acuerdo a la naturaleza de los datos (cualitativa y cuantitativa).

Algunas limitaciones del experimento de enseñanza se relacionan con el error **E5**, ya que un grupo considerable de estudiantes no lograron reconocer todas las escalas de medición en la cuales se pueden medir las variables estadísticas presentadas; específicamente, hubo confusiones entre la diferenciación de la escala de intervalo y la escala de razón. Se considera que esta limitación no sólo se relaciona con los usos de la palabra “intervalo” en Estadística, sino que también depende del reducido número de ejemplos de estudios estadísticos en donde la variable estadística sea medida con la escala de intervalo, que se pudieron encontrar y mostrar a los estudiantes, por consiguiente se piensa que vale la pena ahondar en el conocimiento didáctico y de contenido de las escalas de medición como aporte para la Educación Estadística.

Dificultad 2. Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra

La mayoría de los estudiantes lograron superar de manera parcial esta dificultad debido a que en algunos casos presentan confusiones en la pertinencia de la utilización de diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias (error **E6**). Asimismo, la Tarea 3 permitió que se superara el error **E7** puesto que los estudiantes lograron distinguir cuando los rectángulos debían presentarse separados (diagrama de

barras) y cuando no (histogramas), al mostrar algunos estudios estadísticos con variables estadísticas cuantitativas.

Dificultad 3. No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos

A través de la presentación de informes que incluyen conclusiones erróneas de estudios estadísticos, los estudiantes lograron superar los errores **E8** y **E9**, ya que la mayoría reconocen y eligen las medidas de tendencia central adecuadas al tipo de datos, a la naturaleza de los mismos y a la escala de medición en la cual se mide la variable estadística involucrada.

Finalmente, teniendo en cuenta las anteriores conclusiones frente a la consecución de los objetivos específicos, se considera que el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de este experimento de enseñanza que aborda dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición constituyen un aporte en la descripción detallada de:

- Conceptos, procedimientos y sistemas de representación relacionados con el objeto de estudio; concreción de las limitaciones de aprendizaje a través de identificación de dificultades y errores; planteamiento de las expectativas de aprendizaje en pro de la superación de dificultades y errores; diseño y descripción de las tareas coherentes con las limitaciones encontradas y sus expectativas; todo esto en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.
- La secuencia de tareas propuesta en este experimento de enseñanza, se constituye en un material didáctico que puede ser llevada al aula de clase de Estadística considerando los ajustes que se proponen en el balance de las tareas mostrado en el análisis retrospectivo.

- Las herramientas de sistematización de las actuaciones de los estudiantes empleadas en el análisis retrospectivo, constituyen un modo eficaz de visualizar el cumplimiento de las expectativas de aprendizaje y la no superación de las limitaciones. Por consiguiente, las planillas de observación de cada tarea (Tablas 29, 31, 33, 35 y 37) vinculan por consigna las capacidades que se requerían y en caso de no activarse las mismas, se especificaba el error en el cual incurría el estudiante, de esta forma se puede hacer un seguimiento de la superación de los errores abordados en cada tarea. Así mismo, las planillas de observación de evolución de cada dificultad (Tablas 39 a la 41) presentan desde la Tarea 1 hasta la Tarea 5 la superación de los errores relacionados con las mismas, con ello se pudo realizar un pronunciamiento en relación a la contribución del experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición, presentes en el grupo de estudio.

Los aportes de este estudio descritos anteriormente pueden ser útiles tanto para la enseñanza como para la investigación en Educación Estadística, en términos de que la secuencia de tareas, la descripción sistemática de las relaciones entre las competencias, objetivos de aprendizaje, capacidades, dificultades y errores, y la definición de los errores utilizados en el análisis retrospectivo, constituye información relevante para el formador en Educación Estadística.

BIBLIOGRAFÍA

- Arteaga, P., Batanero, C. y Ruiz, B. (2011). Vinculación de la Variable Aleatoria y Estadística en la Realización de Inferencias Informales por parte de Futuros Profesores. *Boletim de Educação Matemática*, 24(39) 431-449. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291222099006>
- Batanero, C. y Godino, J. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada, España. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Apuntes.pdf>
- Batanero, C (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/batanero/>
- Batanero, C (2002a). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires, Argentina. Conferencia inaugural. En <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- Batanero, C (2002b). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 95-120). Universidad de Alicante.
- Espósito, S (2010). Las consignas escolares como dispositivo para el aprendizaje. Proyecto N° 1103. Ministerio de Educación de la Nación Argentina. Recuperado de http://www.fundaciongeb.org.ar/ecomunitaria/publicaciones/consignas_cs_sociales.pdf

- Flores, P., Gómez, P. y Marín, A. (2013). *Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD*. (Documento no publicado). Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1983/1/Apuntes_Modulo2.pdf
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular. *Revista EMA*, 7(3), 251–292. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/375/>.
- Gómez, P. (2007). *Análisis didáctico. Una conceptualización de la enseñanza de las Matemáticas. (Capítulo 2)*. En Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada
- Gonzalez, M. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis cognitivo. Módulo 3*. (Documento no publicado). Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2041/1/Apuntes_Modulo3.pdf
- ICMI/IASE (2006). Educación estadística en la Matemática escolar: retos para la enseñanza y la formación del profesor. Documento de discusión. *Revista Números*, 65. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/65/Discussion_Document_Spanish.pdf
- Martínez, R y Moreno, R (1998). *Ejercicios NACE sobre tipos de escalas de medida*. Ejercicios de autoaprendizaje sobre Escalas de medida y transformaciones. Universidad de Sevilla. Sevilla, España. Recuperado el 02 julio de 2013 de https://grupo.us.es/afunmet/guia_y_material/naceescaltipos.htm
- Merli, G. (2010). Escalas de medición en Estadística. *Telos*, 12(2), 243–247. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/993/99315569009.pdf>.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.

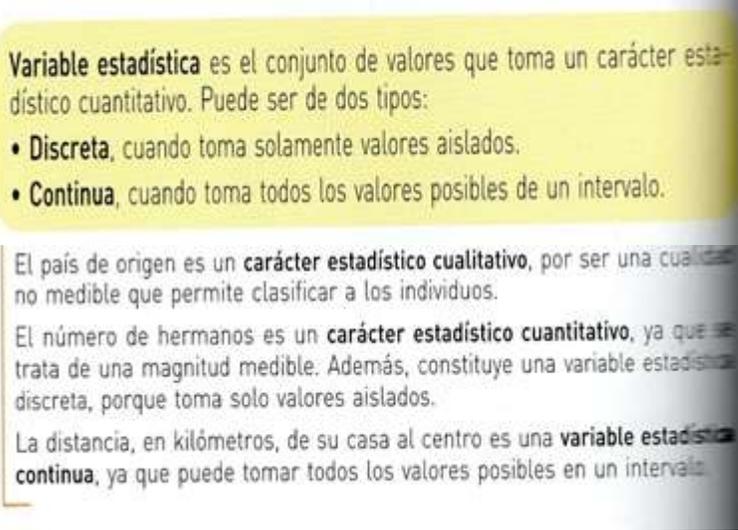
- Ministerio de Educación Nacional República de Colombia [MEN] (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pp. 46–95).
- Molina, J., Castro, E., Molina, M. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1), 75–88. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1568/>.
- Moreno, J. (2009, diciembre 20). Educación Estadística y democracia. *Edición Online Periodico el Espectador*. Recuperado de <http://www.elespectador.com/columna178440-educacion-estadistica-y-democracia>.
- Ortiz, J. (2009). *Simulación y métodos estadísticos*. Editorial Santo Tomás, Facultad de Estadística, Universidad Santo Tomas. Bogota, Colombia.
- Ortiz, J. J. (s.f.). Presentación. *Investigaciones actuales en educación Estadística y formación de profesores* (p. 7). Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/libros/LIBRO.pdf>
- Ortiz de Haro, J. J. (2001). ¿Qué aportan las investigaciones sobre el libro de texto a la didáctica de las matemáticas? *Revista de educación*. Universidad de Granada, 14, 141–158. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/ejemplar?codigo=35034>
- Perry, P., Gómez, P., Mesa, V. y Fernández, F. (1996). *Matemáticas, Azar, Sociedad: conceptos básicos de estadística* (pp. 41–51). Bogotá. Grupo Editorial Iberoamérica, Una Empresa Docente, Universidad de los Andes.,
- Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de psicología y educación. Tesis de doctorado para la obtención del título de Doctor en Educación Matemática. Universidad de Salamanca, España.

- Romero, I. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis de actuación. Módulo 5 de MAD*. (Documento no publicado). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co>
- Silva, M. (2010). *Propuesta didáctica para la superación de algunos errores comunes en la conceptualización de las medidas de tendencia central*. Trabajo de grado para la obtención del título de Licenciada en Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp.125-178). Barcelona, España. Horsori.
- Svensson, E. (2009). Experiencing the complexity of reality before graduation. *Next steps in statistics education IASE/ISI Satellite*. Recuperado de http://iase-web.org/documents/papers/sat2009/2_2.pdf.
- Valverde, G (2012). *Competencia Matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada.
- Wu, Y. (2004). *Singapore Secondary School Students. Understanding of Statistical Graphs*. National Institute of Education. Nanyang Technological University, Singapore. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Denmark.

ANEXOS

ANEXO A. Estudio Experimental: prueba para estudiantes

A continuación se muestra las definiciones asociadas a la variable estadística dadas por algunos textos revisados:

Texto	Definiciones asociadas a variable estadística	Comentarios
<i>Aciertos matemáticos 9</i>	 <p style="text-align: center;">Clasificaciones de variables</p>	<p>El texto <i>Aciertos matemáticos 9</i>, no incluye la definición de la variable estadística; solo presenta las definiciones de variable cualitativa y variable cuantitativa.</p>
<i>Proyecto Sé Matemáticas 9</i>	 <p style="text-align: center;">Definición de variable estadística</p>	<p>El texto Proyecto Sé Matemáticas 9, contiene una definición de variable estadística, centrada únicamente en las variables de tipo cuantitativo al tomarla como: “El conjunto de valores que toma una carácter estadístico cuantitativo.”</p> <p>Además presenta una diferenciación entre el carácter cualitativo y cuantitativo de los datos propuestos como ejemplo.</p>

Variables estadísticas

Una **variable es estadística** si se puede escribir como una pregunta cuyas respuestas pueden ser tabuladas o clasificadas en determinados rangos, o si pertenece a una pregunta cuya respuesta tiene un valor correspondiente a una escala numérica. Por ejemplo, el color, peso, sexo, nacionalidad, gustos y preferencias.

Las variables estadísticas se clasifican en cualitativas y cuantitativas.

Variable cualitativa: cuando la característica que se va a estudiar alude a cualidades, gustos, preferencias u opiniones. Por ejemplo: color de ojos, comida favorita, nacionalidad. Las variables cualitativas se clasifican en nominales y ordinales.

- **Variable cualitativa ordinal:** los resultados del estudio se pueden ordenar en una escala no numérica. Por ejemplo: el juicio de valor en una asignatura (Excelente, Sobresaliente, Aceptable, Insuficiente, Deficiente).
- **Variable cualitativa nominal:** los resultados del estudio no se pueden ordenar. Por ejemplo: el color de ojos (azul, verde, café, negro, ...).

Variable cuantitativa: cuando las características que se van a estudiar toman valores numéricos. Por ejemplo, peso, edad, número de hijos. Estas se clasifican en discretas y continuas.

- **Variable cuantitativa discreta:** toma valores específicos, por lo general son números enteros. Por ejemplo, cantidad de hermanos, cantidad de colegios.
- **Variable cuantitativa continua:** los valores que toma pertenecen a un intervalo de números reales. Por ejemplo, estatura, velocidad, distancia.

Introducción a la variable estadística y clasificación

Variables estadísticas

Una **variable estadística** es cada una de las características o propiedades que se pueden estudiar en una población o muestra. Las variables se clasifican en **cualitativas** y **cuantitativas**.

Las **variables cualitativas** se caracterizan mediante: distribución de frecuencias, diagrama de barras, diagrama circular y moda.

Las **variables cuantitativas** se caracterizan mediante: distribución de frecuencias, diagrama de tallo y hojas, diagrama de barras, histogramas, polígono de frecuencias, ojivas, medidas de tendencia central.

Introducción a la variable estadística y clasificación

El texto Hipertexto Matemáticas 9, inicia la unidad de estadística caracterizando la variable estadística a partir de las preguntas de un estudio estadístico. Luego presenta la clasificación según su naturaleza (variable cualitativa y variable cuantitativa).

Además contiene para la variable cualitativa su clasificación de acuerdo a la escala de medición (ordinal, nominal), y para la variable cuantitativa se hace su clasificación de acuerdo al conjunto numérico al que pertenecen los datos (discreto y continuo) y no explícitamente a los niveles de medición.

Al finalizar la unidad a manera de síntesis se define la variable estadística y se presenta la clasificación en cualitativas y cuantitativas y caracterizándolas de acuerdo a la distribución de frecuencias y a los diagramas estadísticos para cada una

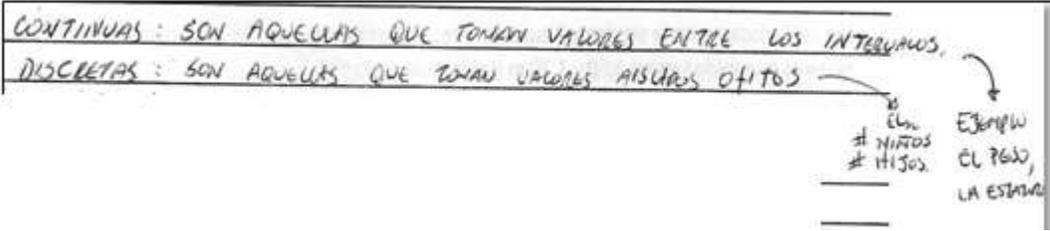
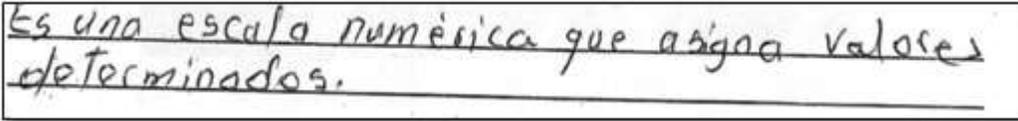
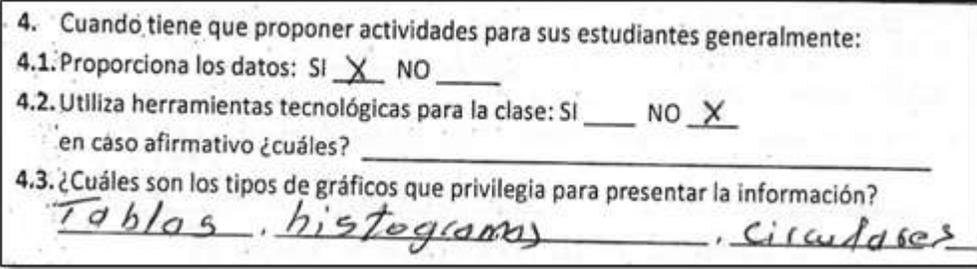
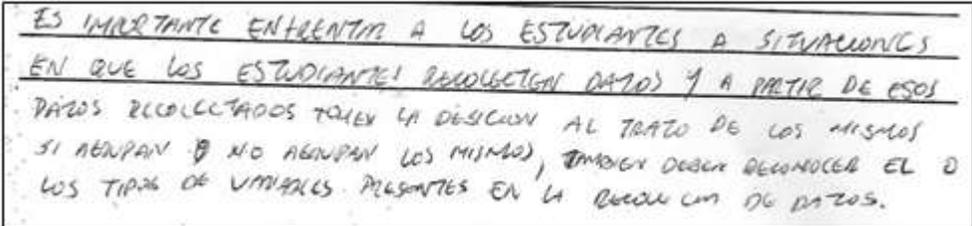
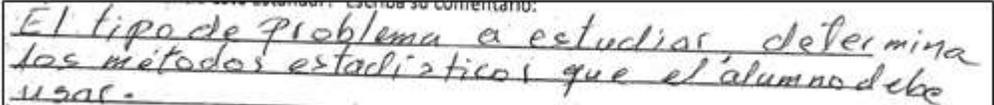
ANEXO B. Estudio Experimental: encuesta para docentes

La encuesta para los docentes consta de 6 preguntas que buscan indagar sobre el conocimiento que tienen los docentes respecto a la variable estadística y sus escalas de medición.

N° de pregunta	Descripción														
1	Conoce usted, ¿qué es una variable estadística?														
2	¿Qué tipo de clasificaciones conoce para las variables estadísticas?, menciónelas.														
3	Para usted ¿Qué es medición de una variable en estadística? Escriba su comentario														
4	Cuando tiene que proponer actividades para sus estudiantes generalmente ¿Proporciona los datos? ¿Utiliza herramientas tecnológicas para la clase? ¿Cuáles? ¿Cuáles son los tipos de gráficos que privilegia para presentar la información? Para una clase de estadística de grado noveno, qué datos preferiría usar. Ejemplifique.														
5	En el documento de Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2006) se plantea que al terminar grado noveno los estudiantes deberán estar en la capacidad de “seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)”. ¿A que hace referencia este estándar? ¿Dentro de su planeación curricular están presentes actividades que abarquen este estándar? en caso afirmativo ¿cuáles?														
5.3	Clasifique las siguientes variables estadísticas según la escala de medición correspondiente, señale con una X.(se presentan 8 ejemplos dos de cada escala)														
6	<p>Lea cuidadosamente la siguiente situación y responda. Los docentes deben escoger cual grafica representa mejor la situación que se les presenta en la siguiente tabla</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">CLASIFICACION</th> <th style="text-align: center;">No. de Mujeres</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Delgadez pronunciada (menos de 40 kg)</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td>Delgadez (40 a 49,9 kg)</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td>Normalidad (50 a 64,9 kg)</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td>Gordura (65 kg a 79,9 kg.)</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td>Obesidad (80 kg a 99,9 kg)</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </tbody> </table>	MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)		CLASIFICACION	No. de Mujeres	Delgadez pronunciada (menos de 40 kg)	4	Delgadez (40 a 49,9 kg)	5	Normalidad (50 a 64,9 kg)	8	Gordura (65 kg a 79,9 kg.)	8	Obesidad (80 kg a 99,9 kg)	3
MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)															
CLASIFICACION	No. de Mujeres														
Delgadez pronunciada (menos de 40 kg)	4														
Delgadez (40 a 49,9 kg)	5														
Normalidad (50 a 64,9 kg)	8														
Gordura (65 kg a 79,9 kg.)	8														
Obesidad (80 kg a 99,9 kg)	3														

Al aplicar esta encuesta, se ve que los docentes no tienen una clara conceptualización acerca de la variable estadística, específicamente en lo que refiere a sus escalas de medición. A continuación se muestran algunas de las respuestas:

Ejemplo	
Pregunta 1	
	<p>Comentarios: La mayoría de los docentes encuestados asocian el término “variable estadística” haciendo referencia únicamente a las variables de naturaleza cuantitativa.</p>

Pregunta 2	<p>Ejemplo</p>  <p>CONTINUAS: SON AQUELLAS QUE TOMAN VALORES ENTRE LOS ENTEROS. DISCRETAS: SON AQUELLAS QUE TOMAN VALORES AISLADOS O FINITOS.</p> <p>EJEMPLO: EL PESO, LA ESTADURA</p>
	<p>Comentarios</p> <p>Las clasificaciones de las variables están determinadas por la concepción que se tengan de las mismas, los docentes que mostraron únicamente su clasificación de acuerdo al conjunto que pertenecen los datos (continuas o discretas) son los que privilegian los datos que contemplan variable cuantitativa.</p>
Pregunta 3	<p>Ejemplo</p>  <p>Comentarios</p> <p>El ejemplo muestra que se hace referencia a la medición de la variable estadística únicamente desde los parámetros numéricos.</p>
Pregunta 4	<p>Ejemplo</p>  <p>Comentarios</p> <p>La mayoría los profesores suministran los datos a sus estudiantes, no utiliza herramientas o software para la clase, los tipos de gráficos que se privilegian son los diagramas de barras, circulares, lineales, sin dar razón por su escogencia. En ambos casos se observa que dentro de los gráficos se contemplan las tablas.</p>
Pregunta 5	<p>Ejemplos</p>  <p>ES IMPORTANTE ENTENDER A LOS ESTUDIANTES A SITUACIONES EN QUE LOS ESTUDIANTES RECOLECTAN DATOS Y A PARTIR DE ESOS DATOS RECOLECTADOS TOMEN LA DECISION AL TRAZO DE LOS MISMOS SI ABANDONAN O NO ABANDONAN LOS MISMOS, TAMBIEN DEBEN RECONOCER EL O LOS TIPOS DE VARIABLES PRESENTES EN LA RECOLECCION DE DATOS.</p>  <p>El tipo de problema a estudiar determina los métodos estadísticos que el alumno debe usar.</p>

<p>5.2. ¿Dentro de su planeación curricular están presentes actividades que abarquen este estándar? SI <input checked="" type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/> en caso afirmativo ¿cuáles? <u>H.T.C PARA DATOS NO AGRUADOS Y AGRUPADOS</u></p>																																														
<p>5.2. ¿Dentro de su planeación curricular están presentes actividades que abarquen este estándar? SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> en caso afirmativo ¿cuáles? _____</p>																																														
<p>Comentarios Los docentes hacen referencia únicamente a la implementación de actividades que promueven el tratamiento de los datos cuantitativos a través de las medidas de tendencia central o no tienen en cuenta el estándar dentro de su planeación curricular.</p>																																														
<p>Pregunta 6</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Escala de medición</th> <th>escala nominal</th> <th>escala ordinal</th> <th>escala de intervalo</th> <th>escala de razón</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>• El peso de un adulto</td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• Grupo sanguíneo</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• Nivel de educación</td> <td></td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• La profesión de un grupo de amigos.</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• Opinión sobre una propuesta política: muy en contra, más bien en contra, indiferente, más bien a favor, muy a favor</td> <td></td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• Nivel de aceite en el motor de un automóvil</td> <td></td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>• Velocidad de un auto en la carretera.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>• El número de días que llueve en un mes del año.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Escala de medición	escala nominal	escala ordinal	escala de intervalo	escala de razón	• El peso de un adulto		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		• Grupo sanguíneo	<input checked="" type="checkbox"/>				• Nivel de educación			<input checked="" type="checkbox"/>		• La profesión de un grupo de amigos.	<input checked="" type="checkbox"/>				• Opinión sobre una propuesta política: muy en contra, más bien en contra, indiferente, más bien a favor, muy a favor			<input checked="" type="checkbox"/>		• Nivel de aceite en el motor de un automóvil			<input checked="" type="checkbox"/>		• Velocidad de un auto en la carretera.				<input checked="" type="checkbox"/>	• El número de días que llueve en un mes del año.				<input checked="" type="checkbox"/>
	Escala de medición	escala nominal	escala ordinal	escala de intervalo	escala de razón																																									
• El peso de un adulto		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																																											
• Grupo sanguíneo	<input checked="" type="checkbox"/>																																													
• Nivel de educación			<input checked="" type="checkbox"/>																																											
• La profesión de un grupo de amigos.	<input checked="" type="checkbox"/>																																													
• Opinión sobre una propuesta política: muy en contra, más bien en contra, indiferente, más bien a favor, muy a favor			<input checked="" type="checkbox"/>																																											
• Nivel de aceite en el motor de un automóvil			<input checked="" type="checkbox"/>																																											
• Velocidad de un auto en la carretera.				<input checked="" type="checkbox"/>																																										
• El número de días que llueve en un mes del año.				<input checked="" type="checkbox"/>																																										
<p>Comentarios Para las variables propuestas de escala nominal, los docentes logran tener éxito en su clasificación. Frente a la escala ordinal, no hay claridad respecto a las variables propuestas en el momento de su clasificación. Hay una confusión para las variables de escala ordinal con escala de intervalo. Algunos de los docentes manifiestan desconocer la variable en escala de intervalo pues no han estudiado sobre el tema</p>																																														

Después de aplicada la encuesta, a nivel general los docentes tienen éxito en la mitad o menos de las consignas propuestas, lo que lleva a pensar que es necesario realizar más reflexiones y estudios sobre la importancia de generar propuestas que tengan en cuenta la variable estadística y sus escalas de medición en el análisis de datos.

ANEXO C. Estudio Experimental: *prueba para estudiantes*

La prueba consta de 5 preguntas que buscan indagar si los estudiantes identifican la variable estadística, la clasifican de acuerdo a su naturaleza (cualitativa/cuantitativa) y el tipo de gráfico que priorizan al representar un conjunto de datos.

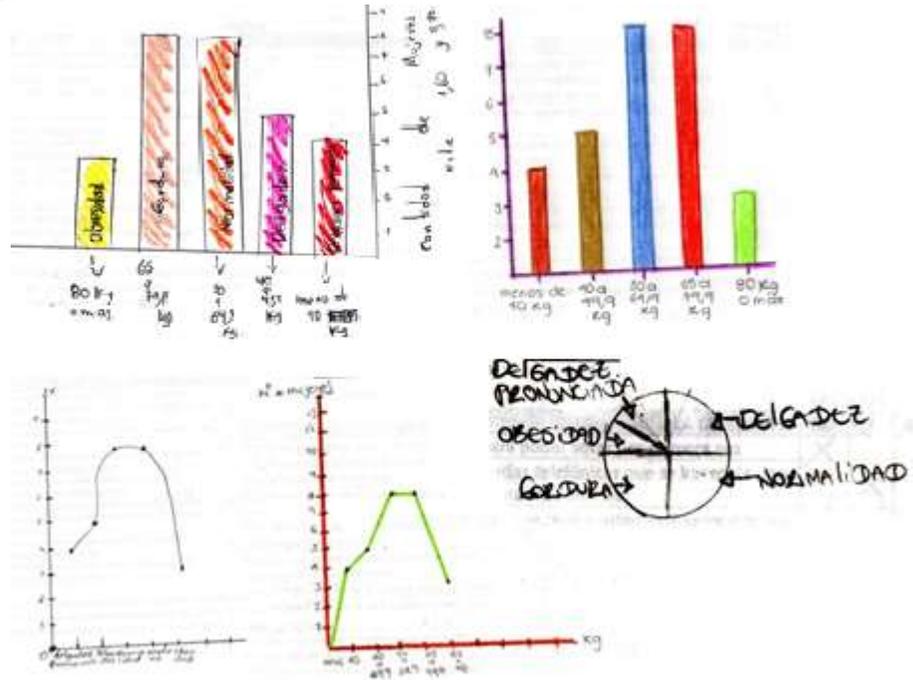
N° de pregunta	Descripción																																																				
1	Cuando tus docentes proponen actividades para temas de estadística, ellos generalmente: Te proporcionan los datos, ¿Qué tipo de datos prefiere usar? Utiliza herramientas tecnológicas para su clase. ¿Cuáles son los tipos de gráficos que conoces o has manejado para presentar la información?																																																				
2	¿Qué crees que significa “variable estadística”? Da un ejemplo																																																				
3	Clasifica las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas (discreta –continua)																																																				
4	<p>Determina en cada caso, si se trata o no de una variable estadística. En caso de ser variable estadística, clasifícala en variable cualitativa o cuantitativa</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="text-align: center;">SEÑALA CON UNA X</th> <th colspan="2" style="text-align: center;">VARIABLE</th> <th rowspan="2" style="text-align: center;">CUALITATIVA</th> <th rowspan="2" style="text-align: center;">CUANTITATIVA</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">NO</th> <th style="text-align: center;">SI</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>La edad mínima para poder votar por primera vez</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El número de hijos que tiene la familia Pérez González</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; font-size: small;">Adaptado de: ejercicio propuestos por Perry y otros (1996, p. 47)</p>	SEÑALA CON UNA X	VARIABLE		CUALITATIVA	CUANTITATIVA	NO	SI	La edad mínima para poder votar por primera vez					El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes					El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles					La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50					La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior					El número de hijos que tiene la familia Pérez González					El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera					La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X					Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X				
SEÑALA CON UNA X	VARIABLE		CUALITATIVA	CUANTITATIVA																																																	
	NO	SI																																																			
La edad mínima para poder votar por primera vez																																																					
El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes																																																					
El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles																																																					
La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50																																																					
La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior																																																					
El número de hijos que tiene la familia Pérez González																																																					
El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera																																																					
La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X																																																					
Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X																																																					
5	<p>Realiza un gráfico estadístico que represente la siguiente información</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">CLASIFICACION</th> <th style="text-align: center;">No. de Mujeres</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Delgadez pronunciada (menos de 40 kg.)</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td>Delgadez (40 a 49,9 kg.)</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td>Normalidad (50 a 64,9 kg.)</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td>Gordura (65 kg a 79,9 kg.)</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td>Obesidad (80 kg. a 99,9 kg.)</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </tbody> </table>	MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)		CLASIFICACION	No. de Mujeres	Delgadez pronunciada (menos de 40 kg.)	4	Delgadez (40 a 49,9 kg.)	5	Normalidad (50 a 64,9 kg.)	8	Gordura (65 kg a 79,9 kg.)	8	Obesidad (80 kg. a 99,9 kg.)	3																																						
MUJERES (entre 1,60 y 1,70 m)																																																					
CLASIFICACION	No. de Mujeres																																																				
Delgadez pronunciada (menos de 40 kg.)	4																																																				
Delgadez (40 a 49,9 kg.)	5																																																				
Normalidad (50 a 64,9 kg.)	8																																																				
Gordura (65 kg a 79,9 kg.)	8																																																				
Obesidad (80 kg. a 99,9 kg.)	3																																																				

Al aplicar esta prueba se puede ver que los estudiantes presentan errores relacionados con la identificación y clasificación de la variable estadística. A continuación se presentan algunas respuestas que evidencian la anterior afirmación.

<p>Pregunta 2</p>	<p>Ejemplos</p> <p>¿Qué crees que significa "variable estadística"? Da un ejemplo: <u>un grafico</u> <u>es cuando las estadísticas pueden cambiar según la información conseguida</u> <u>yo creo que se refiere a un numero de estadísticas que dependen de otras para su realización o por el contrario son estadísticas independientes.</u></p>																																																				
<p>Comentarios: El 10% de los estudiantes no contestan la pregunta o escriben no sé. El restante habla de variabilidad, estadísticas pero no da una idea concreta sobre lo que es variable estadística. Al aplicar el instrumento se escuchan preguntas o comentarios como: ¿Qué es estadística? ¿Qué significa variable? No recuerdo de qué trata, ¿Qué es cualitativo? ¿Es una cualidad? ¿Qué es cuantitativo?</p>																																																					
<p>Pregunta 3</p>	<p>Ejemplos</p> <p>Numero que se obtiene al lanzar un dado. Cuantitativa Peso en kilogramos de una persona Cualitativa Longitud de 100 puntillas producidas por un empresa Cuantitativa Programas de televisión favoritos Cualitativa Estado civil de una persona Cualitativa Ciudad de origen Cualitativa Desempeño en una materia Cuantitativa Temperatura medida en una ciudad a cada hora Cuantitativa</p>																																																				
<p>Comentarios Ninguno hace referencia a discreta – continua. No se escuchan preguntas sobre qué significa continua o discreta. La clasificación solo la hacen como cualitativa y cuantitativa.</p>																																																					
<p>Pregunta 4</p>	<p>Ejemplos</p> <table border="1" data-bbox="488 1226 1373 1696"> <thead> <tr> <th rowspan="2">SEÑALA CON UNA X</th> <th colspan="2">VARIABLE</th> <th rowspan="2">CUALITATIVA</th> <th rowspan="2">CUANTITATIVA</th> </tr> <tr> <th>NO</th> <th>SI</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>La edad mínima para poder votar por primera vez</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>El número de hijos que tiene la familia Pérez González</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	SEÑALA CON UNA X	VARIABLE		CUALITATIVA	CUANTITATIVA	NO	SI	La edad mínima para poder votar por primera vez		X		X	El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes		X		X	El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles		X		X	La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50		X		X	La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior	X			X	El número de hijos que tiene la familia Pérez González	X			X	El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera	X			X	La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X	X		X		Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X	X		X	
SEÑALA CON UNA X	VARIABLE		CUALITATIVA	CUANTITATIVA																																																	
	NO	SI																																																			
La edad mínima para poder votar por primera vez		X		X																																																	
El número de llamadas telefónicas que se hacen de una determinada línea durante un mes		X		X																																																	
El número de clases que recibe usted este semestre, los miércoles		X		X																																																	
La máxima calificación que puede obtener un alumno en un parcial, calificado sobre 50		X		X																																																	
La calificación que puede obtener un alumno en el parcial descrito en el caso anterior	X			X																																																	
El número de hijos que tiene la familia Pérez González	X			X																																																	
El número de hijos que tiene una familia colombiana cualquiera	X			X																																																	
La calificación que dan las personas a la atención recibida en el restaurante X	X		X																																																		
Las materias que recibe un estudiante de segundo semestre en la Universidad X	X		X																																																		
<p>Comentarios Se observa que no se maneja el concepto de variable ni su clasificación. Aunque en algunos casos determina que no son variables, las clasifican en cualitativas o cuantitativas.</p>																																																					

Pregunta 5

Ejemplos



Comentarios

Al realizar los gráficos, algunos estudiantes se preocupaban por determinar cuál era el eje x y cual el eje y. El 70% aproximadamente de los estudiantes realizan el diagrama de barras para representar la información. En su mayoría no colocan los rótulos a los gráficos. Algunos intentan dibujar el diagrama circular pero no ubican qué representa cada región y colocan porcentajes erráticamente sin hacer los cálculos.

ANEXO D. Prueba diagnóstico para estudiantes

<i>Nombre del estudiante</i>	DD	MM	2014
------------------------------	----	----	------

Agradecemos tu colaboración respondiendo claramente las siguientes preguntas:

1. En cada situación determina la variable estadística a estudiar.

a) El gerente de ventas de un supermercado organiza un estudio para determinar el tipo de aceite usado en la cocina. Tal estudio se lleva a cabo en la zona norte de Bogotá y se realiza con 180 familias de clase media.	Variable estadística:
b) El promedio obtenido por Ana María en el área de Sociales fue de 78 sobre 100.	Variable estadística:
c) En una encuesta a un grupo de personas se les pregunta el medio de transporte que usa para dirigirse a su trabajo. Los resultados fueron: bicicleta, taxi, bus, carro particular.	Variable estadística:
d) En un estudio sobre la cantidad de mascotas que tienen los estudiantes en su casa, se selecciona una muestra representativa de cada curso y se aplica la encuesta.	Variable estadística:
e) En un estudio sobre las diferentes dimensiones de los apartamentos de la ciudad, se toman como muestra tres proyectos aprobados en diferentes estratos sociales.	Variable estadística:

2. Clasifica si es posible, las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas:

SEÑALA CON UNA X	CUALITATIVA	CUANTITATIVA	NINGUNA Por qué
Género			
Peso en kilogramos que tiene una persona cualquiera			
Color de ojos de Claudia			
Calidad de un producto			
Estado civil			
Estatura			
Temperatura media en una ciudad			
El número de la camiseta de Falcao			
La población de una ciudad			
Número de hijos de la familia Pérez			
Estrato			
Saldo bancario			
Color de una manzana verde			
Edad de tu profesor(a) de sociales			

3. Para cada situación señala si es posible hallar las medidas de tendencia central (moda, mediana y media).

a) La tabla muestra el nivel de desempeño en un grupo de estudiantes de grado noveno en Ciencias Naturales.

Calificación	Número de estudiantes
MUY SUPERIOR	2
SUPERIOR	10
ALTO	7
MEDIO	16
BAJO	10

	SI	NO	¿Por qué?
Moda			
Mediana			
Media			

b) En el almacén “mi selección” hacen un inventario de las camisetas que hay en bodega de acuerdo a los números de las camisetas de los jugadores más populares de la selección Colombia: Yepes (3), James (10) y Falcao (9). Estos son los resultados:

Número de la camiseta	Número de camisetas
3	21
10	85
9	43

	SI	NO	¿Por qué?
Moda			
Mediana			
Media			

c) En un puesto de control de tránsito en una autopista se midió la velocidad con la que se movilizaban los vehículos y se obtienen los siguientes datos:

Velocidad (km/h)	Número de vehículos
[100, 110)	15
[110, 120)	35
[120, 130)	20
[130, 140]	10

	SI	NO	¿Por qué?
Moda			
Mediana			
Media			

d) Al realizar una encuesta en grado noveno sobre la edad de los estudiantes se obtienen los siguientes datos:

15 16 18 14 15 15 14 15 15 14 16 15 14 14 15 16 17 15 15
18 14 15 15 15 14 15 14 16 15 14 14 15 16 17 15 17 16 17

	SI	NO	¿Por qué?
Moda			
Mediana			
Media			

ANEXO E. Plan de estudios de Matemáticas. Grado noveno

Asignatura	Grado	Año
GEOMETRÍA Y ESTADÍSTICA	NOVENO	2014
COMPETENCIAS		
<p>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Resolver problemas mediante modelos matemáticos utilizando diferentes estrategias, encontrando resultados, verificando e interpretando los resultados. <input checked="" type="checkbox"/> Plantear y resolver problemas con los que se propicie la construcción de conocimientos geométricos como también aquellos que involucren el concepto de función identificando condiciones que al modificar generen nuevos problemas. <p>MODELACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Representar una situación de forma esquemática para hacerla más comprensible. <input checked="" type="checkbox"/> Realizar transferencia de la estructura de solución de una situación a otra en diferente contexto <input checked="" type="checkbox"/> Formular conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones. <input checked="" type="checkbox"/> Utilizar expresiones algebraicas o numéricas para interpretar un modelo <input checked="" type="checkbox"/> Simplifica situaciones representándolas mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos. <p>COMUNICACIÓN MATEMÁTICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Tomar conciencia de las conexiones entre situaciones, conceptos y simbolizaciones para propiciar aprendizaje en grupo <input checked="" type="checkbox"/> Hacer representaciones y establecer relaciones entre ellas. <input checked="" type="checkbox"/> Interpretar y relacionar información dada en diferentes formas de representación. <p>RAZONAMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Percibir regularidades y relaciones haciendo predicciones y conjeturas para justificar o refutarlas con explicaciones coherentes. <input checked="" type="checkbox"/> Proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. <input checked="" type="checkbox"/> Aplicar tanto el razonamiento lógico inductivo como el deductivo. <input checked="" type="checkbox"/> Hacer generalizaciones y predicciones sobre el comportamiento de funciones (lineal, cuadrática, logarítmica y exponencial) e iniciar el desarrollo del razonamiento deductivo a partir de la observación de relaciones presentes en la transformación de objetos geométricos. <p>DESARROLLO DE PROCEDIMIENTOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Ejecutar algoritmos propios de las temáticas desarrolladas en clase. <input checked="" type="checkbox"/> Controlar, planear, ejecutar, verificar e interpretar resultados parciales. <input checked="" type="checkbox"/> Emplear una práctica repetida de algoritmos para lograr una rápida, segura y efectiva ejecución de los procedimientos. <input checked="" type="checkbox"/> Reflexionar sobre qué procedimientos y algoritmos conducen al reconocimiento de patrones y regularidades <input checked="" type="checkbox"/> Explicar y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo se apoya, y saber cuándo aplicarlo de manera utilizando una técnica particular para obtener más rápidamente resultados. <input checked="" type="checkbox"/> Describir y ensayar otros algoritmos y compararlos con el que se practica en clase, apreciando sus ventajas y desventajas. <input checked="" type="checkbox"/> Manejar calculadoras y usar hojas de cálculo para obtener y analizar resultados de una situación particular. 		

ESTÁNDARES PARA EL GRADO

EL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

- Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.
- Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
- Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.
- Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
- Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.

INDICADORES DE DESEMPEÑO PRIMER PERIODO ACADÉMICO ASIGNATURA GEOMETRÍA Y ESTADÍSTICA.

101 – Desarrollo de procedimientos: Calcula medidas de tendencia central y de dispersión de un conjunto de datos para la toma de decisiones.

-  Expresar conclusiones estadísticas por medio del análisis de medidas de tendencia central y de dispersión.
-  Hacer uso de las herramientas algebraicas para realizar cálculos estadísticos.
-  Utilizar hojas de cálculo para hallar, interpretar y proyectar datos estadísticos.
-  Utilizar herramientas estadísticas en la solución de problemas o situaciones de la vida real.

ANEXO F. Circular para padres de familia

Bogotá D. C., Abril 30 de 2014

PARA: PADRES DE FAMILIA

ASUNTO: INVITACIÓN

ESTUDIANTE: _____

CURSO: _____

Apreciados Padres de Familia, reciban un cordial saludo. Buscando fomentar el razonamiento matemático entre los jóvenes de grado Noveno en el Colegio, su hija(o) se encuentra interesada(o) en participar de la investigación propuesta por el grupo de investigación de Educación Estadística de la Universidad Pedagógica Nacional liderado por la docente Maritza Méndez Reina.

Dentro de este proceso es importante que los estudiantes participen de seis sesiones de trabajo distribuidas así:

FECHAS: Jueves 08,15, 22, 29 de mayo y 05,12 de Junio.

HORA: De 1:30 a 3:00 p.m.

PUNTO DE ENCUENTRO: Colegio XXX, Salón 118.

Es importante que los estudiantes:

1. Porten el carné del colegio y de la EPS.
2. Cumplan con los compromisos del Manual de Convivencia y tener una actitud proactiva y de aprovechamiento de la invitación.
3. En caso de ser usuario del servicio de ruta, el regreso debe concertarse en familia.

En la ejecución de dichas actividades, se realizarán grabaciones, al ser los alumnos del Colegio menores de edad, son sus padres o tutores los que deben dar su consentimiento para que se puedan tomar imágenes fijas o en movimiento de sus hijos, que serán utilizadas para ser presentadas en el trabajo de investigación mencionado.

Agradecemos el apoyo que como Tríada, nuestros jóvenes necesitan, y esperamos la asistencia de hija(o) en la actividad.

Yo _____ identificado(a) con CC N°
_____ de _____ Padre/Madre del estudiante
_____ del curso _____ certifico
que recibí la invitación del 30 de abril enviada por el Colegio, acerca del
**AUTORIZACIÓN REGISTROS FÌLMICOS INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN
ESTADÍSTICA y AUTORIZO SU PARTICIPACIÓN EN ÉL**, según información
registrada en la presente.

Acudiente

Correo Electrónico: _____ Teléfono: _____

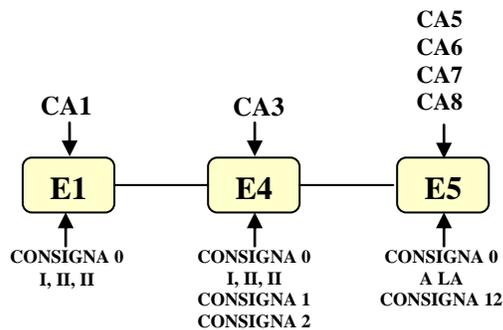
Fecha: _____

ANEXO G. Descripción de las tareas

TAREA 1
DESCRIPCIÓN
<pre> graph LR C1[CONSIGNA 1] --> E1[E1] CA1_1[CA1] --> E1 E1 --- E2[E2] C2[CONSIGNA 2] --> E2 CA1_2[CA1] --> E2 E2 --- E3[E3] C3[CONSIGNA 3] --> E3 C4[CONSIGNA 4] --> E3 CA2[CA2] --> E3 E3 --- E4[E4] C5[CONSIGNA 5] --> E4 C6[CONSIGNA 6] --> E4 CA1_3[CA1] --> E4 CA2_2[CA2] --> E4 CA3[CA3] --> E4 CA4[CA4] --> E4 </pre>
<p>La Tarea 1 involucra el tratamiento de situaciones relacionadas con las nociones en torno a la variable estadística, en esta el estudiante aborda 6 consignas para trabajar sobre los errores E1 al E4. A continuación se describe cada una de las consignas.</p> <p>Consigna 1: La situación está en el contexto de accidentes de tránsito, en esta, el estudiante debe identificar la variable estadística involucrada en el estudio. Se pretende trabajar el error E1 para lo cual el estudiante ha de usar la capacidad CA1, y centrar su atención en identificar la variable en un estudio estadístico.</p> <p>Socialización: Se realiza la puesta en común con el fin de aclarar nociones referentes a variable estadística, valores de la variable, dato, población, frecuencia y muestra. El estudiante ha de escribir lo que concluyó de la socialización, valorar si su elección fue correcta y explicar por qué.</p> <p>Consigna 2: En esta se pide identificar la variable estadística involucrada en un estudio sobre pesos de un objeto, se busca con esta situación trabajar sobre el error E2, que está relacionado con la confusión entre dato y variable estadística. Al igual que la consigna anterior el estudiante ha de activar la capacidad CA1.</p> <p>Consigna 3 y 4: Para trabajar el error E3 relacionado con la confusión entre frecuencia y valor de la variable, se espera que el estudiante use la capacidad CA2 y aborde las consignas que están relacionadas con escoger los valores de las variables “<i>Hábito de fumar</i>” y “<i>Grupo sanguíneo</i>” consideradas en dos estudios.</p> <p>Socialización: se realiza la puesta en común de las consignas 2 y 3 para aclarar las nociones de valores de la variable estadística y frecuencia. La consigna 4 no se socializa y se deja para verificar si los estudiantes han superado los errores E1, E2 y E3.</p> <p>Consigna 5: Consta de dos situaciones presentadas en tablas de frecuencia que relacionan en primer lugar <i>Talla de camiseta-cantidad de camisetas</i> y <i>Tipo de prendas-cantidad de prendas</i> en las que se clasificaron las variables involucradas y se han cometido algunos errores al identificar y clasificar la variable estadística, los cuales deben ser identificados por los estudiantes. Con esta consigna se aborda el error E4 para esto se espera que los estudiantes usen las capacidades CA1 y CA3.</p> <p>Socialización: en esta puesta en común se espera formalizar la clasificación de las variables estadísticas según la naturaleza de sus datos en cualitativa o cuantitativa, teniendo en cuenta las soluciones dadas a la consigna 5.</p> <p>Consigna 6: Como forma de control acerca de lo trabajado en las anteriores consignas, se plantea esta consigna, que consta de dos situaciones. La situación 1 en el contexto de medios de transporte en los cuales se presenta mayor accidentalidad, la información es mostrada en tabla de frecuencia. La situación 2, en un estudio sobre el número de hijos por familia en un barrio del sur de la ciudad, la información es presentada en un gráfico de sectores. En estas dos situaciones los estudiantes deben identificar la variable estadística involucrada y el tipo de variable, para esto se espera que los estudiantes activen las capacidades CA1, CA2, CA3 y CA4.</p>

TAREA 2

DESCRIPCIÓN



La Tarea 2 involucra el tratamiento de situaciones relacionadas con la identificación de la variable estadística, la clasificación según su naturaleza, el reconocimiento de la escala de medición en la cual se encuentra y distinción de las propiedades de las escalas de medición de las variables. En esta, el estudiante aborda 12 consignas para trabajar sobre los errores **E1**, **E4** y **E5**.

En un primer momento el estudiante aborda las consignas descritas, en las cuales deben incluir la razón para escoger la respuesta, una vez haya realizado este trabajo utilizar un aplicativo (*Ejercicios NACE sobre tipos de escalas de medida*: https://grupo.us.es/afunmet/guia_y_material/naceescaltipos.htm) y comparar si su respuesta inicial fue correcta o no, en esta comparación se debe argumentar porqué fue o no correcta. El aplicativo señala cuándo la respuesta es incorrecta, o correcta y envía mensajes que llevan a revisar la opción señalada en caso de no ser correcta. A continuación se describe cada una de las consignas.

Consigna 0. Se encuentra inmersa en una situación relacionada con una encuesta a visitantes del parque del café, el estudiante debe inicialmente identificar la variable estadística y el tipo de variable según la naturaleza de sus datos. En esta consigna, además deben responder la pregunta ¿Es posible ordenar los valores de la variable?, esto con el fin de dar introducción a la escala de medición nominal y ordinal.

En esta tarea se incluye una sección titulada “para tener en cuenta” donde se recogen las ideas principales o definiciones que el estudiante necesita para resolver las siguientes consignas. En este caso el recuadro incluye información sobre variables cualitativas de escala nominal y ordinal.

A continuación se planea un espacio para socializar las respuestas dadas en la primera parte y aclarar la información que se presenta en el cuadro “para tener en cuenta”. Los estudiantes escriben lo que pueden concluir según lo socializado.

Consigna 1: Se presentan tres variables “Nivel de ruido”, “Estado laboral”, “Número de habitantes por población” y sus valores. Se espera que el estudiante identifique el tipo de variable según su naturaleza (cualitativa y cuantitativa) y en qué escala están medidas.

Consigna 2: Se presentan los valores de dos variables “Clasificación por edad” y “Tipos de trabajo de ingeniería”. En esta, se espera que el estudiante identifique a qué tipo pertenece la variable según su naturaleza (cualitativa y cuantitativa) y en qué escala está medida cada una.

Consigna 3: Se presentan los valores de cuatro variables “Estado laboral”, “Tipo de ordenador”, “Enfermedades mentales”, y “Marca de carro”. Se espera que los estudiantes identifiquen cuáles de estas variables son medidas con la escala nominal. El aplicativo envía preguntas con características para diferenciar variables medidas con escala nominal o variables medidas con escala ordinal.

Consigna 4: Se toma el caso de la variable “estatura”, en esta consigna se espera el estudiante indique si tiene sentido o no establecer proporciones (-como por ejemplo tal valor es la mitad o el doble que otro-), esto con el fin de introducir las variables de razón.

Luego de estas consignas se aborda la tercera parte de la situación descrita en la consigna 0, en la cual se

pregunta sobre el salario de los visitantes al parque del café. Igual que en la primera parte, los estudiantes deben identificar la variable estadística y su naturaleza, además responder a preguntas como ¿Es posible ordenar los valores de la variable?, ¿Qué indica el valor “0” de la variable estadística? y ¿si se pueden comparar los salarios de las persona? Estas se realizan con el fin de introducir la propiedades de la escala de razón (orden, comparación, cero absoluto). Se incluye además la sección “*para tener en cuenta*” en esta se explicita información relacionada con las variables cuantitativas de razón, y se señalan sus propiedades.

Socialización: Se realiza la puesta en común de la parte tres de la consigna 0 y la lectura del cuadro para tener en cuenta con el fin de explicar las propiedades que cumplen las variables estadísticas medidas en escala de razón y poder dar respuesta a las consignas siguientes.

Consigna 5: Se presenta el caso de la variable “*Tiempo*”, esta consigna tiene por objeto que el estudiante identifique si esta variable puede ser medida con la escala de razón. Además, se espera que el estudiante justifique su elección mencionando si cumple o no las propiedades de la escala de razón.

Consigna 6: Se presenta a variable “*Número de veces que se acciona la palanca de una máquina tragamonedas*” la cual puede ser medida con la escala de razón, en esta se espera que el estudiante señale cuál es la unidad de medida, esto con el fin de trabajar las propiedad de igual distancia donde es importante identificar la unidad para poder establecer proporciones.

Consigna 7: Se presenta la justificación del porqué en las variables medidas con la escala de razón, las proporciones tienen sentido y se toma el ejemplo de las variables “*estatura en metros*” y “*tiempo en segundos*”. Se espera que el estudiante identifique qué número corresponde al valor “ausencia” (propiedad del cero absoluto).

Consigna 8: Se presenta la variable “*Número de sujetos de un grupo*” la cual puede ser medida con la escala de razón; se espera que el estudiante señale cuál es la unidad de medida, y qué valor representa el cero absoluto.

Consigna 9 y 10: Estas dos consignas son planteadas para introducir la escala de medición de intervalo, estableciendo la diferencia entre la propiedad del cero absoluto y cero relativo, para lo cual se plantean dos ejemplos de variables medidas con la escala de intervalo: “*Conocimiento de una materia (a través de un examen)*” y “*Temperatura en grados centígrados*”. Se espera que el estudiante explique su elección reconociendo que el cero relativo no indica ausencia.

Consigna 11: En esta consigna se presenta la variable estadística “*Temperatura*”, en la cual se espera que el estudiante indique qué tan pertinente puede ser ordenar y establecer razones en las escalas de intervalo. Se incluye la sección “*para tener en cuenta*”, esta busca aclarar las propiedades que cumplen las variables de intervalo y presenta información relevante para abordar la consigna 12.

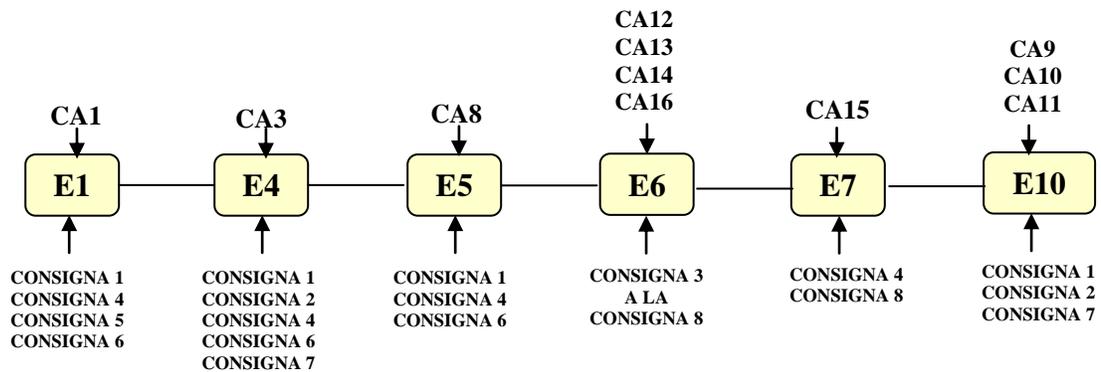
Consigna 12: Se presenta el ejemplo de la variable “*Coeficiente de Inteligencia (CI)*” y se indica que puede ser medida a través de la escalas de intervalo, se espera que el estudiante seleccione entre dos opciones si pueden establecerse o no razones entre sus valores o distancias y que además justifique teniendo en cuenta las propiedades que cumple la escala de intervalo.

Socialización: Se hace la retroalimentación de las consignas 5 a la 12, con el fin de aclarar las propiedades que cumplen las variables estadísticas medidas en la escala de intervalo y de razón, estableciendo semejanzas y diferencias.

Finalmente, el estudiante contrasta las respuestas dadas con el aplicativo el cual proporciona las justificaciones y/o por las cuales elegir cada opción es correcto o no.

TAREA 3

DESCRIPCIÓN



La Tarea 3 en su primera parte involucra situaciones relacionadas con variables estadísticas cuantitativas continuas y discretas (consignas 1 y 2), luego presenta situaciones que involucran la elección del tipo de gráfico estadístico para presentar la información de acuerdo al tipo de variable estadística del estudio y su correspondiente escala de medición (consignas 3 a 8). En el desarrollo de la misma se espera que el estudiante aborde las consignas para trabajar sobre los errores **E1**, **E4**, **E5**, **E6** y **E7** y **E10** y se espera que use las capacidades **CA1**, **CA3**, **CA8**, **CA9**, **CA10**, **CA11**, **CA12**, **CA13**, **CA14**, **CA15** y **CA16**.

Para resolver las consignas 1 a la 4 el estudiante ha de tener en cuenta la información presentada en la situación 1, la cual está relacionada con “cómo es el estudiante típico del curso 9” y en el que consideran las variables estadísticas: “*Género*”, “*Nivel de desempeño*”, “*Talla de calzado*”, “*Estatura*”, “*Edad*”, “*Dinero semanal dado por los padres*”. A continuación se describe cada una de las consignas:

Consigna 1: El estudiante debe identificar las variables involucradas en la situación 1, clasificarlas según la naturaleza de sus datos y según la escala de medición. Esta consigna es pensada como “consigna de control” para observar si los estudiantes han superado los errores abordados en las tareas 1 y 2, que están relacionados con la identificación de la variable estadística y su clasificación según su naturaleza y escala en la cual es medida.

Preguntas I y II: Para abordar las variables cuantitativas continuas y discretas se tienen en cuenta la información presentada sobre las variables estadísticas “*estatura*” y “*talla de calzado*”. A través de preguntas sobre la existencia de valores que toma la variable estadística entre dos valores, se busca aclarar la diferencia entre las variables continuas y discretas.

Se incluye la sección “*para tener en cuenta*”, donde se especifican las características de las variables cuantitativas discretas y continuas.

Socialización: En este momento se realiza una retroalimentación para socializar y aclarar las dudas que puedan presentar los estudiantes respecto a la clasificación de las variables cuantitativas en discretas o continuas.

Consigna 2: Se plantea como “consigna de control” relacionada con la distinción entre variables continuas y discretas. Se presenta una tabla donde los estudiantes deben escribir las variables cuantitativas presentes en la situación 1, para luego clasificarlas en continuas o discretas. Además el estudiante debe justificar su respuesta.

Consigna 3: Esta consigna presenta tres gráficos estadísticos (diagrama de barras, diagrama circular y polígono de frecuencias) en los cuales se ha representado la información de los datos referidos a la variable estadística cualitativa de escala nominal “*Género*”. Se afirma que el gráfico número tres no es apropiado para presentar la información, el estudiante debe explicar las razones por las cuales se hace esta afirmación. Finalmente se pide que el estudiante identifique cuáles fueron los gráficos 1 y 2 usados.

Se incluye la sección “*para tener en cuenta*”, la cual explica y/o recuerda que son y para qué tipo de variables son usados los diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y los polígonos de frecuencia.

Consigna 4: Se presenta un polígono de frecuencia donde se muestra la información referente a la variable estadística ordinal “*Nivel de desempeño*”, además se afirma que este no es adecuado. El estudiante además de identificar el tipo de variable estadística y la escala de medición, debe identificar el tipo de gráfico, escribir el error que en el sé presenta y como corregirlo.

Socialización: Se realiza la retroalimentación para aclarar la pertinencia al usar diagramas de barras y gráfico de sectores para variables cualitativas medidas en escala nominal y ordinal.

Consigna 5: Esta consigna es pensada como “consigna de control”. Se muestra la situación 2, la cual está relacionada con la presentación de un informe sobre la asistencia a cine por días en diferentes salas de cine, por medio de gráficos estadísticos entre los que se encuentran el diagrama de barras, gráfico de sectores, polígono de frecuencia y radial. El estudiante en primer lugar debe identificar la variable estadística, los valores de la variable, el tipo de variable y la escala de medición, involucrados en el estudio, con el fin de retomar los errores **E1** a **E5** trabajados en las tareas 1 y 2. Además, para abordar el error **E6** se plantea que el estudiante escoja el gráfico menos adecuado para representar la información y justifique su elección, esperando que las justificaciones estén en relación al tipo de variable, la escala y el gráfico.

Consigna 6: Se presenta la situación 3 en donde se considera una variable cuantitativa medida con la escala de razón “*Saldo en las cuentas de ahorro*”. En esta se enumeran 30 datos de los saldos y se presentan en una tabla de frecuencia organizados en intervalos. Aquí se incluye la sección “*para tener en cuenta*”, esta explica cómo son formados los intervalos de clase para organizar los datos. Se presentan cuatro opciones de gráfico (diagrama de barras, gráfico de sectores, polígono de frecuencias e histograma), el estudiante debe justificar si las opciones A (diagrama de barras) y B (gráfico de sectores) son adecuadas para presentar la información de acuerdo al tipo de variable involucrada.

Socialización: Se incluye un espacio para concluir lo trabajado respecto al error **E6**, donde se espera que el estudiante relacione los tipos de gráficos de acuerdo al tipo de variable estadística involucrada en cada estudio.

Consigna 7: Se presentan varias situaciones que involucran las variables estadísticas “*Peso*”, “*Número de televisores*”, “*Estrato socioeconómico*”, “*Nacionalidad*”, “*Cantidad de agua consumida por cada estudiante*”, “*Nivel educativo*” y “*Nivel de satisfacción*”; en las cuales el estudiante debe seleccionar el/los gráfico(s) más adecuado(s) para presentar la información de cada estudio estadístico, puede escoger entre diagrama de barras, gráfico de sectores, polígono de frecuencias e histograma. Esta consigna se plantea como “consigna de control” para mirar si los estudiantes frente a un estudio estadístico reconocen la pertinencia de usar los diagramas estadísticos teniendo en cuenta la naturaleza de la variable estadística y la escala de medición en la cual esta medida.

Consigna 8: A través de un ejemplo de discusión simulada entre dos estudiantes, se debe analizar según cada situación cuál es el gráfico más adecuado entre histograma y diagrama de barras, justificando la selección realizada. Se plantea esta consigna para trabajar sobre el error relacionado con la no diferenciación entre los rectángulos de un diagrama de barras y del histograma.

TAREA 4
DESCRIPCIÓN
<p>CA6 CA7 CA8</p> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">E5</div> <p>↑</p> <p>CONSIGNA 1 CONSIGNA 2</p>
<p>Esta tarea es pensada para aclarar las diferencias entre las escalas de medición de intervalo y razón, de tal forma que se logre superar el error E5 que persiste en la distinción entre estas dos escalas, esto fue evidenciado en la Tarea 2. La tarea consta de dos consignas en las cuales inicialmente el estudiante debe identificar la variable estadística, el tipo de variable estadística y la escala de medición en la cual está medida. Para el desarrollo de estas consignas se espera que el estudiante use las capacidades C6, C7 y C8.</p> <p>Consigna 1 y 2: Se presentan dos situaciones: Una hace referencia a los resultados de una encuesta donde se pregunta sobre la cantidad de litros de agua consumidos en un día por algunas mujeres; la otra, muestra las temperaturas más bajas registrada en algunos países americanos. El estudiante debe responder las preguntas que hacen referencia a cada una de las propiedades (orden, comparación, cero absoluto o relativo) que cumple la variable estadística en cada situación, para que al final concluya si es una variable estadística medida en la escala de razón o de intervalo. El estudiante debe justificar su respuesta, donde se espera que haga referencia a la propiedad del cero absoluto y cero relativo que diferencia a las dos escalas de medición, pues esta propiedad permite el establecimiento o no de razones (<i>el doble, la mitad, la tercera parte, entre otras</i>).</p>

TAREA 5
DESCRIPCIÓN
<pre> graph TD C1_1[CONSIGNA 1] --> E1[E1] C1_2[CONSIGNA 2] --> E1 C1_1 --> E3[E3] C1_2 --> E3 C1_1 --> E4[E4] C1_2 --> E4 C1_1 --> E5[E5] C1_2 --> E5 C1_4[CONSIGNA 4] --> E5 C1_5[CONSIGNA 5] --> E5 C1_1 --> E8[E8] C1_2 --> E8 C1_4 --> E8 C1_1 --> E9[E9] C1_2 --> E9 C1_4 --> E9 C1_5 --> E9 </pre>
<p>En la Tarea 4 se presentan cinco consignas, en el desarrollo de la misma se espera que el estudiante aborde las situaciones propuestas para trabajar sobre los errores E1, E3, E4, E5 y E8 y E9, se espera además que use las capacidades CA1, CA2, CA3, CA8, CA17, CA18, CA19 y CA20. A continuación se describe cada una de las consignas.</p> <p>Consignas 1 y 2: Se encuentran inmersas en el contexto de las redes sociales, donde el estudiante debe inicialmente identificar la variable estadística involucrada en el estudio, su naturaleza y la escala de medición en la cual se encuentra. Además debe escoger algunas de las afirmaciones que son correctas frente al análisis que se realiza de la información teniendo en cuenta las medidas de tendencia central.</p> <p>Consigna 3: Consta de dos situaciones en el contexto de los “arreglos de la malla vial” y del “número de camisetas de jugadores”. En éstas situaciones los estudiantes deben encontrar los errores cometidos en el análisis de datos usando la media y la mediana, y justificar las respuestas dadas.</p>

Socialización: se realiza la retroalimentación, destacando cuales medidas de tendencia central son pertinentes de acuerdo al tipo de variable estadística.

Consigna 4: se presentan dos situaciones relacionadas con “*los colombianos que realizaron compras por internet en el año 2012*” y “*las edades de 32 pasajeros de un bus intermunicipal*”. Se espera que el estudiante inicialmente identifique la variable involucrada en el estudio y la escala de medición en la cual se encuentra. Además el estudiante debe escoger cuáles medidas de tendencia central son pertinentes usar para analizar la información.

Consigna 5: se presentan dos situaciones en las que se han hallado las medidas de tendencia central y se han cometido algunos errores. El estudiante debe abordarlas determinando si los procedimientos son correctos de acuerdo a la naturaleza de la variable estadística.

ANEXO H. Secuencia de tareas

TAREA 1 Nociones en torno a la variable estadística

<i>Nombre del estudiante</i>	DD	MM	2014
------------------------------	----	----	------

Responde las siguientes preguntas de forma individual:

1. Se seleccionó una muestra de 705 conductores de colectivos de todo el país y se registró el número de accidentes de tránsito que tuvieron durante 4 años. La Dirección Nacional de Tránsito suministra la siguiente información:

Nº de Accidentes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nº de Conductores	114	157	158	115	78	44	21	7	6	1	3	1

Teniendo en cuenta la información anterior, escoge de las opciones cuál corresponde a la variable de estudio tenida en cuenta:

- a. 705 conductores
- b. Número de Accidentes
- c. Número de Conductores
- d. 4 años

Explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto:

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

¿Fue correcta tu elección? _____
¿Por qué?

2. El profesor de la clase de estadística le presenta la siguiente situación a sus estudiantes, y les pide identificar cuál es la variable estadística involucrada.

Un objeto pequeño se pesó con un mismo instrumento, separadamente, por 9 estudiantes en una clase de física. Los pesos obtenidos por cada estudiante (en gramos) fueron:

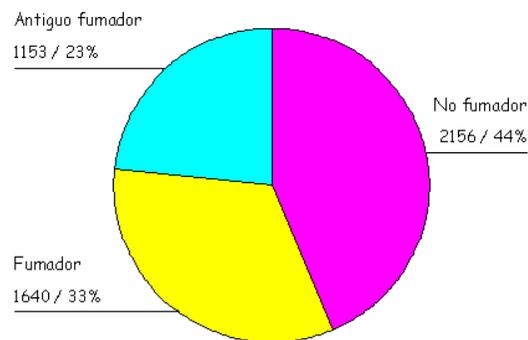
6,2 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,2

Julián dice a sus compañeros: *¡lo tengo! Las variables estadísticas son 6,2 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,2 respectivamente.*

¿Qué piensas acerca de la afirmación de Julián?, ¿es correcta? _____

¿Por qué?

3. Se selecciona una muestra de 4949 pacientes y se quiere estudiar el hábito de fumar de las personas que ingresan al hospital La Samaritana, la siguiente gráfica muestra los resultados:



Adaptado de <https://www.fisterra.com/mbe/investiga/graficos/graficos.asp#Figura 1>

Teniendo en cuenta la anterior información, escoge, de las opciones, los valores de la variable “*Hábito de fumar*” considerada en el estudio:

- 1153, 2156 y 1640 personas
- 23%, 44% y 33% de la muestra
- Antiguo fumador, No fumador y Fumador

Explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto:

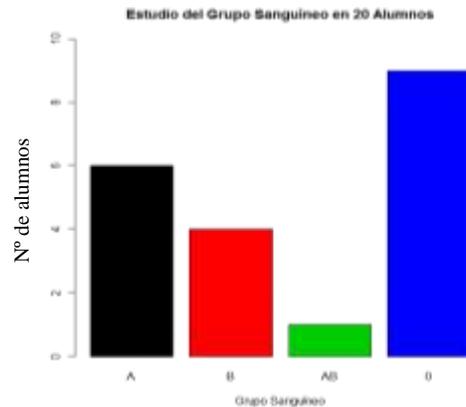
SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

¿Fue correcta tu elección? _____

¿Por qué?

4. En el curso 8G, se les pregunta a 20 alumnos por el grupo sanguíneo, la gráfica muestra los resultados:



Adaptado de <http://unbarquero.blogspot.com/2009/05/r-graficos-de-barras.html>

Escoge de las opciones, los valores de la variable **Grupo sanguíneo** considerada en el estudio descrito:

- a. 6, 4, 1 y 9 personas
- b. A, B, AB y O
- c. 20 personas

Explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto:

5. Al clasificar las variables de cada una de las siguientes situaciones se cometieron algunos errores. ¿Cuáles son esos errores? Explica tu elección

Situación 1: El almacén “*Pague menos*” al hacer un inventario registró los siguientes resultados:

Talla de la camiseta	6	8	10	12	14	16
Cantidad de camisetas	15	20	25	10	12	10

Variable estudiada: Talla de la camiseta

Tipo de variable: Cuantitativa

Error

Tipo de prenda	Camisas	Pantalones	Chaquetas	Faldas	Blusas	Corbatas
Cantidad de prendas	92	54	20	15	15	10

Variable estudiada: Cantidad de prendas

Tipo de variable: Cuantitativa - discreta

Error _____

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

¿Fue correcta tu elección? _____

¿Por qué?

6. En cada situación identifica cual es la variable estadística y clasifícala según la naturaleza de sus datos (cualitativa - cuantitativa).

Situación 1 El Fondo de Prevención Vial, presenta en sus estadísticas acerca de la accidentalidad, los medios de transporte en los cuales se presentaron accidentes durante el 2012 en Cundinamarca:

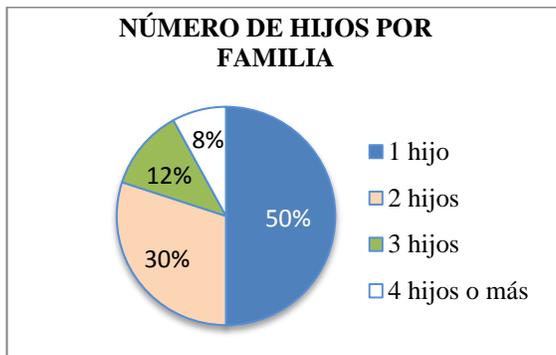
MEDIO DE TRANSPORTE	Nº DE HERIDOS
Bicicleta	141
Motocicleta	1038
Transporte de carga	21
Transporte particular	193
Transporte público	141
Otro o sin información	1481

Variable estudiada: _____

Tipo de variable: _____

Tomada de <http://www.fpv.org.co/investigacion/estadisticas>

Situación 2: Al realizar un estudio en las familias de un barrio del sur de la ciudad sobre el número de hijos en cada una, se presentaron los siguientes resultados.



Variable estudiada: _____

Tipo de variable: _____

TAREA 2. Escalas de medición de la variable estadística

Nombre del estudiante	DD	MM	2014
-----------------------	----	----	------

0. En cada situación identifica cuál es la variable estadística estudiada y clasifícala según la naturaleza de sus datos. Luego responde las preguntas.

Situación: En una encuesta se pregunta a 16 visitantes del parque del café, cuál es la impresión que han obtenido de su viaje, su profesión, sus ingresos mensuales (salario). Las preguntas y las opciones de respuesta son las siguientes:

Pregunta I: La impresión que ha tenido de su viaje ha sido:

- a. Muy buena.
 - b. Normal.
 - c. Mala.
 - d. Buena
- Variable estudiada: _____
Tipo de variable estadística: _____

¿Es posible ordenar los valores de la variable? _____

¿Por qué?

Pregunta II: ¿Cuál es su categoría profesional?:

- a. Profesional.
 - b. Directivo o empresario.
 - c. Administrador.
 - d. Trabajador manual
 - e. Trabajador autónomo.
 - f. Funcionario.
 - g. Jubilado.
 - h. Estudiante.
 - i. Otras
- Variable estudiada: _____
Tipo de variable estadística: _____

¿Es posible ordenar los valores de la variable? _____

¿Por qué?

PARA TENER EN CUENTA

Variables cualitativas de escala ordinales: Cuando los valores de la variable llevan asociados un orden. (Pregunta I)

Variables cualitativas de escala nominales: Los valores de la variable solo indican categorías que no es posible ordenarlas. (Pregunta II)

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

En las consignas 1 a 12 responde las preguntas, marcando la respuesta en la primera columna “tu elección inicial”. Justifica tu elección.

1. Las tres siguientes variables estadísticas:
 - a. Nivel de ruido (alto, Medio, Bajo)
 - b. Estado laboral (Con trabajo, Sin trabajo)
 - c. Número de habitantes por población.

¿De qué tipo son y en qué escala están medidas respectivamente?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Cualitativa de escala nominal, Cualitativa de escala ordinal y cuantitativa.	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. Cuantitativa, Cualitativa de escala nominal y Cualitativa de escala ordinal.	
III. Cualitativa de escala ordinal, Cualitativa de escala nominal y cuantitativa.	
¿Por qué?	

2. De acuerdo a los valores de cada variable estadística, ¿de qué tipo son y en qué escala están medidas respectivamente?

- a. Niños, Jóvenes, Adultos.
- b. Ingeniería de Minas, de Caminos, de Telecomunicaciones.

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Cualitativa de escala nominal y Cualitativa de escala ordinal.	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. Cualitativa de escala ordinal y Cualitativa de escala nominal.	
III. Ambas son Cualitativas de escala nominales.	
IV. Ambas son Cualitativas de escala ordinales.	
¿Por qué?	

3. De acuerdo con los valores de cada variable estadística, ¿Cuáles de las siguientes son variables estadísticas medidas con la escala Nominal?

- a. Ocupado, En paro.

- b. Ordenador Portátil, Ordenador de sobremesa.
- c. Neurosis, Psicosis, Depresión.
- d. Peugeot, Citroën, Renault.

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Todas	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. a y c	
III. c y d	
IV. Ninguna	
¿Por qué?	

4. Un estudio estadístico en donde se recogen datos de la variable estadística “*estatura*” en unidades del sistema métrico decimal (m, cm...), además de establecer orden. ¿Tiene sentido establecer proporciones -como por ejemplo tal valor es la mitad o el doble que otro-?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Sí	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. No	
¿Por qué?	

Pregunta III ¿cuál es su salario (en pesos colombianos)?

Las respuestas de los visitantes fueron:

515 000	616 000 (salario mínimo)	850 000	1 000 000
0 (No trabaja)	2 000 000	1 500 000	616 000 (salario mínimo)
650 000	5 000 000	1 600 000	1 700 000
1 000 000	0 (No trabaja)	1 700 000	0 (No trabaja)

Variable estudiada: _____

Tipo de variable estadística:

¿Es posible ordenar los valores de la variable estadística? _____

¿Qué indica el valor “0”?

¿Se pueden comparar los salarios de las personas? _____

Da un ejemplo: _____

PARA TENER EN CUENTA

Variables cuantitativas de Razón: En este tipo la escala de la variable cuenta con un cero absoluto; es decir, el valor cero (0) representa la ausencia total de medida, en el caso de la pregunta III el valor “0” representará que el encuestado no recibe ningún salario. Además los valores de la variable pueden Compararse y ordenarse.

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

5. La variable estadística *Tiempo* dada ¿Es medida con la escala de razón?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Sí	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. No	
¿Por qué?	

6. La variable estadística “*Número de veces que se acciona la palanca de una máquina tragamonedas*” puede ser medida a través de la escala de razón. En este caso ¿cuál sería su unidad?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. No tiene, porque no tiene una unidad como el metro.	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué? 
II. Sí es de razón, pero no tiene unidad.	
III. Sí tiene, y su unidad es cada vez que se acciona.	
¿Por qué?	

7. En las variables estadísticas medidas con escalas de razón, las proporciones tienen sentido porque consisten en la repetición de una distancia constante tomada como

unidad. Y esta es constante porque se mide a partir de un punto de referencia fijo como el valor "Ausencia" de la escala.

¿En las variables “*estatura en metros*” y “*tiempo en segundos*”, qué número se hace corresponder al valor Ausencia?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. El 0	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. El 1	
¿Por qué?	

8. Si la variable estadística “*Numero de sujetos de un grupo*” se expresa a través de una escala de razón ¿cuál es la unidad?, y ¿a qué valor se le adjudica el número 0?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Ausencia de sujetos" es la unidad y el número 0 se adjudica a dicho valor	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. "Ausencia de sujetos" es la unidad y el número 0 se adjudica a cada sujeto	
III. "Un sujeto" es la unidad y el número 0 se adjudica a cada sujeto	
IV. "Un sujeto" es la unidad y el número 0 se adjudica a "Ausencia de sujetos"	
¿Por qué?	

9. Teniendo en cuenta la variable estadística "*Conocimiento de una materia (a través de un examen)*" ¿Puede afirmarse que el 0 en el examen corresponde al valor Ausencia de conocimientos?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Sí	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. No	
¿Por qué?	

10. Pensemos en otra Variable estadística como la de *Temperatura* en grados centígrados. En ella, ¿el 0° corresponde al valor de "Ausencia de temperatura"?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. No	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. Sí	
¿Por qué?	

11. Pensemos qué ocurre al medir la temperatura -sensación térmica- con la escala centígrada de mercurio.

¿Una temperatura de 40° C es justamente el doble de sensación térmica que la de 20° C? ¿Y la señal de 40° C en un termómetro es el doble de señales a partir de la que marca 0°?

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. Sí a ambas preguntas	¿Fue correcta? ____ ¿Por qué?
II. Sí a la primera pregunta y No a la segunda	
III. No a la primera pregunta y Sí a la segunda	
IV. No a ambas preguntas	
¿Por qué?	

PARA TENER EN CUENTA

Variables cuantitativas de Intervalo: En esta escala además del “mayor que” y el “menor que” también se establece una unidad de medida que permite precisar cuánto se es mayor o menor. La unidad de medición es arbitraria, el cero es convencional y pueden existir cantidades negativas; la medición de la temperatura y del coeficiente intelectual son ejemplos de variable estadística de este tipo de escala. En esta escala se puede hacer comparaciones por medio de diferencias y los

12. Sabiendo que la Variable estadística *Coficiente de Inteligencia* (CI) es de intervalo ¿cuáles de las siguientes frases son correctas?

- a. Un niño de CI=140 es el doble de inteligente que otro de CI=70
- b. Entre un CI de 120 y otro de 112 hay menos distancia que entre este y uno de 70.

Tu elección inicial	Comparación con el aplicativo
I. a y b son correctas.	¿Fue correcta? ____
II. a sí es correcta, y b no.	

III. a no es correcta, y b sí.	¿Por qué?
IV. Ni a ni b son correctas.	
¿Por qué?	

PARA TENER EN CUENTA

En las escalas de intervalo, por no tener el valor Ausencia y por ello tampoco una unidad fija, no tiene sentido establecer proporciones entre valores. Recuerda, responder a 20 preguntas de un examen no puede decirse que suponga tener el doble de conocimiento que contestar a 10; como tampoco puede decirse que 40° sean la sensación de calor doble que con 20°.

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

Ahora ingresa a https://grupo.us.es/afunmet/guia_y_material/naceescaltipos.htm y realiza los ejercicios allí planteados. Compara tu respuesta con la del aplicativo, señala si tu selección fue o no correcta y justifica, en la parte derecha de cada tabla.

TAREA 3. Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos

Nombre del estudiante	DD	MM	2014
-----------------------	----	----	------

Situación 1: En un colegio se está haciendo un estudio para determinar cómo es el estudiante típico de cada curso. El director de grupo del curso 9A para esta tarea tiene en cuenta además del nivel académico, otras características del estudiante. El profesor escoge una muestra de 15 estudiantes del total de integrantes del curso, realiza una encuesta y los datos que obtiene son los siguientes:

#	Género	Promedio del nivel de desempeño en las asignaturas	Talla de calzado	Estatura (m)	Dinero semanal dado por los padres (pesos)	Edad (años)
1	F	Superior	36	1,62	15 000	15
2	F	Básico	35	1,54	45 000	14
3	F	Bajo	37	1,63	10 300	16
4	M	Muy superior	40	1,70	50 000	15
5	F	Superior	36	1,65	12 000	14
6	F	Básico	36	1,66	12 500	16
7	F	Superior	35	1,50	10 650	14
8	M	Básico	39	1,74	20 000	16
9	M	Bajo	39	1,71	15 200	15
10	F	Muy superior	36	1,64	30 000	14
11	F	Básico	38	1,65	12 000	14
12	M	Bajo	40	1,70	15 000	16
13	F	Básico	35	1,59	20 700	15
14	M	Bajo	40	1,72	10 000	15
15	F	Bajo	37	1,66	30 000	15

* Basado en Actividad 1. (Silva, 2010)

1. En la siguiente tabla identifica las 6 variables estadísticas consideradas para caracterizar los estudiantes. Luego clasifícalas de acuerdo a la naturaleza de los datos y a la escala de medición.

Variable estadística	Tipo de variable estadística	Escala de medición de la variable estadística

Pregunta I. En la variable estadística “*estatura*”, considera los valores 1.60mts y 1.70mts., ¿Entre estos datos, existen o podrían existir valores de la variable estadística estatura?

Si ahora se toman los valores 1.60 y 1.65, ¿habrá valores de la variable estadística “*estatura*” entre esos datos?; _____ Ahora, entre 1.60 y 1.62. _____

¿Siempre que se tomen dos valores de la variable estadística *estatura*, existen valores que están entre esos dos datos?

Justifica: _____

Pregunta II. Teniendo en cuenta la variable estadística “*talla de calzado*” y sus posibles valores, ¿Tiene sentido decir que una persona calza 36.7?

Teniendo en cuenta las respuestas a las preguntas I y II ¿Cuál es la diferencia entre la variable estadística “*talla de calzado*” y la variable estadística “*estatura*”?

PARA TENER EN CUENTA

Las variables estadísticas cuantitativas continuas son las que pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo en la recta real. (Pregunta I)

Las variables estadísticas cuantitativas discretas son aquellas que sólo pueden tomar valores

SOCIALIZACIÓN

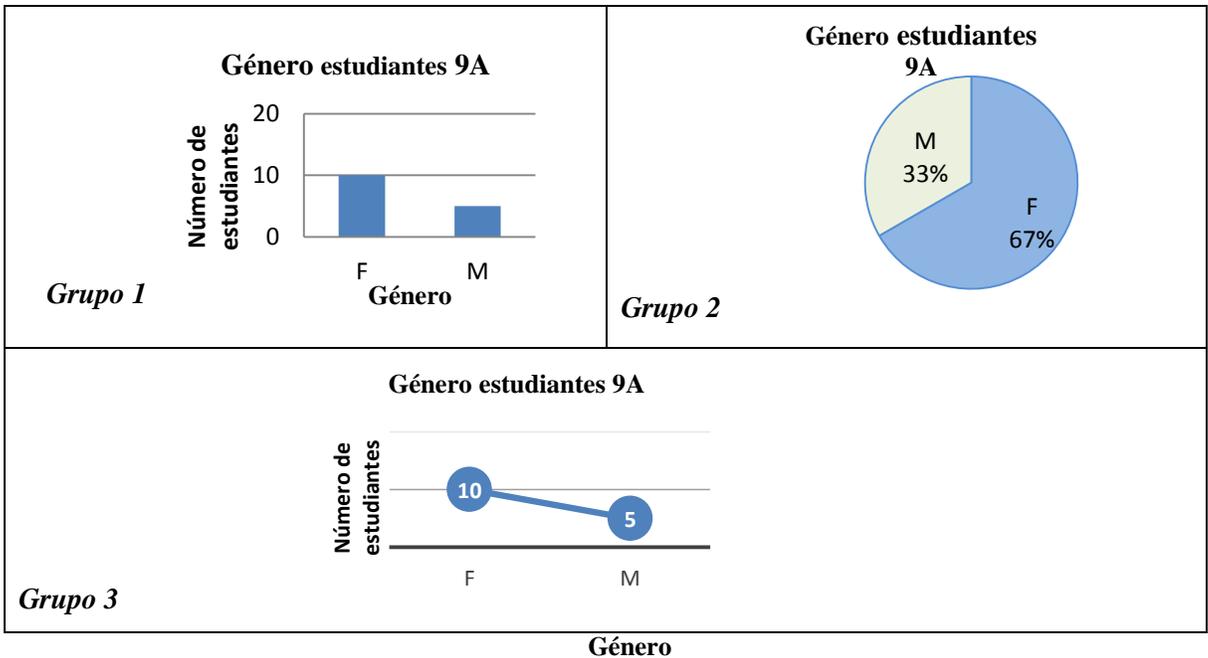
¿Qué puedes concluir?

Responde las consignas 2, 3 y 4 teniendo en cuenta la información presentada en la tabla de la **Situación 1** en donde se encuentran los datos recogidos en la encuesta realizada por el profesor.

2. Con base en la **Situación 1** considera las variables estadísticas cuantitativas, señala si son discretas o continuas y justifica tu elección.

<i>Variable estadística</i>	<i>¿Discreta o continua?</i>	<i>Justificación</i>
-----------------------------	------------------------------	----------------------

3. El profesor pide a sus estudiantes presentar en un gráfico estadístico la información de los datos referidos a la variable estadística cualitativa “género” medida en escala nominal. Tres grupos presentaron los siguientes gráficos estadísticos:



a. Al revisar los gráficos, el profesor indica que el presentado por el grupo 3 no es apropiado, sin dar explicación. ¿Cuál puede ser la razón para que no sea correcto este gráfico?

b. ¿Qué tipos de gráficos utilizaron el grupo 1 y 2 respectivamente?:

PARA TENER EN CUENTA

Hay una gran variedad de gráficos estadísticos, que sirven para representar diferentes tipos de datos, atendiendo al tipo de variables (nominales, ordinales, cuantitativas discretas o continuas) y el número de variables representadas (en este espacio sólo tomaremos casos que tengan en cuenta el estudio de una sola variable). Entre los gráficos que representan el estudio de una sola variable y que se encuentran con frecuencia en la prensa y medios de comunicación se destacan los diagramas de barras y sectores, histogramas y polígonos de frecuencia.

Diagrama de barras: Es una representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencia de variables cualitativas, cuantitativas discretas o incluso variables continuas, si han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías.

En este gráfico se señala sobre el eje de abscisas un bloque o barra para cada modalidad de la variable estadística observada. Mientras que en caso de variable cualitativa, el orden en que aparecen las categorías en el eje es irrelevante (aunque a veces se ordenan en función de la mayor o menor frecuencia), para variables cuantitativas discretas el orden de presentación de valores en el eje X ha de ser el orden numérico natural. La altura de la barra ha de ser proporcional a la frecuencia absoluta representará en el eje de ordenadas.

Gráfico de sectores: Este es un diagrama cuya principal validez es para representar variables cualitativas, la muestra es representada por un círculo, este queda dividido en sectores cuya amplitud es proporcional a las frecuencias de los valores de la variable estadística considerada.

PARA TENER EN CUENTA

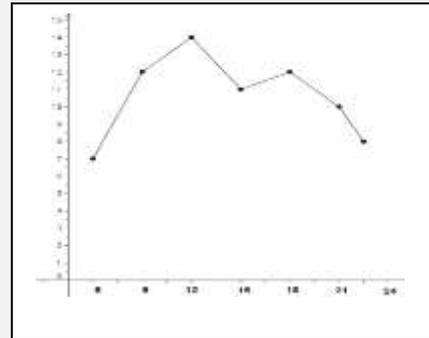
Histograma: Es una representación gráfica que puede ser usada para representar variables estadísticas cuantitativas continuas o discretas con un número elevado de datos. Se suelen agrupar los valores de la variable estadística en intervalos, para simplificar la gráfica. Un histograma se obtiene construyendo sobre unos ejes cartesianos unos rectángulos, cuyas bases de los rectángulos son colocadas sobre el eje de abscisas y serán los intervalos de clase, sus alturas señalarán la frecuencia de cada clase.

Polígonos de frecuencias:

Para variables cuantitativas discretas se realizan trazando los puntos que representan las frecuencias y uniéndolos mediante segmentos.

Ejemplo: Las temperaturas en un día de otoño de una ciudad han sufrido las siguientes variaciones:

Hora	Temperatura
6	7°
9	12°
12	14°
15	11°
18	12°
21	10°
24	8°

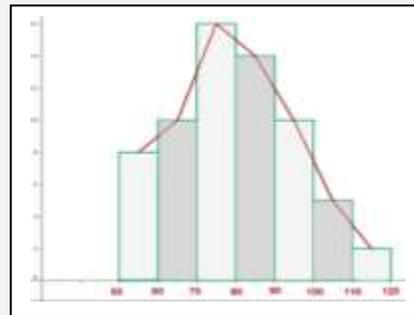


Tomado de <http://estadisticaeducativaunefm.blogspot.com/>

Para variables continuas o variables discretas con datos agrupados Los polígonos de frecuencias se realizan trazando los puntos formados las marcas de clase y las frecuencias, y uniéndolos mediante segmentos. También se puede construir el polígono de frecuencia uniendo los puntos medios de cada rectángulo de un histograma.

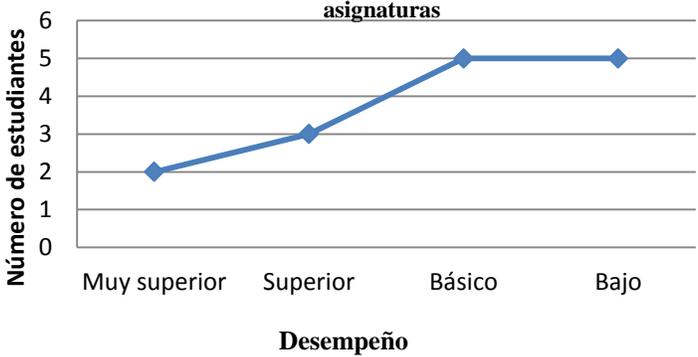
Ejemplo: El peso de 65 personas adultas son los siguientes:

Peso en kg intervalos	c_i	f_i
[50, 60)	55	8
[60, 70)	65	10
[70, 80)	75	16
[80, 90)	85	14
[90, 100)	95	10
[100, 110)	110	5
[110, 120)	115	2
		65



Tomado de <http://estadisticaeducativaunefm.blogspot.com/>

4. Uno de los grupos presentó la gráfica de la información referente a la variable estadística “*Nivel de desempeño*”. El profesor les dice que el gráfico que utilizaron no es el adecuado. ¿Qué tipo de gráfica utilizaron?, ¿Cuál es el error? Justifica. ¿Cómo lo corregirías?

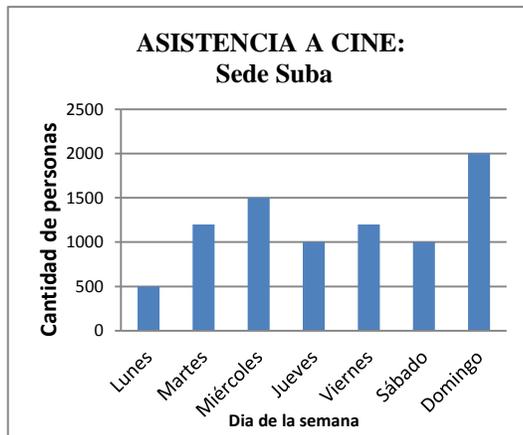
<p style="text-align: center;">Promedio del nivel de desempeño en las asignaturas</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>Data from the graph</caption> <thead> <tr> <th>Desempeño</th> <th>Número de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Muy superior</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Superior</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Básico</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Bajo</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	Desempeño	Número de estudiantes	Muy superior	2	Superior	3	Básico	5	Bajo	5	<p>Variable estadística: _____</p> <p>Tipo de variable estadística: _____</p> <p>Escala de medición: _____</p>
Desempeño	Número de estudiantes										
Muy superior	2										
Superior	3										
Básico	5										
Bajo	5										
<p>¿Qué tipo de gráfica utilizaron?</p>											
<p>Error:</p>											
<p>Cómo corregirlo:</p>											

SOCIALIZACIÓN

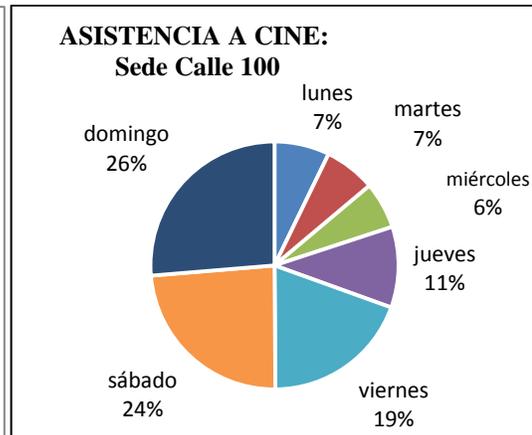
¿Qué puedes concluir?

5. Situación 2. El Gerente de “*Procine Bogotá*”, pide a cada coordinador de las sedes: Suba, Calle 100, Teusaquillo y Tunal, que presenten un informe sobre la asistencia a las salas de cine, en la semana del 7 al 13 de abril para realizar una proyección del personal de apoyo que requieren cada una de las sucursales.

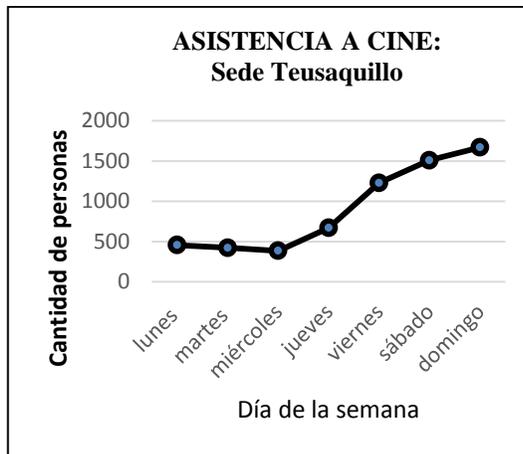
Estas son las gráficas que presentaron los coordinadores:



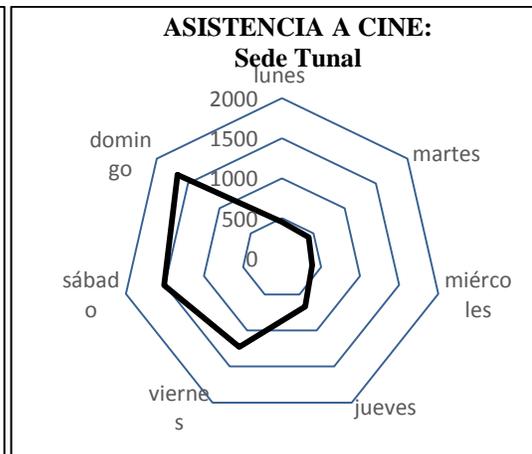
Gráfica A.



Gráfica B.



Gráfica C.



Gráfica D.

Identifica la variable estadística involucrada en el estudio, los valores que toma la variable, el tipo de variable estadística según su naturaleza y la escala de medición. Luego responde las preguntas.

Variable estadística	
Valores de la variable estadística	
Tipo de variable estadística	
Escala de medición de la variable estadística	

¿Cuál(es) consideras que es/son la(s) gráfica(s) **menos** adecuadas para presentar la información? _____

¿Por qué? _____

6. Situación 3: En el banco Ahorramás, a cada asesor le asignan 30 personas para hacerle un seguimiento sobre los movimientos mensuales en sus cuentas de ahorros, para lo cual finalizado el mes, cada asesor del banco debe presentar un informe sobre los saldos de las cuentas de ahorros de las personas que tiene a cargo. Andrés, un asesor de Ahorramás baja los datos de los saldos (en pesos colombianos) de las cuentas de ahorro de los clientes a cargo:

350 000	30	43 200	780 000	50 000	890 000	Variable estadística: <hr/> Tipo de variable estadística: <hr/> Escala de medición de la variable estadística: <hr/>
15 789	16 700	123 456	768 000	502 000	78 230	
489 568	18 000	24 000	47 000	230 000	489	
10 000	102 000	798 000	35 000	705 000	12 600	
750	43 000	803 000	24 478	304 000	98 000	

Para facilitar la presentación del informe, Andrés agrupó los datos de los saldos de las 30 cuentas en 5 intervalos así:

Intervalos de clase	Frecuencia Absoluta
[30 - 160.624)	19
[160.624 - 321.218)	2
[321.218 - 481.812)	1
[481.812 - 642.406)	2
[642.406 - 803.000)	6

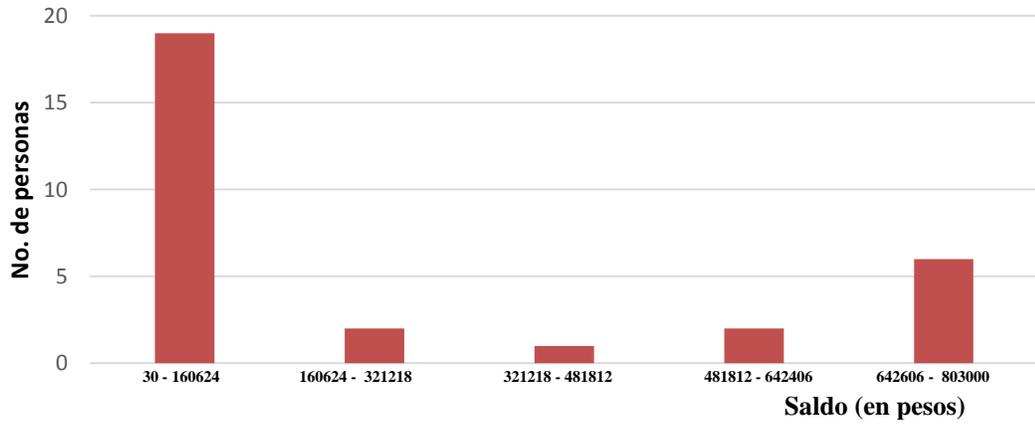
PARA TENER EN CUENTA

Algunas veces, la tabla simple de frecuencias no es adecuada, pues hay demasiados valores con frecuencia absoluta igual a uno, lo que no justifica considerarlos por separado; o la muestra tiene muchos valores distintos y la tabla se hace demasiada extensa. En estos casos, nos conviene agrupar los datos en lo que se llama “*Intervalo de clase*”

Con la tabla realizada, Andrés busca en Excel y dentro de los gráficos para presentar la información que le ofrece el programa encuentra los siguientes:

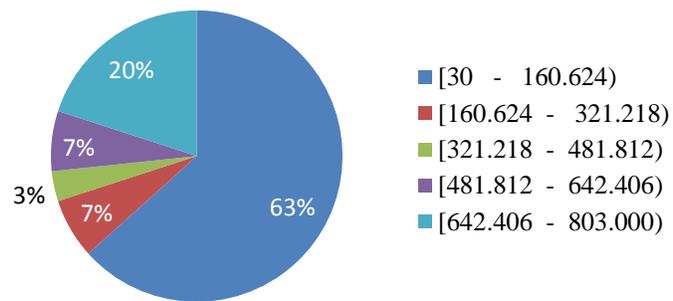
Opción A.

**Saldos de las cuentas de ahorros de 30 usuarios,
Asesor Andrés Oliveira**



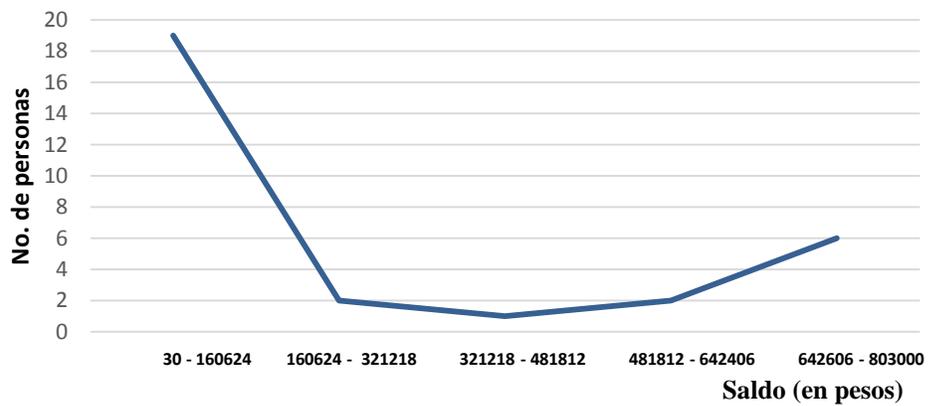
Opción B

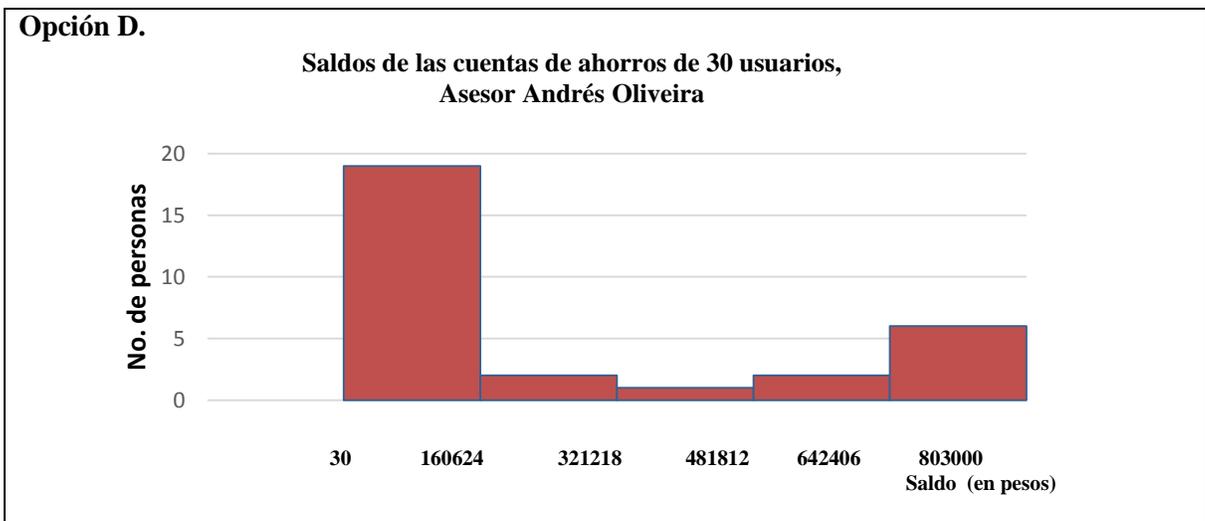
**Saldos de las cuentas de ahorros de 30 usuarios,
Asesor Andrés Oliveira**



Opción C

**Saldos de las cuentas de ahorros de 30 usuarios,
Asesor Andrés Oliveira**





Andrés considera que debería presentar el informe usando las gráfica de las opciones A y B porque cree que son las más organizadas, ¿estás de acuerdo con su decisión? _____
¿Por qué?

SOCIALIZACIÓN

¿Qué puedes concluir?

7. Situación 4: Identifica cada estudio estadístico con el gráfico más adecuado (*un estudio puede ser relacionado con más de un gráfico*) Señala con una x según corresponda:

ESTUDIO ESTADÍSTICO	Tipo De variable		Grafico(s) más adecuado(s)				
	CUALITATIVA	CUANTITATIVA		Diagrama de barras	Gráfico de sectores	Histograma	Polígonos de frecuencias
		Discreta	Continua				
Peso en kilogramos de todos los estudiantes del colegio xxx.							
Número de televisores en el hogar de todos los estudiantes de un colegio.							

Estrato socioeconómico de 40 personas.							
Nacionalidad de los 2538 asistentes a un congreso latinoamericano.							
Número de goles marcados por un jugador de fútbol en un partido.							
Cantidad de litros de agua consumidos en un día por los estudiantes de todos los grados noveno.							
Nivel educativo de un grupo de 300 personas encuestadas en la calle.							
Nivel de satisfacción del servicio de restaurante (Muy Satisfecho, satisfecho, Insatisfecho, Muy insatisfecho).							

8. Lee con atención la siguiente situación:

Situación 5: En clase de estadística los estudiantes se encuentran trabajando en parejas, durante la sesión de clase en donde se trabajan gráficas estadísticas, Juliana se encuentra trabajando con Andrés.



En un momento, **Juliana afirma lo siguiente:** “Los histogramas y los gráficos de barras son iguales, no sé porque los nombran de manera diferente”, en cambio **Andrés le indica a Juliana:** “no son iguales, son similares pero tiene algunas diferencias”.

- a. ¿Con cuál de las dos afirmaciones estás de acuerdo? _____
- b. ¿Por qué?

Durante la clase, el profesor les plantea cuatro situaciones para que cada uno de los estudiantes: **Señale cuál es el gráfico más adecuado: Gráfico de barras o Histograma.**

Observa las respuestas de los dos estudiantes y justifica quién tuvo la razón.

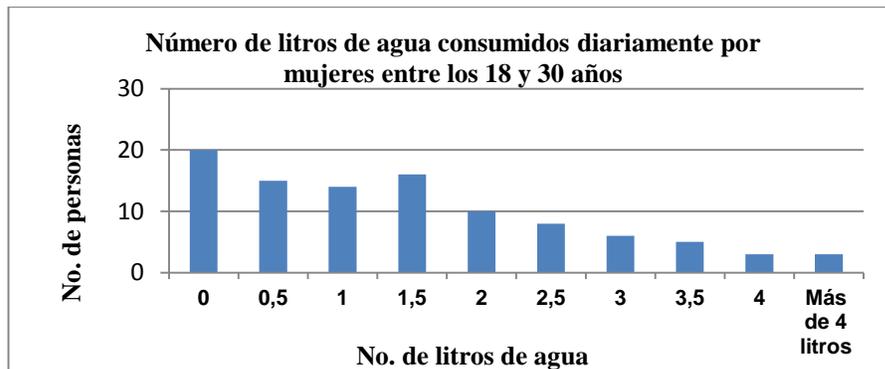
Situación	¿Gráfico de barras o histograma?		
	Juliana	Andrés	¿Quién tiene la Razón? ¿Por qué?
Queremos comparar los ingresos del mes de abril de cinco compañías distintas.	Histograma	Gráfico de barras	
Hemos medido los ingresos en el mes de julio de varias empresas. Queremos comparar el número de compañías que tienen ingresos entre 0 y 1.000.000; entre 1.000.000 y 2.00.000, entre 2.00.000 y 3.000.000, y así sucesivamente.	Gráfico de barras	Histograma	
Queremos comparar la altura de 10 pinos en un parque de la ciudad.	Gráfico de barras	Histograma	
Hemos medido la altura de varios árboles en un parque de la ciudad. Queremos comparar la cantidad de árboles que tienen una altura entre 0 y 5 metros; entre 5 y 10; entre 10 y 15, y así sucesivamente.	Histograma	Gráfico de barras	

TAREA 4. Escala de medición de intervalo y escala de razón.

Nombre del estudiante	DD	MM	2014
-----------------------	----	----	------

1. En cada situación identifica cuál es la variable estadística estudiada, los valores que toma y clasifícala según la naturaleza de sus datos (cualitativa/cuantitativa). Luego responde las preguntas.

Situación 1: En una encuesta se pregunta a 100 mujeres entre los 18 y 30 años la cantidad de litros de agua consumidos en un día. Los resultados son los siguientes:



Variable Estadística	
Valores de la Variable Estadística	
Tipo de Variable Estadística	

Responde:

- En caso de ser una variable estadística cuantitativa ¿es Discreta o Continua? _____
- ¿Es posible ordenar los valores de la variable? _____
- ¿Qué indica el valor de variable “0”? _____
- Es posible encontrar la diferencia entre dos valores de la variable _____
- Es correcto afirmar que una mujer que consume 3 litros de agua al día, consume el doble de la que consume 1,5 litros _____
Justifica _____
- ¿Cuál es la escala de medición en la que está medida la variable estadística? _____
Justifica _____

Situación 2: Se tiene el registro de las Temperaturas más bajas registradas en el continente Americano por país.

 México -32 °C	 Paraguay -7,5 °C	 Argentina -39 °C	 Guatemala -11,5 °C
 Estados Unidos -62 °C	 Uruguay -11 °C	 Bolivia -25 °C	 Cuba 0 °C
 Canadá -63 °C	 Chile -37 °C	 Brasil -14 °C	 Puerto Rico 4,4 °C
 Groenlandia -66 °C	 Venezuela -12,5 °C	 Colombia -11 °C	 República Dominicana 2,2 °C

Tomado de http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:R%C3%A9cords_meteorol%C3%B3gicos_mundiales

Variable Estadística	
Valores de la Variable Estadística	
Tipo de Variable Estadística	

Responde:

- En caso de ser una variable estadística cuantitativa ¿es Discreta o Continua? _____
- ¿Es posible ordenar los valores de la variable? _____
- ¿Qué indica el valor de variable “0°C”? _____
- Es posible encontrar la diferencia entre dos valores de la variable estadística:

- ¿Es correcto afirmar que la temperatura más alta registrada en República Dominicana tiene la mitad sensación térmica la temperatura más alta registrada en Puerto Rico? _____
Justifica _____
- ¿Cuál es la escala de medición en la que está medida la variable estadística? _____

TAREA 5. Relación variables estadísticas y análisis con medidas de tendencia central

Nombre del estudiante	DD	MM	2014
-----------------------	----	----	------

Antes de resolver las consignas 1 y 2, identifica la variable estadística involucrada, sus valores, su naturaleza (Cualitativa- cuantitativa) y la escala de medición en la que se encuentra.

1. En un estudio sobre las redes sociales en Colombia se indaga acerca del primer sitio web que visitan los colombianos diariamente. Para ello se le pregunta a 150 personas, los resultados son los siguientes:

SITIO WEB	Número de personas (Frecuencia Absoluta)	Porcentaje (Frecuencia Relativa)
1. Correo electrónico	57	17,81%
2. Facebook	94	29,38%
3. Sitios web de noticias	21	6,56%
4. Sitio web de la compañía o intranet	36	11,25%
5. Portal o buscador	86	26,88%
6. Otros	26	8,12%

Tomado de <http://www.cancer.gov.co/documentos/PoliticasyBolet%C3%ADn%20Redes%20Sociales.pdf>

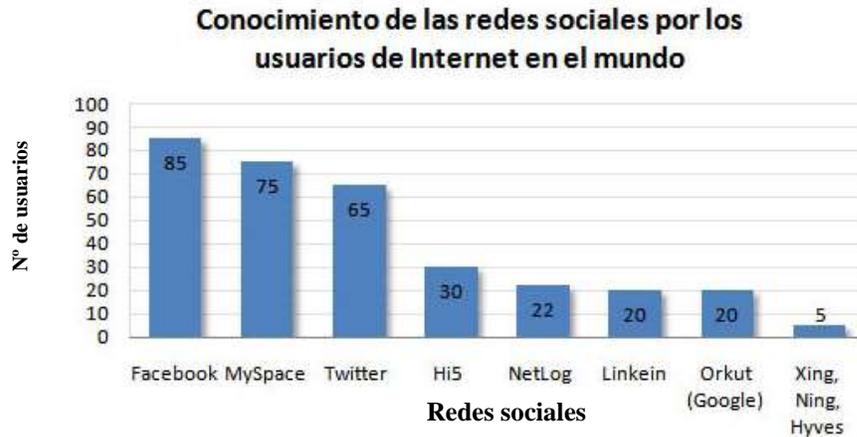
Variable estadística	
Valores de la variable estadística	
Tipo de variable estadística	
Escala de medición de la variable estadística	

De las siguientes afirmaciones escoge la(s) correcta(s):

- a) La mediana de los anteriores datos es “Sitios web de noticias”.
- b) La media en los anteriores datos es posible hallarla sumando las frecuencias absolutas y dividiendo entre 6.
- c) No es posible encontrar la media, puesto que los valores de la variable no son numéricos.
- d) El sitio web más utilizado por los colombianos diariamente es Facebook, que corresponde a la moda.

Explica por qué elegir las demás opciones sería incorrecto:

2. Al indagar sobre el conocimiento de las redes sociales en el mundo, se encuentran los siguientes resultados



Tomado de <http://www.rivassanti.net/notas-sobre-Las-Redes-Sociales/Estadisticas-de-volumen-de-usuarios-Facebook-y-Redes-Sociales.php>

Variable estadística	
Valores de la variable estadística	
Tipo de variable estadística	
Escala de medición de la variable estadística	

Un periodista prepara un artículo y dentro su reporte menciona que:

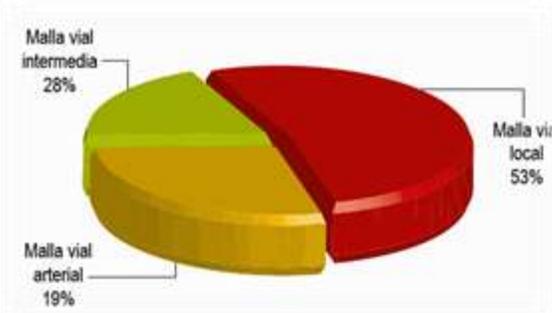
“Al mirar los resultados de la encuesta sobre conocimiento de redes sociales en el mundo, se observa que la red social que más se conoce es Facebook y que el dato que divide la totalidad en dos grupos iguales (es decir la mediana) se encuentran entre Hi5 y NetLog”.

¿La conclusión del periodista es correcta? _____ Explica tu respuesta:

3. Al realizar un análisis en cada una de las situaciones que se presentan a continuación, se cometieron algunos errores. Descubre cuáles fueron y justifica tu respuesta.

SITUACIÓN 1

El IDU muestra los arreglos que se han realizado en la malla vial de Bogotá en el año 2007



Tomado de: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=42150>

ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACION
<p>La variable estadística involucrada en la situación es el “<i>tipo de malla vial</i>” que ha sido arreglada en Bogotá, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio de arreglo en la malla vial corresponde a: $\frac{28+53+19}{3}$</p> <p>b. Al organizar los datos, la mediana corresponde a Malla Vial intermedia.</p> <p>c. La malla vial local fue la que más tuvo intervención, esto corresponde a la moda de los datos.</p>	

SITUACIÓN 2

En un grupo de 20 estudiantes al elegir la camiseta que usaran para un campeonato, éstos expresaron sus gustos así:

Número de la camiseta	Número de estudiantes
8	4
10	11
9	3
7	2

ANÁLISIS	ERRORES - JUSTIFICACIÓN
<p>La variable estadística en la situación es “<i>el número de la camiseta</i>”, ésta es cualitativa de escala nominal.</p> <p>a. El promedio en el número de camiseta corresponde a: $\frac{(8 \times 4) + (10 \times 11) + (9 \times 3) + (7 \times 2)}{20} = \frac{183}{20} = 9.15$</p> <p>b. No es posible encontrar la mediana.</p> <p>c. No es posible encontrar la moda.</p>	

4. En cada una de las situaciones indica cuál es la variable estadística, su naturaleza y la escala de medición. Luego, escoge cuáles de las medidas de tendencia central (MTC) es posible usar para el análisis de la información. Justifica tu respuesta

SITUACIÓN	MTC	JUSTIFICACIÓN										
<p>Colombianos que realizaron compras por internet en el año 2012</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Compraron por internet</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>SI</td> <td>31.7%</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>68.3%</td> </tr> </tbody> </table> <p>Variable estadística: _____</p> <p>Naturaleza de la variable estadística: _____</p> <p>Escala de medición de la variable estadística: _____</p>	Compraron por internet	%	SI	31.7%	NO	68.3%	<p>Moda</p> <p>Mediana</p> <p>Media</p>					
Compraron por internet	%											
SI	31.7%											
NO	68.3%											
<p>Las edades de 32 pasajeros de un bus intermunicipal se presenta en la siguiente tabla:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>EDADES</th> <th>Número de personas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0-9</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>10-19</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>20-29</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>30-39</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Variable estadística: _____</p> <p>Naturaleza de la variable estadística: _____</p> <p>Escala de medición de la variable estadística: _____</p>	EDADES	Número de personas	0-9	7	10-19	15	20-29	9	30-39	1	<p>Moda</p> <p>Mediana</p> <p>Media</p>	
EDADES	Número de personas											
0-9	7											
10-19	15											
20-29	9											
30-39	1											

5. En cada una de las situaciones indica cuál es la variable estadística, los valores que toma la variable, su naturaleza (cualitativa / cuantitativa) y la escala de medición.

Un profesor pide a sus estudiantes encontrar las MTC, en las siguientes situaciones. Determina si es correcta y pertinente la solución que da uno de sus estudiantes de acuerdo a la naturaleza de la variable. Justifica tu respuesta.

Situación 1. Al preguntar por la talla en la camisa de los estudiantes de grado Once, se obtienen los siguientes resultados:

S – M – S – L – XL – M – S – M – M – S – M – S – S – M – L – L – S – M – S – S – S – S

Variable estadística	
Valores de la variable estadística	

Tipo de variable estadística	
Escala de medición de la variable estadística	

MODA: Talla S

MEDIANA: S – S – S – S – S – S – S – S – S – S – M – M – M – M – M – M – M – L – L – L – XL

Talla M

PROMEDIO $\frac{(11 \times S) + (7 \times M) + (3 \times L) + (XL \times 1)}{22} \approx M$

Explicación _____

Situación 2. Un periodista al escribir una noticia sobre el clima en Bogotá en los últimos 10 años, presenta un análisis de esta información usando las MTC, para esto tuvo en cuenta que las temperaturas medias anuales que fueron

13.6 13.1 13.1 13.1 12.9 13.6 13.9 13.8 13.5 13.7.

Tomado de http://www.tutiempo.net/clima/Bogota_Eldorado/802220.htm

Variable estadística	
Valores de la variable estadística	
Tipo de variable estadística	
Escala de medición de la variable estadística	

MODA: Temperatura 13.1

MEDIANA: 12.9 13.1 13.1 13.1 13.5 13.6 13.6 13.7 13.8 13.9

$$\frac{13.5 + 13.6}{2} = 13.55$$

PROMEDIO $\frac{12.9 + (13.1 \times 3) + 13.5 + (13.6 \times 2) + 13.7 + 13.8 + 13.9}{10} = 13.4$

Explicación _____

