RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA DESDE LAS TEORÍAS DE CAMPOS CONCEPTUALES Y CANTIDADES INTENSIVAS EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE WEB

NANCY ESPERANZA OLARTE LÓPEZ

LINA JINETH PEÑA RINCÓN

Directora

LINDA ALEJANDRA LEAL URUEÑA, ING. M.Sc.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
MAESTRÍA EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN APLICADAS A LA EDUCACIÓN – MTIAE
Bogotá, Colombia
2016

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA DESDE LAS TEORÍAS DE CAMPOS CONCEPTUALES Y CANTIDADES INTENSIVAS EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE WEB

NANCY ESPERANZA OLARTE LÓPEZ

LINA JINETH PEÑA RINCÓN

Proyecto presentado para optar al título de Magister en Tecnologías de la información aplicadas a la educación

Directora

LINDA ALEJANDRA LEAL URUEÑA, Ing. M.Sc.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
MAESTRÍA EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN APLICADAS A LA EDUCACIÓN – MTIAE
Bogotá, Colombia
2016

Derechos de autor

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional (Biblioteca Central)
Titulo del documento	Resolución de problemas de estructura multiplicativa desde las teorías de campos conceptuales y cantidades intensivas en ambientes de aprendizaje web
Autor(es)	Olarte López, Nancy Peña Rincón, Lina
Director	Linda Alejandra Leal Urueña
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 2016, 225p
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	CAMPOS CONCEPTUALES, CANTIDADES INTENSIVAS, ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA, MATEMÁTICAS, RAZONAMIENTO MULTIPLICATIVO, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, AMBIENTES DE APRENDIZAJE WEB.

2. Descripción
Diseñar ambiente de aprendizaje asistidos por tecnología con el propósito de mejorar la capacidad para la resolución de problemas de estructura multiplicativa responde a las deficiencias evidenciadas en diversos grupos de estudiantes relacionadas con dificultades para hacer interpretaciones literales de problemas matemáticos y l reconocimiento de situaciones en contextos que requieren de inferencia directa, específicamente cuando existen errores en el campo conceptual. Esta investigación evalúa la incidencia de un ambiente de aprendizaje web que incorpora la teoría cantidades intensivas, frente a otro ambiente de aprendizaje diseñado de acuerdo con la teoría campos conceptuales, con el fin verificar su incidencia sobre la resolución de problemas de estructura multiplicativa. La hipótesis de este estudio es que la capacidad para resolver problemas mejora mediante el uso de un ambiente de aprendizaje cuyo diseño se fundamenta en la teoría de las cantidades intensivas con respecto a un ambiente de aprendizaje diseñado de acuerdo con la teoría de campos conceptuales (TCC). Así se desarrolló una investigación de corte cuasiexperimental con pretest y postests y grupo control.

Los resultados obtenidos muestran que efectivamente el ambiente de aprendizaje diseñado de acuerdo con el modelo de cantidades intensivas resultó fue más eficaz a la hora de resolver problemas de estructura multiplicativa.

3. Fuentes

Las (diez) fuentes principales bibliográficas son:

Bakker, M., Heuvel-Panhuizen, M. van den, & Robitzsch, A. (2015). Learning multiplicative reasoning by playing computer games. En *ResearchGate*. A partir de https://www.researchgate.net/publication/277714336_Learning_multiplicative_reasoning_by_playing_computer_games

Bakker, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2014). First-graders' knowledge of multiplicative reasoning before formal instruction in this domain. *Contemporary Educational Psychology*, *39*(1), 59-73. http://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.11.001

Campbell, D., & Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Buenos Aires. A partir de https://sociologiaycultura.wordpress.com/campbell-y-stanley-disenos-experimentales-y-cuasiexperimentales-en-la-investigacion-social/

Céliz, M., Feliziani, V., & Zingaretti, M. (2006). La resolución de problemas como objeto de enseñanza y medio para el aprendizaje (pp. 179-192). A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:25dpXPftlHcJ:unvm.galeon.com/Cap09.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetivos matemáticos, 1-26.

Maza, C. (1991). *Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas / Carlos Maza Gómez*. A partir de https://www.researchgate.net/publication/44401526_Multiplicar_y_dividir_a_traves_de_la_resolucion_de_problemas_Carlos_Maza_Gomez

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:aQamHNbSkIQ

J:www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:_8zouPdPYG0J:www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Moreira, M. (2002). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências, 7*(1), 7-29.

Vergnaud, G. (1991). *El Niño, Las Matemáticas y la Realidad: Problemas de la Enseñanza de Las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Trillas.

4. Contenidos

El estudio se encuentra estructurado de la siguiente forma: en el capítulo 1 se encontrará con los aspectos preliminares: justificación, problema y objetivos general y específicos. En el capítulo 2 se analizan las investigaciones más recientes relacionadas a resolución de problemas desde la estructura multiplicativa, desde las cantidades intensivas y desarrollos que incluyen aprendizaje asistido por computador y apoyo visual. En el capítulo 3 se abordan inicialmente dos teorías que permiten mejorar los desempeños de los estudiantes en cuanto su estructura multiplicativa: la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud - TCC y Teoría de las Cantidades Intensivas, las cuáles coinciden en varios momentos dentro de su desarrollo, detallando estos puntos de encuentro y comparación de ambas teorías. Luego en el capítulo 4 se describe el diseño de los escenarios de aprendizaje, la estructura de las actividades y aspectos generales de ambos ambientes de aprendizaje web junto con aspectos técnicos. El capítulo 5 de metodología describe el tipo y diseño de investigación incluyendo las características de la población, variables hipótesis de estudio e instrumentos de recolección de la información junto con las técnicas para analizar datos. El capítulo 6 aborda el análisis e interpretación de resultados a partir de interpretaciones estadísticas, las cuáles permitirán diferenciar ambos grupos (experimental y control) en los diferentes momentos de ambos ambientes. Por último en el capítulo 7 se tienen las conclusiones producto del estudio que confirman el desarrollo de los objetivos general y específico. También, se incorporan al documento anexos que permitirán conocer los instrumentos de validación del estudio y valoraciones cualitativas por los estudiantes de la muestra.

5. Metodología
Las particularidades de ésta investigación, exige que se destaquen elementos del enfoque cuantitativo, y diseño cuasiexperimental con pretest y postest. Se diseñaron dos ambientes de aprendizaje web empleando los modelos de cantidades intensivas y campos conceptuales para su diseño; la variable independiente con dos valores (ambiente de aprendizaje, de cantidades intensivas y de teoría de campos conceptuales) y una variable dependiente (Desempeño en la resolución de problemas de estructura multiplicativa). La muestra de este estudio estuvo constituida por 53 estudiantes del Colegio República de Colombia IED del grado sexto.

6. Conclusiones
Luego del análisis de resultados de esta investigación, se obtuvieron las siguientes conclusiones: - La capacidad para resolver problemas mejora mediante el uso de un ambiente de aprendizaje cuyo diseño se fundamenta en la teoría de las cantidades intensivas con respecto a un ambiente de aprendizaje diseñado de acuerdo con la teoría de campos conceptuales - El ambiente de aprendizaje web diseñado bajo la teoría de las cantidades intensivas favorece el trabajo en resolución de problemas de cada una de las estructuras de multiplicación, partición y producto de medidas. - Las representaciones elaboradas por los estudiantes que utilizaron el ambiente de aprendizaje web diseñado de acuerdo con la teoría de las cantidades intensivas fueron más adecuadas. La incorporación de ambientes de aprendizaje web en las dinámicas educativas en el área de matemáticas promueve el interés de los estudiantes hacia el desarrollo de las actividades de aprendizaje.

Elaborado por:	Nancy Esperanza Olarte López Lina Jineth Peña Rincón
Revisado por:	Linda Alejandra Leal Urueña

Fecha de elaboración del Resumen:	08	06	2016

Aceptación

Director

Jurado

Jurado

Dedicatoria

Al Altísimo, mi familia y Lina
Al colegio Republica de Colombia
A Oscar Gacharná León por su ayuda en el momento más indicado
A todos quienes apoyaron esta enriquecedora investigación

Nancy Olarte

A Dios porque tan grandes bendiciones solo vienen de la mano de Él,
A mis hijos: Juan Daniel y Lina Celeste por su paciencia en tan largas jornadas sin su mamá
A mi amado esposo, por su compañía, asesoría y sobre todo por su comprensión
A mi mamita que fue un apoyo incondicional

Lina Peña

Tabla de Contenidos

Lista de tablas

Lista de figuras

Introducción

La resolución de problemas en matemáticas cobra significado considerable en la pedagogía, al punto de que diversos autores han propuesto que se convierta en un eje articulador en la escuela, así lo afirman (Céliz, Feliziani, y Zingaretti, 2006):

> (…) transformarla en el eje alrededor del cual giran las clases debería ser un objetivo deseable, de este modo creemos que los alumnos podrían comprender cómo se construyen los conocimientos en la Matemática, se contribuiría a desarrollar su pensamiento reflexivo y crítico, dando la posibilidad de modificar visiones negativas que poseen algunos alumnos acerca de ésta disciplina. (p.179)

En Colombia los lineamientos curriculares de matemáticas ((Ministerio de Educación Nacional, 1998), reconocen la habilidad de resolver problemas, y es considerada como un proceso general y vital para el desarrollo de las matemáticas y del estudio del conocimiento y campo de desempeño matemático. Los lineamientos (MEN, 1998) proponen entre otros:

> Considerar en el currículo de enseñanza de las matemáticas la formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, el desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas y la verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original. (p.52)

El trabajo en resolución de problemas dentro y fuera de las matemáticas supone el trabajo ligado a un contexto, para que el estudiante pueda poner a prueba las estrategias de solución, así como lo afirma (Quezada y Letelier, 2001):

> Un problema en matemática supone una referencia en cierta situación, es decir, a un contexto donde se trata de algunos objetos así como de relaciones y operaciones, haciendo intervenir estos objetos. La situación evocada puede ser de naturaleza material, abstracta, o las dos a la vez. De esta forma, con los contextos, nos aproximamos a la búsqueda de estrategias para resolver un problema. (p.35)

Generar ambientes de aprendizaje con situaciones-problema significativas para el estudiante lleva a que este sea capaz de "Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas" (Ministerio de Educación Nacional, 2006), según el informe de Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (p. 51).

En este mismo documento, se plantea específicamente desde el pensamiento numérico, que el estudiante esté en la capacidad de resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas (p. 82). Entendiendo la proporcionalidad directa y producto de medidas, para efectos de este trabajo, como parte esencial de la estructuración y construcción de la estructura multiplicativa, y entendida desde la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC, de aquí en adelante) de Vergnaud (1994), la proporcionalidad directa como los isomorfismos de medidas y el producto de medidas con el mismo nombre y, también desde la estructura replanteada por Maza (1991) la proporcionalidad directa desde los problemas de razón y producto de medidas desde los problemas de combinación.

Por lo anterior, se diseñó una investigación para evaluar la incidencia de una aplicación que incorpora la Teoría de los Campos Conceptuales (1994) por un lado, y la Teoría de las

Cantidades Intensivas (1991) por otro, sobre la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

La selección de dichas teorías se concibe teniendo en cuenta que por un lado la TCC es de gran importancia para entender los procesos que orientan las estrategias para resolver situaciones-problema como lo afirma (Z, Pesa, y Moreira, 2006) esta importancia “radica en la posibilidad de comprender procesos que subyacen a la cognición, en particular, a la construcción de representaciones internas del sujeto” (p. 130). Además el construir el campo conceptual de estructura multiplicativa (Moreira, 2002) se constituye “como un conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes, pero íntimamente relacionados (p.3). Por otra parte la importancia de escoger la teoría de las cantidades intensivas, estructurada al final por (Maza, 1991), radica en que es una teoría que surge a partir de la TCC, pero que según éste autor platea nuevas posibilidades y matizaciones desde la perspectiva de los tipos de cantidades. (p.21)

Para poder llevar a cabo la evaluación de ésta aplicación, teniendo en cuenta que los estándares planteados por el MEN para el desarrollo de tales propósitos, están orientados para ciclo 3, el presente estudio se diseñó y estructuró para estudiantes de grado 6º, pero también teniendo en cuenta que para el desarrollo de la comprensión del campo conceptual multiplicativo puede darse entre los 7 y los 18 años (Grouws y National Council of Teachers of Mathematics, 1992)

El desarrollo de la investigación integró estrategias tecnológicas, las cuales tal como lo afirma (Castiblanco, 2002) son necesarias para “mejorar la calidad de la educación matemática colombiana y modernizar los ambientes escolares, aprovechar el potencial educativo de las tecnologías de información y comunicación”. (p.3)

Así, se diseñaron dos ambientes de aprendizaje, uno diseñado de acuerdo con la teoría de las cantidades intensivas y el otro con la teoría de los campos conceptuales. Diseño orientado a verificar cuál de ellos resulta más efectivo para el aprendizaje de la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

Este estudio se llevó a cabo con estudiantes del Colegio República de Colombia desde una metodología cuasiexperimental, y la muestra poblacional será descrita en el capítulo de metodología.

Luego del análisis de resultados se profundiza en detalle cuál fue el ambiente de aprendizaje web más efectivo en la resolución de problemas de estructura multiplicativa con respecto a la teoría de los campos conceptuales, cuál favoreció el trabajo en resolución de problemas de cada una de las estructuras: multiplicación, partición, cuotición y producto de medidas, y si también las representaciones elaboradas por los estudiantes producto de las actividades fueron las adecuadas.

El estudio se encuentra estructurado de la siguiente forma: en el capítulo 1 se encontrará con los aspectos preliminares: justificación, problema y objetivos general y específicos. En el capítulo 2 se analizan las investigaciones más recientes relacionadas a resolución de problemas desde la estructura multiplicativa, desde las cantidades intensivas y desarrollos que incluyen aprendizaje asistido por computador y apoyo visual. En el capítulo 3 se abordan inicialmente dos teorías que permiten mejorar los desempeños de los estudiantes en cuanto su estructura multiplicativa: la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud - TCC y Teoría de las Cantidades Intensivas, las cuáles coinciden en varios momentos dentro de su desarrollo, detallando estos puntos de encuentro y comparación de ambas teorías. Luego en el capítulo 4 se describe el diseño de los escenarios de aprendizaje, la estructura de las actividades y aspectos generales de ambos ambientes de aprendizaje web junto con aspectos técnicos. El capítulo 5 de metodología describe el tipo y diseño de investigación incluyendo las características de la población, variables hipótesis de estudio e instrumentos de recolección de la información junto con las técnicas para analizar datos. El capítulo 6 aborda el análisis e interpretación de resultados a partir de interpretaciones estadísticas, las cuáles permitirán diferenciar ambos grupos (experimental y control) en los diferentes momentos de ambos ambientes. Por último en el capítulo 7 se tienen las conclusiones producto del estudio que confirman el desarrollo de los objetivos general y específico. También, se incorporan al documento anexos que permitirán conocer los instrumentos de validación del estudio y valoraciones cualitativas por los estudiantes de la muestra.

1. Aspectos preliminares

La resolución de problemas se constituye como un factor de gran importancia en la educación matemática. Los estudios sobre el aprendizaje de estrategias y métodos en la resolución de problemas matemáticos, pero no solo de interés por cuenta del estudiante, si no para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, el profesor ha venido fortalecido las posibilidades del estudiante en torno a este asunto (Maza, 1991).

Así, el profesor en su interés por mostrar y fortalecer otras posibilidades de aprendizaje de los estudiantes, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) aparecen como un recurso que ofrece al estudiante; interacción, riqueza visual, retroalimentación inmediata, interactividad y en algunos casos un aprendizaje no lineal.

Se propone un ambiente de aprendizaje web, planteado bajo situaciones-problemas desde el enfoque de la estructura multiplicativa, por un lado, bajo la teoría de campos conceptuales de Vergnaud (1994) y por otro bajo la teoría de cantidades intensivas de Maza (1991), teorías que pretenden fortalecer el desempeño del pensamiento numérico, específicamente la estructura multiplicativa en la resolución de problemas en estudiantes de grado sexto.

1.1. Justificación y problema

A través de la etapa escolar las matemáticas representan para los estudiantes una de las áreas de conocimiento que les ocasiona mayor dificultad. Se evidencia que desde las instituciones educativas se siguen las orientaciones de la Secretaría de Educación o el Ministerio, pero según el gobierno dirigente, en muchas ocasiones sus políticas cambian, por lo que resulta que los mismos proyectos de área institucional, forman una “colcha de retazos” que responden a las necesidades desde varias fuentes, entre ellas, políticas educativas, planes sectoriales, proyectos educativos institucionales, pero pocas veces se apunta directamente a aquellas más básicas y primarias que presentan los estudiantes. Así a través de los años se ha podido evidenciar que la resolución de problemas en matemáticas, representa para los estudiantes uno de los campos de mayor complejidad, siendo las estructuras multiplicativas la base para el trabajo en posteriores ámbitos de carácter algebraico, aritmético, trigonométrico y de cálculo.

Además ésta se ha venido presentando a ellos de manera descontextualizada y separada de su realidad pragmática y de aplicación directa, presentada por el MEN (Ministerio de Educación Nacional, 1998) como:

> Tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia “estos problemas de aplicación” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo. (p. 24)

Sin embargo, la resolución de problemas en la etapa escolar, es necesaria, pues como afirma (Quezada y Letelier, 2001)

> En la vida diaria existen, de forma concreta en el entorno, situaciones que se pueden convertir en problemas. A estas se les puede asignar una formulación matemática y pueden

llegar a ser isomorfas a aquellas presentadas en el currículo escolar, favoreciendo la actividad mental constructiva de los alumnos en los procesos de adquisición de conocimiento, y el desarrollo efectivo de la habilidad de resolución de tipos de problemas. (p. 40).

Por otra parte los estándares básicos de matemáticas plantean el desarrollo de competencias para resolver y formular problemas en situaciones multiplicativas de variación proporcional (MEN, 2006), entendiendo la variación proporcional como una relación funcional y así es vista como los isomorfismos de medida trabajados desde la construcción de la estructura multiplicativa de la TCC, específicamente, retomados en los problemas de razón, de la teoría de las cantidades intensivas.

Además, en los resultados de las más recientes pruebas PISA se confirma el hecho que los estudiantes colombianos están en un nivel muy bajo en el área de matemáticas, en donde el 74% de los estudiantes se ubica por debajo de un nivel 2 de interpretación de problemas matemáticos (MEN, ICFES, 2013). Resultado que pone en evidencia que los estudiantes no son capaces de hacer interpretaciones literales a problemas matemáticos y no pueden emplear algoritmos básicos, fórmulas, y manejo de enteros, además de no interpretar ni reconocer situaciones en contextos que requieran de una inferencia directa (MEN, ICFES, 2013).

El bajo desempeño que tienen los estudiantes en la resolución de problemas de estructura multiplicativa, puede deberse a cómo se plantean los problemas desde la educación matemática, específicamente cuando existen errores en el *campo conceptual*, como lo afirma Fischbein citado por (Castro, Rico, y Castro, 1995) quienes argumentan que “los errores que aparecen en la resolución de problemas de estructura multiplicativa pueden ser consecuencia de considerar en la enseñanza como modelo único para la multiplicación la suma repetida y el modelo de partición para la división” (p.64).

Dicha problemática ha sido estudiada por (Espinoza, Lupiáñez, y Segovia, 2013) quienes analizan modelos para presentar los problemas de estructura multiplicativa. Al contrastar dos grupos “estándar” y “talento”, evidencian que los problemas que representan estructuras multiplicativas son mejor formulados por aquellos que tienen un mayor dominio del conocimiento (grupo talento) y que tiene en su solución más de cuatro pasos para ser resueltos.

Además evidencian que los problemas formulados por el grupo talento presentan dificultades al tratar de ser solucionados por el grupo estándar debido a que:

> (…) están conformados por una mayor cantidad de proposiciones y tipos de números, requieren de más pasos y procesos de cálculo distintos para ser resueltos (mayor dificultad de cálculo), mayor cantidad de relaciones semánticas y operaciones e implican un sistema numérico más complejo. (Espinoza, Lupiáñez, y Segovia, 2013, p.10-11)

Así, una de las razones que ocasiona estas dificultades proviene de la formulación y trabajo de todas las estructuras multiplicativas en este campo y el dominio particular del tema en su contexto semántico, ya que como afirman estos mismos autores (Espinoza et al., 2013)

> (…) que de 72 problemas de estructura multiplicativa y mixta, de los cuales 39 fueron planteados por el grupo talento y 33 por el grupo estándar, ambos grupos de estudiantes prefirieron plantear problemas que incluyeran la componente semántica de isomorfismo de

> medida, seguida de producto de medidas y en menor proporción comparación multiplicativa (…). (p.10)

De ésta manera al ser considerada la multiplicación y la división como operaciones aisladas del contexto, donde la operación adquiere de un significado y además se presentan los problemas verbales, éstos son difíciles de resolver por los niños, algunas de estas dificultades se deben a la comprensión limitada que tienen de estas operaciones aritméticas y su poca experiencia con los distintos tipos de situaciones que exigen utilizar estas operaciones (Castro et al., 1995, p.69).

Trabajar con la TCC es de gran importancia pues permite “la posibilidad de comprender procesos que subyacen a la cognición, en particular, a la construcción de representaciones internas del sujeto” (Z et al., 2006). Pero también el trabajo con la teoría de las cantidades intensivas es de gran importancia pues piensa en las matemáticas como una actividad de modelaje, que dirige su atención a los números y sus “referentes” (Grouws y National Council of Teachers of Mathematics, 1992), y al hablar de referentes, ata el concepto a lo que puede ser la relación funcional que se ve desde los isomorfismo de medida de la TCC, así cuando se presenta su estructura multiplicativa de las cantidades intensivas deriva su primer y tercer tipo de problemas de la TCC. En este orden de ideas se hace necesario crear una propuesta que responda a la apropiación de la estructura multiplicativa específicamente desde isomorfismos y producto de medidas (visto desde la TCC) o desde los problemas de Razón y Combinación (visto desde el enfoque de las Cantidades Intensivas).

En general el problema de conocimiento que acá atañe es la resolución de problemas aritméticos de estructura multiplicativa, abordado desde la TCC y la teoría de las cantidades intensivas, pues como se mencionó anteriormente, estas dos teorías cuentan con puntos de encuentro entre los isomorfismos de medida (desde la TCC) y los problemas de Razón (desde las Cantidades Intensivas); y también desde las situaciones-problema de productos de medidas (desde la TCC) y los problemas de combinación (desde las Cantidades intensivas), y sabiendo que la teoría de las cantidades intensivas es derivada, por lo menos en cuanto a la estructura multiplicativa, de la TCC, y que tiene algunas estructuras adicionales con respecto a la TCC, se pretende mostrar que es más efectiva a la hora de resolución de problemas de estructura multiplicativa. Los problemas de tipo cantidad intensiva son conceptualmente más exigentes que los que son evaluados por conteo y medición directa, proporcionando una mejor formulación de problemas frente a las relaciones y operaciones a utilizar para su solución (Simon y Placa, 2012).

Por otra parte, el estudio de las estructuras multiplicativas y con ella las representaciones verbales y simbólicas para los procesos de resolución de problemas Castro (2008) - que serán profundizadas en los capítulos marco teórico y análisis de resultados de esta investigación- plantea que "las nuevas tecnologías conllevan un fuerte potencial representacional tanto gráfico como simbólico, y añaden nuevas posibilidades de manipulación de las representaciones que no era posible realizar sin ellas(…)" (p.26).

De hecho, una investigación reciente de la Universidad Pedagógica Nacional en Colombia, específicamente de maestría en docencia de las matemáticas, centra la importancia del estudio y presentación de la estructura multiplicativa para la resolución de problemas a lo largo de la educación básica (Garcia y Suárez, 2010), en concordancia con la idea de que "es un concepto que se desarrolla y se adquiere a lo largo de mucho tiempo, evidenciando que no sólo es importante en cada grado de la educación básica de los estudiantes, sino también como factor importante en la evaluación que se realiza a los estudiantes para medir su grado de competencias, siendo ´relevante conocer cuáles son los procedimientos llevados por ellos para la resolución de problemas, específicamente de corte multiplicativo (…)" (p.70).

De igual forma, cabe destacar que investigadores han unido esfuerzos en búsqueda de estrategias que permitan fortalecer las prácticas de evaluación en el aula y potenciar los niveles de desempeño de estudiantes en pruebas como Saber, de aquí en una reciente investigación de posgrado (Huertas, 2015) se tiene como resultado las siguientes estrategias:

> "Potenciar las competencias lectoras, buscando fortalecer comprensión de enunciados expresados en lenguaje natural o simbólico, imágenes, dibujos, expresiones y gráficos, entre otros. Implementar la lectura crítica y potenciar el dominio de un vocabulario más amplio, que enriquece los resultados en las pruebas Saber, debido a que el estudiante no está en capacidad de resolver una situación problema cuando no entiende el enunciado o el contenido por desconocer el significado de algunos términos. (…)" (p.103).
>
> "Se incluyen también el planteamiento de problemas relativos a la vida cotidiana de los estudiantes, manejar el contexto donde se desenvuelve el niño, prácticas con los cuadernillos de las pruebas Saber anteriores con el fin de aplicarlas a los estudiantes como simulacros y así familiarizarse con este tipo de pruebas y diseñar pruebas acordes a la edad de los estudiantes , manejando la estructura y dinámica de las pruebas saber, buscando medir, no cuanto saben los niños y niñas sino como aplican los conocimientos que tienen, en la solución de problemas" (…)" (p.103).

Bajo algunas de estas estrategias como enunciados visuales y problemas de la vida cotidiana e implementando teorías en resolución de problemas, se espera en la presente investigación de tesis de grado que, al contrastar la TCC y de cantidades intensivas la capacidad de resolver problemas mejore y que predomine la teoría de las cantidades intensivas sobre la TCC, debido a las estructuras específicas que manejan cada una. Por esto, se propone el desarrollo de un estudio cuasiexperimental, para verificar la efectividad de dos ambientes de aprendizaje web uno desde el enfoque de la TCC y el otro desde el enfoque de cantidades intensivas, en la solución de problemas de estructura multiplicativa, con éste estudio se pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuál es el efecto diferencial de dos ambientes de aprendizaje web, el primero diseñado desde el enfoque de campos conceptuales y el segundo siguiendo el enfoque de cantidades intensivas, sobre la solución de problemas de situaciones multiplicativas?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General.

Contrastar la efectividad de dos ambientes de aprendizaje web diseñados desde la teoría de los campos conceptuales y la teoría de las cantidades intensivas, en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

1.2.2. Objetivos Específicos.

- Comparar la incidencia de los dos ambientes de aprendizaje en la solución de cada una de las situaciones problema de estructura multiplicativa a saber: multiplicación, partición, cuotición y producto de medidas.
- Analizar el efecto de los ambientes de aprendizaje sobre las representaciones (internas o mentales, icónicas o simbólicas), elaboradas por los estudiantes en el proceso de solución de las diferentes situaciones problema de estructura multiplicativa, bajo el modelo pedagógico de las situaciones didácticas de Brousseau.
- Comparar el efecto general de los ambientes de aprendizaje web que incorporan la teoría de los campos conceptuales y las cantidades intensivas sobre la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

2. Estado del arte

Este capítulo abordará los resultados de investigaciones recientes y relevantes, relacionados con el objeto del presente estudio de investigación, el cual pretende potenciar el pensamiento numérico, específicamente de estructura multiplicativa en estudiantes de grado sexto.

Se presenta algunos desarrollos hacia poblaciones particulares en escolares para lograr el desarrollo del proceso de razonamiento multiplicativo, desde una perspectiva cognitivista, otros estudios se derivan a partir de juegos en línea y la gran mayoría evidencian informes a partir de teoría de cantidades intensivas y aplicaciones que incluyen de manera específica teoría de campos conceptuales en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

Así pues, conocer los antecedentes más significativos de investigaciones llevadas a cabo los últimos años, cuyos resultados han publicados en revistas de alto nivel, permite no sólo comprender los alcances de las tendencias implementadas y sus contribuciones para el desarrollo del presente estudio, sino también a lo largo del recorrido de la investigación reconocer cuál fue el valor agregado o aporte desde la perspectiva de este trabajo de investigación de maestría frente a los estudios aquí expuestos.

A continuación, se encontrarán trabajos recientes relacionados en los siguientes temas a abordar: resolución de problemas en matemáticas una mirada desde la estructura multiplicativa, resolución de problemas de estructura multiplicativa desde el enfoque de las cantidades intensivas y, apoyo visual y el aprendizaje asistido por computador un enfoque hacia la construcción de la estructura multiplicativa.

2.1. Resolución de problemas en matemáticas una mirada desde la estructura multiplicativa

La capacidad de razonamiento de los estudiantes puede llegar a mejorar cuando en los problemas se involucran situaciones de contextos reales a resolver. Países como China ha involucrado en investigaciones recientes que no sólo a los estudiantes de escuela primaria se les debe enseñar a resolver tipos de problemas realistas, sino también preparar a los docentes a plantear este tipo de problemas (Chen, Dooren, Chen, y Verschaffel, 2010), desligándose poco a poco de los textos tradicionales de matemáticas donde se plantean ejercicios poco realistas y sin representaciones de medidas.

Así mismo, el desarrollo eficaz del razonamiento en el aula (sea de naturaleza aditiva, multiplicativa o proporcional) depende directamente de la comprensión de las situaciones en las que los estudiantes han utilizado erróneamente la aplicación de su pensamiento aditivo o multiplicativo en el contexto de resolución de diferentes tipos de problemas (Hilton, Hilton, Dole y Goos, 2013), en algunas investigaciones cuando se emplea el uso de no enteros y sus relaciones de proporcionalidad (Sebnem y Diler, 2015).

Algunos estudios han puesto en evidencia las dificultades por parte de estudiantes de alto desempeño al tratar de distinguir y dominar problemas de estructura multiplicativa frente a otros tipos de problemas (Sarrazy y Novotná, 2011), inconvenientes que se relacionan con la didáctica de los problemas multiplicativos clásicos y que inhiben el progreso matemático en relación con la teoría de campos conceptuales (Long, 2011) y en otros casos sin ser inherente también, a experiencias emocionales intensas a veces generadas por las interpretaciones cognitivas subjetivas de situaciones problema particulares (Cobb, Yackel y Wood†, 2010).

Autores como Fielding-Wells de la Universidad de Queensland y su grupo de trabajo han afirmado en una investigación de hace pocos años que comparar situaciones en términos relativos (multiplicativo) en lugar de absolutos (aditivos) es un resultado importante de las matemáticas de la escuela primaria. Sugieren a su vez que los estudiantes tienden a ver las situaciones comparativas en aditivo en lugar de términos multiplicativos y este pensamiento puede influir en su capacidad de razonamiento proporcional en años posteriores (Fielding-Wells, Dole y Makar, 2014).

Pero para reforzar esta capacidad de razonamiento en los estudiantes, es necesario identificar de manera inicial sus atributos, desde la perspectiva de un marco de diagnóstico cognitivo como algunos autores lo han investigado (Tjoe y De la Torre, 2014) evidenciando en sus resultados que la resolución de problemas ha sido una de las técnicas fundamentales de comunicación en idioma matemático y su estudio no sólo ha permitido definir contextos de éxito y fracaso en el proceso de adquisición de las habilidades de razonamiento y pensamiento matemático, sino también contribuye hacia la construcción de bases para el diseño de herramientas eficaces en el aprendizaje, algunos sobre la enseñanza-aprendizaje del razonamiento proporcional (Tjoe y Torre, 2013).

Las habilidades que se puedan desarrollar en el razonamiento matemático depende del tipo de problema planteado y la capacidad de la memoria de trabajo en la solución de problemas de múltiples pasos los cuales generan más déficit que aquellos que se solucionan mediante un paso (Agostino, Johnson, y Pascual-Leone, 2010).

Para identificar las formas de participación en las disciplinas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, el Kings College de Londres creó un proyecto de investigación de 4 años financiado por el Consejo de Investigación Económica y Social (Brown, Küchemann, y Hodgen, 2010). La Fase 1 consistió en un estudio a gran escala en estudiantes de 11-14 años para comprensión de álgebra y razonamiento multiplicativo, la muestra fue un total de aproximadamente 3000 estudiantes de alrededor de 90 clases en 11 escuelas. La Fase 2 comprendió un estudio de investigación en colaboración con los profesores-investigadores que utilizaron los resultados de la Fase 1 en sus propias clases como parte de la ampliación de la investigación para configuración de las clases por grupo, mejorar el logro y las actitudes (Brown et al., 2010), aunque fueron pocos los estudiantes que lograron competencia en las áreas pertinentes de estrategias para solución de problemas de estructura multiplicativa. Dentro de las conclusiones de la investigación los autores sugieren que “los estudiantes de 11 a 14 años tienen un conocimiento muy débil de los aspectos importantes del ámbito conceptual y que el entendimiento en esta área no ha mejorado desde la década de 1970” (Brown et al., 2010, p.56), siendo esto determinante para continuar con estudios relacionados con este tema en el Reino Unido.

Así mismo otros investigadores afirman que el déficit en el desarrollo del razonamiento multiplicativo se debe a la comprensión fundamental de los conceptos aritméticos que se enseñan a través de los primeros años escolares (Carrier, 2014), y que algunos estudiantes mejoran su desempeño al comprender aún mejor sus estrategias aditivas (Fielding-Wells et al., 2014). Por razonamiento multiplicativo se entiende como el concepto que produce una base fundamental sobre la que se construyen las habilidades de pensamiento de más alto nivel matemático, además abarca el uso adecuado de los modelos y algoritmos para resolver problemas de este tipo de estructura (Boylan et al., 2015).

Mediante un estudio de hace un par de años en Carolina del Norte se reconocieron algunos indicadores de razonamiento multiplicativo entre los estudiantes de cuarto grado (Carrier, 2014). En total, fueron 14 estudiantes de un colegio socioeconómico bajo, a quienes se les observaron los patrones de razonamiento multiplicativo a diferentes niveles mediante un instrumento de prueba con análisis de casos cruzados. Para los resultados se obtuvo que los participantes se dividieron en tres categorías: premultiplicativo, emergentes y multiplicador; desencadenándose 12 nuevos subniveles a partir de las declaraciones, los comportamientos y los escritos de estos estudiantes (Carrier, 2014) y que profundizan aún más en el pensamiento multiplicativo de ellos, pero que no brindaban una generalización entre ellos, sino más bien inclinación hacia uno o más de éstos 12.

Las categorías de los subniveles fueron las siguientes: no cuantificador, adivinador espontáneo, buscador de palabra clave, contador, adicionador, cuantificador, medidor, repetidor de adición, coordinador, multiplicador, divisor y predictor (Carrier, 2014).

Se concluyó que es primordial para el desarrollo efectivo del razonamiento multiplicativo, que el rol mediador del docente aporte estrategias de diseño de razonamiento y esquemas de multiplicación apropiados para el ambiente de aprendizaje de los estudiantes, mientras que para estos últimos es necesario afianzar el desarrollo de sus propias explicaciones para la solución de problemas, fórmulas y comprensión del contexto multiplicativo (Carrier, 2014). Lo importante de esta reciente investigación es que se suscitaron las siguientes interrogantes primordiales para estudios futuros (Carrier, 2014):

> ¿Qué puede afectar el progreso de un estudiante hacia el pensamiento matemático avanzado?, ¿Cuáles son las edades críticas con respecto al desarrollo matemático y el desarrollo del razonamiento multiplicativo?, ¿Cuáles son los indicios y señales de que un niño o un grupo de niños se encuentran en una etapa de desarrollo en particular?, ¿Cómo podemos construir una prueba confiable para discriminar razonamiento de la multiplicación de los sujetos que están haciendo la multiplicación por un algoritmo memorizado?, ¿De qué manera se debe administrar un instrumento de este tipo de prueba para permitir la identificación de los conceptos erróneos de los estudiantes?, ¿Cómo puede la identificación de los niveles de razonamiento multiplicativo sugerir el currículo necesario que promueve el desarrollo del razonamiento matemático?, ¿Cómo puede un instrumento de prueba constituirse con el fin de identificar los indicadores de razonamiento multiplicativo entre los estudiantes?. (Carrier, 2014, p.20)

De manera particular, la pregunta ¿Cuáles son las edades críticas con respecto al desarrollo matemático y el desarrollo del razonamiento multiplicativo? Son de gran importancia en el presente estudio, básicamente los estudiantes de la muestra se encuentran en edad escolar entre los 10 y 13 años y se podría evaluar si se fortaleció el desempeño en la resolución de problemas de estructuras multiplicativas en una edad en particular o fue generalizado. Así mismo la pregunta ¿Cómo puede un instrumento de prueba constituirse con el fin de identificar los indicadores de razonamiento multiplicativo entre los estudiantes? se relaciona más hacia el desarrollo del ambiente de aprendizaje web para los estudiantes que implementaron los cinco tipos de situaciones-problemas elementales: la multiplicación, la división-partición, la división-cuotición, cuarta proporcional o proporción simple y el producto de medidas, las cuales serán profundizadas en el capítulo del marco teórico.

Por otro lado, para medir a través del tiempo el desarrollo matemático de los estudiantes, a partir del año 2009 se llevó a cabo un estudio longitudinal (durante dos años) en cuatro grandes escuelas primarias, dos en Sydney y dos en Brisbane (Mulligan, English, Mitchelmore, Welsby, y Crevensten, 2011) con un total de 316 estudiantes de diversos contextos socioeconómicos y culturales. Este estudio tenía como propósito medir la eficacia del Programa de concientización del modelo de estructura matemática (PASMAP) el cual proporcionó instrucción explícita en el patrón y la estructura matemática que mejora el desarrollo de la estructuración espacial de los estudiantes, el razonamiento multiplicativo y generalizaciones emergentes. Para esta investigación se observaron aumentos particulares en las áreas relacionadas a patrones, el pensamiento multiplicativo (conteo y cuotición), pero no fue posible determinar si los ejemplos más avanzados de desarrollo estructural se atribuyeron directamente al software o los avances del desarrollo innatos de los estudiantes más capaces.

Particularmente para el aspecto del razonamiento multiplicativo, los estudiantes tuvieron un análisis cualitativo de su aprendizaje complementado con los resultados del análisis cuantitativo de la ICDM (o test Yo Puedo Hacer Matemáticas). Para los efectos iniciales de las pruebas los estudiantes comenzaron a vincular de forma sencilla contabilización múltiple a múltiplos más complejos a través de la noción de unidad de repetición en el patrón, la partición en tareas espaciales y en contextos de medición (Mulligan et al., 2011). Según la capacidad de estudiantes, los más capaces utilizaron características particulares del patrón y la estructura de la construcción de ideas nuevas y más complejas, no obstante los estudiantes regulares también podían resolver las tareas que requieren pensamiento multiplicativo pero éstos fueron considerados como ideas matemáticas por separado, es decir, estos estudiantes no podían explicar lo que era similar o diferente lo que perjudicaba la conexión entre ideas o generalizaciones simples (Mulligan et al., 2011). Esta investigación se relaciona con el presente estudio debido a los contextos de partición y medición, vitales en la resolución de situaciones-problemas elementales ya mencionadas a implementar en el ambiente de aprendizaje web como objeto de esta investigación.

2.2. Resolución de problemas de estructura multiplicativa desde el enfoque de las cantidades intensivas

Es importante resaltar que el razonamiento multiplicativo implica nuevas cantidades que son parte integrante de multiplicación: las cantidades intensivas (Simon y Placa, 2012). Éstas cantidades contrarias a las extensivas (como la longitud, masa, área o volumen), no se pueden medir o contar directamente, sino más bien expresan la relación entre dos cantidades.

En el caso de la cantidad velocidad por ejemplo, se da a partir de la relación emergente entre la cantidad distancia y la cantidad tiempo (M. Y. Lee y Hackenberg, 2013), (Hackenberg, 2013). Otra cantidad objeto de estudio ha sido la concentración y sus problemas (Liu y Shen, 2011).

Aunque también, estudios recientes han evidenciado que el razonamiento acerca de las cantidades intensivas es más difícil para los estudiantes que el razonamiento acerca de las cantidades extensivas, prevaleciendo estas últimas en la mayoría de patrones de respuestas de estudiantes de secundaria (Zahner, 2012).

Otros autores proponen dentro de sus estudios que una cantidad intensiva también lo es la tasa de cambio (Johnson, 2011). Cuantificar su variación implica la asociación de cantidades extensivas no lineales y la construcción de una nueva cantidad intensiva cuyo razonamiento constante de cambio no tiene por qué ser un requisito previo para el razonamiento acerca de su variación (Johnson, 2011). El concepto de la unidad de tasa es vital en problemas de comparación (Breit-Goodwin, 2015) pues facilita el contraste entre cantidades intensivas que no se cuentan o miden directamente. También otros investigadores de Australia han estudiado el porcentaje como otra cantidad intensiva, de una relación parte-todo pero más hacia un contexto de probabilidad (Watson y English, 2013).

Así mismo, desde el pensamiento matemático del estudiante, un estudio reciente demostró que la conceptualización clara de la cantidad intensiva ayuda a disminuir dificultades para reconocer la relación de las situaciones problemas presentados e identifican fácilmente la expresión matemática de proporcionalidad, facilitando la resolución de problemas al relacionar dos cantidades extensivas para hallar una tercera intensiva (Hino, 2012).

Algunas investigaciones recientes resaltan la idea de promover el razonamiento acerca de las cantidades intensivas apareciendo de forma inicial en el plan de estudios, esto con el fin de mejorar el rendimiento en matemáticas afianzando el pensamiento lógico de los estudiantes para escoger el mejor método para resolver problemas (Yadav, 2015) pero la realidad es que hoy en día no se está llevando a cabo esta inclusión en los planes curriculares docentes (Simon y Placa, 2012), perdiendo con el tiempo su verdadero enfoque e importancia hacia el razonamiento.

Otros autores consideran que para que los estudiantes razonen de forma multiplicativa deben seguir estos pasos: (siendo el primero de cantidades intensivas): (a) conceptualizar explícitamente la acción repetida de vincular los dos materiales compuestos, (b) entender los conceptos de multiplicación y división lo suficientemente bien para ver su papel en el proceso de iteración (repetición de procesos), y (c) resumen el proceso de iteración para reflexionar sobre ella antes de usar la multiplicación y la división (Torre, Tjoe, Rhoads y Lam, 2015). Respecto a este último, la iteración, estudios han profundizado que en esta etapa es importante implementar estrategias para lograr discernir entre estructuras multiplicativas de las aditivas (Magnusson, 2014).

2.3. Apoyo visual y el aprendizaje asistido por computador, un enfoque hacia la construcción de la estructura multiplicativa

Estudios demuestran que cuando un estudiante utiliza múltiples representaciones para resolver problemas (Maza, 1995) y comprobar sus cálculos, aumenta la precisión en la resolución de problemas, así como una mejor comprensión de la relación lineal entre dos variables (Ching-chih y Che-jen, 2013). Las representaciones dibujadas de los docentes como estrategia también han sido objeto de estudio para las operaciones de fracciones y decimales (M. Y. Lee y Hackenberg, 2013), al adaptar mejor su conocimiento matemático con dibujos, se obtenían respuestas más razonables por parte de los estudiantes a los problemas planteados, contrario a los profesores que no empleaban representaciones y que conducían a hacer suposiciones incorrectas (S. J. Lee, Brown y Orrill, 2011).

Igualmente, tener conexión entre varios enfoques hacia las representaciones para resolver problemas permite a su vez que los docentes (al ir reconociendo el pensamiento de los estudiantes) identifiquen sus progresiones básicas denominadas trayectorias de aprendizaje (Wilson, Mojica y Confrey, 2013).

Identificar las trayectorias puede ser utilizado en la formación docente hacia la creación de nuevos modelos, desarrollos curriculares, contenidos matemáticos, la atención del profesor hacia el trabajo de los estudiantes, diseño de evaluaciones y participación activa de estudiantes en el uso de tareas matemáticas (Wilson et al., 2013).

El análisis de las ideas matemáticas por separado en la resolución de problemas contribuye a que los estudiantes con el tiempo tengan inconvenientes en el análisis de representaciones gráficas de estructura multiplicativa (Caddle y Brizuela, 2011). Un estudio llevado a cabo en Estados Unidos en el 2011 abordó esta problemática, respecto al razonamiento de los estudiantes se tenían en cuenta las siguientes preguntas:

> "¿Cómo el estudiante describe la gráfica a través de marcos aditivos y multiplicativos?, ¿Encajan sus pensamientos en estos marcos? y ¿Cómo pueden estas explicaciones verse

afectadas por la presencia de la gráfica, a diferencia de si se hubiera utilizado una tabla de función?" (Caddle y Brizuela, 2011, p.225).

Para responder a estas inquietudes los investigadores analizaron 21 estudiantes de quinto grado, quienes debían comprender un gráfico lineal en el plano cartesiano, este incluía la distancia como una función del tiempo transcurrido para una persona que camina a una velocidad constante. La pregunta hecha a los estudiantes es tener en cuenta el número de horas adicionales, para alcanzar cierta distancia en millas, pero, en sus respuestas se consideraron más allá del razonamiento multiplicativo y aditivo, profundizar el marco campo conceptual de Vergnaud, variables escalares y enfoques funcionales a relaciones lineales (Vergnaud) (Caddle y Brizuela, 2011).

Los resultados mostraron que existieron dificultades en clasificar variables como escalar o funcional, por otro lado algunos estudiantes combinaron varios tipos de enfoques en sus explicaciones; y que la representación del problema utilizando un gráfico puede haber facilitado respuestas que son diferentes de los que se encuentran típicamente cuando la representación presentada es una tabla de función (Caddle y Brizuela, 2011). Este estudio es importante como antecedente pues reúne varios de los aspectos que trata el presente trabajo de investigación como los estudiantes de quinto grado, la estructura multiplicativa y la conexión con los campos de Vergnaud bajo la representación simbólica de problemas, además de aquellos que implican conversión y la implicación de un cambio de un procedimiento numérico a una vista conceptual (Gerhard, 2011)

Así mismo, hace un par de años, se investigó el conocimiento de 1176 niños sobre el razonamiento multiplicativo al final de grado 1, justo antes del inicio de la instrucción formal en el razonamiento multiplicativo en el grado 2. Los resultados de una prueba en línea de 28 preguntas de estructura multiplicativa evidenciaron que los niños respondieron correctamente más de la mitad (58%) de los problemas (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen y Robitzsch, 2014), esto indica que antes de la instrucción formal en el razonamiento multiplicativo, los niños ya tienen un conocimiento previo en este ámbito, construido a través de su experiencia diaria (conocimiento informal). A su vez, por medio del análisis de varianza y de regresión multinivel cruz-clasificada, se encontró que los problemas eran más fácil de resolver cuando se incluye una imagen que implica objetos contables y cuando la situación multiplicativa era de estructura semántica igual entre grupos (por ejemplo, 3 cajas de 4 galletas) (Bakker et al., 2014).

En estudios que incluyen el apoyo visual, en el contexto de educación particular (especial) aunque no es objeto de la presente investigación, en casos de estudiantes de cuarto grado escolar con condición de asperger se demostró la existencia de dificultades matemáticas a través de actividades realistas de multiplicación, desde competencias como la comprensión y la elección de la operación que daría la solución, optando por sumas repetidas cuando se les brindaba representación visual de problemas. Como resultado de este estudio se proponen mejores herramientas de intervención adecuadas para la posesión de razonamiento matemático como pensar en voz alta y apoyos visuales (Di Paola y Díez-Palomar, 2012) y así ir mejorando su desempeño en resolución de problemas, de este estudio se resalta el apoyo visual constante que se tendrá en esta tesis, a partir de las diferentes animaciones de los momentos de las categorías de estructuras multiplicativas a implementar.

Incluso, las actividades de aprendizaje asistido por computador ha sido tema de investigación en los últimos años. Específicamente para la multiplicación, autores como Chang (2008) y su grupo de trabajo en Taiwan implementaron un programa de aprendizaje asistido por computador (CAL) para estudiantes de segundo grado de primaria con prácticas de hechos multiplicativos y la instrucción del significado detrás de estos hechos (Chang, Sung, Chen y Huang, 2008). En detalle este programa comprendió tres etapas: la instrucción que se aborda en la serie el concepto básico de la multiplicación, el significado y las propiedades de la multiplicación y habilidades de computación relacionados con la multiplicación (Chang et al., 2008).

Se resalta dentro de sus resultados que las ocho actividades planteadas como juego (mudanza, coincidencia de objetos, alineando, agarre de globos, coincidencia de tarjetas, equilibrio, vincular y disparar) fueron eficaces para mejorar la comprensión de los conceptos de multiplicación, su significado y a su vez el conocimiento de las propiedades de la multiplicación para aquellos estudiantes que no tenían altas puntuaciones en las pruebas previas a la instrucción. Pero, aunque se mejoró en estos tres aspectos, las actividades no mejoraron el desarrollo de habilidades de computación relacionadas hacia la multiplicación debido al breve período de instrucción (Chang et al., 2008), lo que sugiere que para este estudio se tenga en cuenta diferentes estrategias para el trabajo en casa de la aplicación web y también los tiempos empleados para las instrucciones de cada una de los módulos a desarrollar, sin dejar de lado el rol mediador del docente durante la navegación secuencial del programa.

Dos años después, Tzur y sus colaboradores (2010), abordaron el inconveniente del por qué los estudiantes con problemas de aprendizaje en matemáticas con demasiada frecuencia no desarrollan conceptos/operaciones multiplicativos y divisionales (Tzur, Xin, Si, Kenney y Guebert, 2010). En este estudio, se realizó un experimento de enseñanza constructivista con 12 alumnos (nueve estudiantes de 5to grado y tres estudiantes de 4to grado), los cuales presentaban deficiencias en razonamiento aditivo robusto y se veían obligados a realizar conteos unitarios, pero al conocer el concepto de número mediante un ambiente computarizado lograron avanzar más allá del razonamiento aditivo. (Tzur et al., 2010). El entendimiento de esta relación aditiva-multiplicativa contribuye aún mejor en el entendimiento del contexto, incluso en la resolución de estructura multiplicativa en general (De Bock, Van Dooren y Verschaffel, 2009).

También, en el marco del desarrollo de ambientes de aprendizaje para la implementación de situaciones-problemas, específicamente en el ámbito de las representaciones visuales, hace pocos años israelí Dor Abrahamson presentó un modelo desprendido del constructivismo y enfoques socioculturales presentando tres fases donde: el instructor: (a) provoca y valida los juicios de percepción intuitiva de los estudiantes de las propiedades de una situación; (b) se acopla a los estudiantes en el análisis de la situación utilizando un proceso formal que da como resultado un producto, ya sea una pantalla o una expresión multimodal; y (c) apoya a los estudiantes en ver el producto como en resonancia con su propio criterio de sentido común de la situación (Abrahamson, 2012a).

La articulación de artefactos simbólicos de su investigación en pantalla brindó a los estudiantes ventajas estratégicas para soluciones matemáticas cualitativas, aportando de manera favorable a la resolución de problemas en forma matemática de ver, pensar y hablar (Abrahamson, 2012a). Aunque también este mismo autor publicó un libro en ese mismo año, formulando una nueva perspectiva pedagógica de cantidades intensivas mediante el razonamiento abductivo (de probabilidades) y no multiplicativo (Abrahamson, 2012b), pero dentro de sus desventajas se encuentran la prevalencia hacia el pensamiento intuitivo aportando un mínimo hacia las posibles soluciones cotidianas de problemas de contextos reales.

Estudios experimentales recientes han investigado los efectos que se tienen al implementar juegos de computador en la educación matemática, uno de los investigadores principales en este aspecto ha sido Marjoke Bakker de la Universidad de Radboud en Holanda, quien junto con sus investigadores ha llevado a cabo varios estudios relevantes en la última década relacionados con: investigación social cuantitativa, psicología cognitiva y psicología de la educación.

En su estudio más reciente (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen y Robitzsch, 2015), analiza la habilidad de razonamiento multiplicativo en estudiantes de la escuela primaria (etapa donde la instrucción formal del razonamiento multiplicativo comienza), mediados por mini-juegos en diferentes escenarios (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen, et al., 2015)

Este comprendió un grupo experimental y otro control, distribuidos en una muestra de 719 sujetos de 35 escuelas en grados segundo y tercero de primaria, para un total de 32 minijuegos. El grupo experimental incluyó las siguientes tres condiciones: 1. Jugar en la escuela,

2. Jugar en la casa sin atención en la escuela y 3. Jugar en casa con información posterior de la escuela. El grupo control incluyó sólo la condición de jugar en la escuela mini-juegos sobre otros temas de matemáticas. (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen, et al., 2015). A través de los análisis se encontró que los mini-juegos eran más eficaces para la tercera condición del grupo experimental donde las habilidades tanto de los estudiantes y su visión se vieron afectados positivamente en comparación con el grupo control, mientras que para la condición de jugar en la casa sin atención en la escuela no se encontró ningún efecto significativo (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen, et al., 2015).

Así mismo, este grupo de trabajo, en otro estudio, detalló su esquema de trabajo de 4 años de investigación junto con sus resultados en una publicación, enfocada a responder las siguientes dos preguntas de investigación: 1) ¿Cuáles son los efectos de jugar minijuegos multiplicativos en las habilidades multiplicativas de los estudiantes? y 2) ¿En qué entorno son los minijuegos multiplicativos más eficaces? (Bakker, Heuvel-Panhuizen, Borkulo, y Robitzsch, 2012)

La muestra total fue de 1197 estudiantes de escuela primaria de 54 colegios seleccionados aleatoriamente, a quienes se les midió su rendimiento en la solución de problemas multiplicativos mediante la aplicación en línea de la prueba de habilidad multiplicativa (BRXXX), el cual consistió en preguntas de contexto, de hallar resultados y aplicación de conocimientos para relaciones multiplicativas. Todas las preguntas se dividieron en dos pruebas: Prueba 1, contenía 28 preguntas con énfasis en multiplicación y Prueba 2, un total de 50 preguntas multiplicativas (que incluían 16 elementos de anclaje) éstas últimas, permitían establecer la equivalencia de los resultados sobre las otras formas alternativas (Bakker et al., 2012).

Los resultados para las preguntas iniciales fueron los siguientes (similares al estudio ya evidenciado de Bakker y sus colaboradores en este documento): 1. El uso de mini-juegos para desarrollar el conocimiento y la comprensión de las relaciones multiplicativas, no es necesariamente más eficaz que la instrucción regular sin minijuegos multiplicativos, y 2. Los minijuegos multiplicativos fueron sólo eficaces cuando se jugaban en casa y discutieron despúes en la escuela, esto debido a que la discusión promueve en clase una comprensión más profunda de los conceptos encontrados en los juegos (Bakker et al., 2012).

Pero, estos ese mismo año, enfocaron esfuerzos para discutir acerca de las oportunidades de aprendizaje de tablas de multiplicar a través de dos minijuegos: Jugar a las cartas y Fabricación de grupos (Borkulo, Heuvel-Panhuizen, Bakker y Loomans, 2012). Ambos juegos tenían características propias y diferenciadoras, mientras el primero permitía recordar las tablas de multiplicar y finalizar cuando todos los problemas hayan sido contestado correctamente, el segundo se centra más en la comprensión conceptual, conexión de los diferentes problemas de multiplicación y diferentes representaciones, aplicación de diferentes estrategias de cálculo, acceso de los estudiantes a la propiedad conmutativa y distributiva junto con una matriz rectangular como modelo y lo más sobresaliente, los estudiantes pueden elegir ellos mismos cuáles problemas resolver y determinar la duración del juego (Borkulo et al., 2012).

No obstante, mediante el estudio mencionado se demostró que para el juego dos (fabricación de grupos) los estudiantes, aunque no deben memorizar las tablas de multiplicar, llevan a cabo cuentas y sumas para reemplazar este hecho, lo que hace que al comparar ambos minijuegos se logre ofrecer diferentes oportunidades de aprendizaje y su adaptación depende de la meta de aprendizaje que se tenga en ese instante (Borkulo et al., 2012).

Aprender jugando es un nuevo concepto que integra las TIC en los últimos tiempos, pero sin dejar de lado el apoyo del profesor en el aprendizaje en la escuela como lo afirman los resultados de los diferentes estudios de Bakker y sus colaboradores (Bakker, Heuvel-Panhuizen, y Robitzsch, 2015), (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen, et al., 2015), (Bakker et al., 2014), (Bakker et al., 2012) y (Borkulo et al., 2012). En la siguiente Tabla 1 se evidencia un resumen o síntesis de los cinco trabajos ya mencionados de Bakker y su equipo:

Tabla 1 Síntesis investigaciones Marjoke Bakker y cols en los últimos 5 años

Año	Título	Objetivo	Población	Resultados
2015	Learning multiplicative reasoning by playing computer games	Analizar la habilidad de razonamiento multiplicativo en estudiantes de la escuela primaria mediados por mini-juegos en diferentes escenarios	Grupo experimental y otro control. Muestra de 719 sujetos de 35 escuelas en grados segundo y tercero de primaria, para un total de 32 minijuegos.	El grupo experimental incluyó tres condiciones: 1. Jugar en la escuela, 2. Jugar en la casa sin atención en la escuela y 3. Jugar en casa con información posterior de la escuela. El grupo control incluyó sólo la condición de jugar en la escuela mini-juegos sobre otros temas de matemáticas. Se encontró que los mini-juegos eran más eficaces para la tercera condición del grupo experimental en comparación con el grupo control, mientras que para la condición de jugar en la casa sin atención en la escuela no se encontró ningún efecto significativo
2015	Effects of playing mathematics	Analizar las habilidades de razonamiento	Estudiantes de educación primaria regular (n = 719), estudiantes de	Para la educación primaria regular: los mini-juegos eran más eficaces en la condición de casa-escuela

Año	Título	Objetivo	Población	Resultados
	computer games on primary school students' multiplicative reasoning ability	multiplicativo en segundo y tercer grado. Se conservan condiciones para grupo control y experimental anterior.	educación primaria especial (n = 81)	mientras que, en la condición de casa no hubo efectos. En la educación primaria especial: un efecto significativo se encontró para la condición del uso de mini-juegos en la escuela
2014	First-graders' knowledge of multiplicative reasoning before formal instruction in this domain	Investigar sobre el razonamiento multiplicativo al final de grado 1, justo antes del inicio de la instrucción formal en el razonamiento multiplicativo en el grado 2	1176 niños	Los resultados de una prueba en línea de 28 preguntas de estructura multiplicativa evidenciaron que los niños respondieron correctamente más de la mitad (58%) de los problemas (los niños ya tienen un conocimiento previo en este ámbito, construido a través de su experiencia diaria (conocimiento informal)). Se encontró que los problemas eran más fácil de resolver cuando se incluye una imagen o cuando la situación multiplicativa era de estructura semántica igual entre grupos
2012	Effects of Mini-Games for Enhancing Multiplicative Abilities: A First Exploration	Se incluyen dos preguntas de investigación: 1) ¿Cuáles son los efectos de jugar minijuegos multiplicativos en las habilidades multiplicativas de los estudiantes? y 2) ¿En qué entorno son los minijuegos multiplicativos más eficaces?	La muestra total fue de 1197 estudiantes de escuela primaria de 54 colegios seleccionados aleatoriamente Prueba 1, contenía 28 preguntas con énfasis en multiplicación y Prueba 2, un total de 50 preguntas multiplicativas (que incluían 16 elementos de anclaje) éstas últimas, permitían establecer la equivalencia de los resultados sobre las otras formas alternativas	Resultados para la pregunta 1. El uso de mini-juegos para desarrollar el conocimiento y la comprensión de las relaciones multiplicativas, no es necesariamente más eficaz que la instrucción regular sin minijuegos multiplicativos. Resultados para la pregunta 2. Los minijuegos multiplicativos fueron sólo eficaces cuando se jugaban en casa y discutieron después en la escuela
2012	One Mini-Game Is Not Like the	Discutir acerca de las oportunidades de aprendizaje de	No especifica muestra. El primer juego permitía recordar las tablas de	Para el juego dos (llevan a cabo cuentas y sumas para reemplazar este la memorización de las tablas

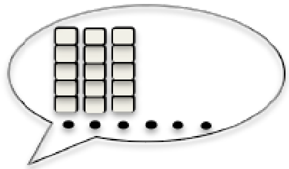
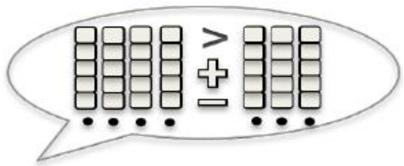
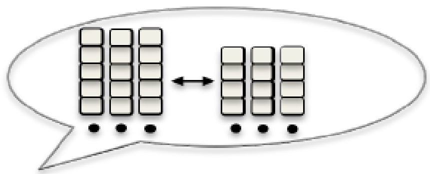
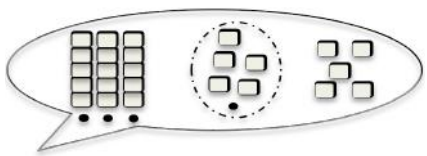
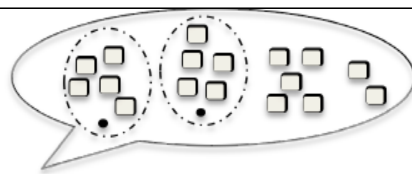
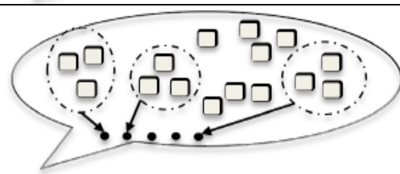
Año	Título	Objetivo	Población	Resultados
	Other: Different Opportunities to Learn Multiplication Tables	tablas de multiplicar a través de dos minijuegos (aprender jugando)	multiplicar y finalizar cuando todos los problemas hayan sido contestado correctamente, el segundo juego se centró más en la comprensión conceptual	de multiplicar, lo que hace que al comparar ambos minijuegos se logre ofrecer diferentes oportunidades de aprendizaje y su adaptación depende de la meta de aprendizaje que se tenga en ese instante.

Pero no todas las veces los juegos implementados se diseñan a partir de las necesidades pensadas de los investigadores, sino también a través de las necesidades propias de los estudiantes en el ámbito educativo. En el 2013, Ron Tzur un investigador también israelí, junto con sus colaboradores evidenciaron los hallazgos de varios de sus experimentos constructivistas, diseñando un juego que relaciona seis esquemas (tabla 1) que los niños construyen para razonar multiplicativamente con números enteros y las tareas para promoverlos (Tzur et al., 2013). Tratando de proporcionar intervenciones pedagógicas eficaces, los autores proponen que las tareas implementadas para afianzar el razonamiento multiplicativo deben cumplir con las siguientes condiciones:

> "Las tareas deben distinguirse del pensamiento de los niños, y las situaciones de aprendizaje deben organizarse para que (a) se basen en los esquemas que los niños tienen disponibles, (b) promuevan el siguiente esquema en la secuencia y (c) se relacionen con los conceptos matemáticos pretendidos" (Tzur et al., 2013).

A continuación se puede observar la relación de los seis esquemas (Ver Tabla 2).

Tabla 2 Marco de desarrollo de los Seis Esquemas (Tzur et al., 2013)

Esquema	Estructura mental anticipatoria	Operaciones Constitutivas
Conteo Doble Multiplicativo (MDC)		Coordinado recuento de 1s y unidades compuestas (distribución de artículos de una unidad compuesta través de artículos de otra).
Misma Unidad de Coordinación (SUC)		Operaciones aditivas en dos sub-compilaciones de unidades compuestas (comparar, sumar, restar).
Unidad Diferenciación y Selección (UDS)		Reconociendo las diferencias cuantitativas y similitudes entre las sub-compilaciones; coordinado recuento de diferencia en 1s.
Unidad Mixta de Coordinación (MUC)		Coordinación multiplicativa (segmentación) y las operaciones aditivas (en unidades compuestas) dentro de una compilación global.
División Cuotitiva (QD)		La segmentación de un número dado de 1s en una compilación de unidades compuestas tamaño dado.
División Partitivo (PD)		El particionado de un número dado de 1s en una compilación de un número dado de unidades compuestas.

Según la aplicación de la Tabla 2, los resultados mostraron que la enseñanza adaptativa junto con un enfoque pedagógico pueden reactivar el conocimiento previo de los estudiantes para la transformación del conocimiento en las matemáticas (Tzur et al., 2013) y su aplicación en metas para la solución de problemas de estructura multiplicativa. Posterior a este estudio, este mismo autor junto con Hodkowski (2014) y otros colaboradores proponen una nueva implementación de actividades prácticas interactivas que favorecieron el desempeño en resolución de problemas multiplicativos de estudiantes (Hodkowski, Tzur, y Johnson, 2014).

Aprovechando estos resultados se considerarán algunas características del ambiente de aprendizaje web a diseñar, entre ellas la conexión de los diferentes momentos de ambas teorías de estructura multiplicativa y la inclusión de estrategias de resolución de problemas que incluyan la representación visual de la solución o respuesta, los cuales se tendrán en cuenta en el capítulo de resultados y conclusiones de esta investigación.

De hecho, es importante resaltar este aspecto de los juegos, debido a que en diseño tecnológico de este estudio incluye varias animaciones con juegos dentro del ambiente de aprendizaje web, se pretende potenciar el desarrollo de pensamiento matemático desde ambas teorías de campos conceptuales y cantidades intensivas, estos módulos se describirán más adelante.

3. Marco teórico

A través de todo el proceso se procura encontrar una teoría que permita darle solución la pregunta orientadora de la investigación pero sobre todo que posibilite trabajar en mejorar los desempeños de los estudiantes en cuanto su estructura multiplicativa. Así como se observó en el capítulo anterior, muchas investigaciones que han trabajo en torno a la TCC y a la teoría de las cantidades intensivas, logrando grandes resultados en cuanto al aprendizaje de sus estudiantes.

Por otra parte a nivel de estructura de las actividades y para darle uniformidad a los ambientes de aprendizaje web, se trabajó en torno a la teoría de las situaciones didácticas. Así se mostrarán a continuación tres grandes teorías que permite a nivel cognitivo mejorar aspectos en los estudiantes, para finalmente mostrar un punto de encuentro entre las dos teorías de estructura multiplicativa.

3.1. La Teoría de los Campos Conceptuales y la estructura multiplicativa

La teoría de los campos conceptuales "es una *teoría cognitivista* que pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios de base para el estudio del desarrollo y del aprendizaje de competencias complejas (…)" (Godino y Batanero, 1994, p.1).

Desde este enfoque teórico, el conocimiento podría construirse y organizarse a partir de campos conceptuales. El que atañe a esta investigación es el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, que es como lo define Hernández y Vásquez (2008): "el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones" (p.2).

Por otro lado, Vergnaud concibe que la conceptualización o desarrollo de conceptos es la base para articular el desarrollo cognitivo y que es a través de los campos conceptuales como el estudiante puede estructurar su pensamiento por medio de problemas, situaciones, estructura y relaciones de base. De ésta manera lo afirma Vergnaud (1998) (citado por (de Oliveira, 2012)) quien dice que:

> La teoría de los campos conceptuales afirma que el punto fundamental para adquirir un conocimiento es el acto o efecto de conceptuar, o sea, el proceso de conceptualización de

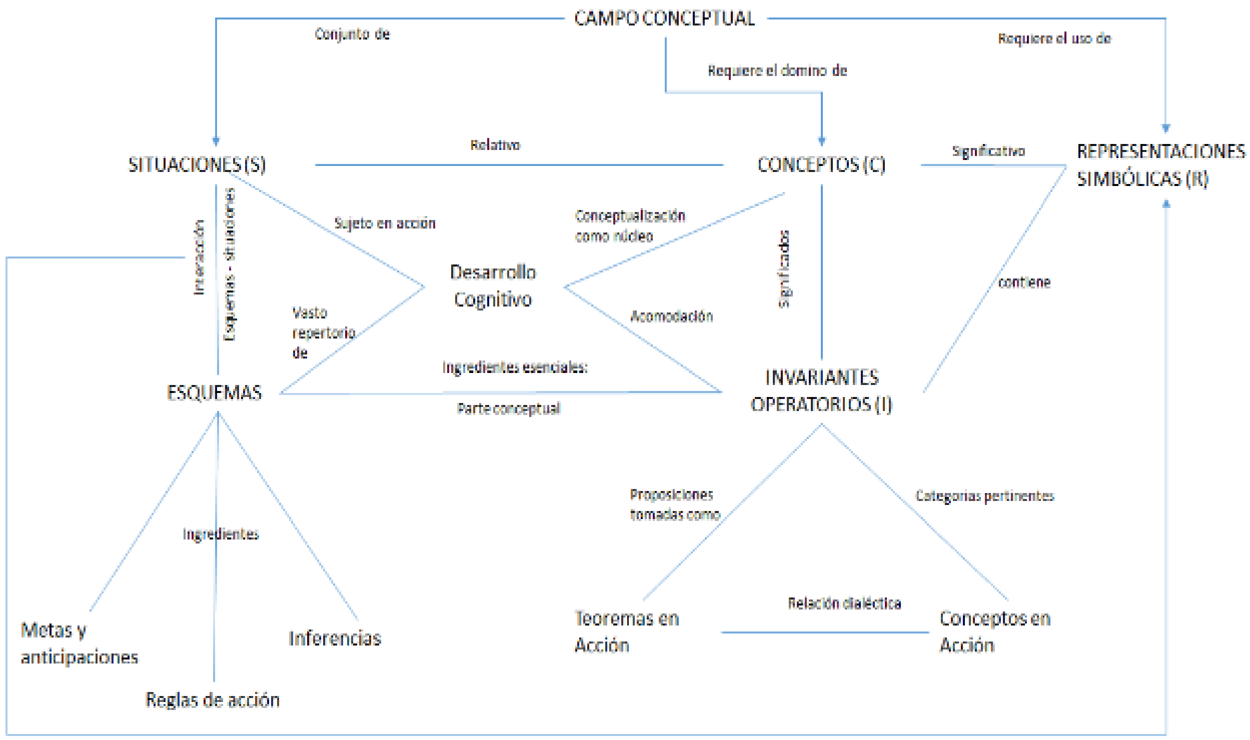
lo real, actividad psicológica interna al sujeto que no puede ser reducida a operaciones lógicas generales, ni a operaciones puramente lingüísticas. Para el autor, el desarrollo cognitivo no puede ser explicado por modelos simplistas, sea recurriendo a ideas de reproducción social, sea por la emergencia de estructuras innatas del sujeto, o también por la metáfora de la mente como procesamiento de la información. (p. 137)

Y de ese proceso de conceptualización de lo real, aparece el aprender por medio de las situaciones desde la TCC; así para Vergnaud (1990) citado por (de Oliveira, 2012) dice que el saber se forma a partir de la resolución de problemas, es decir, del dominio de situaciones, entendiendo que por problema se concibe toda situación en la que hay que descubrir relaciones y desarrollar actividades de exploración, de hipótesis y de verificación para producir una solución (p. 138).

Así es de gran importancia que la TCC es un consolidado de un conjunto de elementos donde reposa un principio de elaboración pragmática de los conocimientos. No se puede teorizar sobre el aprendizaje de las matemáticas ni a partir sólo del simbolismo, ni a partir sólo de las situaciones. Es necesario considerar el sentido de las situaciones y de los símbolos. La clave está en considerar la acción del sujeto en situación, y la organización de su conducta. (Godino y Batanero, 1994, p.20).

A continuación se muestra un esquema planteado por (Moreira, 2002), donde se sintetiza la conceptualización de la TCC (figura 1). Este esquema (mapa conceptual), producto llevado a cabo a partir de su investigación:

Figura 1 Traducción de Um mapa conceitual para a teoria dos campos conceptuais de Vergnaud (Moreira, 2002).



Se muestra un diagrama de la teoría de Vergnaud, donde se esbozan los conceptos clave de la teoría y sus principales interrelaciones. Las palabras que aparecen en las líneas que unen los conceptos tratan de explicar la naturaleza de la relación entre ellos. Por ejemplo, la relación entre las situaciones y conceptos están relacionados, porque las situaciones son las que dan sentido al concepto, es decir, constituyen el referente del concepto. Otro ejemplo: la interacción entre situaciones y esquemas es la principal fuente de representaciones simbólicas y estos son el significante de un concepto. Flechas, si los hay, sólo sugieren una dirección para la lectura

Además la estructura multiplicativa como campo conceptual, se caracteriza por un conjunto de situaciones ya definida por Vergnaud (1990) citado por (Castro et al., 1995) como:

> Un conjunto de situaciones problema cuya resolución requiere la multiplicación o la división y las clasifica en tres categorías: proporción simple, producto de medidas, y proporción múltiple. El desarrollo de la comprensión de este campo conceptual abarcaría, según él, desde los 7 a los 18 años. (p.55)

Las estructuras multiplicativas como campo conceptual implica tomar además, el concepto de situación como un problema o situación-problema y

> (…) como medio facilitador de aprendizaje que permite alcanzar una meta propuesta, es decir, la resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas (Vilanova et al., 2001). En general, una situación problema es: la organización de los conceptos en relación con otros en un contexto dado. (Hernández y Vásquez, 2008, p. 2)

Así el campo conceptual siendo un conjunto de situaciones definidas bajo una estructura y también como situaciones-problema, aparecen los esquemas que son una organización de las situaciones dadas, según Vergnaud (1990) citado por (Godino y Batanero, 1994) se definen como “la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada. En los esquemas es donde se debe investigar los conocimientos-en-acto del sujeto, es decir, los elementos cognitivos que permiten a la acción del sujeto ser operatoria” (p.2).

La TCC propone que los conceptos que se trabajan con los estudiantes no puede ser reducidos simplemente a definiciones, por el contrario, para que el proceso de enseñanza – aprendizaje adquiera sentido debe presentarse a través de situaciones y de problemas y, para que estos conceptos puedan ser mostrados y demostrados por cuenta de maestros y estudiantes.

Una definición formal de lo que son los conceptos desde la teoría de los campos conceptuales es:

> (…)la relación entre tres clases de conjuntos $C = (S, I, R)$, donde C representa el concepto, S se refiere a las situaciones problemas que lo involucran, I las invariantes

operacionales, es decir, las operaciones necesarias para dar solución al problema y R los sistemas de representación que lo modelan. (Hernández y Vásquez, 2008, p.2)

Las situaciones están conformadas por esquemas y estos a su vez por conceptos y teoremas-en-acto.

Al definir las estructuras multiplicativas como un campo conceptual hace que se piense inmediatamente en tareas cognitivas, con unos procedimientos definidos y unas relaciones de base que lo conforman, como se mencionó con anterioridad desde se puede concebir dos grandes estructuras multiplicativas con sus respectivas relaciones: los isomorfismos de medida (proporción simple), y el producto de medidas. Siendo los isomorfismos de medida, vistos mediante relaciones que “no son ternarias sino cuaternarias, porque los problemas más simples de multiplicación y de división implican la proporción simple de dos variables una en relación a la otra” (Godino y Batanero, 1994, p.16).

3.1.1. La estructura multiplicativa desde la TCC.

- *Isomorfismos de medida:*

A continuación se describe la generalidad de cómo se concibe la relación cuaternaria, que compone las situaciones-problema y que puede ser vistas desde los esquemas y conceptos y teoremas en acto (figura 2):

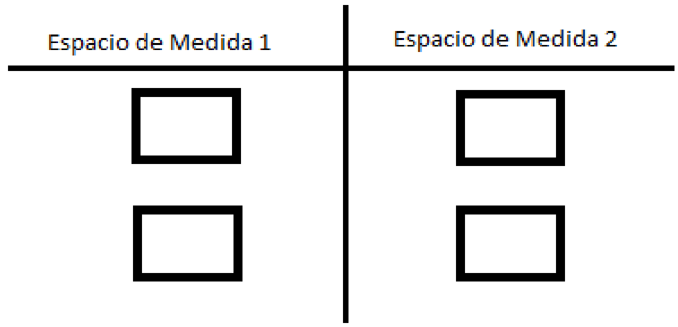


Figura 2 Concepción cuaternaria de la Estructura Multiplicativa bajo la TCC

De esta manera y teniendo como base esta relación cuaternaria se generan cuatro tipos de situaciones-problemas elementales:

- *Tipo I. La multiplicación:* es una relación cuaternaria en la que una cantidad es fija, siendo siempre uno. Y que da como relación proporcional una multiplicación (figura 3).

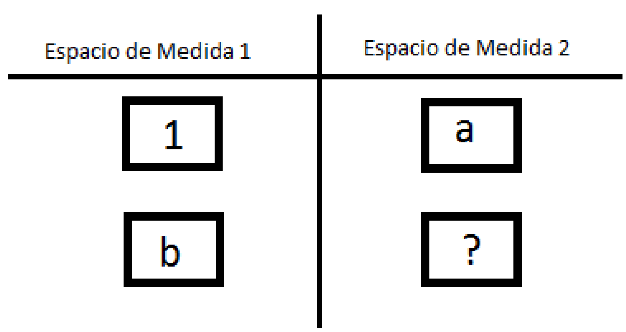


Figura 3 Estructura multiplicativa Tipo Multiplicación

- *Tipo II. La División-Partición:* "En la división partitiva un conjunto de objetos se divide en un número de partes iguales. La finalidad es obtener la cantidad que corresponde a cada parte" (Castro et al., 1995, p.63) (figura 4).

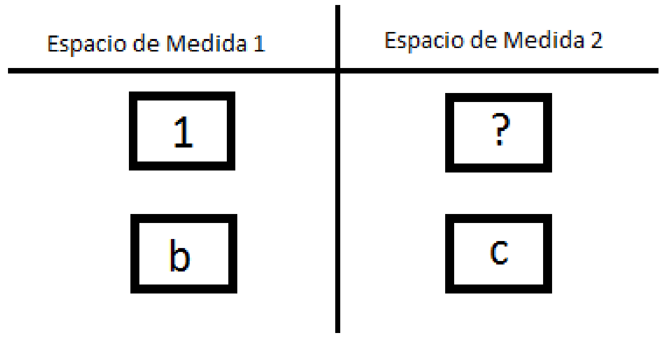


Figura 4 Estructura Multiplicativa Tipo División-Partición

- *Tipo III. La División-Cuotición:* “En la división cuotitiva se trata de determinar cuántas partes del mismo tamaño podemos formar de un conjunto dado. Si el cociente es un número entero, este modelo se corresponde con una substracción repetida” (Castro et al., 1995, p.63). (figura 5).

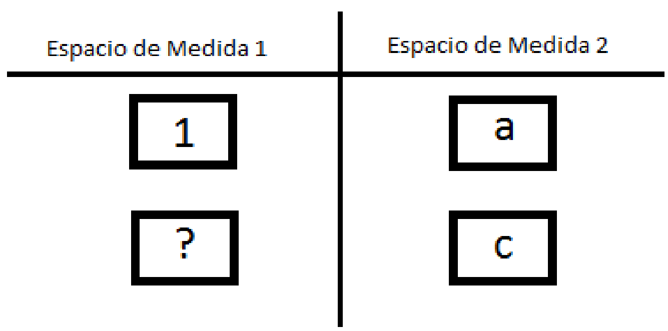


Figura 5. Tipo III. Estructura Multiplicativa Tipo División-Cuotición

- *Tipo IV. Cuarta proporcional o proporción simple:* Es una composición de las tres anteriores y depende del tipo de situación-problema a analizar para saber si es división-partición o división-cuotición. (figura 6).

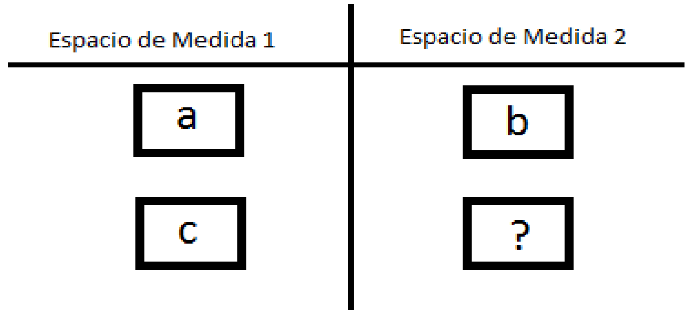


Figura 6 Tipo IV. Estructura Multiplicativa Proporción Simple

- *Producto de medidas*

Considerado por (Vergnaud, 1991)como la segunda estructura multiplicativa la define como una “forma de relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales, una es el producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el plano dimensional” (p. 211).

Se dice que en el plano dimensional, porque la ser producto de dos cantidades, resulta de la combinación de éstas por eso “el esquema más natural para representar esta forma de relación es el cuadro cartesiano” (Vergnaud, 1991, p.212).

Así por ejemplo si se habla de dos grupos A y B, que representan cantidades y al combinarse forman C, resulta un esquema compresible desde la TCC la siguiente Figura 7:

$$A \times B = C$$

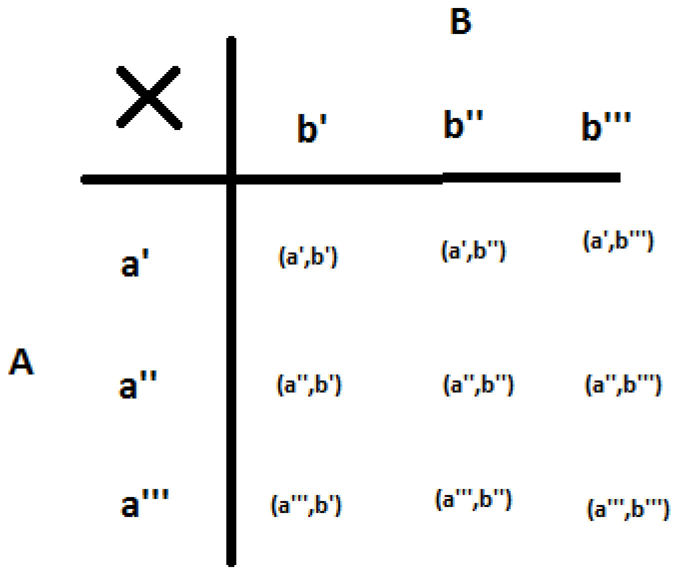


Figura 7 Representación producto de medidas

3.2. Teoría de las cantidades Intensivas y Extensivas

El matemático Laurent Schwartz (1988) en su libro: Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations describe las cantidades intensivas y extensivas como como la "generalización de la noción de una densidad - atributo" (p.43) o en otras palabras, la intensidad de un rasgo (por ejemplo, velocidad, color o temperatura) (Schwartz, 1996).

Así mismo, Piaget en 1952, define la cantidad extensiva como " el nombre dado a cualquier magnitud que es susceptible de adición real” y la cantidad intensiva como: " el nombre dado a cualquier magnitud que no es susceptible de adición real", tales como la temperatura o la concentración.

Es importante resaltar que este tipo de cantidades hacen parte integrante de la multiplicación en el razonamiento multiplicativo (Simon y Placa, 2012). Las intensivas no se pueden medir o contar directamente, sino más bien expresan la relación entre dos cantidades, contrario a las extensivas (como la longitud, masa, área o volúmen).

Las cantidades intensivas tiene sus orígenes a partir de la teoría de la estructura multiplicativa y la forma como esta relaciona los problemas y sus cantidades (Hernández y Vásquez, 2008).

Para comprender cómo involucrar las cantidades intensivas y extensivas en la resolución de problemas de estructura multiplicativa, es necesario conocer más a fondo no solo las definiciones ya mencionadas, sino también su estructura, pues resultan de la combinación de diferentes unidades de referencia que surgen del proceso de contar y de medir (Hernández y Vásquez, 2008), pero cabe resaltar que la composición de “dos cantidades matemáticas para producir una tercera cantidad derivada puede tomar dos formas: la primera conservando el referente y la segunda transformando el referente” (p.2).

Lo anterior quiere decir que, la primera forma (igual referente)[1] comprende la composición de dos cantidades con igual referente para derivar una tercera del mismo tipo mediante operaciones de suma y resta. No obstante para la segunda forma (transformando referente) la tercera cantidad se produce mediante dos cantidades similares o no, por medio de las operaciones de multiplicación y división (Hernández y Vásquez, 2008).

[1] Se toma acá referente, como las unidades de medida que acompaña a las cantidades, así un referente es directamente considerada la magnitud de la cantidad.

En los problemas de estructura multiplicativa pueden aparecer cantidades extensivas o intensivas, pero para su tratamiento, las primeras (extensivas) se clasifican en Discretas (D) y Contínuas (C) (Hernández y Vásquez, 2008), como es el caso del espacio con referente en metros y el tiempo con referente en segundos. Mientras que, las intensivas son “el cociente indicado de dos extensivas” (p.2), clasificándose en cuatro tipos según Schwartz: D/D, C/D, D/C, C/C (Schwartz, 1996), un ejemplo válido es el cociente entre el Espacio (D) y el Tiempo (D), la cual deriva la cantidad intensiva Velocidad (tipo tres D/C), y su referente será en metros/segundo.

3.2.1. La estructura multiplicativa desde la teoría de las cantidades intensivas.

En ocasiones en la escuela los estudiantes tienen en cuenta el resultado de las operaciones con respecto a las cantidades y sus referentes. Pero autores como Kaput (1996) citado por (Hernández y Vásquez, 2008) enfatiza la importancia de “incluir la relación semántica de las cantidades para la solución de problemas, es decir identificar la relación entre las cantidades sean Extensivas (E) o Intensivas (I) y el atributo que están representando”. (p.3).

Este mismo autor (Kaput, 1996), propone también que es necesario tener un manejo cuidadoso en los problemas donde “se involucren cantidades intensivas, debido a que estos problemas tienen una relación entre dichas cantidades y es de carácter semántico” (p.3).

Esta perspectiva enfoca la atención sobre los tipos de cantidades involucradas en cada operación, interpretando diferentes categorías de problemas, los cuales serán detallados a continuación (Maza, 1991):

- *Razón:*

I. Multiplicación – razón: $E \times I\ (razón) = ?$. Se conoce la cantidad extensiva (E) como multiplicador, y la intensiva (I) como multiplicando, por lo que se plantea como: $E \times I$.

I. a Partición – razón: $E \times ?\ (razón) = E$. Resuelto por la operación E/E (Maza, 1991)

I. b Agrupamiento – razón: $? \times I\ (razón) = E$. que se resuelve mediante E/I (Maza, 1991)

- *Comparación:*

Son problemas que hablan de veces. Poseen un Cuantificador (C) sin espacios de medida

I. Multiplicación – cuantificador: $E \times I\ (cuantificador) = E$

II. a Agrupamiento – cuantificador: $E \times ?\ (cuantificador) = E$

II. b Partición – cuantificador: $? \times I\ (cuantificador) = E$

- *Combinación:*

II. Multiplicación – combinación: $E \times E = ?$

III. a División – combinación: $E \times ? = E$

- *Conversión:*

Donde (R) es Razón y (C) es Cuantificador. Es una mezcla entre Razón y Comparación.

III. Multiplicación – conversión RR: $I \times I = ?$

IV. a División – conversión RR: $I \times ? = I$

IV. Multiplicación – conversión CC: $I \times I = ?$

V. a División – conversión CC: $I \times ? = I$

V. Multiplicación – conversión RC: $I \times I = ?$

VI. a División – conversión: $I \times ? = I$

Por lo anterior, las combinaciones que relacionan cantidades Extensivas (E) o Intensivas (I) son: $E \times E,\ E \times I,\ I \times I$; (Maza, 1991) siendo las dos primeras combinaciones conocidas, pero la tercera como combinación de dos cantidades intensivas (I) se refiere a problemas de conversión de unidades. (Maza, 1991).

3.2.2. Representaciones en el proceso de solución de las diferentes situaciones problema de estructura multiplicativa.

La representación como concepto en la resolución de problemas delimita su utilización hacia la organización del conocimiento en sistemas mentales, este orden se da a partir del uso de símbolos y su esquematización incluye diagramas y gráficos de las imágenes mentales que se pueden formar a partir de un problema matemático. La representación expresa toda la actividad de la persona desde el planteamiento de la situación para la solución del problema (Maza, 1991).

Las diferentes formas de representación integradas entre sí son:

- Representaciones internas o mentales: los elementos y sus relaciones se organizan en la memoria a largo plazo, tanto en factores semánticos como sintácticos.
- Representaciones icónicas: son aquellos esquemas expresados gráficamente y que involucran el conjunto de elementos y las relaciones problema. Pueden darse a partir de orígenes internos o expresiones espontáneas de la representación mental o de orígenes externos cuando una persona lo propone como el profesor. Las representaciones icónicas pueden ser:

a) Manipulables: relacionadas a aquellos materiales sobre los cuales el niño efectúa acciones propias sobre el problema representado (Maza, 1991, p.53), en cuanto a cantidades presentes, por ejemplo fichas.

b) Pictóricas: Dadas a través de diferentes diagramas existentes: diagramas de Venn, de árbol, matricial o línea numérica (Maza, 1991).

- Representaciones simbólicas: se da a partir de símbolos cuyo origen es más cultural frente a las representaciones gráficas o icónicas, un ejemplo claro es la palabra “cinco” en letras o su representación simbólica en números “5”. (Maza, 1991, p.52)

Este tipo de representaciones también se dividen en dos:

a) Verbales: tanto las cantidades como las acciones sobre las mismas se expresan de modo verbal, empleando las veces en las cantidades.

b) Gráficas: son aquellas que expresan el más alto grado de simbolismo al incluir operaciones entre sus grafías, por ejemplo: 2x4 = 8 (Maza, 1991, p.53)

3.3. Estructura Multiplicativa. Punto de encuentro de las dos teorías

Dentro de los procesos de pensamiento matemático, distinguir los datos en un problema de estructura multiplicativa es fundamental, más aún cuando se relacionan en el enunciado del problema cantidades intensivas (I) y cantidades extensivas (E). Un enunciado de problema de estructura multiplicativa simple contiene dos cantidades conocidas (sean E ó I), los datos, y la cantidad a hallar (Hernández y Vásquez, 2008).

A partir de las cantidades intensivas (I) y extensivas (E) en esta sección se profundizará sobre dos tipos de relación, asociadas a los campos conceptuales de Vergnaud (TCC)

3.3.1. Isomorfismo de Medidas – Categoría 1 de Vergnaud.

Relacionando las cantidades intensivas (I) y extensivas (E), existen problemas asociados a la terna $(I, E_{1,} E_2)$, es decir una cantidad intensiva y otras dos extensivas. Estos problemas pertenecen a la categoría 1 de Vergnaud para crear estructura multiplicativa, llamada Isomorfismo de medidas (Hernández y Vásquez, 2008). Existen tres tipos de problemas asociados a esta categoría:

$$I \times E_1 = E_2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = I$$

$$\frac{E_2}{I} = E_1$$

Llevando a cabo un comparativo entre los cuatro tipos de situaciones-problemas elementales en la teoría de campos conceptuales (TCC) y teoría de cantidades extensivas e intensivas, las situaciones que pertenecen a esta primera categoría son (tabla 3):

Tabla 3 Relación Primera Categoría de Vergnaud (Isomorfismo de Medidas) con Categoría cantidades intensivas

Teoría de Campos Conceptuales Estructura Multiplicativa	Teoría Cantidades Extensivas e Intensivas Estructura Multiplicativa
Multiplicación	Razón - Multiplicación
Partición	Razón - Partición
Cuotición	Razón - Agrupamiento
Proporción Simple	No categorizada
No categorizada	Comparación
No categorizada	Conversión

3.3.2. Producto de Medidas – Categoría 2 de Vergnaud.

Los problemas asociados a la terna $(E_{1,}\ E_{2,}\ E_3)$ corresponden a la categoría 2 de Vergnaud para crear estructura multiplicativa, denominada producto de medidas.

Llevando a cabo un comparativo entre los cuatro tipos de situaciones-problemas elementales en la teoría de campos conceptuales (TCC) y teoría de cantidades extensivas e intensivas, las situaciones que pertenecen a esta segunda categoría son (tabla 4):

Tabla 4 Relación Segunda Categoría de Vergnaud (Producto de Medidas) con categoría cantidades intensivas

Teoría de Campos Conceptuales Estructura Multiplicativa	Teoría Cantidades Extensivas e Intensivas Estructura Multiplicativa
Multiplicación	Razón - Multiplicación
Partición	Razón - Partición
Cuotición	Razón - Agrupamiento
Proporción Simple	No categorizada
No categorizada	Comparación
No categorizada	Conversión
Producto de medidas	Combinación

3.4. Comparación entre a teoría de los campos conceptuales y de las cantidades intensivas

A continuación se presenta la tabla 5 con la comparación entre las dos teorías:

Tabla 5 Comparación entre las dos teorías

Aspecto a comparar	Teoría de los campos conceptuales	Teoría de las cantidades Intensivas
Característica clave	Uso implícito de propiedades en resolución de problemas, llamadas teoremas en acción.	Toda situación - problema debe verse y observarse desde las matemáticas de las cantidades. Así no solo se presta a tención al número sino al “referente” de los números.
Centro de Interés	Centra la atención en la espacios de medida al ser	Centra su atención en el referente de la cantidad o número.

	considerados relaciones cuaternarias	
Categorización	Dada por 3 grandes estructuras: isomorfismo de medida, producto de medidas y proporciones múltiples.	Dada por 4 grandes categorías: razón, comparación, combinación y conversión. Siendo los problemas de razón retomados desde la teoría de campos conceptuales, desde los isomorfismos de medidas, trabajando por en la proporción simple (siempre que la unidad sea 1) y los problemas de combinación desde la estructura de Vergnaud de producto de medidas.
Cantidades discretas	No se interesa por diferencia cuando una situación problema incluye objetos discretos a cuanto tiene medida	Son básicamente los problemas de comparación, dónde no solo tiene en cuenta los espacios de medida y sino además un objeto discreto o una comparación directa con la primera cantidad.

3.5 Tecnología Educativa

Hoy en día la incursión, el uso y la apropiación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) se ha convertido en una prioridad para las instituciones de educación, de cara a las exigencias relacionadas con la formación del estudiante (González et al., 2012) y en coherencia con el campo de conocimiento particular a tratar y complementar

Lo anterior reclama a las instituciones replantear las prácticas educativas (Medina, 2013), por lo tanto la incursión de las TIC implica el diseño y uso de nuevos escenarios y ambientes de aprendizaje como alternativas didácticas y metodológicas usadas por los docentes pero a su vez, que priorice la comunicación, interacción (entre personas que aprenden juntas) y la interactividad (entre contenidos y actividades que favorecen el aprendizaje) (Padilla-Beltrán et al., 2014).

La incursión de las TIC en los diferentes escenarios tecnológicos no solo ha cambiado el proceso de aprendizaje, sino que supone un nuevo paradigma educativo, que supera las falencias de una perspectiva tradicional del aprendizaje (Padilla-Beltrán et al., 2014), y fomenta la construcción significativa y colectiva de conocimiento, pretendiendo de esta forma incrementar la motivación del estudiante dentro de la construcción de nuevos conceptos (Medina, 2013).

Por otro lado, la educación matemática ha involucrado ámbitos teórico-prácticos hacia la resolución de problemas, de manera particular, para el aprendizaje de estructuras multiplicativas. Una de las debilidades de ésta práctica docente es que esta dinámica se ha venido llevando a cabo de manera mecánica, como por ejemplo la memorización de tablas de multiplicar (Bermúdez & Marcela, 2012) y una tendencia dada hacia la solución sólo de problemas expuestos en los textos escolares.

De hecho en la actualidad, los estudiantes evidencian en los colegios debilidades en el aprendizaje de las matemáticas, varias de ellas de enfoque conceptual, otras semántico o interpretativo y en algunas propositivo (Peña, 2009), considerando por lo anterior que resolver problemas de matemáticas involucra varios procesos mentales, convirtiéndose en la mayoría de los casos en todo un desafío para el estudiante si ésta se sigue enseñando por métodos tradicionales, sin involucrar la creatividad en un escenario más profundo para la invención de nuevos retos o problemas, en el caso particular, de la multiplicación.

3.6. Modelo Pedagógico: Situaciones didácticas de Brousseau como estrategia de resolución de problemas

A partir de la resolución de problemas como estrategia directa y conexa con la construcción de la estructura multiplicativa, surge la especial pregunta de cómo orientar a los estudiantes a través del trabajo por los distintos módulos de actividades y que sea el mismo para los dos ambientes de aprendizaje web, para que esto no sea un diferencial entre las dos teorías a la hora de hacer las comparaciones.

Así se conecta dicha necesidad con una teoría muy cercana al abordar la resolución de problemas y es el modelo pedagógico de las situaciones didácticas de Brousseau, pues es el eje articulador en una situación didáctica así como la define (Godino, 1991) la teoría de situaciones es una teoría de aprendizaje constructiva en la que el aprendizaje se produce mediante la resolución de problemas" (p.20).

Además para que el proceso de resolución de problemas sea exitoso, es decir, que el estudiante construya su conocimiento es comparado a un juego de estrategia o a un proceso de toma de decisiones, en dónde existe varias estrategias de solución pero solo una de ella conduce a la solución del problema (Godino, 1991).

De hecho, es necesario diferenciar entre varios términos en este modelo pedagógico (Panizza, 2003). Conceptos como "Situación" se comprende como:

> "Un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas "situaciones" requieren de la adquisición ´anterior` de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras

> que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo" (…)(p.3).

Así mismo, cuando esta situación implica el hecho didáctico, es decir "situación didáctica" (Panizza, 2003) esta es construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado (p.4), Brousseau la define como:

> "Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución".(…)(p.4).

También así, frente al diseño de situaciones que ofrecen al estudiante la posibilidad de construir el conocimiento da lugar a la existencia de momentos de aprendizaje, en los cuales el estudiante se encuentra solo frente a la resolución de un problema, sin que el maestro intervenga en cuestiones relativas del problema (Panizza, 2003). El reconocimiento de estos momentos de aprendizaje da lugar al concepto de "situación a-didáctica", la cual Brousseau la define como:

> "Es aquella que designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber en juego".(…)(p.4).

La diferencia entre ambas (didáctica y a-didáctica) comprende para no entrar en confusiones en: (Panizza, 2003)

> "La situación didáctica es una situación que contiene intrínsecamente la intención de que alguien aprenda algo. Esta intención no desaparece en la situación o fase a-didáctica: la no intencionalidad contenida en este concepto se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema respondiendo al mismo en base a sus conocimientos, motivado por el problema y no por satisfacer un deseo del docente, y sin que el docente intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución".(…)(p.5).

En la presente investigación se profundizará en las "situaciones didácticas". Para llegar a la estrategia que conduce a la solución de la situación problema el estudiante incluye conceptos, sistemas de representación simbólica y procedimientos de desarrollo donde existe una triada entre un saber matemático-alumno y profesor dentro de un entorno de medio didáctico (Ver figura 8), así como la validación de sus estrategias, por lo que Brousseau en (Godino, 1991), incluye en su teoría 4 tipos de situaciones didácticas:

Figura 8. Sistema de Situaciones didácticas

- SITUACIONES DE ACCIÓN, sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos proto-matemáticos. Es decir el estudiante debe actuar sobre un medio (material o simbólico) donde la situación requiere de puesta en marcha de conocimientos implícitos (interacción con medio físico y toma de decisiones – experimentar y descubrir)
- SITUACIONES DE FORMULACIÓN, que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En estas suelen diferenciarse las situaciones de comunicación que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas. Implica construir hipótesis a partir de envío de mensajes desde el emisor (alumno o grupo de alumnos) quienes formulan hacia un receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje.
- SITUACIONES DE VALIDACIÓN, requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto explicaciones de las teorías relacionadas medios que subyacen en los procesos de demostración. Es decir, los alumnos deben enunciar afirmaciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas en debate.
- SITUACIONES DE INSTITUCIONALIZACIÓN: que tiene por finalidad establecer y dar un "status" oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc, que deben ser retenidas para el trabajo posterior. (p.21)

De esta manera se contemplan estos cuatro tipos de situaciones, para la estructuración de las actividades en cada módulo de los ambientes de aprendizaje web.

Por otro lado, este modelo implícitamente también incluye aprendizaje por adaptación al medio, el cual incluye rupturas cognitivas, acomodaciones, cambio de modelos implícitos (concepciones), de lenguajes, de sistemas cognitivos. El principio de adaptación obliga al estudiante o al grupo a una progresión paso a paso, el mismo contrariando el rechazo de un conocimiento inadecuado. (p.22), por tal motivo es importante las diferentes situaciones didácticas enunciadas, los cuales implican el trabajo del grupo de alumno para aprobar o rechazar afirmaciones (validación), suscitas en situaciones de formulación.

4. Diseño de los escenarios de aprendizaje

A continuación se muestra todo el proceso seguido para la construcción de los ambientes de aprendizaje usados para lograr resolver la pregunta y responder a la hipótesis. Primero se presentan las generalidades de ambos escenarios de aprendizaje: iconos, menús, navegación y módulo inicial. Luego se presenta la estructura de cada ambiente de aprendizaje web, desde la teoría de los campos conceptuales y desde la teoría de las cantidades intensivas.

4.1. Definición de necesidades

Antes de realizar la fase de implementación surge la necesidad de analizar condiciones prevalentes en las instituciones educativas del distrito para la toma de decisiones, entre ellas se encuentran dificultades técnicas y tecnológicas como:

- En los sistemas operativos de los computadores de los colegios distritales en Bogotá, se encuentra instalado un software que no permite guardar archivos de ningún tipo en el disco duro de los computadores, por lo que un desarrollo tecnológico local que se desee implementar no puede ser local, pues no quedaría alojado.

- De conseguir los permisos respectivos con REDP (Operador encargado del mantenimiento de redes y equipos de cómputo de la Secretaria de Educación del Distrito - SED), para almacenar archivos, ingreso autorizado a páginas de internet y conectividad externa (acceso inalámbrico), su tiempo de respuesta a este tipo de requerimientos no es oportuno (en tiempo real), perdiendo de esta forma la continuidad o secuencia en las actividades desarrolladas en clase como trabajo de cada estudiante.

Debido a estos problemas, se decide implementar una aplicación web en línea debido a que el uso de una plataforma (aula virtual) LMS, tiene demasiados recursos que en ocasiones son innecesarios para el trabajo con los estudiantes y si no se realiza el debido seguimiento a las actividades puede ocasionar el extravío de archivos, por lo anterior es recomendable alojar la información en una base de datos local, que permita darle un manejo adecuado a los recursos y actividades didácticas que utilicen.

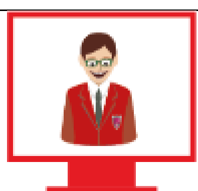
Se requiere de un sistema además donde los estudiantes desarrollen las actividades no solo en el aula, sino de manera externa al colegio como sus casas desde cualquier computador con conectividad a internet.

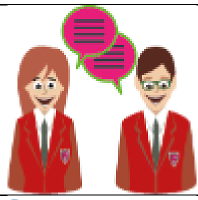
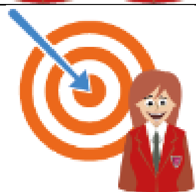
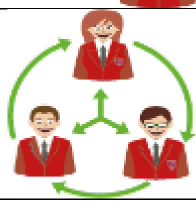
4.2. Aspectos generales presentados en los dos Ambientes de Aprendizaje Web

A continuación, se tendrá una breve descripción de los íconos utilizados en los ambientes de aprendizaje web, la estructura de la navegación, el menú de navegación, menús y personajes.

Los iconos caracterizan el tipo de actividad que el estudiante debe desarrollar, estos se detallan en la siguiente tabla 6:

Tabla 6 Tipos de íconos en la aplicación web

	(Ver) Este icono indica que el estudiante deberá ver el video que se presenta a continuación.
	(Trabajo individual) este icono indica que el trabajo que deberá desarrollar a continuación es de carácter individual.

	(Trabajo en grupo) este icono indica que el trabajo que desarrollará deberá ser una construcción con un grupo de trabajo definido, allí mismo se encontrarán las pautas para desarrollarlo.
	(Evalúa) este icono indica que se debe desarrollar un test relacionado con el trabajo de cada unidad valorada durante el curso.
	(Colaborativo) este icono indica que se puede entrar a realizar preguntas a los compañeros, comunicarse con ellos, manifestar dudas o simplemente opinar de alguna actividad o solución realizada por ellos.

Por otro lado, cada módulo en ambos ambientes de aprendizaje web, contará con actividades mediante los iconos de lápices (figura 9) que indican la cantidad de ellas a realizar:

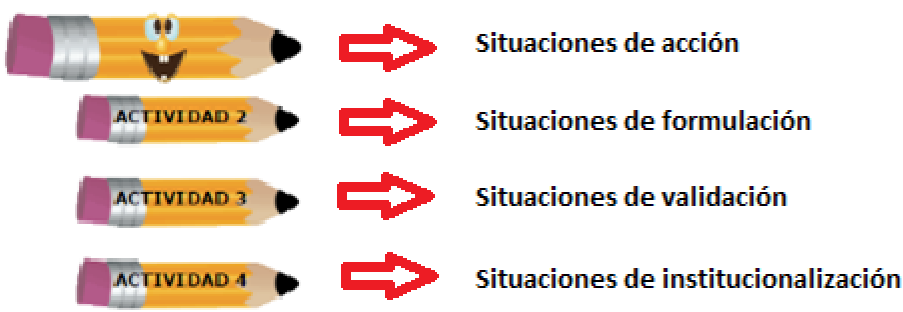


Figura 9 Actividades diseñadas bajo el modelo pedagógico de situaciones didácticas

Los 4 tipos de actividades planteadas en cada módulo de ambos ambientes de aprendizaje web, estuvieron soportados por el modelo pedagógico de las situaciones didácticas de Brousseau (1983), donde:

- *Actividad 1*: Corresponde con las situaciones de acción, el estudiante pone en juego su conocimiento previo para empezar su trabajo a través de cada módulo.

- *Actividad 2*: Corresponde con las situaciones de formulación, en donde el estudiante junto con sus compañeros buscan formas de dar solución al problema planteado para su grupo, para eso se valió de un foro.
- *Actividad 3*: Corresponde a las situaciones de validación, en este tipo de actividades, los estudiantes ya han tenido una experiencia previa de trabajo individual. Y del trabajo en grupo, ahora ponen a prueba su propio método de solución, frente a los demás y toman una propia postura.
- *Actividad 4*: Son de institucionalización, el estudiante observa un video de en donde se hace cierre de las situaciones presentas en el reto de actividades, luego realiza el test del módulo.

Una vez inicia la actividad 1, se presenta la estructura de manera secuencial, y en algunos casos es necesario terminar una actividad para dar inicio a la siguiente como es el caso de las actividades número 3 de ambas aplicaciones. En la siguiente imagen se muestra como ejemplo el recorrido del módulo M (Multiplicación), de la Ficha 2 (teoría campos conceptuales), hasta llegar al Módulo P (Partición) (figura 10).

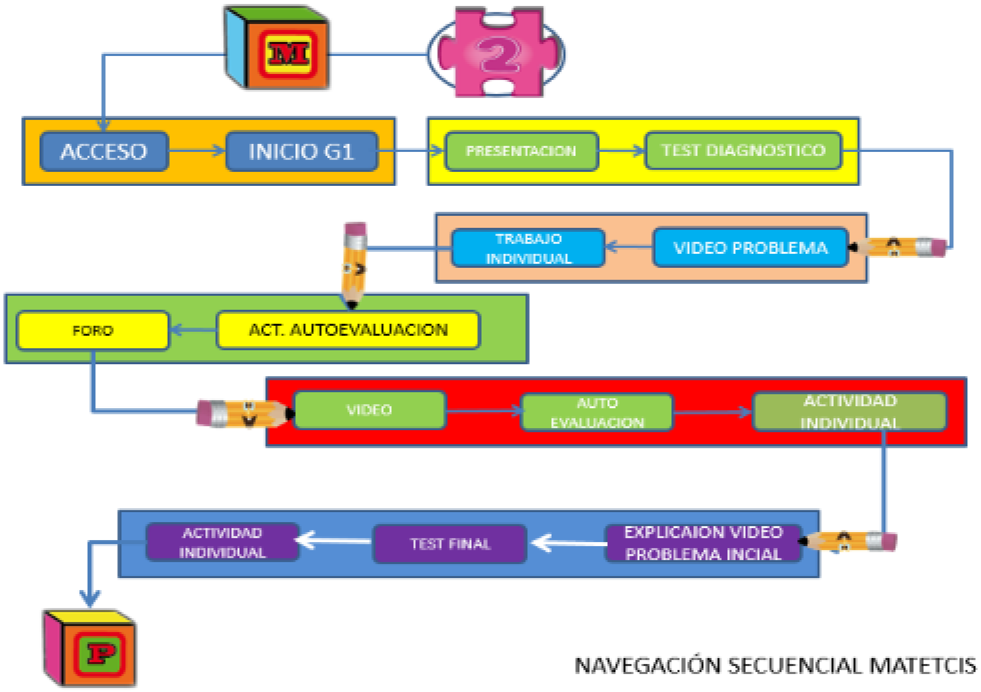


Figura 10. Navegación Secuencial Matetics

Así al entrar al entrar el estudiante al link www.matetics.com se encuentra con el pantallazo que se muestra en la figura 11, donde las fichas verde indica el grupo 1, es decir, el ambiente de aprendizaje web estructurado bajo la teoría de las cantidades intensivas, y la ficha morada indica el grupo 2, es decir, el ambiente de aprendizaje web estructurado bajo la teoría de los campos conceptuales.

Figura 11 Pantalla inicial de Matetics

.

Una vez el estudiante indica el grupo al que pertenece debe loguearse con usuario y contraseña como se muestra en la figura 12.

Figura 12. Pantalla de acceso al ambiente de aprendizaje web

Luego en cada módulo se da la bienvenida con un video donde se explican los iconos que se encontrará a través de todas las actividades y sus tipos, en el grupo No. 1 (experimental) cantidades intensivas se encontrarán con los momentos: razón (Ficha R), comparación (Ficha Cp), combinación (Ficha Cb) y conversión (Ficha Cv), como puede observarse en la figura 13.

Figura 13 Pantalla video de presentación cantidades intensivas (Grupo 1)

Y en el grupo No. 2 (control) campos conceptuales que incluye los momentos: multiplicación (Ficha M), partición (Ficha P), cuotición (Ficha C), proporción (Ps) y producto de medidas (Pm); en el grupo como puede observarse en la figura 14.

Figura 14 Pantalla video de presentación campos conceptuales (Grupo 2)

La estructura de cada ambiente en un diagrama se tiene a continuación en las figuras 15 y 16, donde en cada una se evidencia el uso transversal (sea horizontal o vertical), de situaciones problemas implementadas como actividades bajo el modelo de situaciones didácticas de Brousseau y discutidas posteriormente en foro.

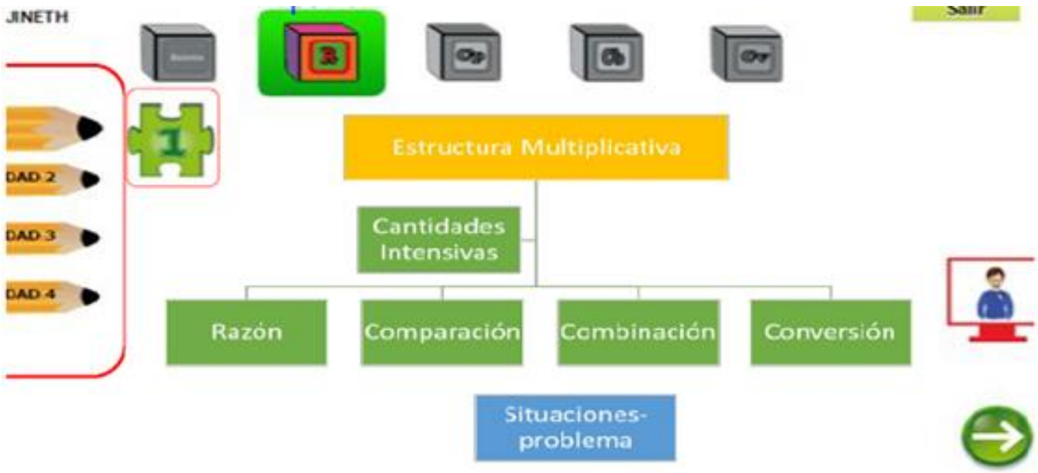


Figura 15 Diagrama Ambiente de Aprendizaje Cantidades Intensivas

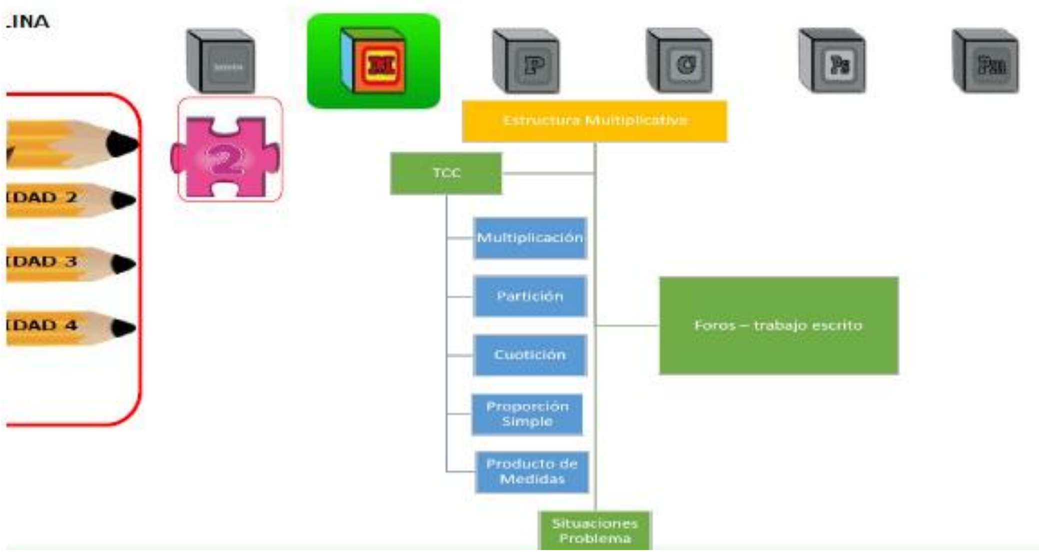


Figura 16 Diagrama Ambiente de Aprendizaje Teoría de Campos Conceptuales

Para la resolución de problemas en cada momento o ícono de ambos ambientes de aprendizaje (Intensivas y Campos Conceptuales) se tienen actividades acordes al modelo pedagógico de las situaciones didácticas de Brousseau, las cuales incluyen: situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización, y que serán analizadas en detalle sobre las representaciones (internas o mentales, icónicas o simbólicas) elaboradas por los estudiantes en el capítulo 6. Análisis e interpretación de los resultados de este estudio.

Finalmente en el módulo Inicio de cada grupo se realiza el test diagnóstico, igual para los dos grupos, con preguntas formuladas en los puntos de encuentro de ambas teorías, multiplicación, partición y cuotición desde TCC y razón desde cantidades intensivas; y producto de medidas desde TCC y combinación desde cantidades intensivas.

4.3. Ambiente de Aprendizaje –Aplicación Web- bajo la Teoría de las cantidades intensivas

4.3.1. Menú de navegación.

El menú de navegación está constituido está dado por 5 módulos (figura 17) uno inicial y los otros 4 se muestran las estructuras multiplicativas desarrolladas por cantidades intensivas, los botones en forma de dado, muestra la letra inicial de cada tipo de situaciones-problemas: Razón (R), Comparación (Cp), Combinación (Cb) y Conversión (Cv) y Producto de Medidas (Pm).

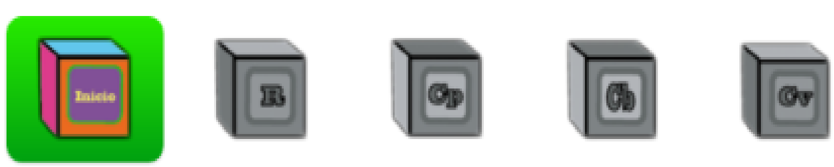
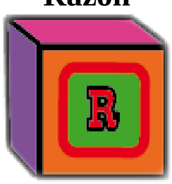
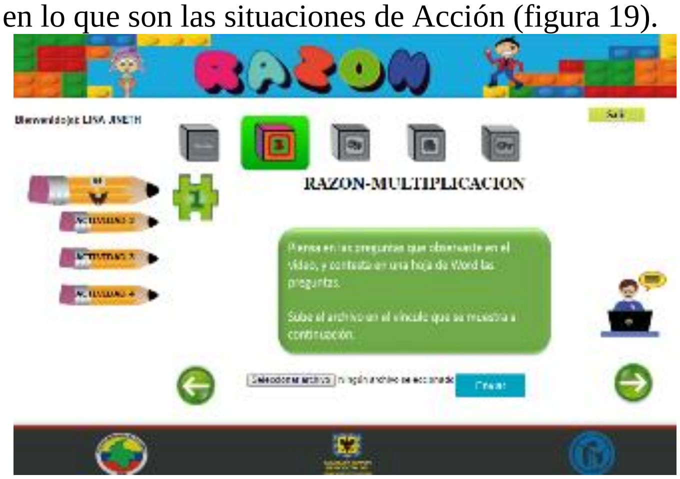


Figura 17 Menú horizontal ambiente de aprendizaje web no. 1 Cantidades Intensivas

4.3.2. Estructura de las actividades bajo la teoría de las cantidades intensivas.

A continuación se presenta la tabla 7 con las actividades desarrolladas en el grupo No. 1 bajo la teoría de los campos conceptuales.

Tabla 7 Módulos y actividades de ambiente de aprendizaje web no. 1

Módulo	Actividades
Razón 	**Actividad No. 1** La pista de atletismo. Contextualiza al estudiante con situaciones de multiplicación, sin ser aún una situación – problema (figura 18).  *Figura 18 Actividad no 1 La pista de atletismo-razón* . En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción (figura 19).  *Figura 19. Segunda parte de la Actividad no 1 La pista de Atletismo-razón*

Actividad No. 2.
A comprar pescado. Presenta la situación inicial en detalle, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 20).

Figura 20 Actividad No. 2 A comprar pescado

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación (figura 21). Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve su problema específicamente (figura 22).

Figura 21 Actividad no. 2 foro Razón

Figura 22 Actividad no. 2 foro Razón ejemplo

Actividad No. 3
Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.
Vamos a la Playa. Contextualiza al estudiante con situaciones de cuotición, presenta una situación-problema y la muestra desde división-partición y división- cuotición. El estudiante debe comenzar a diferenciar entre los dos tipos de estructuras (figura 23).

Figura 23 Actividad No. 3 Video Vamos a la playa –Razón

Las naranjas (figura 24). En esta situación se hace uso de la explicación, de los conceptos en acto, y se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación. Se hace especial énfasis en mostrar la representación – dibujo mediante las agrupaciones. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 24 Actividad no. 3 segunda parte Las naranjas

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 25).

Figura 25 Segunda parte Actividad No. 3

Actividad No. 4

La pista de atletismo, a comprar pescado y las naranjas explicación. Se retoma las situación iniciales de cada actividad del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 26).

Figura 26 Actividad no. 4 Explicación situaciones Razón

Se concluye el módulo de razón con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 27).

Figura 27 Actividad No. 4 Test final de Razón

Comparación	**Actividad No. 1** Los carros de Simón. Contextualiza al estudiante con situaciones de multiplicación con un cuantificador, sin ser aún una situación – problema (figura 28).

Figura 28 Actividad no. 2 Los carros de Simón

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes, con respecto a las cantidades extensivas y cuantificadores (figura 29).

Figura 29 Segunda parte Actividad no. 1 Los carros de Simón

Actividad No. 2.

Las vacas de doña consuelo. Es una actividad en la que los estudiantes comprenden el concepto de cuantificador, pero realiza una aproximación además con respecto a la división por agrupamiento, es decir sobre el divisor (figura 30)

Figura 30 Actividad no. 2 las vacas de doña consuelo

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación (figura 31). Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve el problema que uno de sus compañeros ha propuesto para solucionar.

Figura 31 Foro de comparación

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta Las fotos de Deivy (figura 32), en esta situación se hace uso de la explicación, del cuantificador que se usa en las situaciones problema de comparación, en este caso relacionadas con la división por repartición, es decir sobre el dividendo.

Figura 32 Actividad no.3 las fotos de Deivy

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 33).

Figura 33 Segunda parte actividad No. 3 las fotos de Deivy

Actividad No. 4
Los carros de Simón, Las vacas de doña Consuelo y las fotos de Deivy explicación. Se retoma la situación inicial de cada actividad del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, dibujos que se pueden deducir

de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 34).

Figura 34 Explicación los carros de Simón, las vacas de doña Consuelo y las fotos de Deivy

Se concluye el módulo de comparación con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 35).

Figura 35 Actividad 4 Test final comparación

Combinación	**Actividad No. 1** La ropa de Jonathan. Contextualiza al estudiante con situaciones de combinación, sin ser aún una situación – problema (figura 36).

Figura 36 Actividad no 1 La ropa de Jonathan

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también se observa cuáles son los conceptos previos de los estudiantes en cuanto a la multiplicación y la división en torno al hacer pareja, al concepto de combinar. (figura 37).

Figura 37 Segunda parte de la Actividad no 1 La ropa de Jonathan

---

Actividad No. 2.

Las moñas de Yuliana. Presenta una situación de división, mediante combinación, en donde los estudiantes comienza a interactuar con las posibles parejas que puede formar, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular sus propios esquemas (figura 38).

Figura 38 Actividad No. 2 Las moñas de Yuliana

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación. Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve su problema específicamente los estudiantes deben resolver problemas de combinación de multiplicación y de división, propuestos por sus mismo compañeros (figura 39).

Figura 39 Actividad No. 2 Foro Combinación

Actividad No. 3
Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.
En la segunda actividad se presenta el Desayuno de Camilo (figura 40), en esta situación se hace uso de la explicación, se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación, se muestra la diferencia con los isomorfismos de medida y como la multiplicación en éstos problemas se hace de manera sencilla pues no hay espacio de medida. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 40 Actividad No. 3 El desayuno de Camilo

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 41).

Figura 41 Segunda parte Actividad No. 3 El desayuno de Camilo

Actividad No. 4
Explicaciones la ropa de Jonathan, las moñas de Yuliana y el desayuno de Camilo. Se retoma la situación inicial del módulo, la situación de la actividad 2 y la de la actividad 3, para mostrar las diferentes formas de combinar y hallar la solución por combinación sea por multiplicación y por división. Se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 42).

Figura 42 Actividad No. 4 Explicaciones 3 actividades

Se concluye el módulo de combinación con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuesta pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todo los pasos trabajados en el módulo (figura 43)

Figura 43 Test final de combinación

Actividad No. 1
Los kits escolares. Contextualiza al estudiante con situaciones de conversión, muestra un lenguaje más avanzado pues el estudiante ya ha recorrido un camino en la estructura de razón, se hace énfasis en mostrar las cantidades intensivas (figura 44).

Conversión

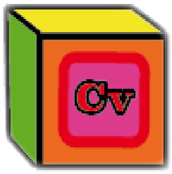


Figura 44 Actividad no 1 Los kits escolares

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente conceptos en acción de los estudiantes, relacionados con las situaciones de razón (figura 45).

Figura 45 Segunda parte de la Actividad no 1 los kits escolares

Segunda actividad. Las galletas. Contextualiza al estudiante con situaciones de conversión, relacionadas con partición, muestra un lenguaje más avanzado pues el estudiante ya ha recorrido un camino en la estructura de razón, se hace énfasis en mostrar las cantidades intensivas (figura 46).

Figura 46 Segunda actividad. Las galletas

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente conceptos en acción de los estudiantes, relacionados con las situaciones de razón (figura 47).

Figura 47 Segunda parte de la Actividad no 1 las galletas

Actividad No. 2.
Quien quiere ser millonario. Presenta una situación de conversión por agrupamiento, en donde los estudiantes comienzan a interactuar con problemas (figura 48).

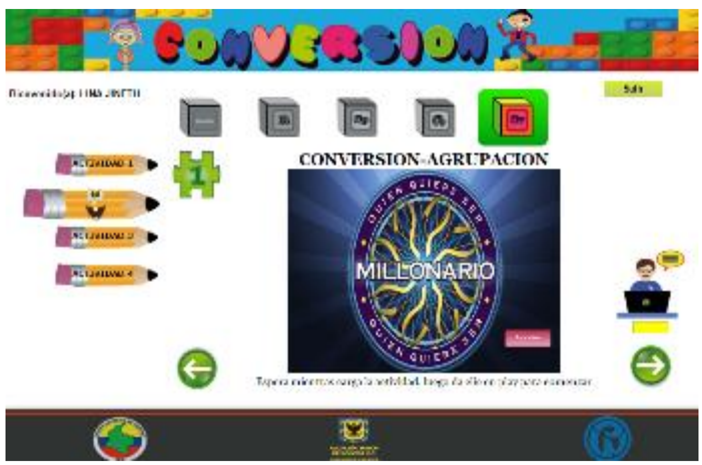


Figura 48 Actividad No. 2 quien quiere ser millonario

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación. Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado. Resuelve una situación seleccionada del juego quien quiere ser millonario (figura 49).

Figura 49 Actividad No. 2 Foro de conversión

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta el paquete de galletas (figura 50), en esta actividad el estudiante interactúa con una situación-problema de conversión por partición. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 50 Actividad no. 3 el paquete de galletas

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo la situación-problema que más se le haya dificultado resolver (figura 51).

Figura 51 Segunda parte Actividad No. 3 el paquete de galletas

Los huevos de la granja. Es una segunda actividad el estudiante interactúa con una situación-problema de conversión por partición. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad (figura 52).

Figura 52 Segunda Actividad No. 3 Los huevos de la granja

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo la situación-problema que más se le haya dificultado resolver (figura 53).

Figura 53 Segunda parte Actividad No. 3 Los huevos de la granja

Actividad No. 4
Explicación las galletas, los kits escolares, los huevos de la granja y el paquete de galletas. Se retoman las situaciones de cada actividad del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, dibujos y operación que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 54).

Figura 54 Explicación módulo conversión

Se concluye el módulo de conversión con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 55).

Figura 55 Actividad No. 4 Test final conversión

4.4. Ambiente de Aprendizaje –Aplicación Web- bajo la Teoría de los Campos Conceptuales

4.4.1. Menú de navegación.

El menú de navegación está constituido está dado por 6 módulos (figura 56) uno inicial y los otros 5 se muestran las estructuras multiplicativas desarrolladas por Campos Conceptuales, los botones en forma de dado, muestra la letra inicial de cada tipo de situaciones-problemas: Multiplicación (M), Partición (P), Cuotición (C), Proporción Simple (Ps) y Producto de Medidas (Pm).

Figura 56 Menú horizontal aplicación web no. 1 Campos conceptuales

4.4.2. Estructura de las actividades bajo la teoría de los Campo Conceptuales.

A continuación se presenta la tabla 8 con las actividades desarrolladas en el grupo No. 2 bajo la Teoría de los Campos Conceptuales.

Tabla 8 Módulos y actividades ambiente de aprendizaje web desde la teoría de los campos conceptuales

Módulo	Actividades
Multiplicación	**Actividad No. 1** La pista de atletismo. Contextualiza al estudiante con situaciones de multiplicación, sin ser aún una situación – problema (figura 57).

Figura 57 Actividad no 1 La pista de Atletismo

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes (figura 58).

Figura 58 Segunda parte de la Actividad no 1 La pista de Atletismo

Actividad No. 2.

La gallina y sus pollitos. Presenta una situación de multiplicación, en donde los estudiantes comienza a interactuar con los espacios de medida vistos desde la TCC, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 59).

Figura 59 Actividad No. 2 La gallina y sus pollitos

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación (figura 60). Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve su problema específicamente (figura 61).

Figura 60 Actividad No. 2 La gallina y sus pollitos

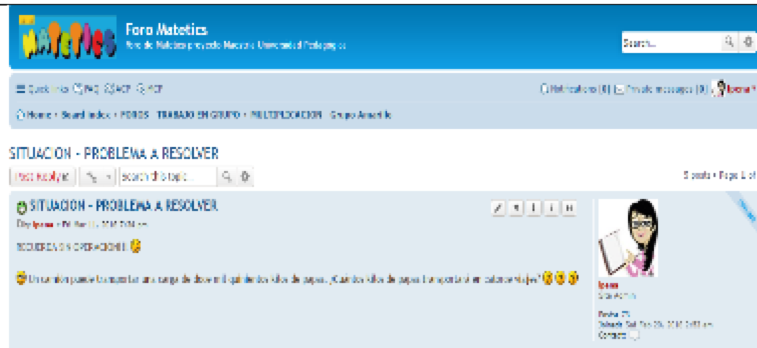


Figura 61 Actividad No. 2 Foro de multiplicación

Actividad No. 3
Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta el Canasto de manzanas (figura 62), en esta situación se hace uso de la explicación, de los conceptos en acto, y se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 62 Actividad No. 3 El canasto de manzanas

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 63).

Figura 63 Segunda parte Actividad No. 3 El canasto de manzanas

Actividad No. 4
La pista de atletismo explicación. Se retoma la situación inicial del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 64).

Figura 64 Actividad No. 4 Explicación la pista de Atletismo

Se concluye el módulo de multiplicación con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 65).

Figura 65 Actividad No. 4 Test final de Multiplicación

Actividad No. 1

A comprar pescado. Contextualiza al estudiante con situaciones de División por partición, sin ser aún una situación – problema (figura 66).

Partición

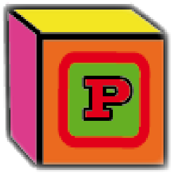


Figura 66 Actividad no 1 A comprar pescado

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes (figura 67).

Figura 67 Segunda parte Actividad no 1 A comprar pescado

Actividad No. 2.

A comprar pescado. Presenta la situación inicial en detalle, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 68).

Figura 68 Actividad No. 2 A comprar pescado

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación (figura 69). Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve su problema específicamente.

Figura 69 Actividad No. 2 Foro de Partición

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta Los Cupcakes (figura 70), en esta situación se hace uso de la explicación, de los conceptos en acto, y se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación. Se hace un especial énfasis en la tabla pues hace que el problema se entienda directamente como una división. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 70 Actividad No. 3 Los Cupcakes

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 71).

Figura 71 Segunda parte Actividad No. 3 Los cupcakes

Actividad No. 4

A comprar pescado explicación. Se retoma la situación inicial del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 72).

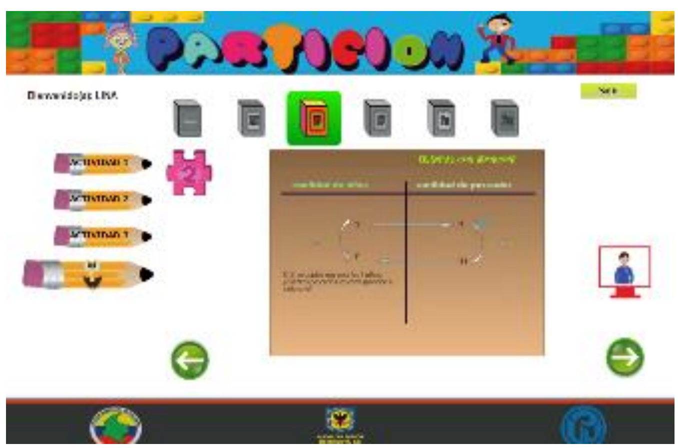


Figura 72 Actividad No. 4 Explicación A comprar pescado

Se concluye el módulo de multiplicación con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuesta pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todo los pasos trabajados en el módulo (figura 73)

Figura 73 Actividad No. 4 Test final de Partición

Actividad No. 1

Vamos a la Playa. Contextualiza al estudiante con situaciones de cuotición, presenta una situación-problema y la muestra desde división-partición y división- cuotición. El estudiante debe comenzar a diferenciar entre los dos tipos de estructuras (figura 74).

Cuotición

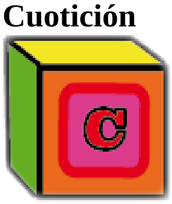


Figura 74 Actividad no 1 Vamos a la Playa

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes, bajo la diferenciación de dibujos que indicar repartir o partir para dividir y también agrupar o reagrupar para dividir. (figura 75).

Figura 75 Segunda parte de la Actividad no 1 Vamos a la Playa

Actividad No. 2.

Ejercitándonos. Presenta varias situaciones de división-cuotición, en donde los estudiantes comienza a interactuar con las diferentes palabras que indicar partir o agrupar, el estudiante empieza a reconocer diferencias entre los dos problemas, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 76).

Figura 76 Actividad No. 2 Ejercitándonos

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación (figura 77). Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se da prioridad de entendimiento de las situaciones –problema mediante el dibujo de la misma.

Figura 77 Actividad No. 2 Foro cuotición

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta Las Naranjas (figura 78), en esta situación se hace uso de la explicación, de los conceptos en acto, y se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación. Se hace especial énfasis en mostrar la representación –dibujo mediante las agrupaciones. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 78 Actividad No. 3 Las Naranjas

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 79).

Figura 79 Actividad No. 3 Las Naranjas

Actividad No. 4

Las naranjas explicación. Se retoma la situación de la actividad no. 3 del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 80).

Figura 80 Actividad No. 4 Explicación Las Naranjas

Se concluye el módulo de cuotición con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 81).

Figura 81 Actividad No. 4 Test final de Cuotición

Actividad No. 1

La Juguetería. Contextualiza al estudiante con situaciones de proporción simple, muestra un lenguaje más avanzado pues el estudiante ya ha recorrido un camino en la estructura multiplicativa (figura 82).

Proporción Simple

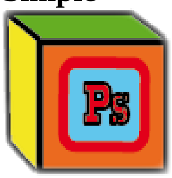


Figura 82 Actividad no 1 La Juguetería

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes, se hace especial énfasis en entender cuáles son los espacios de medida (figura 83).

Figura 83 Segunda parte de la Actividad no 1 La Juguetería

Actividad No. 2.

La juguetería actividad. Presenta una situación de proporción simple, en donde los estudiantes comienza a interactuar con los espacios de medida vistos desde la TCC, pero además se muestra la forma en la que se opera cuando se tiene una situación-problema de este tipo. Las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 84).

Figura 84 Actividad No. 2 La Juguetería

Adicional a la actividad anterior se muestra un juego tipo concurso para que los estudiantes con varias situaciones-problemas puedan hallar la solución al problema, esto para poder introducir la actividad del foro (figura 85)

Figura 85 Actividad No. 2 Asociación

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación. Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, aquí la variación es que los estudiant4es podrán escoger libremente la situación que más se les haya complicado resolver en el juego de asociación, para darle respuesta mediante el foro (figura 86).

Figura 86 Actividad No. 2 Foro de proporción simple

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta el Quiz de proporción (figura 87), en esta actividad el estudiante interactúa con varias situaciones-problemas. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 87 Actividad No. 3 Quiz proporción

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo la situación-problema que más se le haya dificultado resolver (figura 88).

Figura 88 Segunda parte Actividad No. 3 Quiz de Proporción

Actividad No. 4
La juguetería explicación. Se retoma la situación inicial del módulo, y se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos y operación que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 89).

Figura 89 Actividad No. 4 Explicación La Juguetería

Se concluye el módulo de Proporción simple con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 90).

Figura 90 Actividad No. 4 Test final de Proporción Simple

Actividad No. 1

La ropa de Jonathan. Contextualiza al estudiante con situaciones de producto de medidas, sin ser aún una situación – problema (figura 91).

Figura 91 Actividad no 1 La ropa de Jonathan

Producto de Medidas

En la segunda parte se solicita al estudiante responder a unas preguntas, enmarcadas en lo que son las situaciones de Acción, pero también observando inicialmente cuales son los teoremas en Acción y conceptos en acción de los estudiantes en cuanto a la multiplicación y la división en torno al hacer pareja, al concepto de combinar (figura 92).

Figura 92 Segunda parte de la Actividad no 1 La ropa de Jonathan

Actividad No. 2.

Las moñas de Yuliana. Presenta una situación de división, mediante combinación, en donde los estudiantes comienza a interactuar con las posibles parejas que puede formar, las interacciones en la actividad dan al final una puntuación que los estudiantes guardan en la caja de texto amarilla debajo del icono de tipo de actividad; queda inconclusa la respuesta, pues aún no se modela como respuesta pues en este tipo de actividades el estudiante comienza a formular Teoremas y Conceptos en Acto (figura 93).

Figura 93 Actividad No. 2 Las moñas de Yuliana

En la segunda parte de la actividad los estudiantes se encuentran con un foro, donde ponen en juego sus conceptos en acción para el trabajo con sus demás compañeros en las situaciones de formulación. Haciendo clic a la imagen el estudiante es redireccionado al foro instalado, donde se han hecho los grupos de trabajo y cada grupo resuelve su problema específicamente los estudiantes deben resolver problemas de producto de medidas de multiplicación y de división. (figura 94).

Figura 94 Actividad No. 2 Foro Producto de medidas

Actividad No. 3

Socialización de respuestas del Foro. En esta actividad se pretendía ver un video que recogiera el trabajo de todos los grupos desarrollados en el foro, debido al tiempo en las sesiones, la mejor estrategia fue mostrar los trabajos de los grupos directamente desde el foro, para no interrumpir el trabajo mientras se elaboraba el video.

En la segunda actividad se presenta el Desayuno de Camilo (figura 95), en esta situación se hace uso de la explicación, de los conceptos en acto, y se solicita responder incluyendo entre los demás pasos una operación, se muestra la diferencia con los isomorfismos de medida y como la multiplicación en éstos problemas se hace de manera sencilla pues no hay espacio de medida. Nuevamente las interacciones dejan un puntaje que el estudiante guarda en la caja de texto amarilla ubicada debajo del icono de tipo de actividad.

Figura 95 Actividad No. 3 El desayuno de Camilo

Al finalizar la actividad el estudiante entrega una hoja o sube un archivo con el consolidado y respuesta de la situación-problema (figura 96).

Figura 96 Actividad No. 3 Segunda parte Actividad No. 3 El desayuno de Camilo

Actividad No. 4
Explicaciones. Se retoma la situación inicial del módulo, la situación de la actividad 2 y la de la actividad 3, para mostrar las diferentes formas de combinar y hallar la solución a los productos de medidas por multiplicación y por división. Se explica en la totalidad cuales son los esquemas, tablas, dibujos que se pueden deducir de la situación y mediante que pregunta se convierte en una situación-problema (figura 97).

Figura 97 Actividad No. 4 Explicaciones 3 actividades

Se concluye el módulo de producto de medidas con la actividad de institucionalización donde el estudiante realiza un test, teniendo en cuenta que las respuestas pueden ser cualquiera de las representaciones trabajadas a través de todo el módulo, al final escoge una pregunta y resuelve la situación-problema con todos los pasos trabajados en el módulo (figura 98).

Figura 98 Actividad No. 4 Test final de Producto de Medidas

4.5. Generalidades y Aspectos Técnicos

4.5.1. Personajes.

La elaboración de los personajes que aparecen en el recorrido de toda la Aplicación Web, fueron diseñados por los estudiantes del Colegio Luis López de Mesa IED, mediante un proceso de maquetación de personajes, con todo el curso.

Posteriormente se llevó a cabo la elección del grupo de personajes final (figura 99) y se realizó la diagramación en Tablet para digitalizarlos (figura 100).

Figura 99 Personajes finales

Figura 100 Digitalización de personajes

4.5.2. Programas para realización de actividades.

A continuación se presenta una tabla (tabla 9) que muestra las herramientas tecnológicas que se tuvieron en cuenta en el desarrollo y diseño de los ambientes de aprendizaje web.

Tabla 9 herramientas tecnológicas usadas en el desarrollo de los ambientes de aprendizaje web

Programa	Función
Captivate Adobe licencia versión de prueba	Realización de animaciones en general, junto con la programación de actividades hechas en flash
Flash	Quitar fondos de imágenes digitalizadas de personajes Animación de bocas, enlace entre captivate y crazy talk.
Crazy talk animation pro	Animación de caras de personajes
Photoshop	Cambiar tamaños de personajes y objetos de banner.

Illustrator	Transformación de fondos, imágenes y objetos descargados desde freepik
Audacity	Grabación d evoz, y conversión a mp3 para adaptar a animaciones.
Ispring quiz maker 7.0 versión de prueba	Animaciones de quiz.
www.freepik.es	Descarga gratuita de imágenes, fondos y objetos para ser usadas en actividades, modificadas en illustrator
www.youtube.com/linapenarincon	Canal donde se encuentran alojados los videos incrustados en las aplicaciones.

5. Metodología

5.1. Tipo de investigación

Las particularidades de ésta investigación, exige que se destaquen elementos del enfoque cuantitativo, en pocas palabras, éste se usa para refinar preguntas de investigación, plantear hipótesis, definir variables, proponer un plan y realizar mediciones numéricas mediante un análisis estadístico (Hernández Sampieri, Collado Fernádez, y Baptista Lucio, 2010) permite establecer patrones de comportamiento y probar teorías, algunas de sus características son las siguientes:

El investigador plantea un problema de estudio delimitado y concreto. Sus preguntas de investigación versan sobre cuestiones específicas desde una perspectiva teórica definida.

Una vez planteado el problema de estudio, el investigador considera lo que se ha investigado anteriormente (la revisión de la literatura) y construye un marco teórico (la teoría que habrá de orientar su estudio), del cual deriva una o varias hipótesis (cuestiones que va a examinar si son ciertas o no) y las somete a prueba durante el empleo de los diseños de investigación apropiados. Si los resultados corroboran las hipótesis o son congruentes con éstas, se aporta evidencia en su favor. Si se refutan, se descartan en búsqueda de mejores explicaciones y nuevas hipótesis. Al apoyar las hipótesis se genera confianza en la teoría que las sustenta. Si no es así, se descartan las hipótesis y, eventualmente la teoría. Así, las hipótesis se generan antes de recolectar y analizar los datos.

La recolección de los datos se fundamenta en la medición. Esta recolección se lleva a cabo al utilizar procedimientos estandarizados y aceptados por una comunidad científica. Para que una investigación sea creíble y aceptada por otros investigadores, debe demostrarse que se siguieron tales procedimientos. Debido a que los datos son producto de mediciones, se representan mediante números y se deben analizar a través de métodos estadísticos.

Los análisis cuantitativos se interpretan a la luz de las predicciones iniciales (Hipótesis) y de estudios previos (Teoría). La interpretación constituye una explicación de cómo los resultados encajan en el conocimiento existente.

En una investigación cuantitativa se pretende generalizar los resultados encontrados en un grupo o segmento (Muestra) a una colectividad mayor (Universo o población). También se busca que los estudios efectuados puedan replicarse.

Al final, con los estudios cuantitativos se intenta explicar y predecir los fenómenos investigados buscando regularidades y relaciones causales entre elementos. Esto significa que la meta principal es la construcción y demostración de teorías.

Esta aproximación utiliza la lógica o razonamiento deductivo, que comienza con la teoría y de ésta se derivan expresiones lógicas denominadas hipótesis que el investigador busca someter a prueba.

De ésta manera se siguió un proceso secuencial y riguroso, que tiene su punto de partida en la idea y necesidad que se presenta en los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas de estructura multiplicativa, así se construye un marco teórico que pretende crear un marco de referencia en torno a dos teorías: la de los campos conceptuales y de las cantidades intensivas, para poder diseñar unos ambientes de aprendizaje web y comprobar la hipótesis con respecto a la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

5.2. Diseño de investigación

En cuanto al diseño, para esta investigación en la que manipulan ciertas variables, y se muestran sus efectos sobre otras, se tiene en cuenta que no se tiene el control absoluto de la situación ya que se trata de una investigación de tipo social, se toma como referente a Campbell, D. y Stanley, J. (1966) y se ubica la investigación de tipo cuasiexperimental definido por (Campbell y Stanley, 1995) como:

> (…) algo similar al diseño experimental en su programación de procedimientos para la recopilación de datos (p. ej., el cuándo y el a quién de la medición), aunque carezca de control total acerca de la programación de estímulos experimentales (el cuándo y el a quién de la exposición y 1a capacidad de aleatorizarla), que permite realizar un auténtico experimento. (p. 70)

Debido a que en las instituciones educativas ya se encuentran los grupos establecidos no se puede aleatorizar el experimento por lo que lo convierte en un *diseño cuasiexperimental con preprueba y posprueba*, con grupo control. Su forma es la siguiente

$$\begin{array}{cccc} G_1 & O_1 & X & O_3 \\ G_2 & O_2 & - & O_4 \end{array}$$

La X representa la exposición del grupo a una variable o acontecimiento experimental, cuyos efectos se han de medir; O hace referencia a algún proceso particular de observación o medición. Las X y O en una misma fila se aplican a las mismas personas específicas, la dimensión representada de izquierda a derecha indican el orden temporal, y las X y O en forma vertical señalan la presencia de simultaneidad.

Así en este diseño se trabaja con dos grupos diferentes, control y experimental, en el experimental se realiza una intervención, para luego realizar mediciones al mismo tiempo en los dos grupos.

Para la evaluación del efecto del ambiente de aprendizaje web, que incorpora la estructura multiplicativa sobre el desarrollo pensamiento numérico, se realiza la investigación con estudiantes de grado sexto del Colegio República de Colombia IED, que están distribuidos en dos cursos, 601 y 602, cada uno de ellos con 22 y 31 estudiantes respectivamente.

El grupo experimental interactúa con el ambiente de aprendizaje web que incorpora la teoría de las cantidades intensivas durante 4 semanas, conformado por 4 módulos, los cuales se activan uno en cada una de las semanas de aplicación, así: en el primer módulo se desarrollan las actividades de Razón; en el segundo módulo las actividades de Comparación; en el tercer módulo se desarrolla la Combinación y en el cuarto módulo se desarrollan las actividades de Conversión.

El grupo control, desarrolla su proceso de aprendizaje empleando un ambiente web en el que se incorporan la teoría de los campos conceptuales, durante 5 semanas. En el primer módulo se presenta la estructura multiplicación, en segundo módulo se introduce la estructura partición, en el tercer módulo se realizarán actividades de la estructura cuotición; en el cuarto módulo se presentan actividades de Proporción y el quinto módulo la estructura de producto de medidas. Esta estructura permitirá comparar el rendimiento de los grupos.

Los dos ambientes son utilizados por los estudiantes en sus espacios dentro y fuera del colegio, pero que tienen una orientación de 5 horas a la semana para realizar precisiones del proceso, resolver inquietudes y evidenciar lo que se ha realizado. Al final de cada una de los módulos se hace una observación (test), a través de una prueba (la prueba es la misma para los dos grupos).

La representación del diseño cuasiexperimental es:

G_1	O	X_1	O_1	X_2	O_2	X_3	O_3	X_4	O_4	O_5
G_2	O		O_1		O_2		O_3		O_4	O_5

Siendo O el pretest y O_5 el postest, X la aplicación del experimento en el grupo experimental G1, y los diferentes O_n las mediciones con las pruebas en cada módulo, igual para ambos grupos. La evaluación al final de cada módulo equiparable (multiplicación, partición, cuotición y productos de medidas) en ambos grupos es comparada mediante una prueba T, de medias comparadas para muestra independientes.

5.3. Población y muestra

La población es el Colegio República de Colombia IED, ubicada en la localidad de Engativá en el barrio Estrada, estrato socioeconómica 3; ofrece educación formal básica, media fortalecida y adultos (nocturna), en una organización curricular por ciclos, cuentan con tres sedes en jornadas mañana, tarde y noche con una cobertura de carácter mixto de 4.157 estudiantes. Los egresados reciben el título de bachiller académico con profundización en Ciencias Naturales o en Ciencias Administrativas.

La muestra corresponde a un total de 53 estudiantes de grado sexto, de la jornada mañana, distribuidos en los cursos 601con 22 estudiantes y 602 con 31 estudiantes.

El grupo 601 considerado en la investigación el grupo no. 1, trabajó en el ambiente de aprendizaje web desde la teoría de las cantidades intensivas. El curso 602 está compuesto por 31 estudiantes, considerado dentro de la investigación el grupo no. 2, utiliza, para desarrollar su proceso de aprendizaje, el ambiente web diseñado a partir de la teoría de los campos conceptuales.

5.4. Variables

Dentro del diseño cuasiexperimental se planteó el siguiente esquema

Grupo No. 1	Pre - test	Experimento Ambiente de aprendizaje web desde el enfoque de la teoría de las cantidades intensivas.	Pos - test
Grupo No. 2	Pre test	Grupo control Ambiente de aprendizaje web desde el enfoque de la teoría de Campos Conceptuales	Pos - test

- Variable Dependiente: Desempeño en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

- Variable Independiente: Ambiente de aprendizaje web, tomando dos valores: uno estructurado de acuerdo con el enfoque de la TCC y el otro diseñado de acuerdo con la teoría de las cantidades intensivas

5.5. Hipótesis del estudio

Las hipótesis de esta investigación son:

- Hipótesis Nula $X_{0:}$ Ho: Igual efectividad de los dos ambientes de aprendizajes web diseñados con el enfoque de las cantidades intensivas y con la TCC.
- Hipótesis Alterna X_1: El ambiente de aprendizaje web diseñado de acuerdo con la teoría de las cantidades intensivas es más efectivo en la solución de problemas de situaciones multiplicativas con respecto al ambiente de aprendizaje web diseñado con el enfoque de la TCC.

5.6. Instrumentos de recolección de información

5.6.1. Prueba pre – test y pos – test.

Para la prueba pre test y pos test, se diseñó una prueba con 20 preguntas, y que fue validado en una institución con similares características a la muestra a intervenir (Ver Anexo No. 1 - Proceso de validación pretest y postest). En las 20 preguntas se incluyen 5 preguntas de cada tipo de estructura multiplicativa que tienen en común las dos teorías. 5 preguntas de situaciones de multiplicación (TCC) o razón-multiplicación (cantidades intensivas); 5 preguntas de partición (TCC) o razón-partición (cantidades intensivas); 5 preguntas de cuotición (TCC) o razón-agrupamiento (cantidades intensivas) y 5 preguntas de producto de medidas (TCC) o combinación (cantidades intensivas). (Ver anexo No. 1 Test Diagnóstico).

5.6.2. Pruebas de cada estructura multiplicativa.

El diseño cuasiexperimental especifica que después de cada intervención, a través de los módulos organizados en las respectivas estructuras multiplicativas de cada teoría, se realiza la prueba (test), que pertenece a lo que bajo la teoría de las situaciones didácticas se denominan situaciones de institucionalización, sobre la cual se realiza el análisis estadístico, teniendo en cuenta que el módulo fuera punto de encuentro con la otra teoría, con dichas pruebas se permite identificar el nivel de avance en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

Las pruebas fueron realizadas a partir de 5 preguntas de cada tipo de estructura multiplicativa común que tienen las teorías; así al G_1 se les presentó en el módulo de razón una prueba de 15 puntos (5 puntos de cada estructura multiplicativa equiparable con la TCC, del G_2) y la prueba de combinación del G_1, con la prueba de producto de medidas son la misma para los dos grupos (Ver anexo No.1).

5.7. Técnicas de análisis de datos

Los resultados obtenidos se analizan a través del software SPSS (Statistical Package for the Social Sciences). Se realiza una prueba t para muestras independientes, pues esta prueba permite evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias en una variable. Trabajando bajo supuesto de normalidad en la población.

El primer análisis permite verificar si la diferencia de las medias en la resolución de problemas de multiplicación, el segundo análisis en la resolución de problemas de partición, el tercer análisis en la resolución de estructura de cuotición, y el cuarto análisis en la resolución de problemas de combinación o producto de medidas. Y ver si es significativa o superior para el grupo experimental y así aceptar o rechazar la hipótesis nula en cada prueba (test). También el análisis se realiza en el pre test y el postest, para medir la efectividad de cada teoría y rechazar o aceptar la hipótesis nula del presente estudio.

6. Análisis e interpretación de los resultados

6.1. Diferencias entre los dos grupos en el pretest

Partiendo que el grupo No 1 (601) estaba bajo la teoría de cantidades intensivas y el grupo No 2 (602) bajo teoría de campos conceptuales, a continuación se evidencian los resultados del pretest el cual comprendió un total de 20 preguntas, cuyo valor por respuesta acertada es 0,5 e incorrecta 0, para una nota de 10 en total (tabla 10).

Tabla 10 Estadísticos pretest - grupo 1 y 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalModulos	G1	22	5,000	2,3042	,4913
	G2	31	4,048	1,6998	,3053

Luego de aplicar la prueba, la media en el grupo no. 1 fue de 5 puntos, y el grupo no. 2 fue de 4,048 puntos, a partir de esto parte a realizar la prueba T (tabla 11), teniendo en cuenta que sus medias son diferentes.

Tabla 11 Prueba T Pretest Grupo 1 vs Grupo 2

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior

TotalModulos	Se han asumido varianzas iguales	1,279	,263	1,732	51	,089	,9516	,5495	-,1516	2,0548
	No se han asumido varianzas iguales			1,645	36,537	,108	,9516	,5784	-,2208	2,1241

Analizando los resultados, Sig. (bilateral) 0,089 (tabla 11) no es significativa, por lo que a pesar que los grupos no fueron constituidos aleatoriamente, parte sin diferencias significativas al comenzar el trabajo con los ambientes de aprendizaje web.

6.2. Comparación del rendimiento de los grupos por situación problema

Para cumplir con el objetivo específico de comparar la incidencia de los dos ambientes de aprendizaje en la solución de cada una de las situaciones problema de estructura multiplicativa a saber: multiplicación, partición, cuotición y producto de medidas, a continuación se muestran los análisis de las comparaciones de la medias mediante pruebas T, para muestras independientes de los dos grupos.

6.2.1 Estructura de multiplicación.

Las situaciones problemas que corresponden a la estructura de multiplicación desde la TCC ó de razón-multiplicación desde la teoría de las cantidades intensivas, presentaron los siguientes resultados en la comparación, donde cada respuesta correcta es calificada con 2 puntos para una nota total de 10 puntos (tabla 12).

Tabla 12 Estadísticos módulo multiplicación - grupo 1 y 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalMultiplicacion	G1	22	7,091	1,6009	,3413
	G2	28	5,500	2,7012	,5105

La media en el grupo no. 1 fue de 7,091 puntos, y el grupo no. 2 fue de 5,5 puntos, se decide realizar la prueba T (tabla 13), teniendo en cuenta que sus medias no son tan distantes.

Tabla 13 Prueba T Módulo multiplicación Grupo 1 vs Grupo 2

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalMultiplicacion	Se han asumido varianzas iguales	5,967	,018	2,443	48	,018	1,5909	,6513	,2815	2,9004
	No se han asumido varianzas iguales			2,591	44,979	,013	1,5909	,6141	,3541	2,8277

Como se puede observar el grado de significancia es 0,018 lo que supone que si es significativa la diferencia entre las dos medias de los dos grupos siendo el grupo 1 (601) superior con respecto al grupo 2 (602) en este módulo.

6.2.2. Estructura de Partición.

Las situaciones problemas que corresponden a la estructura de partición desde la TCC ó de razón-partición desde la teoría de las cantidades intensivas, presentaron los siguientes resultados en la comparación, donde cada respuesta correcta es calificada con 2 puntos para una nota total de 10 puntos (tabla 14).

Tabla 14 Estadísticos módulo partición - grupo 1 y 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalParticion	G1	22	7,818	1,9429	,4142
	G2	28	5,286	3,4087	,6442

La media en el grupo no. 1 (601) fue de 7,818 puntos, y el grupo no. 2 (602) fue de 5,286 puntos, se parte a realizar la prueba T (tabla 15), teniendo en cuenta que sus medias son diferentes.

Tabla 15 Prueba T Módulo partición Grupo 1 vs Grupo 2

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	Prueba T para la igualdad de medias

		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalParticion	Se han asumido varianzas iguales	13,141	,001	3,107	48	,003	2,5325	,8152	,8934	4,1715
	No se han asumido varianzas iguales			3,307	44,224	,002	2,5325	,7659	,9892	4,0758

Como se puede observar el grado de significancia es 0,003 lo que supone que si es significativa la diferencia entre las dos medias de los dos grupos siendo el grupo 1 superior con respecto al grupo 2.

6.2.3. Estructura de Cuotición.

Las situaciones problemas que corresponden a la estructura de cuotición desde la TCC ó de razón-agrupamiento desde la teoría de las cantidades intensivas, presentaron los siguientes resultados en la comparación, donde cada respuesta correcta es calificada con 2 puntos para una nota total de 10 puntos (tabla 16).

Tabla 16 Estadísticos módulo cuotición - grupo 1 y 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalCuoticion	G1	22	6,636	2,1722	,4631

G2	28	5,286	3,1371	,5929

La media en el grupo no. 1 (601) fue de 6,636 puntos, y el grupo no. 2 (602) fue de 5,286, se parte a realizar la prueba T (tabla 17), teniendo en cuenta que sus medias no son tan distantes.

Tabla 17 Prueba T Módulo cuotición Grupo 1 vs Grupo 2

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalCuoticion	Se han asumido varianzas iguales	8,012	,007	1,720	48	,092	1,3506	,7854	-,2286	2,9299
	No se han asumido varianzas iguales			1,795	47,341	,079	1,3506	,7523	-,1625	2,8638

Como se puede observar el grado de significancia es 0,092 lo que supone que no es significativa la diferencia entre las dos medias de los dos grupos, razón por la cual es una de las estructura multiplicativas más complejas y que representan mayores retos a nivel cognitivo para los estudiantes, como lo afirma Maza (1991) los problemas de agrupamiento (cuotición) obedecen a estrategias aditivas, es decir, a acciones reiterativas del divisor, por lo que los estudiantes no están acostumbrados a abordar las situaciones sobre el divisor si no en el dividendo (p. 58).

6.2.4. Estructura de Producto de Medidas.

Las situaciones problemas que corresponden a la estructura de producto de medidas desde la TCC ó de combinación desde la teoría de las cantidades intensivas, presentaron los siguientes resultados en la comparación, donde cada respuesta correcta es calificada con 2 puntos para una nota total de 10 puntos (tabla 18).

Tabla 18 Estadísticos módulo Producto de medidas - grupo 1 y 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalCombinacion	G1	19	7,47	2,480	,569
	G2	30	3,80	2,427	,443

La media en el grupo no. 1 (601) fue de 7,47 puntos, y el grupo no. 2 fue de 3,8 puntos, se parte a realizar la prueba T (tabla 19), teniendo en cuenta que sus medias son bastante distantes.

Tabla 19 Prueba T Módulo Producto de medidas Grupo 1 vs Grupo 2

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	Prueba T para la igualdad de medias

		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalCombinacion	Se han asumido varianzas iguales	,028	,867	5,119	47	,000	3,674	,718	2,230	5,117
	No se han asumido varianzas iguales			5,094	37,816	,000	3,674	,721	2,213	5,134

Como se puede observar el grado de significancia es 0,000 lo que supone que si es significativa la diferencia entre las dos medias de los dos grupos siendo el grupo 1 superior con respecto al grupo 2.

6.3. Pretest vs Postest

Antes de entrar a comparar si una u otra fue más efectiva, con respecto a la otra es necesario mostrar si por separado, se obtuvieron avances en cada uno de los grupos. Esto con el fin de contestar a nuestro objetivo específico, comparar el efecto general de los ambientes de aprendizaje web que incorporan la TCC y las cantidades intensivas sobre la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

6.3.1. Pretest vs Postest Grupo No.1. Cantidades Intensivas.

Tabla 20 Estadísticos Pretest vs postest - grupo 1

Estadísticos de grupo

	TEST	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalModulos	PRETEST	22	5,000	2,3042	,4913
	POSTEST	22	6,500	2,0354	,4339

La media en el grupo en el pretest fue de 5 puntos, y el postest fue de 6,5 puntos (tabla 20), se parte a realizar la prueba T (tabla 21), teniendo en cuenta que sus medias son diferentes.

Tabla 21 Prueba T Pretest vs postest - grupo 1

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalModulos	Se han asumido varianzas iguales	,014	,908	-2,288	42	,027	-1,5000	,6555	-2,8228	-,1772
	No se han asumido varianzas iguales			-2,288	41,370	,027	-1,5000	,6555	-2,8234	-,1766

Como se puede observar el grado de significancia es 0,027 lo que supone que si es significativa la diferencia entre las dos medias del pretest y postest del grupo 1.

6.3.2. Pretest vs Postest Grupo No.2.

Tabla 22 Estadísticos Pretest vs postest - grupo 2

Estadísticos de grupo

	TEST	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalModulos	PRETEST	31	4,048	1,6998	,3053
	POSTEST	29	4,707	2,0023	,3718

La media en el grupo en el pretest fue de 4,048 puntos, y el postest fue de 4,707 puntos (tabla 22), se parte a realizar la prueba T (tabla 23), teniendo en cuenta que sus medias son diferentes.

Tabla 23 Prueba T Pretest vs postest - grupo 2

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
TotalModulos	Se han asumido varianzas iguales	,428	,515	-1,376	58	,174	-,6585	,4785	-1,6162	,2992

	No se han asumido varianzas iguales			-1,369	55,104	,177	-,6585	,4811	-1,6226	,3056

Como se puede observar el grado de significancia es 0,174 lo que supone que no es significativa la diferencia entre las dos medias del pretest y postest del grupo 2.

6.4. Diferencias entre los dos grupos en el postest

Tabla 24 Estadísticos Postest - grupo 1 vs grupo 2

Estadísticos de grupo

	CURSO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
TotalModulos	G1	22	6,500	2,0354	,4339
	G2	29	4,707	2,0023	,3718

La media en el grupo 1 fue de 6,5 puntos, y del grupo 2 fue de 4,707 puntos (tabla 24), se parte a realizar la prueba T (tabla 25), teniendo en cuenta que sus medias son diferentes

Tabla 25 Prueba T Postest - grupo 1 vs grupo 2

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior

TotalModulos	Se han asumido varianzas iguales	,198	,658	3,145	49	,003	1,7931	,5701	,6474	2,9389
	No se han asumido varianzas iguales			3,138	44,973	,003	1,7931	,5715	,6421	2,9441

Como se puede observar el grado de significancia es 0,003 lo que supone que si es significativa la diferencia entre las dos medias del postest en los dos grupos, siendo el grupo 1 más efectivo en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

6.5. Representaciones elaboradas por los estudiantes durante los procesos de solución de las diferentes situaciones problema

A continuación se presentan algunas representaciones usadas por los estudiantes a través de los módulos, teniendo en cuenta para dar respuesta al segundo objetivo específico: analizar el efecto de los ambientes de aprendizaje sobre las representaciones elaboradas por los estudiantes durante los procesos de solución de las diferentes situaciones problema.

El modelo pedagógico de las situaciones didácticas de Brousseau está implícito en cada situación para cada módulo en ambos ambientes de aprendizaje web, debido a que tanto la teoría de cantidades intensivas como la teoría de campos conceptuales no disponen de modelos propios de representación de la estructura multiplicativa, sino más bien se emplean de manera general en ambas teorías las representaciones en el proceso de solución de las diferentes situaciones problema de estructura multiplicativa, como lo son segun Maza 1991, representaciones internas o mentales, icónicas pictóricas y simbólicas (verbales y gráficas), las cuales ya fueron descritas en el capítulo 3.2.2 del presente libro.

6.5.1. Representaciones grupo No. 1.

- **Módulo multiplicación**

La multiplicación: es una relación cuaternaria en la que una cantidad es fija, siendo siempre uno, o sea la Unidad es tomada como uno, y la relación proporcional es considerada como una multiplicación

a. Situaciones de acción: Se presentan los conceptos iniciales con los que arrancan los estudiantes, así se muestra a continuación (figura 101)

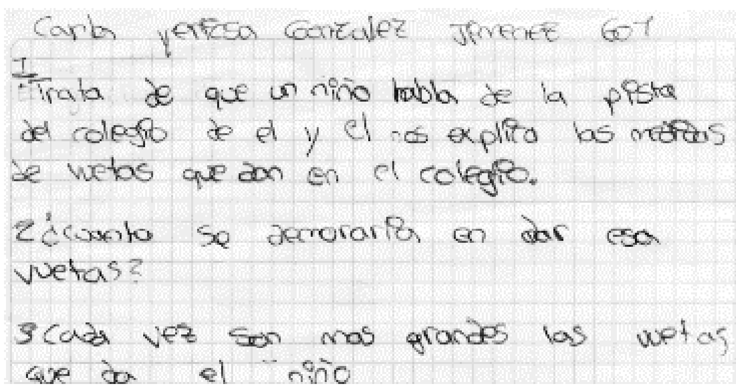


Figura 101 simbólica-verbal grupo no. 1 situaciones de acción

Como se puede observar, el estudiante plantea una representación simbólica de tipo verbal, pero aunque se acerca al contexto de estructura multiplicativa, tiene deficiencias pues piensa en el tamaño de la pista pero no en los espacios de medida de la relación cuaternaria.

b. Situaciones de formulación: en cuanto a esta tipo de situaciones, donde los estudiantes por medio de la socialización con sus compañeros en el foro, consolidan la información con respecto a la situación problema de multiplicación. Así en esta estructura multiplicativa se comienzan a ver claras representaciones, encontrando 3 niveles, a nivel pictórico acompañado con una leve representación simbólica (figura 102).

Figura 102 Representación icónica grupo no. 1 situaciones de formulación – multiplicación

c. Situaciones de validación: en este tipo de situaciones, es estudiante ya reacomodo su conocimiento por medio de la socialización del foro de todas las formas de solución usada por sus compañeros, como se puede observar, el estudiante acompaña su representación pictórica de la cantidad, para por medio de una combinación entre pictórica y gráfica, mostrar su solución (figura 103). Así como lo manifiesta (Maza, 1991), se muestra la solución del problema por medio de la suma reiterada en este caso de camisetas, acompañado de la cantidad, mostrando la cantidad extensiva como camisetas, y la cantidad intensiva aparece tímidamente mediante la cuantificación del dibujo camisetas acompañado del precio, así 18000 mil pesos por camiseta.

Figura 103 Representación icónica y simbólica grupo no. 1 situaciones de validación - multiplicación

En este tipo de representación el estudiante muestra claramente sus teoremas y conceptos en acto (desde la TCC), pues al usar la representación pictórica acompañada de las representaciones simbólicas o verbales cuando acompaña la explicación de sus respuestas si no también gráficas al acompañar la representación icónica-pictórica (vista como cantidad extensiva) y también gráfica cuando usa la operación para mostrar el resultado, intentando aparecer la cantidad intensiva cuando escribe 45 pastelitos X 8 horas, sin embargo cuando da la respuesta no la da en término de horas también sino de solo pastelitos.

- **Módulo de partición:**

La *división-partición* es vista como un conjunto de objetos se divide en un número de partes iguales, obteniendo así cada parte igual una a la otra.

a. Situaciones de formulación: este tipo de situaciones son presentadas desde el foro, y construidas en conjunto con los compañeros. Se vuelven a presentar en 3 tipos de representaciones; icónicas (figura 104)

Figura 104 Representaciones icónicas grupo no. 1 de situaciones de formulación- partición

Como se puede observar este tipo de representación icónica - pictórica, acompañada de una representación simbólica, donde muestra las cantidades extensivas (nótese a la izquierda del dibujo), y la respuesta la da en términos de una cantidad extensiva también, o sea en término de colombinas.

c. Situación de validación: En este tipo de situaciones el estudiante se vale de las representaciones hechas por los demás grupo para hallar y mostrar la solución a su problema (figura 105).

Figura 105 Representaciones icónicas y simbólicas de situaciones de formulación- partición

El estudiante en el gráfico anterior, realiza un representación en términos de partición, pero el dibujo no aparece textual, es decir con la cantidad exacta, por el contrario el dibujo es un icono de lo que trata el problema (estudiantes), es la representación verbal la que da significado a esa representación en tanto acompañan explicando que son 11 estudiantes en cada equipo, lo más interesante en la representación del estudiante está en la simbólica - verbal pues su respuesta no solo incluye la operación sino que además la respuesta está dada en términos de cantidad intensiva, 11 estudiantes en cada equipo.

- **Módulo de cuotición:**

La *división- cuotición* trata de determinar cuántas partes del mismo tamaño podemos formar de un conjunto dado, de cierta medida armando grupos iguales de la cantidad trabajada.

a. Situaciones de acción: en este tipo de situaciones el estudiante explica desde unas diferencias que se han dado inicial, entre partir y agrupar, a situación que se presenta (figura 106)

VAMOS A LA PLAYA

1. En general de ¿Qué tratan las dos situaciones problema?

Rta: De la partición y la cuotición

2. Que diferencias encuentras en el gráfico, entre la división por partición y la división por cuotición?

Rta: Que en la cuotición se la pasan en grupo de cualquier forma, y la partición es que se separan en grupos o conjuntos

3. Teniendo en cuenta el grafico presentado anteriormente haz un gráfico para cada una de las situaciones presentadas inicialmente, de partición y de cuotición.

Figura 106 Representaciones icónicas y simbólicas grupo No. 1 de situaciones de acción- cuotición

Como se puede observar en el estudiante en las situaciones de acción ya se atreve a incluir otro tipo de representación diferente al simbólico - verbal, y es el icónico, explicando por medio de un encerramiento de los niños lo que es considerado agrupa y por medio de una línea lo que se considera repartir o partir acompañado esto mediante la representación simbólica - verbal cuando dice que “la cuotición se la pasan en grupo en cualquier forma y la partición se separan en grupos o en conjuntos”.

b. Situaciones de formulación: en este tipo de situaciones los estudiantes realizan el trabajo en grupo para poder mostrar su respuesta (figura 107)

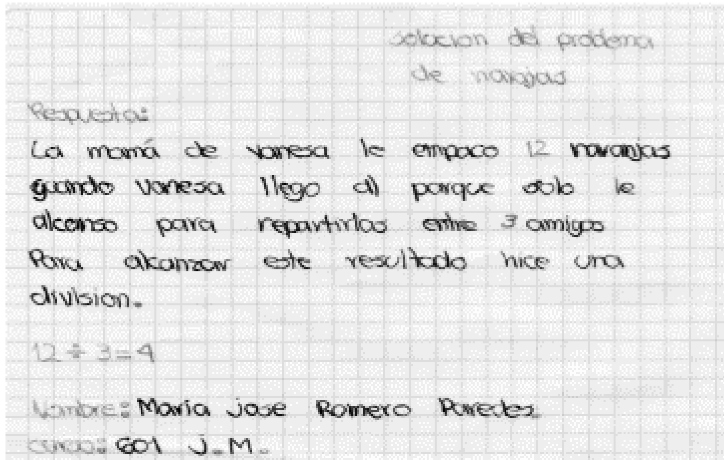

solucion del problema
de naranjas
Respuesta:
La mamá de vanesa le empaco 12 naranjas
cuando vanesa llego al parque solo le
alcanso para repartirlos entre 3 amigos
Para alcanzar este resultado hice una
division.
12 ÷ 3 = 4
Nombre: Maria Jose Romero Paredes
curso: 601 J.M.

Figura 107 Representaciones simbólicas grupo no. 1 de situaciones de formulación- cuotición

Es evidente que el estudiante prefiere esta representación simbólico - verbal para mostrar su respuesta debido a la complejidad que tiene mostrar un dibujo para diferenciar de partición, y que muestre la agrupación, inclusive aún se encuentra pensando en “repartirlos”, es decir, convierte el problema en un problema de partición para poder entenderlo y explicarlo.

c. Situaciones de validación: en este tipo de situación a partir de los errores cometidos por sus compañeros el estudiante muestra de una forma más adecuada como es el problema de cuotición (figura 108).

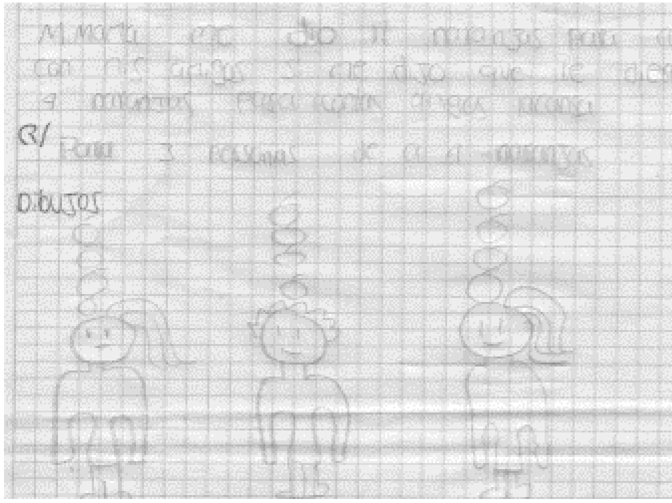


Figura 108 Representaciones icónicas y simbólicas grupo No. 1 de situaciones de validación – cuotición

Como se puede apreciar en el gráfico anterior, el estudiante completa su situación - problema en términos de una situación de cuotición, es decir, preguntando por el divisor, sin embargo cuando da su respuesta la da en términos de partición “para tres personas de a 4 naranjas” y no en términos de cuotición, agrupando de a 4 manzanas me alcanzan las 12 naranjas para 3 amigos. La representación icónica - pictórica muestra que si agrupo, pero se distorsiona un poco la representación en la medida que al no encerrar, puede ser considerada como una representación de partición.

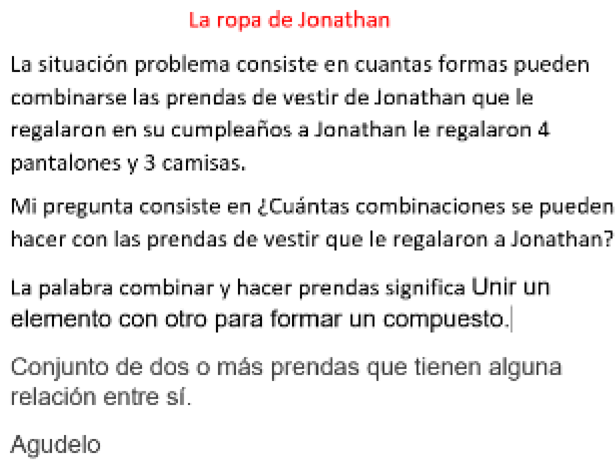
- **Módulo de producto de medidas**

El *producto de medidas* visto como función bilineal se define mediante el producto cartesiano de dos cantidades. Su forma ternaria comprende dos subtipos de problemas:

a) Multiplicación: en los cuales se debe encontrar la medida producto, conocidas las medidas que lo componen Por ejemplo: Área = Ancho x Largo.

b) División: donde se debe encontrar una de las cantidades elementales que se componen, conociendo la otra y la cantidad compuesta. Por ejemplo: Ancho = Área / Largo.

a. Situaciones de acción: en estas situaciones el estudiante inicia con sus conceptos en acción, en cuanto a combinación de diferentes magnitudes (figura 109).


La ropa de Jonathan

La situación problema consiste en cuantas formas pueden combinarse las prendas de vestir de Jonathan que le regalaron en su cumpleaños a Jonathan le regalaron 4 pantalones y 3 camisas.

Mi pregunta consiste en ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer con las prendas de vestir que le regalaron a Jonathan?

La palabra combinar y hacer prendas significa Unir un elemento con otro para formar un compuesto.

Conjunto de dos o más prendas que tienen alguna relación entre sí.

Agudelo

Figura 109 Representaciones simbólicas - verbales grupo no. 1 de situaciones de acción- producto de medidas

Como se puede apreciar, el estudiante emplea de una manera detallada una representación simbólica - verbal, a su vez utiliza la combinación como elemento de la situación-problema. De hecho incluye también el verbo hacer para explicar la situación problema de una forma más detallada indicando que junto con combinar "significa unir un elemento con otro para formar un compuesto", en este caso con las prendas y sus posibles relaciones para vestir.

b. Situaciones de formulación: En cuanto a este tipo de situaciones, los estudiantes socializan mediante el espacio virtual del foro la formulación de problemas de combinación por parte del líder del grupo correspondiente al color asignado, y los otros integrantes del grupo plantean las posibles soluciones. Se evidencia en la figura 110 el uso de representaciones gráficas verbales y simbólicas en las respuestas de ambos ejercicios.

Figura 110 Representaciones simbólicas - verbales grupo no. 1 de situaciones de formulación - producto de medidas

La situación - problema planteado fue combinar las cantidades guayos y uniformes de fútbol encontrando las posibles combinaciones entre ellos. Como se puede observar los estudiantes llegan al consenso que para hallar la respuesta. Fue necesario el uso de la multiplicación, pero parte del hecho que la multiplicación está dada por el conjunto de uniformes y el conjunto de guayos, que se obtienen como resultado de las combinaciones de estos dos conjuntos, mostrando así que consideran la relación de esta estructura multiplicativa como una relación ternaria.

c. Situaciones de validación: En este tipo particular de situación, se plantea la combinación de elementos posibles para el desayuno de Camilo; a partir de las representaciones usadas por sus compañeros de otros grupos en el foro llega a conformar representaciones de este tipo (figura 111)

Figura 111 Representaciones simbólicas - verbales grupo No. 1 de situaciones de formulación - producto de medidas

Se evidencia en el anterior gráfico el uso de representaciones en distintos niveles, representaciones icónicas - pictóricas, haciendo la diferencia de los dos conjuntos que presenta la situación - problemas, lácteos y proteínas, y también esquemas simbólico - gráfico, para representar las parejas que confirma al mostrar la combinaciones uniendo su respuesta final al mostrar en orden 4 (lácteos) x 2 (proteína) = 8 siendo este último las combinación presentadas en el esquema su representación simbólico - gráfica.

6.5.2. Representaciones grupo No. 2.

- **Módulo multiplicación**

La multiplicación: es una relación cuaternaria en la que una cantidad es fija, siendo siempre uno, o sea la Unidad es tomada como uno, y la relación proporcional es considerada como una multiplicación

a. Situaciones de acción: Se presentan los conceptos iniciales con los que arrancan los estudiantes, así se muestra a continuación, un ejemplo del tipo de representación y comprensión de las situaciones-problema de los estudiantes en el tipo de estructura multiplicativa (figura 112).

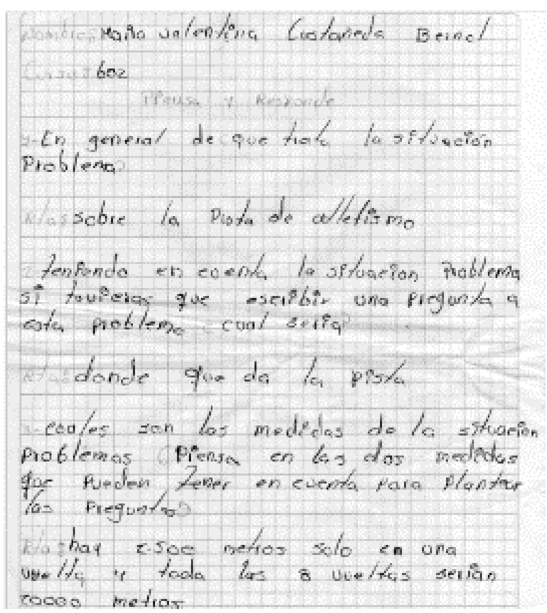

Nombre: Maria valentina Castaneda Beinal
Curso: 602
Piensa y Responde
1- En general de que trata la situación Problema?
R/: sobre la Pista de atletismo
2- teniendo en cuenta la situacion Problema si tuvieras que escribir una Pregunta a esta problema cual seria?
R/: donde que da la pista
3- cuales son las medidas de la situación problemas (Piensa en las dos medidas que pueden tener en cuenta para plantear las Preguntas)
R/: hay 2.500 metros solo en una vuelta y toda las 8 vueltas serian 20000 metros

Figura 112 Representación grupo no. 2 en situaciones de acción de multiplicación

Como se puede observar, los estudiantes aún no relacionan las situaciones-problema con un problema de matemáticas, en cuanto a respuestas como de que trata el problema contestan sobre “la pista de atletismo” o sobre escribir una pregunta que lo convierta en problema piensan en “dónde queda la pista”, lo que denota que entiende la situación pero aún no puede presentarla como una situación - problema en un contexto matemático.

Ahora bien en cuanto al tipo de representación, aún no se acerca a una representación clara con respecto a las dadas por (Maza, 1991), si bien tiene corte de ser una representación simbólico-verbal, no cumple con la definición de ésta, en cuanto a que si bien aparecen las cantidades no aparecen con la acción que define la operación.

b. Situaciones de formulación: en cuanto a esta tipo de situaciones, donde los estudiantes por medio de la socialización con sus compañeros, en el foro, llega a consolidar la información con respecto a la situación problema de multiplicación (figura 113)

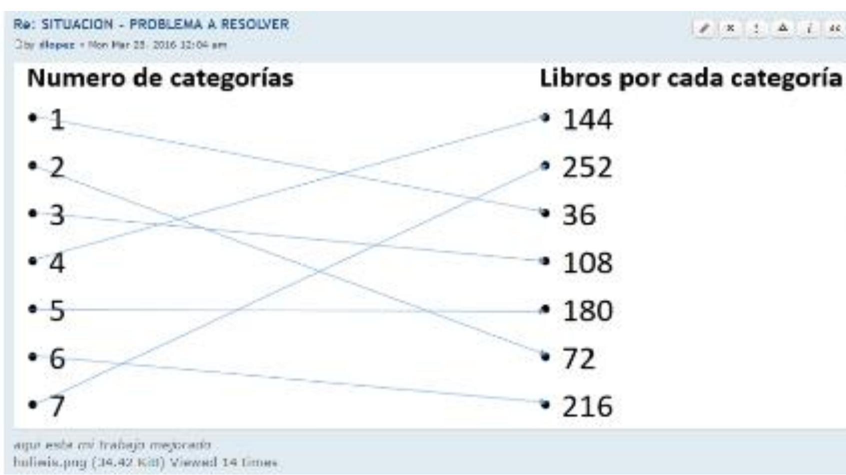
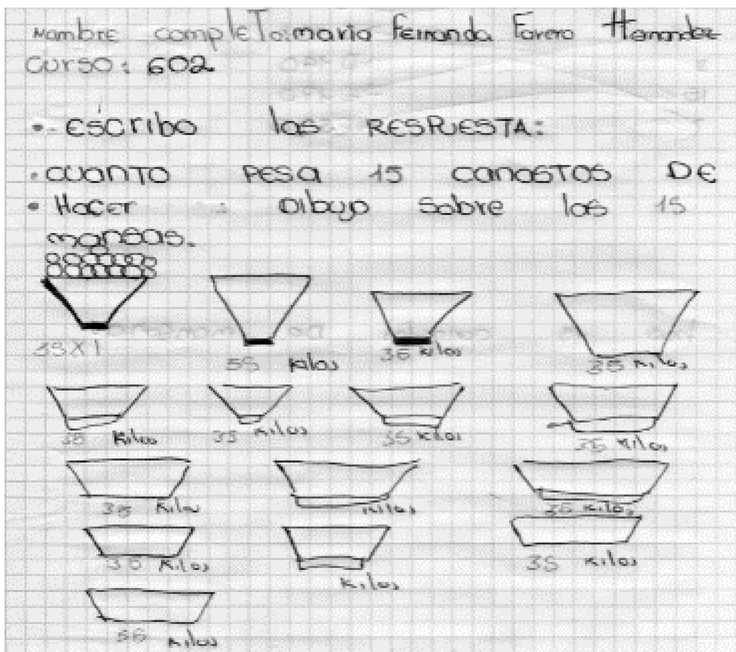


Figura 113 Representación simbólica grupo no. 2 situaciones de formulación – multiplicación

En lo anterior, el estudiante se orienta por realizar una tabla, en desorden, este esquema es considerado dentro de las representaciones simbólicas, la presenta en desorden tal vez como una muestra de tratar de mostrar la situación parecido como se le mostró en la situación actividad en el módulo de multiplicación en Matetics.

c. Situaciones de validación: en este tipo de situaciones, es estudiante ya reacomodo su conocimiento por medio de la socialización del foro de todas las formas de solución usada por sus compañeros, así se encuentran las representaciones más completas acompañadas de todas las representaciones usadas por sus compañeros (figura 114).



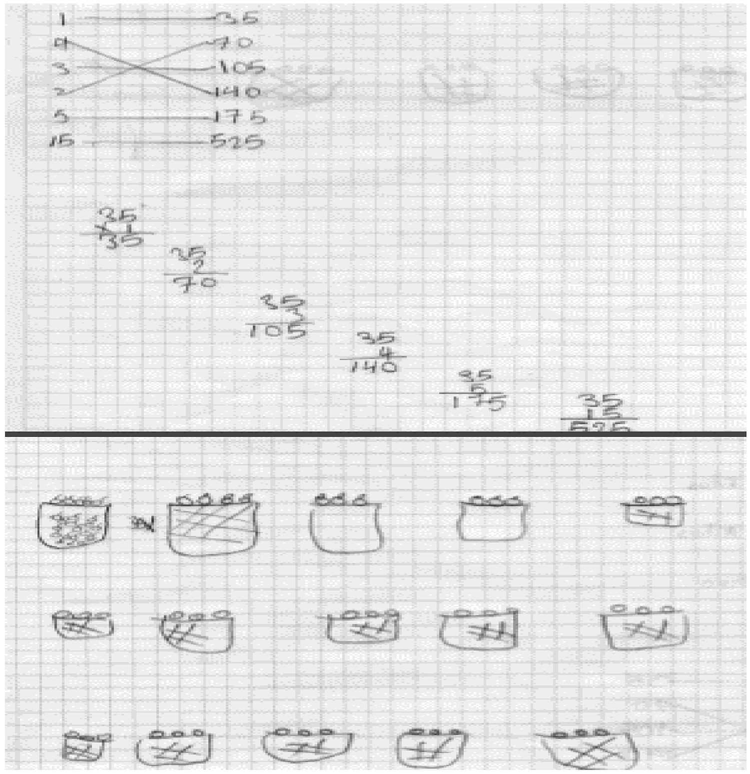


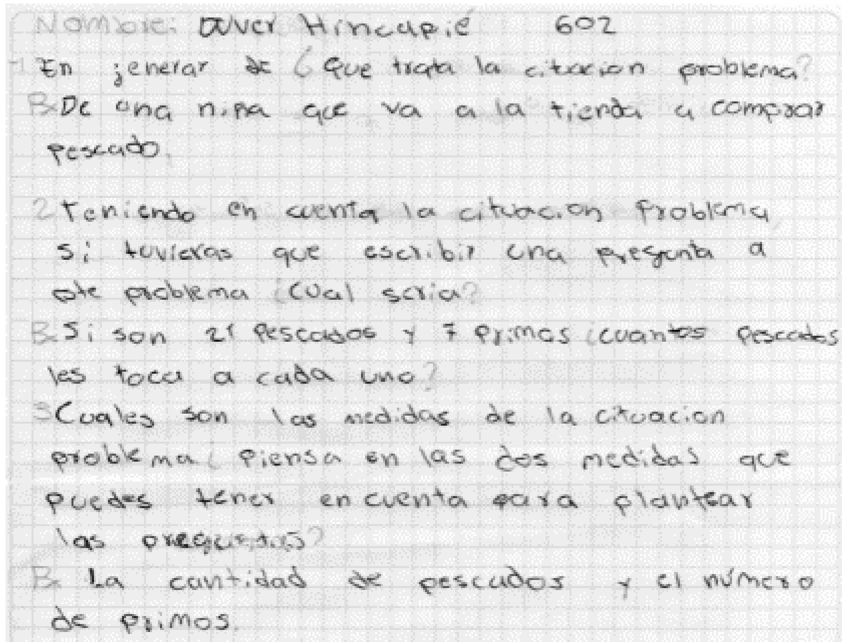
Figura 114 Representaciones icónicas y simbólicas grupo no. 2 de situaciones de validación-multiplicación

Como se puede observar la estudiante se vale de las representaciones icónicas- pictóricas y simbólicas-gráficas para dar respuesta a las situación-problema; usa los dibujos de las canasta acompañados de números, de nuevo como una representación de cantidades extensivas, pero al realizar la tabla acompañada de las operaciones indica que ya está en lo que para Vergnaud en considerado operador funcional en la relación cuaternaria de multiplicación.

- **Módulo de partición:**

La *división-partición* es vista como un conjunto de objetos se divide en un número de partes iguales, obteniendo así cada parte igual una a la otra.

1) **Situaciones de Acción:** en éstas situaciones el estudiante inicia con sus conceptos en acción iniciales en cuanto a la división se refiere (figura 115).



Nombre: Oliver Hincapié 602
1 En jenerar de ¿Que trata la citacion problema?
R: De una nipa que va a la tienda a comprar pescado.
2 Teniendo en cuenta la cituacion problema si tuvieras que escribir una pregunta a este problema ¿Cual seria?
R: Si son 21 pescados y 7 primos ¿cuantos pescados les toca a cada uno?
3 Cuales son las medidas de la cituacion problema ¿piensa en las dos medidas que puedes tener en cuenta para plantear las preguntas?
R: La cantidad de pescados y el número de primos.

Figura 115 Representaciones simbólicas – verbales grupo No. 2 de situaciones de acción – partición

Como se puede observar el estudiante, presentar un tipo de presentación simbólico-verbal, pero a diferencia del anterior módulo ya muestra una clara tendencia a observar que la situación presentada está relacionada con una situación - problema en matemáticas, en la medida que la pregunta ya lo ubica en el contexto del problema cuanto pregunta cuántos pescados le corresponde a cada primo, y mucho más cuanto al preguntarle por las medidas indica la cantidad de pescados y el número de primos, que en este caso son los espacios de medida que enmarcan la situación problema.

b. Situaciones de formulación: este tipo de situaciones son presentadas desde el foro, y construidas en conjunto con los compañeros (figura 116).

Figura 116 Representaciones icónicas y simbólicas – verbales grupo No. 2 de situaciones de formulación – partición

Como se puede apreciar el estudiante usa la representación en dos niveles, primero la representación icónica – pictórica, en donde el dibujo solo representa la cantidad extensiva, pero en cuanto a la representación simbólica el estudiante ubica la operación como parte de solución.

c. Situación de validación: En este tipo de situaciones el estudiante se vale de las representaciones hechas por los demás grupo para hallar y mostrar la solución a su problema (figura 117)

Figura 117 Representaciones icónicas y simbólicas grupo no. 2 de situaciones de validación – partición

En esta solución se muestra cómo el estudiante usa el dibujo como un icono mostrando la cantidad intensiva en su reparto en término de 18 huevos por persona, haciendo una acomodación matricial como lo denomina Maza (1991) para mostrar su repartición, en la respuesta aunque en desorden aparece en forma de representación simbólica - verbal las cantidades intensivas.

- **Módulo de cuotición:**

La *división- cuotición* trata de determinar cuántas partes del mismo tamaño podemos formar de un conjunto dado, de cierta medida armando grupos iguales de la cantidad trabajada.

a. Situaciones de acción: en este tipo de situaciones el estudiante explica desde unas diferencias que se han dado inicial, entre partir y agrupar, a situación que se presenta (figura 118).


ACTIVIDAD DE MATETICS C

1. EN GENERAL DE ¿QUE TRATA LAS DOS SITUACIONES DEL PROBLEMA .
   RTA: DE CUANTOS BUSES SE NECESITA PARA IR DE BOGOTA A BUENAVENTURA
2. QUE DEFERENCIAS ENCUENTRAS EN EL GRAFICO
   RTA: QUE EN CUOTICION DISE ENTOTAL VAMOS 275 PERSONAS Y ADEMAS CADA BUS ES DE 55 PUESTOS Y EN PARTICION CON UN GRUPO DE 275 PERSONAS Y NESECITAMOS REPARTIRMOS EN 5 BUSES.
3. HAS UN GARFICO:

CUOTICION

PARTICION

4. CUALES SON LAS MEDIDAS DE LAS 2 SITUACIONES
   RTA:EN QUE TIENE DIFERENCIA CUOTICION Y PARTICION QUE PARTICION ES DE A 5 GRUPOS Y EN CUOTICION ES DE 55 PUESTOS.

Figura 118 Representaciones icónicas grupo no. 2 de situaciones de acción – cuotición

Como se observa el estudiante en sus representaciones icónicas, procurar mostrar que cuando tiene grandes cantidades en el dibujo es porque se puede dividir, sin embargo, al no mostrar claramente grupos, quiere decir que el estudiante aun no relaciona esto con la estructura división cuotición, por el contrario tiende repartir para entender el problema.

b. Situaciones de formulación: en este tipo de situaciones los estudiantes realizan el trabajo en grupo para poder mostrar su respuesta (figura 119)

Figura 119 Representaciones icónicas y simbólicas grupo no. 2 de situaciones de formulación – cuotición

Con lo anterior el estudiante muestra un poco más estructurado su problema, mediante la representación simbólica – verbal y también gráfica pues primero explica que se debe dividir el número de personas en grupo para saber la cantidad de habitaciones, con esto diente en cuenta el divisor como cuantificador de la división, además en su representación al usar la representación simbólica – gráfica, por medio de la operación pero también cuando dice que se necesita 77 habitaciones para los grupos de 8 personas. En este caso la representación icónica no hace parte del contexto del problema más que como un elemento adicional que no explica ni contribuye a la solución.

- **Módulo de producto de medidas**

El *producto de medidas* visto como función bilineal se define mediante el producto cartesiano de dos cantidades.

a. Situaciones de acción: en estas situaciones el estudiante inicia con sus conceptos en acción, en cuanto a combinación de diferentes magnitudes para formar una relación ternaria (figura 120)

MATETICS

1EN GENERAL DE QUE SE TRATA LA SITUACION PROBLEMA

RTA:QUE A JHONATAN LE REGALRON 4 PANTALONES Y 3 CAMISAS Y PREGUNTA QUE SI PUEDE COMBINAR TODAS LAS CAMISAS CON LOS PANTALONES

2 TENIENDO ENCUENTALA SITUACION PROBLEMA SI TUVIERAS QUE ESCRIBIR UNA PREGUNTA A ESTE PROBLEMA CUAL SERIA?

RTA: CUANTAS COMBINACIONES JHONATAN PUEDE HACER

3QUE SIGNIFICA COMBINAR Y HACER PAREJAS

RTA:COMBINAR: UNIR PERSONAS O COSAS DIVERSAS CON UN FIN DETERMINADO.

Figura 120 Representaciones simbólicas – verbal grupo no. 2 de situaciones de acción – producto de medidas

Como se puede observar las explicaciones a la situación son más claras, además tiene en cuenta que esta situación que se puede convertir en matemática en el momento que plantea la pregunta de cuantas combinaciones puede hacer, sin embargo, e concepto de combinar aún o está suficientemente establecido, en la medida que lo define como "unir".

6.6. Contraste en cuanto a las representaciones en los dos grupos

Como se mostró en los apartados anteriores, es de notar que el grupo 1 tiene grandes ventajas en cuanto a las representaciones que usa para dar solución a sus situaciones problemas de estructura multiplicativa, en cuanto que para la gran mayoría hace uso de las representaciones icónicas – pictóricas acompañadas de las representaciones simbólicas, no solo verbales si no gráficas, en comparación con el grupo 2 que muestran grandes dificultades en cuanto a sus representaciones, se muestran débiles y en un estado muy primario, bajo explicaciones mediante la representación verbal o se usa el dibujo como “decoración” peor no con una finalidad específica de explicación o entendimiento de la situación problema.

7. Discusión

El presente trabajo de grado involucra dos teorías utilizadas en la resolución de problemas de estructura multiplicativa que comparadas en sus diferentes momentos, tienen puntos de encuentro en multiplicación, partición, agrupamiento y producto de medidas en Teoría de Campos Conceptuales, y razón-multiplicación, razón-partición, razón agrupamiento y combinación en su orden para Teoría de Cantidades Intensivas. Esta última teoría escogida por ser una versión más actualizada de Campos Conceptuales, involucrando también momentos adicionales como comparación y conversión.

Además, ambas teorías adicional de tener la ventaja de sus puntos de encuentro, ambas pueden ser trabajadas bajo el modelo pedagógico de situaciones didácticas de Brousseau, analizando para esto las representaciones internas o mentales, icónicas pictóricas y simbólicas (verbales y gráficas) como resultados del grupo experimental (601) y control (602) durante la navegación y desarrollo secuencial de las actividades planteadas en ambos ambientes web.

Desde allí la importancia de la contrastación incide no sólo en comprobar la hipótesis nula o alterna del trabajo de aplicación, sino también cual ambiente de aprendizaje web fue más efectivo para potenciar el pensamiento numérico de ambos grupos, específicamente en estructura multiplicativa, en ambas teorías que relacionan los cuatro puntos de encuentro ya mencionados.

A continuación, luego de revisar los conceptos del marco teórico y los antecedentes, junto con los resultados de ambos ambientes web, se resaltan las siguientes discusiones:

Desde estudios previos como el de Huertas de la Universidad Nacional del 2015 (Huertas, 2015), se vislumbró que fue de suma importancia el planteamiento de problemas de contenido semántico en contextos de la vida real donde se pueden desenvolver los estudiantes, en actividades como la pista de atletismo, la gallina y sus pollitos, el canasto de manzanas, a comprar pescado, los cupcakes, vamos a la playa, ejercitándonos, las naranjas, la juguetería, la ropa de Jonathan, las moñas de Juliana entre otras, motivándolos para identificar de una manera clara la situación - problema para la solución de las actividades al inicio de cada módulo, así como para los test diagnósticos finales y planteamiento de problemas reales por parte de los mismos estudiantes en el foro.

Por otro lado, otras de las estrategias planteadas en la investigación de Huertas indicaban la necesidad de plantear enunciados expresados en lenguaje natural o simbólico, imágenes, dibujos, expresiones y gráficos (Huertas, 2015). Lo anterior también fue relevante en este trabajo de investigación ya que no sólo incrementó el nivel motivacional de los estudiantes por la interacción con el ambiente de aprendizaje mediante animaciones, sino también ayudó a no sólo conocer cuánto saben los estudiantes de ambos cursos por medio de los puntajes obtenidos sino como aplican los conocimientos que tienen, en la solución de problemas al tener representaciones (internas o mentales, icónicas o simbólicas) elaboradas por ellos mismos para cada situación-problema.

Para las actividades que relacionaban juegos, se tuvo en cuenta la investigación de Tzur y sus colaboradores (Tzur et al., 2013), la cual evidenció que es prevalente diseñar actividades no sólo a partir de las necesidades pensadas de los investigadores, sino también a través de las necesidades propias de los estudiantes en el ámbito educativo. Esto no sólo proporcionó en su investigación sino en el presente trabajo intervenciones pedagógicas eficaces para afianzar el razonamiento multiplicativo, identificando los tipos de esquemas empleados por los estudiantes en ambos cursos al continuar con cada módulo de cada ambiente (Intensivas o TCC), relacionando los conceptos matemáticos que propuestos en cada uno de ellos.

Así mismo en el presente estudio, se evidenciaron resultados similares al estudio de Bakker y su grupo de trabajo (Bakker, van den Heuvel-Panhuizen, et al., 2015), en el cual las actividades de mini-juegos fueron más eficaces en la condición de casa-escuela mientras que en la condición de casa no hubo efectos. Desde la perspectiva del uso de ambos ambientes implementados, la mediación tecnológica por sí sola no fue suficiente si no existía la intervención del docente como orientador en el desarrollo de actividades y finalización óptima de actividades, incluso para aquellos estudiantes quienes no tenían un dominio completo o acceso total a herramientas web desde sus casas.

8. Conclusiones

Del estudio realizado y partir de los resultados obtenidos se pueden llegar a las siguientes conclusiones:

1. *La capacidad para resolver problemas mejora mediante el uso de un ambiente de aprendizaje cuyo diseño se fundamenta en la teoría de las cantidades intensivas con respecto a un ambiente de aprendizaje diseñado de acuerdo con la teoría de campos conceptuales.* Este hallazgo hace pensar que los elementos adicionales aportados por la teoría de cantidades intensivas, a partir de la teoría de los campos conceptuales, permiten que los estudiantes avancen en la comprensión de los problemas y en la elaboración de representaciones que mejoran su capacidad para resolver problemas de estructura multiplicativa.

2. El ambiente de aprendizaje web diseñado bajo la teoría de las cantidades intensivas favorece el trabajo en resolución de problemas de cada una de las estructuras de multiplicación, partición y producto de medidas. El grupo experimental, evidenció diferencias significativas en sus resultados en los módulos de multiplicación, partición y producto de medidas frente al grupo control. Encontrando de ésta manera que son capaces de resolver problemas que implique la relación cuaternaria de multiplicación y división – partición y comprendiendo la estructura de producto de medidas o combinación como una relación ternaria.

En cuanto al módulo de cuotición no se lograron diferencias significativas, y por el contrario los grupos (experimental y control) estuvieron muy parejos, debido a que esta estructura multiplicativa resulta ser de las más complicadas para los estudiantes, pues como confirma Maza (1991), la cuotición resulta de un proceso mediante el cual se opera o se vuelve cuantificador el divisor, y se evidenció mediante las representaciones usadas por ambos grupos, que tienen la tendencia de volver los problemas de cuotición en una de partición para poder hallar la solución a éste, es decir, operar sobre el dividendo.

3. Las representaciones elaboradas por los estudiantes durante los procesos de solución de las diferentes situaciones problema, fueron más adecuadas por el grupo experimental en el ambiente de aprendizaje web diseñado desde la teoría de las cantidades intensivas. En este aspecto de representaciones, cabe resaltar que el grupo experimental tiene grandes ventajas en cuanto a las representaciones que usa para dar solución a sus situaciones problemas de estructura multiplicativa, debido a que la gran mayoría hace uso de las representaciones icónicas – pictóricas acompañadas de las representaciones simbólicas, no sólo verbales sino gráficas, en comparación con el grupo control que muestra grandes dificultades en cuanto a sus representaciones, se muestran débiles y en un estado muy primario, bajo explicaciones mediante la representación verbal o se usa el dibujo como “decoración” pero no con una finalidad específica de aplicación o entendimiento de la situación problema.

4. - La incorporación de ambientes de aprendizaje web en las dinámicas educativas en el área de matemáticas promueve el interés de los estudiantes hacia el desarrollo de las *actividades de aprendizaje.* Debido a que se cambió el esquema de no recibir la clase de matemáticas de manera tradicional sino también interactiva bajo la orientación del docente, hizo que se mostrara un interés por cuenta de los estudiantes y que se encontraran interesados a la hora de realizar las actividades propuestas en Matetics. Así mismo, el cambio de locación física de salón de clases al aula de sistemas motivó a los estudiantes a querer llegar primero a las sesiones para el inicio de actividades en Matetics, este cambió en la dinámica de la clase de matemáticas sugirió recomendaciones por parte de los estudiantes (ver anexo No. 3)

Limitaciones del estudio

Aunque el presente trabajo se desarrolló en ambientes de aprendizaje web, no se contaron con todos los recursos tecnológicos esperados en los colegios donde se llevó a cabo la aplicación. Inicialmente se proyectaba realizar la aplicación en la sede nueva y antigua del colegio Luis López de Mesa IED, pero la ausencia de herramientas como computadores para todos los estudiantes, contar con conexión a internet sin bloqueos de página por el operador del distrito (RedP) o no tener descargas habilitadas para programas como Flash para las animaciones llevaron a tomar la decisión del cambio a otro colegio.

Sin embargo no todos los colegios tienen una relación distante con la tecnología. Desde la experiencia que brindó la aplicación en el colegio República de Colombia sede A, el acceso a los recursos eran más apropiados, aunque fue necesario complementar el uso de los computadores llevando portátiles a la sala de informática para que el trabajo con los estudiantes se desarrollará máximo de a parejas, en el caso del grupo control.

Como los equipos portátiles llevados para las pruebas no podían conectarse a internet inalámbrico del colegio, fue necesario la compra de un módem y plan de datos por parte de quienes desarrollaron esta investigación, para suplir las necesidades de conectividad, con un alcance máximo de conexión de 10 equipos, al momento de la navegación de los estudiantes por cada uno de los módulos de los ambientes de aprendizaje web.

Aunque se pueden llegar a desarrollar excelentes ideas para hacer efectiva la mediación de TIC en procesos pedagógicos, esta intervención debe necesariamente ir de la mano con los recursos tecnológicos con los que cuente la institución que se va a intervenir.

Proyecciones

Respecto a futuras investigaciones, se puede realizar un análisis con respecto a las estructuras que no tienen en común las dos teorías y cómo estas contribuyen para que una u otra sea más efectiva en el fortalecimiento de desempeños en resolución de problemas, se habla de la proporción simple y múltiple desde la TCC y las estructuras de comparación y conversión desde la teoría de las cantidades intensivas.

Se evidenció también que algunos estudiantes aunque comprendían el acceso a la página de internet, quienes eran más autónomos en la secuencia de actividades avanzaban más frente a quienes por primera vez utilizaban juegos o respondían preguntas bajo animaciones o aplicaciones bajo programas que jamás habían utilizado, algunos de ellos manifestaban que interactuar era novedoso debido a que no contaban con acceso a internet desde sus casas por lo que se sugiere para futuras investigaciones en torno a los ritmos de apropiación para el uso de ambientes de aprendizaje asistidos en tecnología por parte de estudiantes sin entrenamiento y con entrenamiento previo.

Por último, este trabajo sería interesante aplicarlo también (con ajustes) en la formación hacia poblaciones de estudiantes de educación terciaria o superior, ya que hoy en día existen estudiantes que no sólo tienen deficiencias y vacíos (derivadas de la escuela) en estructura aditiva y multiplicativa durante los primeros semestres en las asignaturas relacionadas con las matemáticas, sino que, en su campo de desempeño profesional emplearán las matemáticas para la solución de problemas en sinnúmero de ámbitos. De allí la importancia de enseñarles la resolución de problemas en contextos reales desde temprana edad hasta adulta.

9. BIBLIOGRAFÍA

Abrahamson, D. (2012a). Discovery reconceived: Product before process. *For the Learning of Mathematics*, *32*(1), 8-15.

Abrahamson, D. (2012b). *Rethinking Intensive Quantities via Guided Mediated Abduction*.

Agostino, A., Johnson, J., & Pascual-Leone, J. (2010). Executive functions underlying multiplicative reasoning: Problem type matters. *Journal of Experimental Child Psychology*, *105*(4), 286-305. http://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.09.006

Bakker, M., Heuvel-Panhuizen, M. van den, Borkulo, S. van, & Robitzsch, A. (2012). *Effects of Mini-Games for Enhancing Multiplicative Abilities: A First Exploration*. Springer Berlin Heidelberg. A partir de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-33814-4_7

Bakker, M., Heuvel-Panhuizen, M. van den, & Robitzsch, A. (2015). Learning multiplicative reasoning by playing computer games. En *ResearchGate*. A partir de https://www.researchgate.net/publication/277714336_Learning_multiplicative_reasoning_by_playing_computer_games

Bakker, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2014). First-graders' knowledge of multiplicative reasoning before formal instruction in this domain. *Contemporary Educational Psychology*, *39*(1), 59-73. http://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.11.001

Bakker, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2015). Effects of playing mathematics computer games on primary school students' multiplicative reasoning ability. *Contemporary Educational Psychology*, *40*, 55-71. http://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.09.001

Bermúdez, A., & Marcela, D. (2012, octubre 26). *Aplicación de las estructuras multiplicativas en la resolución de problemas aritméticos dirigido a tercer grado de educación básica [recurso electrónico]* (Thesis). A partir de http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/3847

Borkulo, S. van, Heuvel-Panhuizen, M. van den, Bakker, M., & Loomans, H. (2012). One Mini-Game Is Not Like the Other: Different Opportunities to Learn Multiplication Tables. En S. D. Wannemacker, S. Vandercruysse, & G. Clarebout (Eds.), *Serious Games: The Challenge* (pp. 61-64). Springer Berlin Heidelberg. A partir de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-33814-4_9

Boylan, M., Demack, S., Willis, B., Stevens, A., Adams, G., & Verrier, D. (2015). *Multiplicative reasoning professional development programme - Publications - GOV.UK* (pp. 1-185). Sheffield Hallam University: Centre for Education and Inclusion Research (CEIR). A partir de https://www.gov.uk/government/publications/multiplicative-reasoning-professional-development-programme

Breit-Goodwin, M. (2015). Understandings of Proportionality as a Mathematical Structure and Psychological Aspects of Proportional Reasoning in Community College Mathematics Students. A partir de http://conservancy.umn.edu/handle/11299/174843

Brown, M., Küchemann, D., & Hodgen, J. (2010). The struggle to achieve multiplicative reasoning 11-14 (pp. 49-56). Presentado en British Congress for Mathematics Education, King's College London. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:WiYy5NFuc-AJ:www.bsrlm.org.uk/IPs/ip30-1/BSRLM-IP-30-1-07.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Caddle, M. C., & Brizuela, B. M. (2011). Fifth graders' additive and multiplicative reasoning: Establishing connections across conceptual fields using a graph. *The Journal of Mathematical Behavior, 30*(3), 224-234. http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.04.002

Campbell, D., & Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Buenos Aires. A partir de https://sociologiaycultura.wordpress.com/campbell-y-stanley-disenos-experimentales-y-cuasiexperimentales-en-la-investigacion-social/

Carrier, J. (2014). Student Strategies Suggesting Emergence of Mental Structures Supporting Logical and Abstract Thinking: Multiplicative Reasoning. *School Science and Mathematics*, *114*(2), 87-96. http://doi.org/10.1111/ssm.12053

Castiblanco, A. (2002). Proyecto «Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia» y sus ava (pp. 1-21). Ministerio de Educación Nacional: Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:iHGRXFN6cjoJ:www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-92732_archivo.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: una empresa docente. A partir de http://funes.uniandes.edu.co/677/

Céliz, M., Feliziani, V., & Zingaretti, M. (2006). La resolución de problemas como objeto de enseñanza y medio para el aprendizaje (pp. 179-192). A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:25dpXPftlHcJ:unvm.galeon.com/Cap09.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Chang, K.-E., Sung, Y.-T., Chen, Y.-L., & Huang, L.-H. (2008). Learning multiplication through computer-assisted learning activities. *Computers in Human Behavior*, *24*(6), 2904-2916. http://doi.org/10.1016/j.chb.2008.04.015

Chen, L., Dooren, W. V., Chen, Q., & Verschaffel, L. (2010). An investigation on Chinese teachers' realistic problem posing and problem posing and problem solving ability and beliefs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *9*(4), 919-948. http://doi.org/10.1007/s10763-010-9259-7

Ching-chih, L., & Che-jen, H. (2013). A Case Study of Remedial Instruction of a Sixth Grader in Solving of Proportionality Problems in a Dynamic Multiple Representation Computer Environment. A partir de http://nutnr.lib.nutn.edu.tw/handle/987654321/6947

Cobb, P., Yackel, E., & Wood†, T. (2010). Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving. En A. Sfard, K. Gravemeijer, & E. Yackel (Eds.), *A Journey in Mathematics Education Research* (pp. 41-71). Springer Netherlands. A partir de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-90-481-9729-3_5

De Bock, D., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2009). From addition to multiplication … and back The development of students' additive and multiplicative reasoning skills, *37*, 1-48.

de Oliveira, B. (2012). *Software generador de situaciones-problema para la expansión del dominio del campo conceptual de las estructuras aditivas y multiplicativas en alumnos de*

2º a 5º curso de la enseñanza primaria. Universidad de Burgos. A partir de https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=41520

Di Paola, B. D., & Díez-Palomar, J. (2012). *Facilitating access and participation. Mathematical Practices inside and outside the classroom. Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*. A partir de http://docplayer.fr/8362385-Facilitating-access-and-participation-mathematical-practices-inside-and-outside-the-classroom-quaderni-di-ricerca-in-didattica-mathematics.html

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2013). Invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento en matemática: un estudio exploratorio. En *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe* (pp. 899-911). Santo Domingo, República Dominicana. A partir de http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/

Fielding-Wells, J., Dole, S., & Makar, K. (2014). Inquiry pedagogy to promote emerging proportional reasoning in primary students - Springer, *26*(1), 47-77.

Garcia, M., & Suárez, A. (2010). Procedimientos de Resolución de Problemas Multiplicativos de Isomorfismo de Medidas (pp. 69-81). Presentado en 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa 2010. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:A4FRhlxyAcQJ:funes.uniandes.edu.co/1048/1/396_Procedimientos_de_Resolucin_de_Problemas_Multiplicativos_Asocolme2010.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Gerhard, S. (2011). Investigating the influence of students’ previous knowledge on their concept of variables by using an analysis tool considering teaching reality (Vol. 7, pp. 1-10). A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:0-RcHwYxgRQJ:www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/3/CERME7_WG3_Gerhard.pdf+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co

Godino, J. D. (1991). *Hacia una teoría de la didáctica de la matemática*. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:juGJ9RnjoMwJ:www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/426/424+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetivos matemáticos, 1-26.

González, K., Padilla, J., & Rincón, D. (2012). Sobre las perspectivas pedagógicas para la educación virtual en Colombia. *Tecné, Episteme y Didaxis*, *31*, 93-112.

Grouws, D. A., & National Council of Teachers of Mathematics. (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York; Toronto; New York: Macmillan ; Maxwell Macmillan Canada ; Maxwell Macmillan International.

Hackenberg, A. J. (2013). The fractional knowledge and algebraic reasoning of students with the first multiplicative concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(3), 538-563. http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.06.007

Hernández, L., & Vásquez, O. (2008, octubre). *Dificultades y errores en la modelación de problemas de la estructura multiplicativa: el caso de las cantidades*. Conference presentado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Valledupar, Colombia. A partir de http://asocolme.com/sitio/

Hernández Sampieri, R., Collado Fernádez, C., & Baptista Lucio, P. (1991). *Metodología de la Investigación* (Quinta edición). México, DF: Mc Graw Hill. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:YQ4OoSG7kxkJ:www.dgsc.go.cr/dgsc/documentos/cecades/metodologia-de-la-investigacion.pdf+&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=co

Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2013). Development and application of a two-tier diagnostic instrument to assess middle-years students' proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *25*(4), 523-545. http://doi.org/10.1007/s13394-013-0083-6

Hino, K. (2012). Students creating ways to represent proportional situations: In relation to conceptualization of rate (pp. 283-290). Presentado en 36th Conference of the InternationalGroup for the Psychologyof Mathematics Education. A partir de http://scholar.googleusercontent.com/scholar?q=cache:RuYwwhdwgIQJ:scholar.google.com/&hl=es&as_sdt=0,5

Hodkowski, N., Tzur, R., & Johnson, H. L. (2014). Relating student outcomes to teacher development of student-adaptive pedagogy. En *Of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-321-3-328).

Huertas, O. (2015). *Una interpretación semántica de la lectura y comprensión de los problemas de matemáticas en las pruebas externas nacionales en el grado quinto* (masters). Universidad Nacional de Colombia. A partir de http://www.bdigital.unal.edu.co/48880/

ICFES. (2012). *Colombia en PISA 2012 Informe nacional de resultados Resumen ejecutivo*. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:E32PauaRl0kJ:repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2304/2/BeltranCastroArietaCecilia2015.JPG.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Johnson, H. L. (2011). Secondary Students' Quantification of Variation in Rate of Change. A partir de http://citation.allacademic.com/meta/p_mla_apa_research_citation/5/1/5/3/4/p515348_index.html

Lee, M. Y., & Hackenberg, A. J. (2013). Relationships between fractional knowledge and algebraic reasoning: The case of Willa. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(4), 975-1000. http://doi.org/10.1007/s10763-013-9442-8

Lee, S. J., Brown, R. E., & Orrill, C. H. (2011). Mathematics Teachers' Reasoning About Fractions and Decimals Using Drawn Representations. *Mathematical Thinking and Learning*, *13*(3), 198-220. http://doi.org/10.1080/10986065.2011.564993

Liu, C.-J., & Shen, M.-H. (2011). The Influence of Different Representations on Solving Concentration Problems at Elementary School. *Journal of Science Education and Technology*, *20*(5), 621-629. http://doi.org/10.1007/s10956-011-9293-4

Long, M. C. (2011). Mathematical, cognitive and didactic elements of the multiplicative conceptual field investigated within a Rasch assessment and measurement framework.

Magnusson, J. (2014). Proportionella samband - Innehållets behandling och elevernas lärande. A partir de https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/37219

Maza, C. (1991). *Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas / Carlos Maza Gómez*. A partir de https://www.researchgate.net/publication/44401526_Multiplicar_y_dividir_a_traves_de_la_resolucion_de_problemas_Carlos_Maza_Gomez

Maza, C. (1995). *Aritmética y representación de la comprensión del texto al uso de materiales*. A partir de http://www.casadellibro.com/libro-aritmetica-y-representacion-de-la-comprension-del-texto-al-uso-de-materiales/9788449300950/454531

Medina, K. (2013). Competencias en la Educación Virtual. 27 de marzo de 2016, A partir de https://educacionvirtual2013.wordpress.com/

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:_8zouPdPYG0J:www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:aQamHNbSkIQJ:www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co

Moreira, M. (2002). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*, *7*(1), 7-29.

Mulligan, J., English, L. D., Mitchelmore, M., Welsby, S., & Crevensten, N. (2011). An evaluation of the pattern and structure mathematics awareness program in the early school years. En J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, & S. Thornton (Eds.), *Proceedings of the AAMT-MERGA Conference 2011* (pp. 548-556). Alice Springs: The

Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Mathematics Education Research Group of Australasia. A partir de http://www.merga.net.au/node/8

Padilla-Beltrán, J., Vega-Rojas, P., & Rincón-Caballero, D. (2014). Tendencias y dificultades para el uso de las TIC en educación superior. *Entramado*, *10*(1), 272-295.

Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de las situaciones didácticas. A partir de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:WIEU6Lg-MgcJ:www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Peña, S. (2009). La Resolución de Problemas y el Pensamiento Numérico en los Procesos de Enseñanza- Aprendizaje Significativos de la División. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía, RIIEP*, *2*(2). A partir de http://revistas.usta.edu.co/index.php/riiep/article/view/1300

Quezada, M. V. D., & Letelier, A. P. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números*, (45), 33-42.

Sarrazy, B., & Novotná, J. (2011). Didactical VS. Mathematical modelling of the notion competence in mathematics education case of 9-10-year old pupils‘ problem solving (pp. 1125-1132). Presentado en Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. A partir de http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/7/Sarrazy_Novotna_CERME7_WG7.pdf

Schwartz, J. L. (1996). Semantic Aspects of Quantity.

Sebnem, A., & Diler, O. (2015). EERA: An Examination of Fifth and Sixth Grade Students' Proportional Reasoning (pp. 1-4). Presentado en ECER 2015, Education and Transition. A partir de http://www.eera-ecer.de/ecer-programmes/conference/20/contribution/33758/

Simon, M. A., & Placa, N. (2012). Reasoning about intensive quantities in whole-number multiplication? A possible basis for ratio understanding. *For the Learning of Mathematics*, *32*(2), 35-41.

Tjoe, H., & Torre, J. de la. (2013). The identification and validation process of proportional reasoning attributes: an application of a cognitive diagnosis modeling framework. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(2), 237-255. http://doi.org/10.1007/s13394-013-0090-7

Torre, J. de la, Tjoe, H., Rhoads, K., & Lam, D. (2015). Conceptual and theoretical issues in proportional reasoning. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, *6*(1). A partir de http://pgsskroton.com.br/seer/index.php/jieem/article/view/99

Tzur, R., Johnson, H. L., McClintock, E., Kenney, R. H., Xin, Y. P., Si, L., … Jin, X. (2013). Distinguishing schemes and tasks in children's development of multiplicative reasoning. A partir de http://digibug.ugr.es/handle/10481/23477

Tzur, R., Xin, Y. P., Si, L., Kenney, R., & Guebert, A. (2010). *Students with Learning Disability in Math Are Left Behind in Multiplicative Reasoning? Number as Abstract Composite Unit Is a Likel*. A partir de http://eric.ed.gov/?id=ED510991

Vergnaud, G. (1991). *El Niño, Las Matemáticas y la Realidad: Problemas de la Enseñanza de Las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Trillas.

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., … Alvarez, E. (2001). La educación matemática - El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1-11.

Watson, J., & English, L. D. (2013). The power of percent. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *18*(4), 14-18.

Wilson, P. H., Mojica, G. F., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*(2), 103-121. http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.12.003

Yadav, P. (2015). Effect of Using Activity Based Teaching on Achievement of Students in Mathematics at Primary Level, *2*(4), 157-159.

Z, M. M. A., Pesa, M. A., & Moreira, M. A. (2006). El trabajo de laboratorio en cursos de física desde la teoría de campos conceptuales. *Ciência & Educação (Bauru)*, pp. 129-142.

Zahner, W. C. (2012). «Nobody Can Sit There»: Two Perspectives on how Mathematics Problems in Context Mediate Group Problem Solving Discussions. *Journal of Research in Mathematics Education*, *1*(2), 105-135. http://doi.org/10.4471/redimat.2012.07

ANEXOS

ANEXO NO. 1 PROCESO DE VALIDACIÓN PRETEST Y POSTEST

Test Diagnóstico pretest y postest

A continuación se presenta un breve informe de resultados de la aplicación del Test diagnóstico de 40 preguntas (Ver Anexo No. 2) que incluyen los 4 módulos: multiplicación, partición, cuotición y producto de medidas. La aplicación del test se llevó a cabo en dos partes (dos fechas diferentes entre la última y primera semana de febrero), cada una de 20 preguntas, distribuidas de manera aleatoria.

Aparte de las preguntas, se tuvo en cuenta un formato aparte de respuestas de casillas de selección múltiple con opciones A, B, C y D para facilitar la posterior tabulación (digitalización de resultados).

Procedimiento

Se tabularon las respuestas de cada estudiante y se seleccionó el valor de 1 para aquellas respuestas correctas y 0 para las incorrectas (ya que cada pregunta era selección múltiple con única respuesta), de esta manera se facilitó el ingreso de los datos en SPSS.

Luego, se realizó la sumatoria de los resultados de cada módulo (4 columnas nuevas), con puntaje mínimo de 0 hasta 10 como máximo, los resultados se aprecian en las siguientes gráficas de la Tabla 8 donde se aprecia una media de 6,85 para el módulo de multiplicación, y un valor de media de 3,70 para el módulo de producto de medidas. A continuación en la siguiente figura 121 se pueden apreciar los histogramas de los módulos.

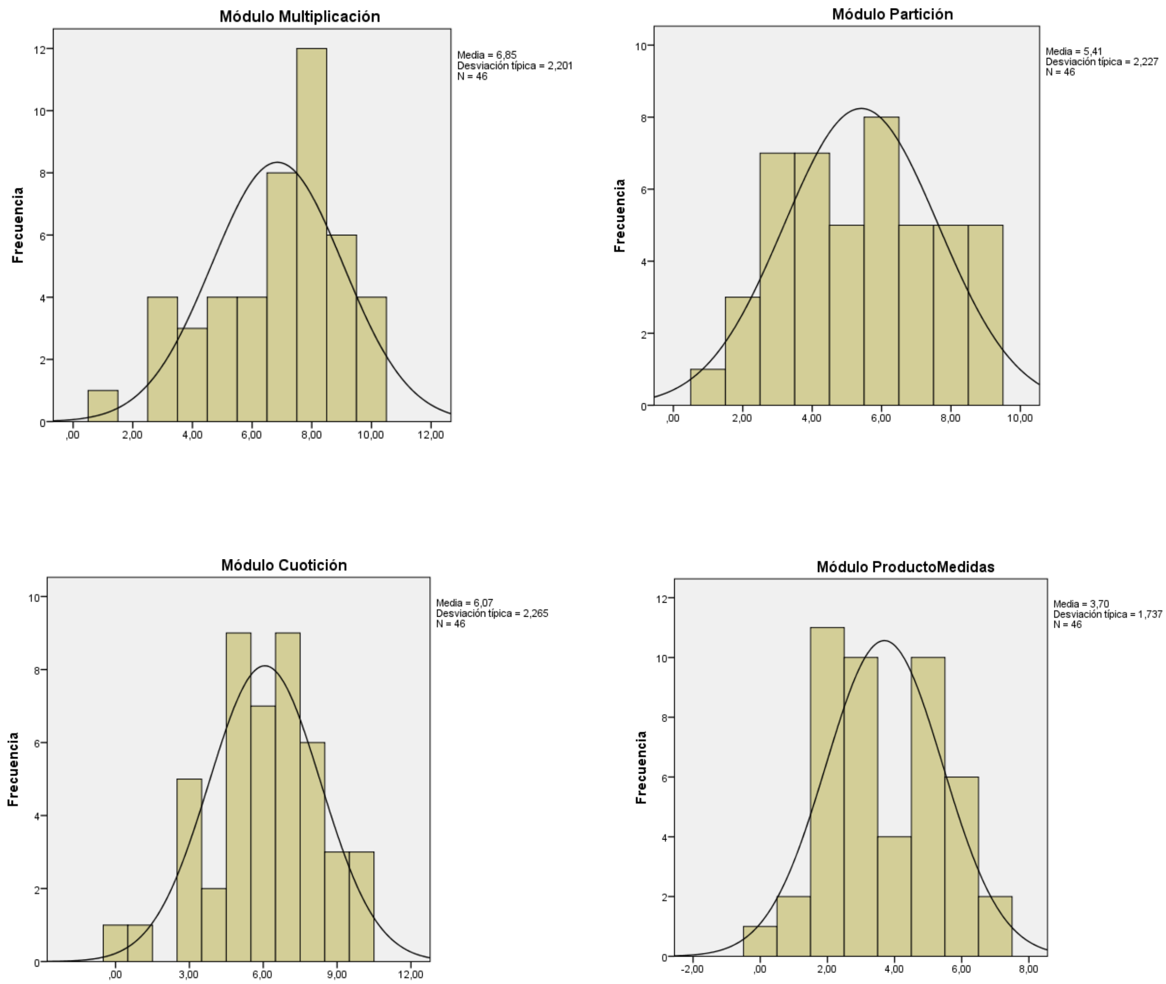


Figura 121 Histogramas cuatro módulos Test Diagnóstico

Análisis de resultados

Posterior a esto se llevó a cabo una prueba de confiabilidad (Alfa de Cronbach) a cada una de las 40 preguntas, para revisar el valor estadístico de fiabilidad de la prueba. Este es el análisis más importante sugerido para la prueba.

Resultados

Test Diagnóstico Inicial y Final

Luego de la aplicación en SPSS de la Prueba de Confiabilidad (Alfa de Cronbach) se tienen los siguientes resultados (Tabla 26)

Tabla 26. Análisis de Fiabilidad

Análisis de fiabilidad

Escala: TODAS LAS VARIABLES

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	46	100,0
	Excluidos[a]	0	,0
	Total	46	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,821	40

El resultado fue superior a 0,8 (Alfa de Cronbach = 0,821**), lo cual comprueba la confiabilidad de la validación de la prueba.**

Otra recomendación a tener en cuenta fue revisar la columna Correlación elemento-total corregida, **(ya que es la relación de cada pregunta con respecto al total de confiabilidad).**

Para esta columna se revisan los resultados de cada pregunta (esperando sean inferiores a un valor de 0,4).

Revisando detalladamente este criterio, se eliminaron las preguntas que corresponden a la correlación con el elemento inferior al 0,4 y se tuvo precaución en dejar la mitad de las preguntas por categoría o módulo es decir, 5 preguntas, para un total de 20 pregunta total de la prueba, es decir no se eliminaron preguntas de manera generalizada.

El resultado de la aplicación de la prueba tuvo un valor confiable (superior a 0,8), bajo la revisión de este criterio importante se recomienda no aplicar la prueba con las 20 preguntas a la misma población a menos que nadie haya contestado bien el test o todos la hayan contestado de forma correcta (casos que tampoco se presentaron).

Los resultados fueron las preguntas que se eliminaron por categoría diferenciadas por colores (tabla 27).

Tabla 27. Resultados por pregunta

Estadísticos total-elemento

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento	Pregunta aleatoria
Multiplicación 1	21,17	41,169	,469	,813	1
Multiplicación 2	21,17	41,702	,353	,816	2
Multiplicación 3	21,37	41,260	,323	,816	6
Multiplicación 4	21,41	41,270	,312	,816	11
Multiplicación 5	21,20	41,183	,439	,814	12
Multiplicación 6	21,67	41,425	,296	,817	17
Multiplicación 7	21,30	42,972	,052	,824	21
Multiplicación 8	21,30	40,972	,396	,814	22
Multiplicación 9	21,46	40,387	,447	,812	25
Multiplicación 10	21,30	41,372	,326	,816	29
Partición 1	21,48	41,277	,302	,817	3
Partición 2	21,65	41,876	,218	,819	7
Partición 3	21,57	39,540	,583	,808	8
Partición 4	21,26	41,842	,262	,818	13
Partición 5	21,50	41,500	,266	,818	18
Partición 6	21,50	42,433	,122	,822	20
Partición 7	21,50	39,900	,522	,810	26
Partición 8	21,33	42,225	,173	,821	30
Partición 9	21,72	41,763	,251	,818	33
Partición 10	21,30	40,216	,531	,810	36
Cuotición 1	21,43	40,207	,481	,811	4
Cuotición 2	21,22	42,663	,127	,821	9

Cuotición 3	21,35	40,276	,497	,811	14
Cuotición 4	21,41	41,803	,226	,819	23
Cuotición 5	21,24	41,697	,300	,817	27
Cuotición 6	21,46	40,609	,411	,813	31
Cuotición 7	21,35	41,343	,315	,816	34
Cuotición 8	21,65	42,143	,175	,821	37
Cuotición 9	21,74	40,730	,439	,813	39
Cuotición 10	21,30	40,528	,475	,812	40
ProductoMedidas 1	21,72	40,785	,419	,813	5
ProductoMedidas 2	21,61	40,821	,380	,814	10
ProductoMedidas 3	21,87	43,716	-,075	,826	15
ProductoMedidas 4	21,78	43,063	,042	,824	16
ProductoMedidas 5	21,72	40,652	,442	,813	19
ProductoMedidas 6	21,65	45,165	-,292	,834	24
ProductoMedidas 7	21,70	43,905	-,102	,829	28
ProductoMedidas 8	21,52	41,366	,287	,817	32
ProductoMedidas 9	21,63	42,505	,115	,823	35
ProductoMedidas 10	21,33	40,980	,385	,814	38

ANEXO NO. 2 CUESTIONARIO 40 PRESUNTAS PARA VALIDAR (PRETEST, POSTEST)

PARTE 1

INSTRUCCIONES

A continuación encontrará una serie de situaciones – problemas que se pueden ser representadas de distintas formas. Para cada una de ellas seleccione solo una respuesta, entre las cuatro en cada pregunta.

1. Tengo 3 paquetes de yogurt. Hay 4 yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?

a.

Paquetes de yogurt	Yogures
1	4
3	12

b.

yogures	Paquetes de Yogures
1	4
3	7

c.

yogures	Paquetes de Yogures
1	4
3	12

d.

Paquetes de Yogures	yogures
1	4
3	7

2. A mí me toca sacar la basura los martes, jueves y sábados; mi papá me da $3500 pesos cada semana por éste trabajo. Si ahorro lo que él me da ¿Cuánto juntaré al cabo de 20 semanas?

a.

Semanas	Pesos
1	3500
20	70000

b.

pesos	días
3500	1
10500	3

c.

pesos	semanas
10500	1
210000	20

d.

días	semana
1	3500
3	10500

3. Doce cajas de leche cuestan $38400 pesos. ¿Cuánto costará una caja de leche?

a.

caja	Pesos
1	460800
12	38400

b.

caja	Pesos
1	3840
12	38400

c.

caja	Pesos
1	38400
12	3200

d.

caja	Pesos
1	3200
12	38400

4. ¿Cuántos equipos de cinco jugadores se pueden formar con setenta y cinco jugadores?

a. 75 X 5
b. 5 + 75
c. 75 ÷ 5
d. 75 – 5

5. En un baile hay dos chicos y algunas chicas. Si se pueden formar seis parejas distintas entre ellos. ¿Cuántas chicas hay en el baile?

a. 
b. 
c. 2 Chicos + 4 Chicas = 6 Parejas
d. Parejas = 2 chicos x 2 chicas

6. En un zoológico hay 246 aves de diferente tipo, si cuento cada una de sus patas. ¿Cuántas patas habré contado?

a. 482 patas
b. 492 patas
c. 500 patas
d. 246 patas

7. En clase hay cincuenta y dos estudiantes. Si formamos cuatro equipos iguales, ¿Cuántos estudiantes habrá en cada equipo?

a.

equipos	estudiantes
1	13
4	52

b.

equipos	estudiantes
1	52
4	52

c.

estudiantes	equipos
1	52
4	208

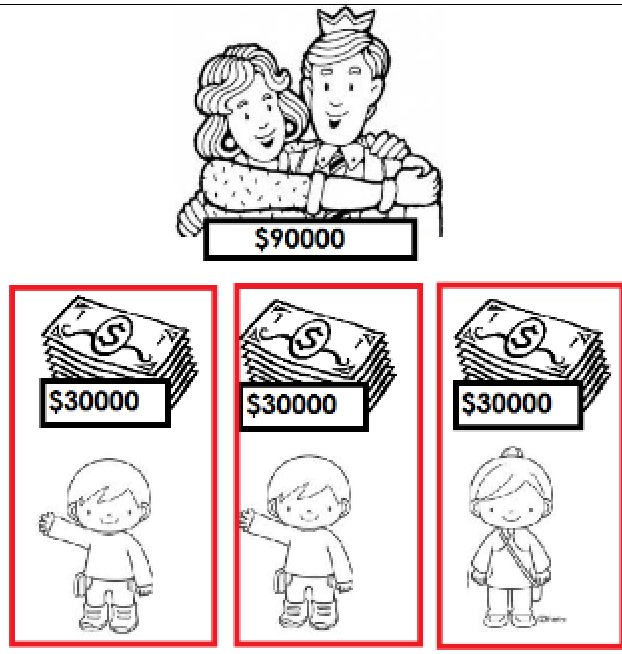
d.

clase	equipos
1	52
4	13

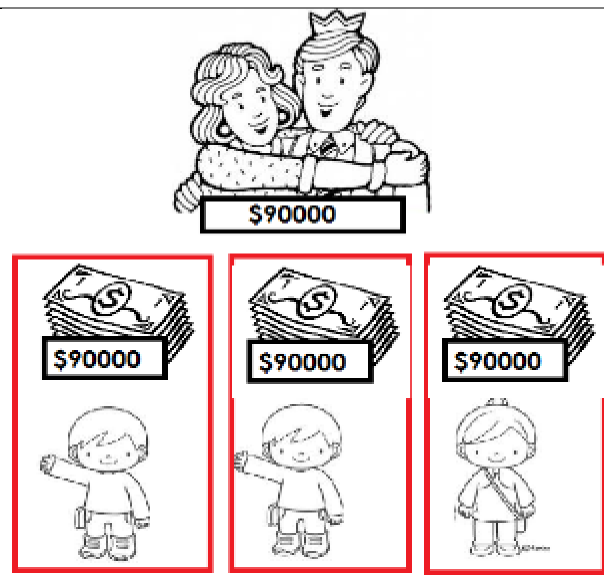
8. Una colección consta de noventa y seis cartas. Si el álbum tiene doce páginas y en cada página se pega el mismo número de cartas. ¿Cuántas cartas se pegan en cada página?

a. 96 cartas X 12 paginas
b. 96 cartas + 12 páginas
c. 96 cartas ÷ 12páginas
d. 96 cartas – 12 paginas

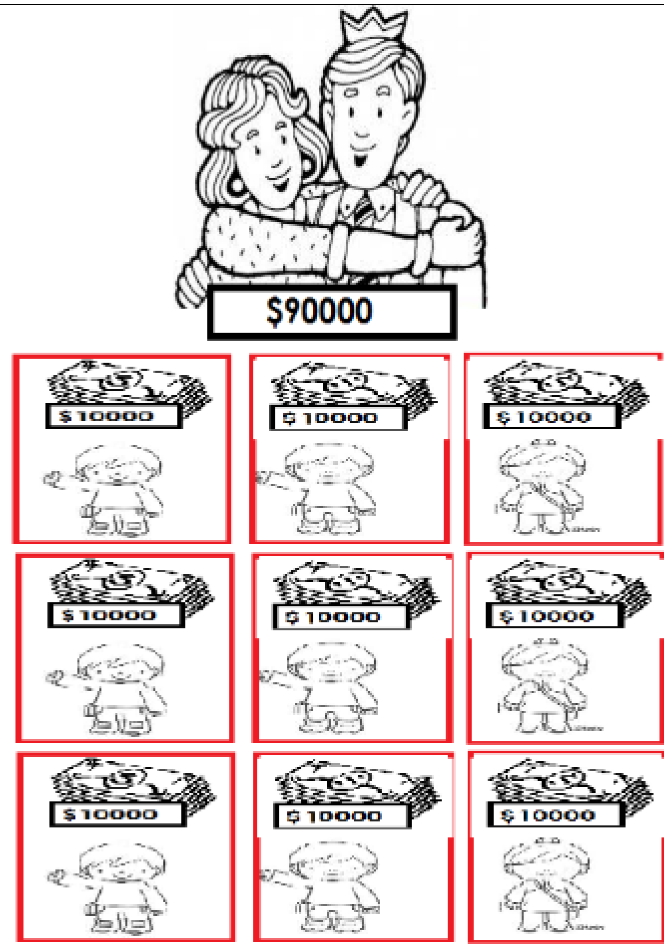
9. Mis padres han repartido noventa mil pesos y a cada uno de mis hermanos y a mí, y nos ha tocado de a treinta mil pesos. ¿Cuántos somos entre mis hermanos y yo?



a.



b.



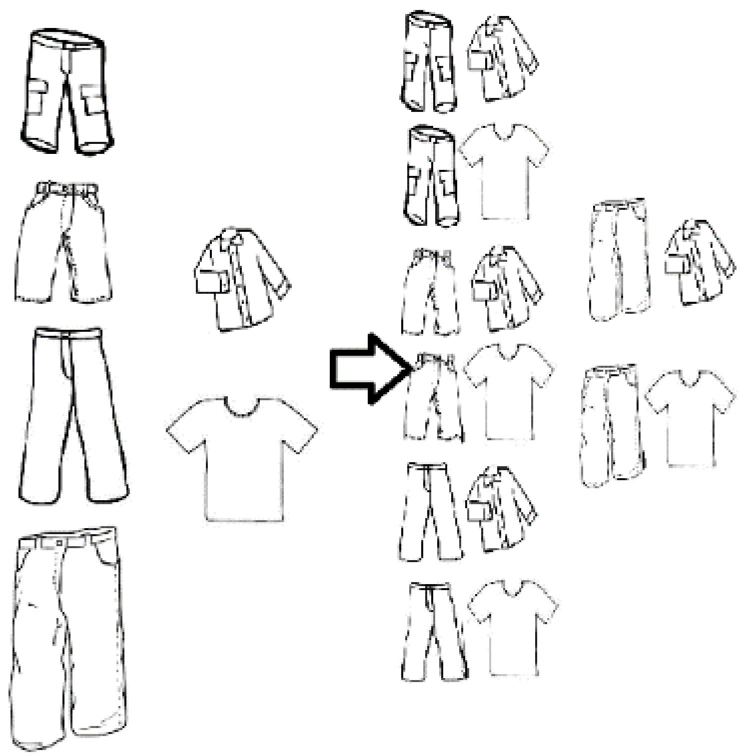
c.

d. Ninguna de las anteriores

10. ¿De cuántas formas distintas te puedes vestir si tienes 2 camisas y 4 pantalones?

a.

camisas	pantalones
1	4
2	8

b. 

c. 2 camisas X 4 pantalones = 6 mudas de ropa

d. Ninguna de las anteriores

11. Don Beto lleva en su camión 124 cajas con 6 melones cada una. ¿Cuántos melones llevará en total?

a. 624 melones
b. 630 melones
a. 744 melones
b. 130 melones

12. En un restaurante se tiene que llenar el garrafón del agua que mide 25 litros, todos los días, cada garrafón de agua cuesta $15000 pesos, ¿cuánto dinero se paga en una semana?

a.

Garrafones	Pesos
1	15000
7	105000

b.

Garrafones	litros
1	25
7	175

c.

Garrafones	semanas
1	7
7	49

d.

dinero	semanas
15000	7
2625000	25

13. Pagué $12000 pesos por 3 botellas de vino. ¿Cuál es el precio de una botella?

a.

Botellas	Pesos
1	4000
3	12000

b.

Botellas	Pesos
1	12000
3	36000

c.

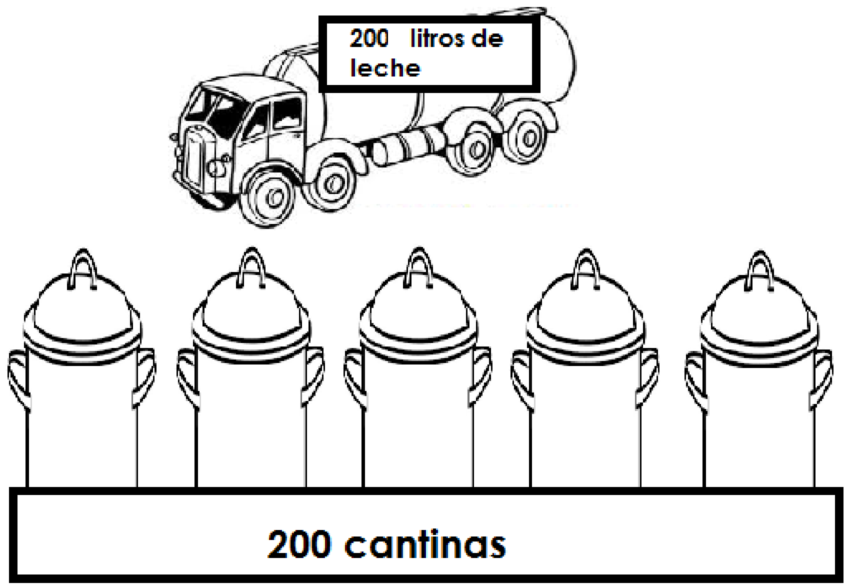
Botellas	Pesos
3	12000
6	36000

d.

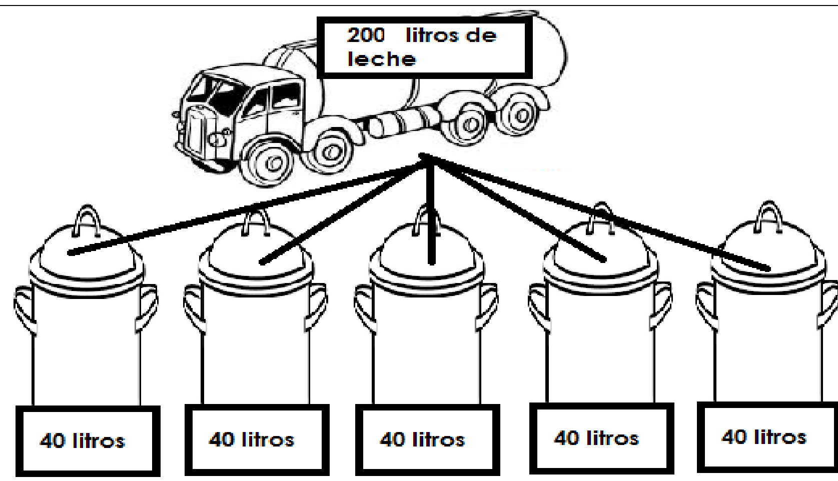
Botellas	Pesos
1	12000
3	4000

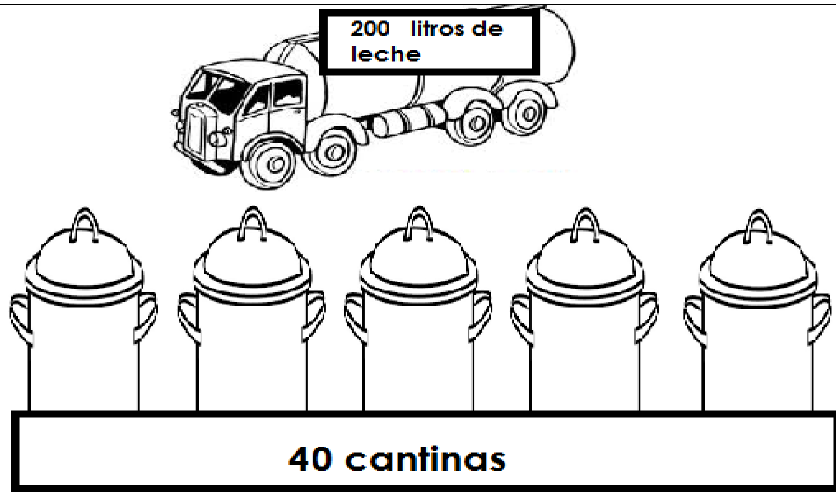
14. En un camión cisterna hay 200 litros de leche. ¿Cuántas cantinas de cuarenta litros se pueden llenar?

a.



b.



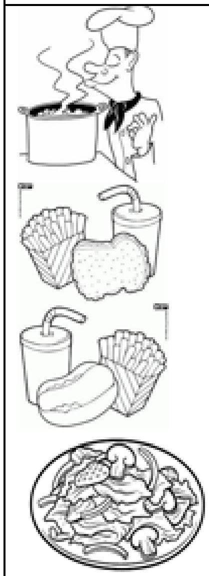
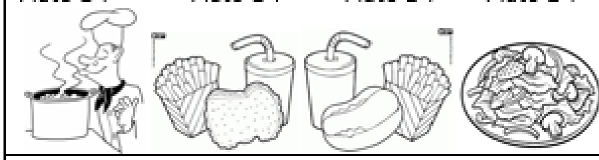
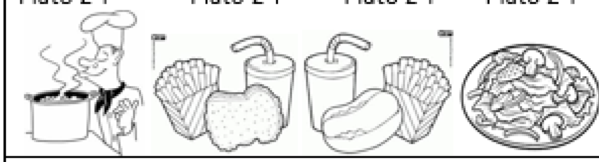
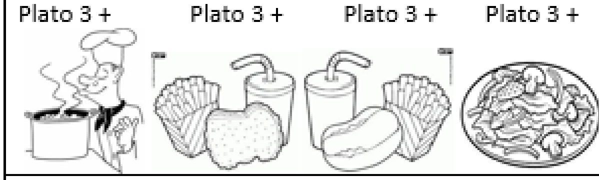
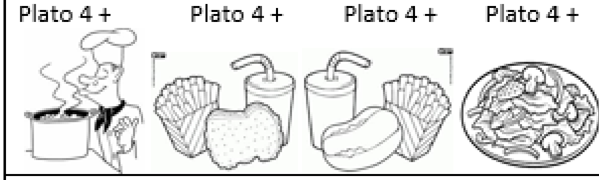
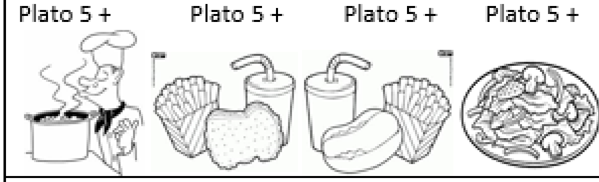
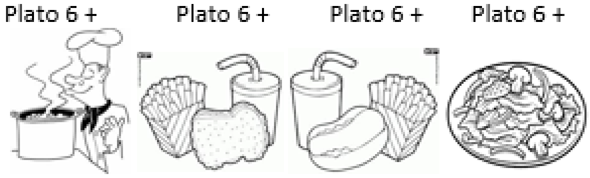
c. 
d. Ninguna de las anteriores

15. Una pieza rectangular tiene 4 metros de largo y 3 metros de ancho. ¿Cuál es su área?

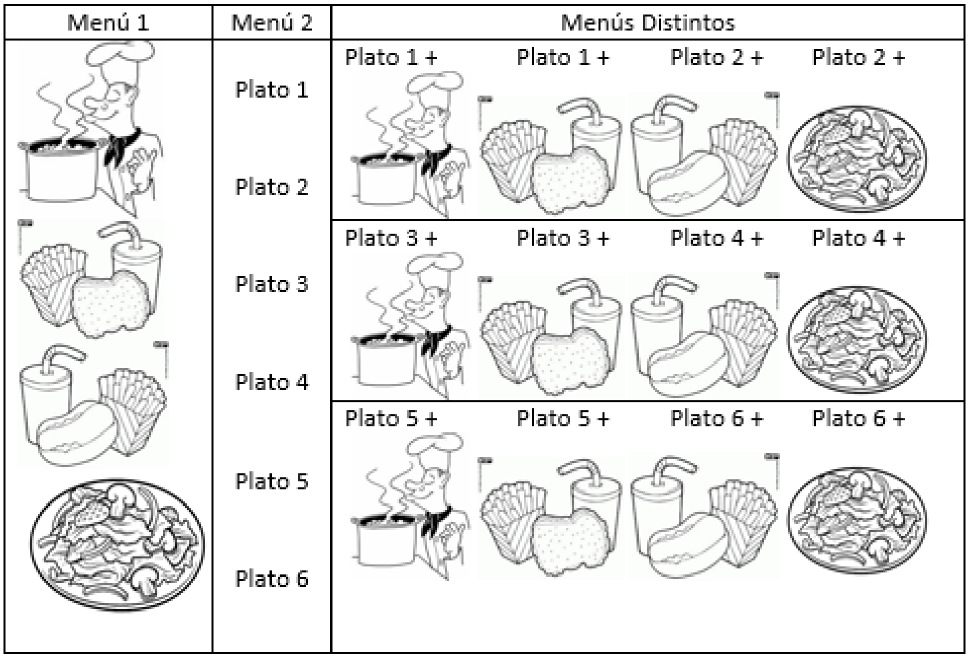
a. ¿? metros cuadrados = 3 metros X 4 metros
b. 4 metros ÷ 3 metros= área
c. 4 metros + 4 metros + 3 metros + 3 metros = área
d. 4 metros + 3 metros = ¿? Metros cuadrados

16. Cuantos menús distintos puedo realizar si tengo cuatro platos de primero y seis de segundo.

a. 4 Platos + 6 Platos = 10 menús distintos
b. Menús distintos = 6 ÷ 4

<table>
<tr><th>Menú 1</th><th>Menú 2</th><th colspan="4">Menús Distintos</th></tr>
<tr><td rowspan="12"></td><td rowspan="12">Plato 1
Plato 2
Plato 3
Plato 4
Plato 5
Plato 6</td><td>Plato 1 +</td><td>Plato 1 +</td><td>Plato 1 +</td><td>Plato 1 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Plato 2 +</td><td>Plato 2 +</td><td>Plato 2 +</td><td>Plato 2 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Plato 3 +</td><td>Plato 3 +</td><td>Plato 3 +</td><td>Plato 3 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Plato 4 +</td><td>Plato 4 +</td><td>Plato 4 +</td><td>Plato 4 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Plato 5 +</td><td>Plato 5 +</td><td>Plato 5 +</td><td>Plato 5 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Plato 6 +</td><td>Plato 6 +</td><td>Plato 6 +</td><td>Plato 6 +</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

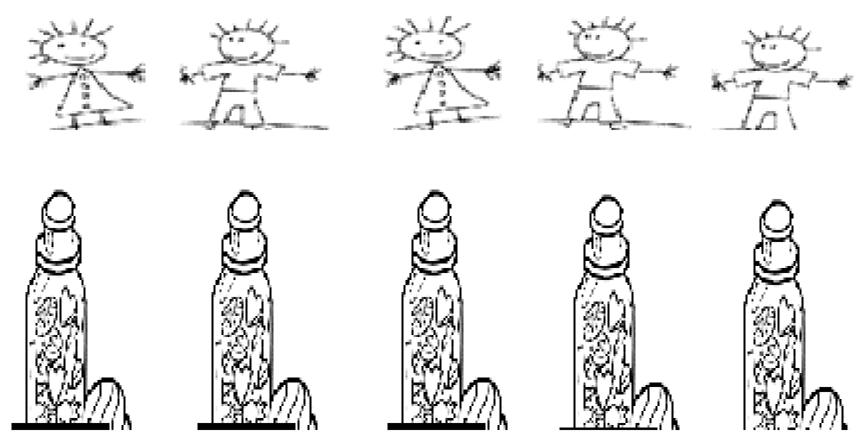
c.

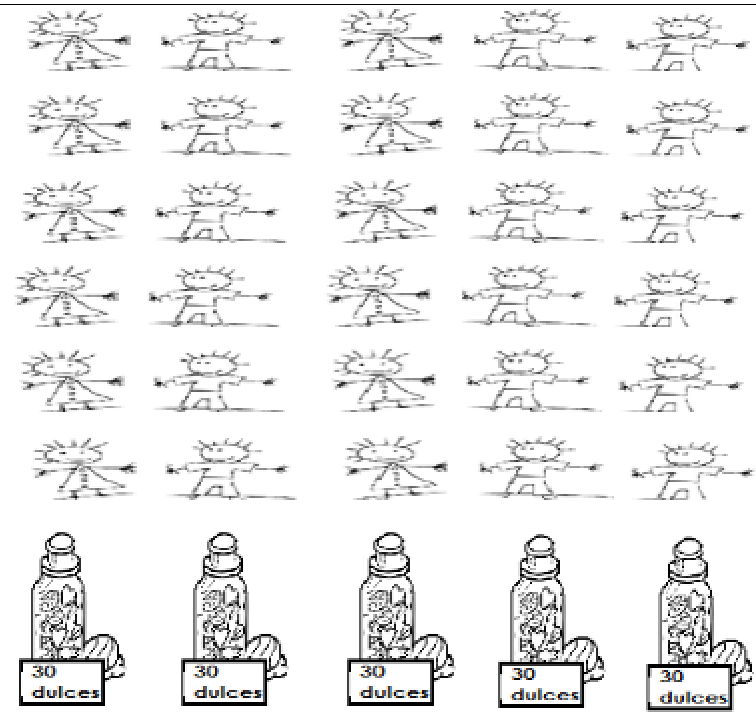
d. 

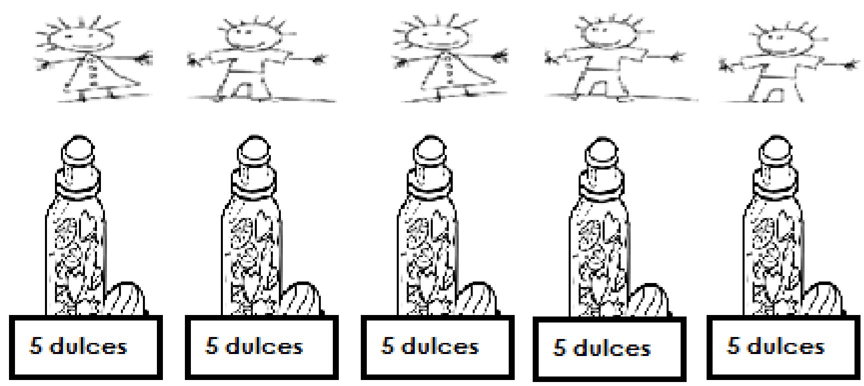
17. Mi mamá quiere comprar una tela que cuesta $24800 pesos el metro para hacerse un vestido. Necesita 3 metros y medio de tela ¿Cuánto deberá pagar?

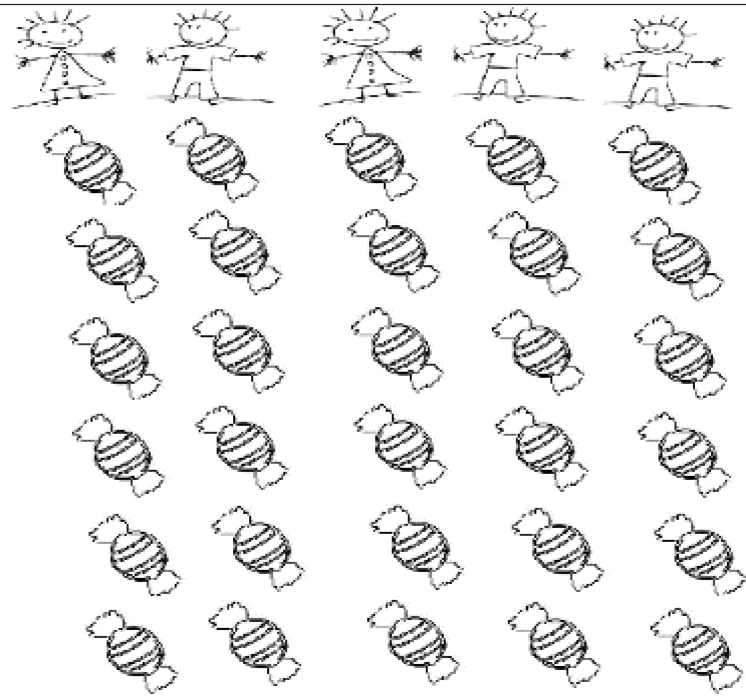
a. $74400 pesos
b. $24800 pesos
c. $86800 pesos
d. $99200 pesos

18. Se reparten 30 dulces entre cinco niños ¿Cuántos dulces le tocan a cada uno?

a. 


30 dulces
30 dulces
30 dulces
30 dulces
30 dulces
b.


5 dulces
5 dulces
5 dulces
5 dulces
5 dulces
c.



d.

19. En un restaurante tienen veinticuatro menús combinados, si de primer menú tienen cuatro platos distintos. ¿Cuántos platos diferentes tienen del segundo menú?

a.

Menús combinados	Primer menú	Segundo Menú
Sopa Arracacha + Carne en bistec Sopa Arracacha + Pollo dorado Sopa Arracacha + Chuleta Valluna Sopa Arracacha + Ternera Sopa Arracacha + Cordon Blue Sopa Arracacha + Pavo	Sopa Arracacha	Carne en bistec Pollo dorado Chuleta Valluna Ternera Cordon Blue Pavo
Crema Ahuyama + Carne en bistec Crema Ahuyama + Pollo dorado Crema Ahuyama + Chuleta Valluna Crema Ahuyama + Ternera Crema Ahuyama + Cordon Blue Crema Ahuyama + Pavo	Crema Ahuyama	
Ajiaco + Carne en bistec Ajiaco + Pollo dorado Ajiaco + Chuleta Valluna Ajiaco + Ternera Ajiaco + Cordon Blue Sopa Arracacha + Pavo	Ajiaco	
Mondongo + Carne en bistec Mondongo + Pollo dorado Mondongo + Chuleta Valluna Mondongo + Ternera Mondongo + Cordon Blue Mondongo + Pavo	Mondongo	

b.

Menús combinados	Primer menú	Segundo Menú
Sopa Arracacha + Carne en bistec	Sopa Arracacha	Carne en bistec
Crema Ahuyama + Pollo dorado	Crema Ahuyama	Pollo dorado
Ajiaco + Chuleta Valluna	Ajiaco	Chuleta Valluna
Mondongo + Ternera	Mondongo	Ternera
		Cordon Blue
		Pavo

c. Platos del segundo menú = 24 Platos combinados – 4 platos del primer menú.

d. Ninguna de las anteriores.

20. Un bote se mueve 15 metros en 3 segundos. ¿Cuál es la velocidad promedio en metros por segundo?

a.

Segundos	Metros
1	15
3	45

b.

Segundos	Metros
1	5
3	15

c.

Velocidad	Metros
1	3
3	15

d.

Velocidad	segundos
1	3
5	15

PARTE 2

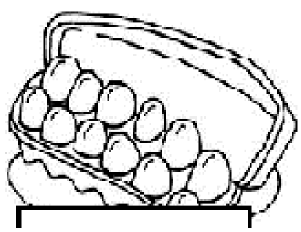
INSTRUCCIONES

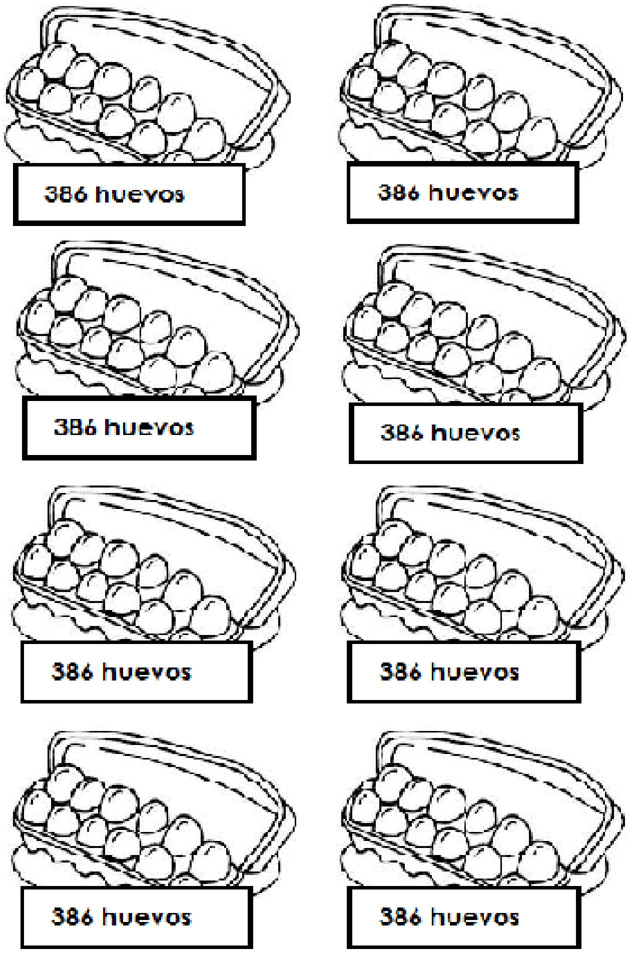
A continuación encontrará una serie de situaciones – problemas que se pueden ser representadas de distintas formas. Para cada una de ellas seleccione solo una respuesta, entre las cuatro en cada pregunta.

21. En una granja hay 468 gallinas, y cada una puso 8 huevos con pollitos. Si cada gallina cuida de sus huevos y logran nacer todos los pollitos, ¿Cuántos pollitos nacidos habrá en la granja?

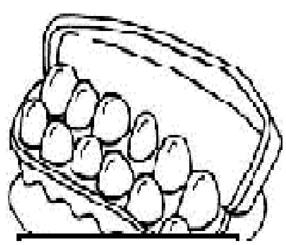
a. 3744 pollitos
b. 3244 pollitos
c. 3284 pollitos
d. 476 pollitos

22. Una granja recoge 386 huevos diariamente. ¿Cuántos huevos se recogerán en total en 8 días?

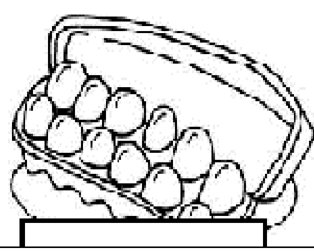
a. 


386 huevos
386 huevos
386 huevos
386 huevos
386 huevos
386 huevos
386 huevos
386 huevos

b.

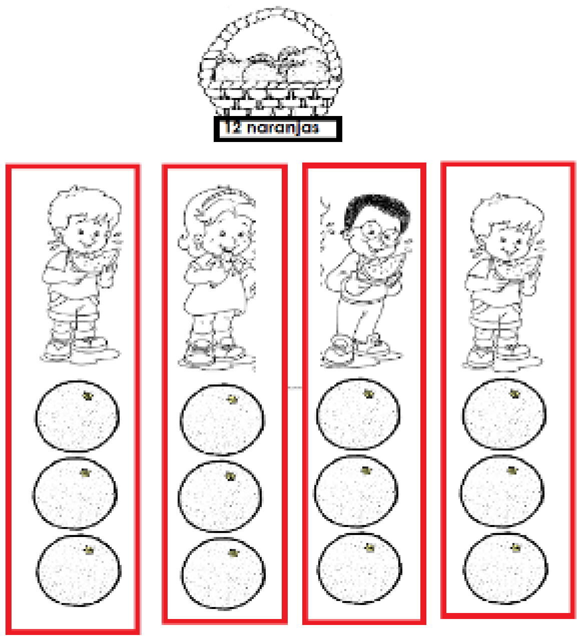


c.

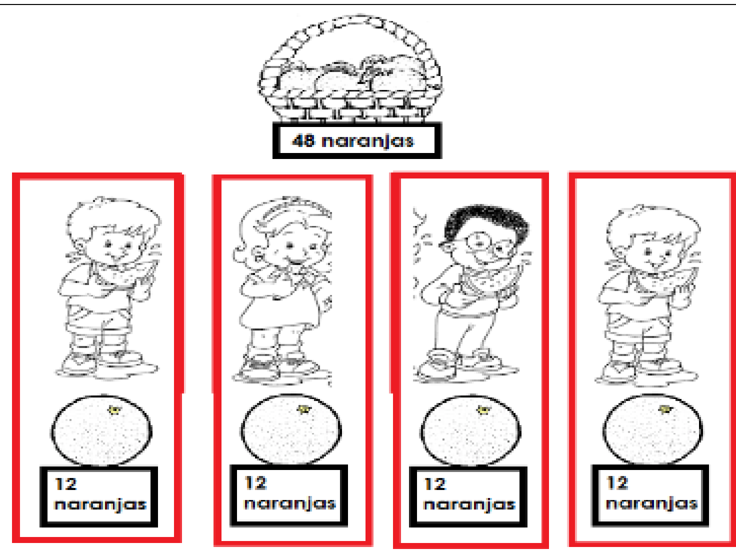


d.

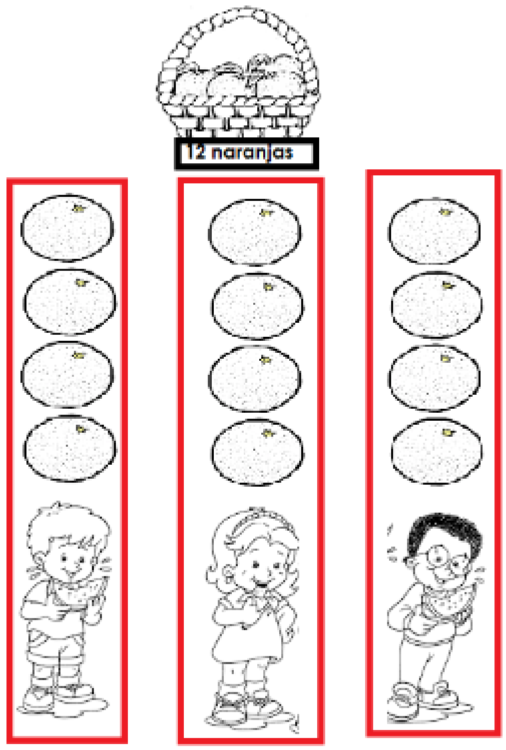
23. Si usted tiene 12 naranjas, a cuantos niños pueden dárseles de a 4 de esas naranjas?



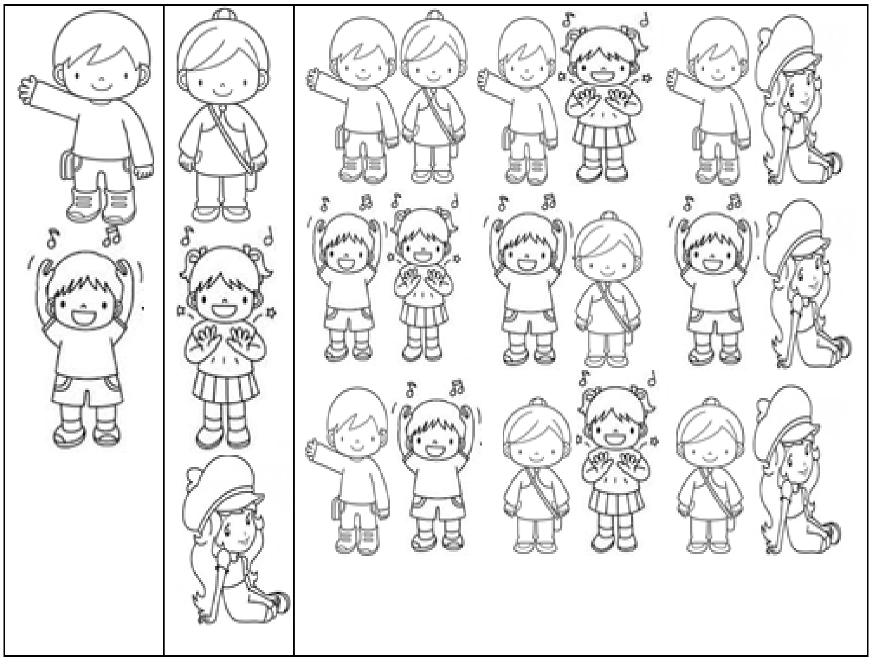
a.



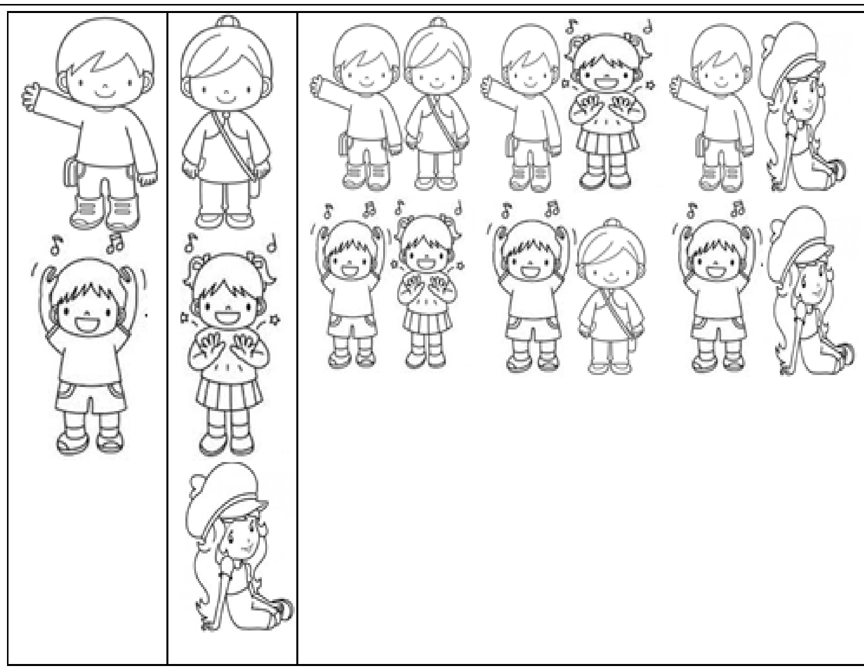
b.

 c.
d. Ninguna de las anteriores

24. En bailar en una fiesta hay dos chicos y tres chicas. ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar?



a.

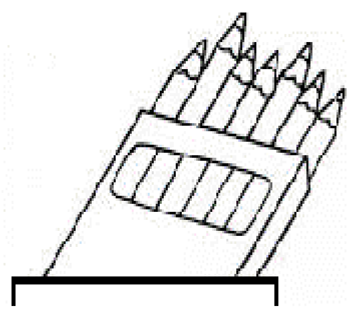


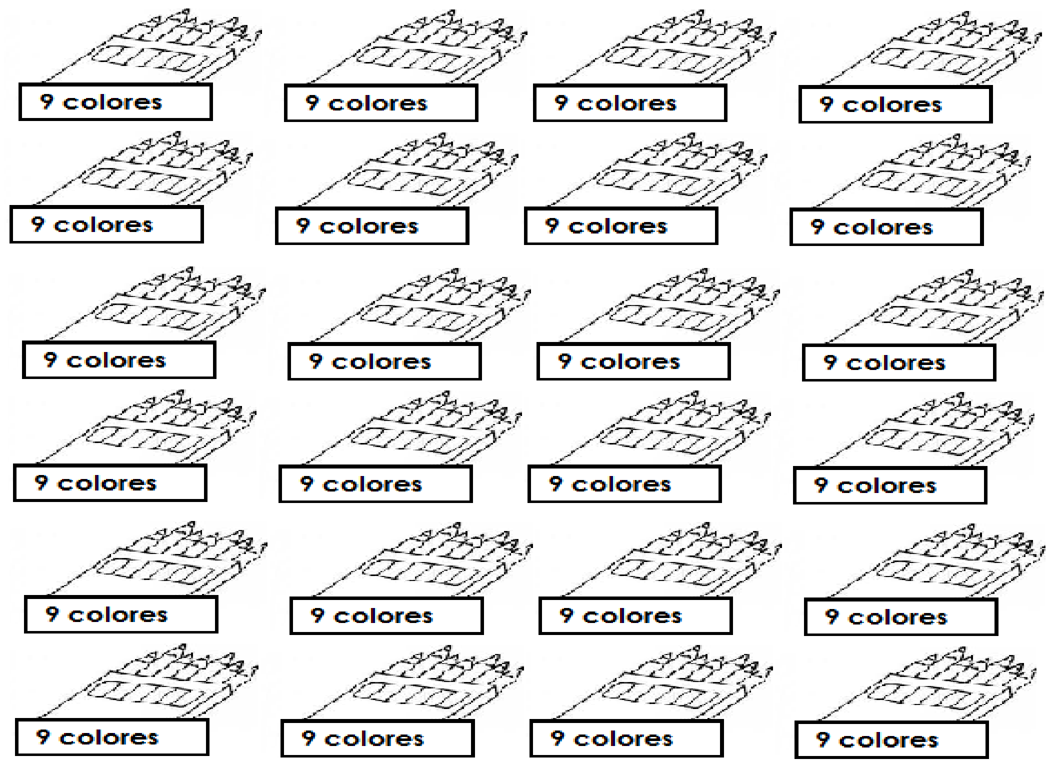
b.

c. 

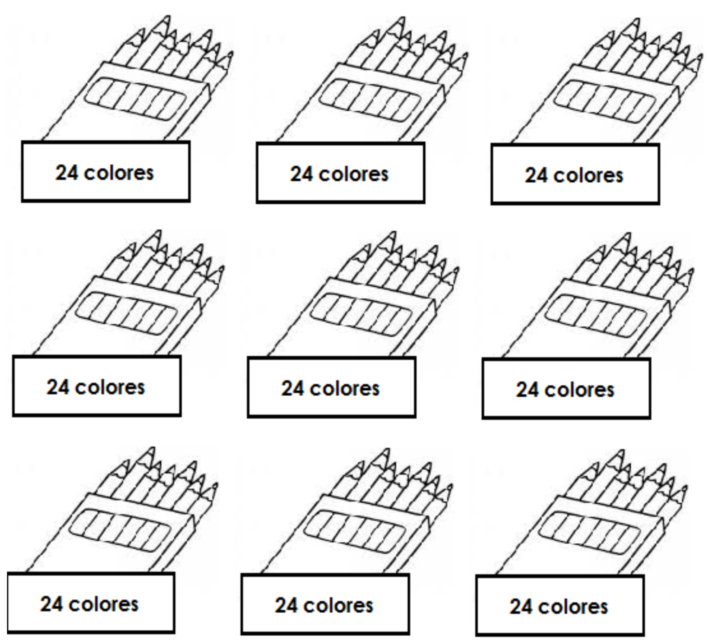
d. Ninguna de las anteriores

25. En una caja de colores caben 24, si hay en la tienda 9 cajas de colores. ¿Cuántos colores serán en total?

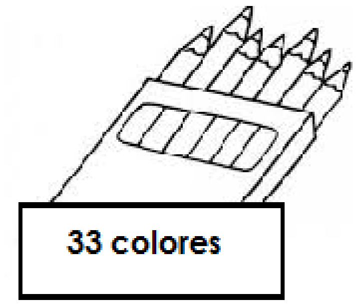
a. 


9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores
9 colores

b.


24 colores
24 colores
24 colores
24 colores
24 colores
24 colores
24 colores
24 colores
24 colores

c.

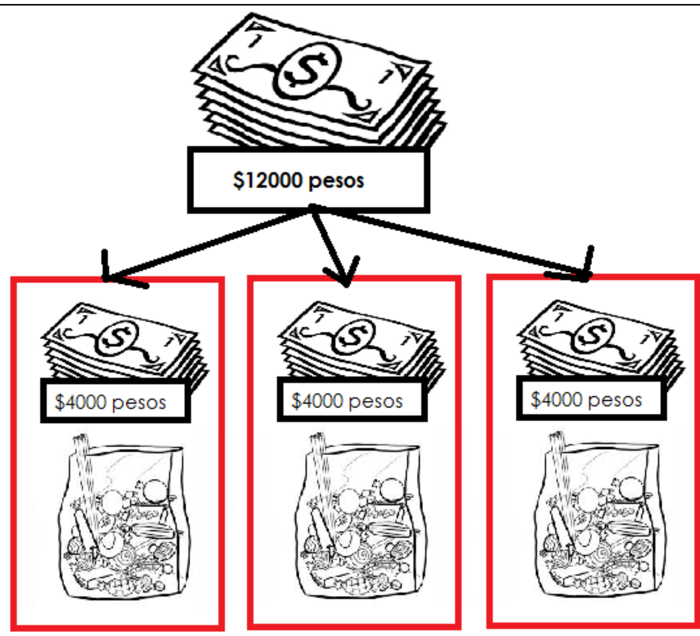


d.

26. Un camión lleva bultos de harina, en total pesa 2760 kilos todos los bultos de harina. Si hay 12 bultos de harina, ¿Cuántos kilos pesará un bulto de harina?

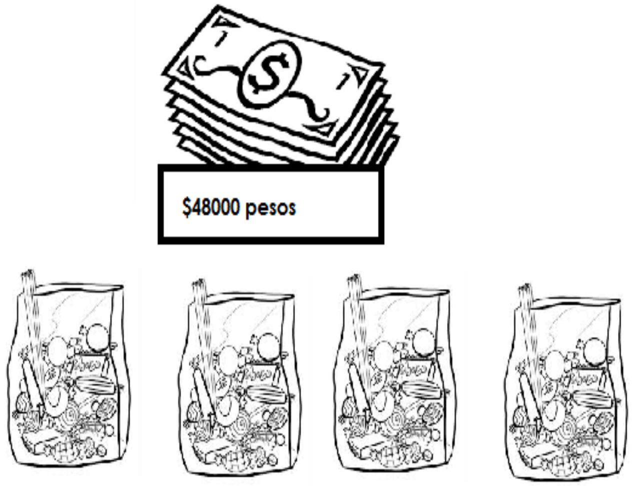
a. 2760 kilos ÷ 12 bultos de harina
b. 2760 kilos X 12 bultos de harina
c. 2760 kilos + 12 bultos de harina
d. 2760 kilos – 12 bultos de harina

27. Pedro tiene $12000 pesos y quiere comprar algunos paquetes de caramelos que cuestan $4000 pesos cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?

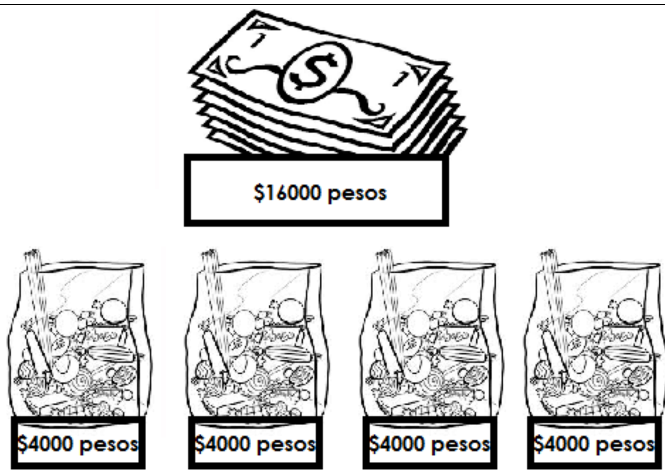


a.

b.



c.



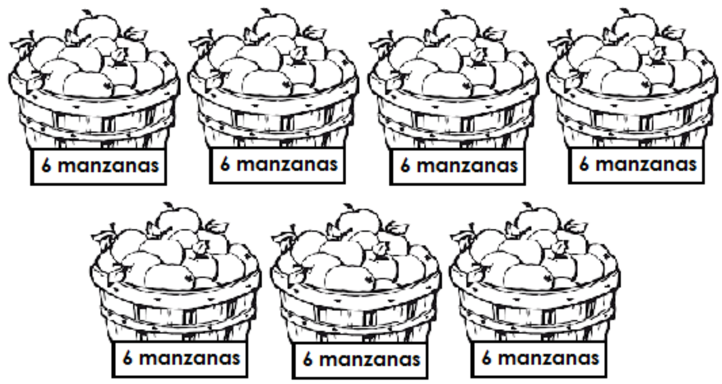
d.

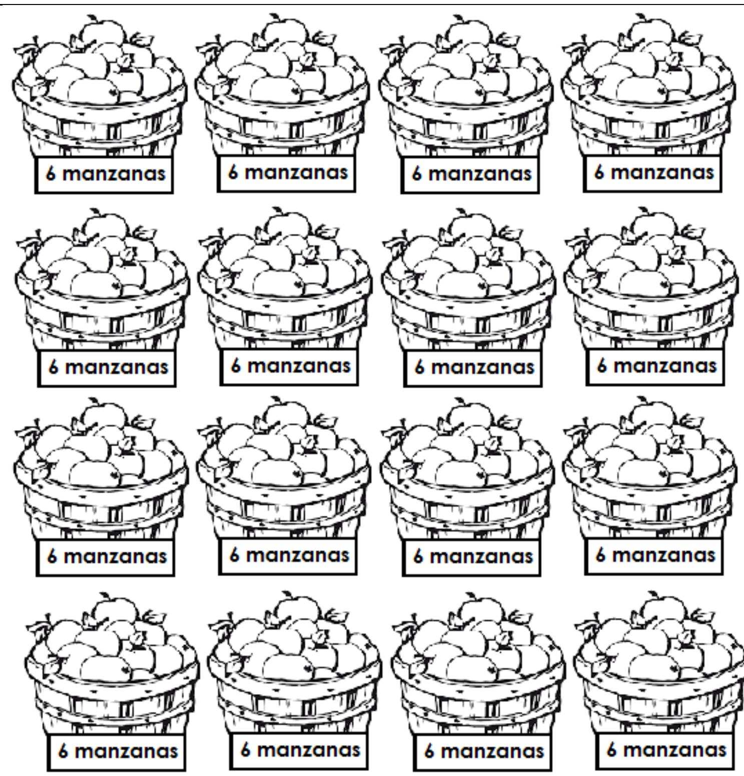
28. María tiene ocho pares de pendientes y siete collares distintos. ¿De cuantas maneras diferentes pueden combinarlos?

a. Combinaciones diferentes = 8 Pares de pendientes – 7 Collares distintos.
b. Combinaciones diferentes = 8 Pares de pendientes X 7 Collares distintos.
c. Combinaciones diferentes = 8 Pares de pendientes ÷ 7 Collares distintos.
d. Combinaciones diferentes = 8 Pares de pendientes + 7 Collares distintos.

29. Don Beto transporta manzanas semanalmente, en un camión con 16 canastos de 6 manzanas diariamente. ¿cuántas manzanas lleva diariamente?

a. 

b. 

c. 

d. 

30. En una fiesta se reparten trescientos doce colombinas entre los veintiséis asistentes. ¿Cuántas colombinas le corresponden a cada uno?

a. 338 colombinas
b. 12 colombinas
c. 8112 colombinas
d. 286 colombinas

31. Manolo ha repartido su colección de ciento cuarenta y cuatro monas, a cada amigo le correspondió 18 monas. ¿Cuántos amigos son?

a.

amigos	monas
1	18
8	144

b.

amigos	monas
1	18
1152	144

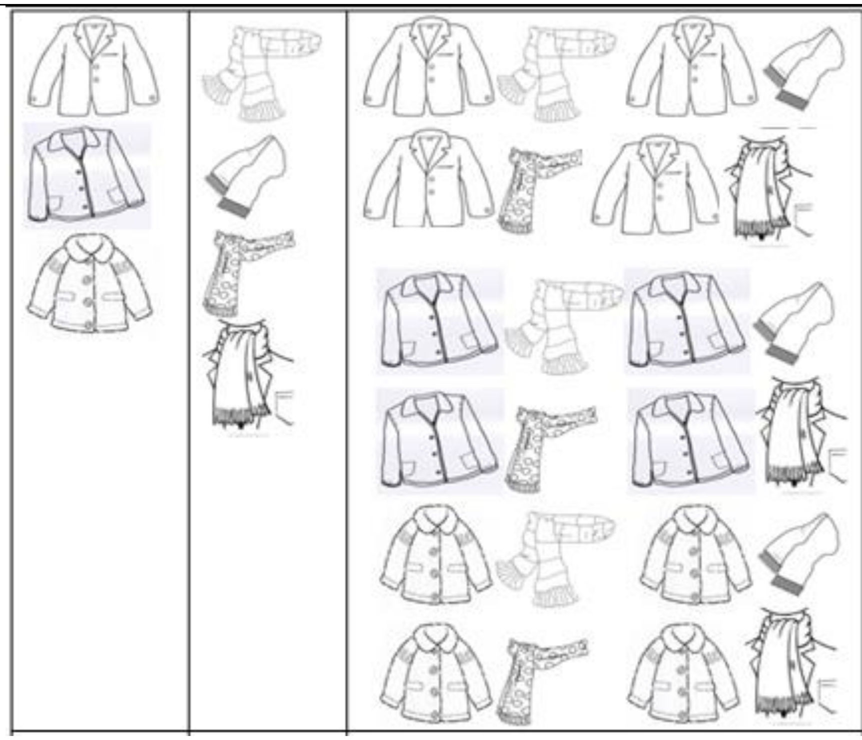
c.

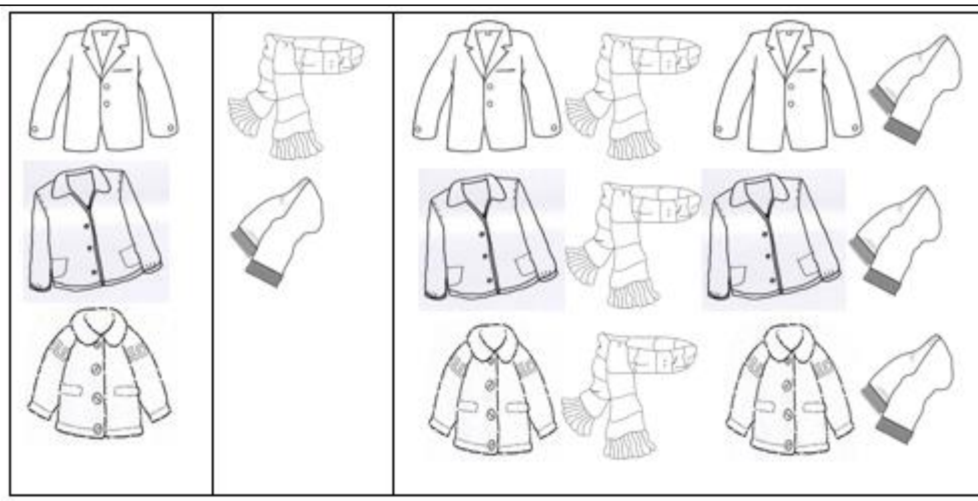
amigos	monas
1	8
18	144

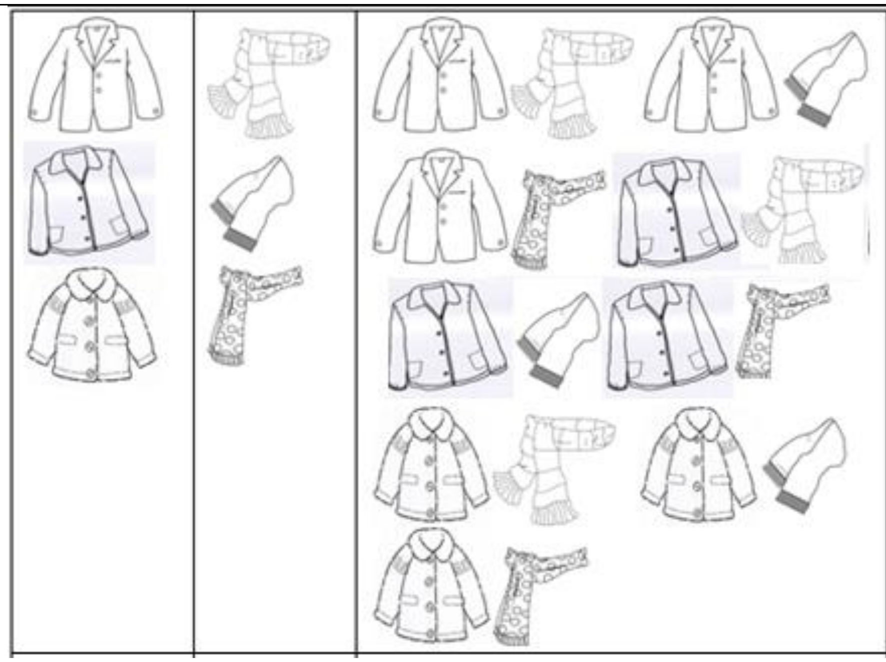
d.

amigos	monas
1	18
144	1152

32. Cambiando de saco o de bufanda, Ana puede tener 12 trajes diferentes. Tiene tres sacos, ¿Cuántas bufandas tiene?

a. 

b. 

c. 

d. Ninguna de las anteriores

33. Un pescador ha repartido quinientos cuarenta kilos de pescado en cuarenta y cinco cajas. ¿Cuántos kilos de pescado ha puesto en cada caja?

a. 12 kilos
b. 108 kilos
c. 540 pescados
d. 24300 kilos

34. En una bombonería han fabricado quinientos cuarenta bombones y los han empaquetado en cajas de a doce bombones. ¿Cuántas cajas han llenado?

a.

cajas	bombones
12	6480
1	540

b.

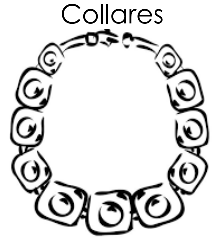
cajas	bombones
1	12
45	540

c.

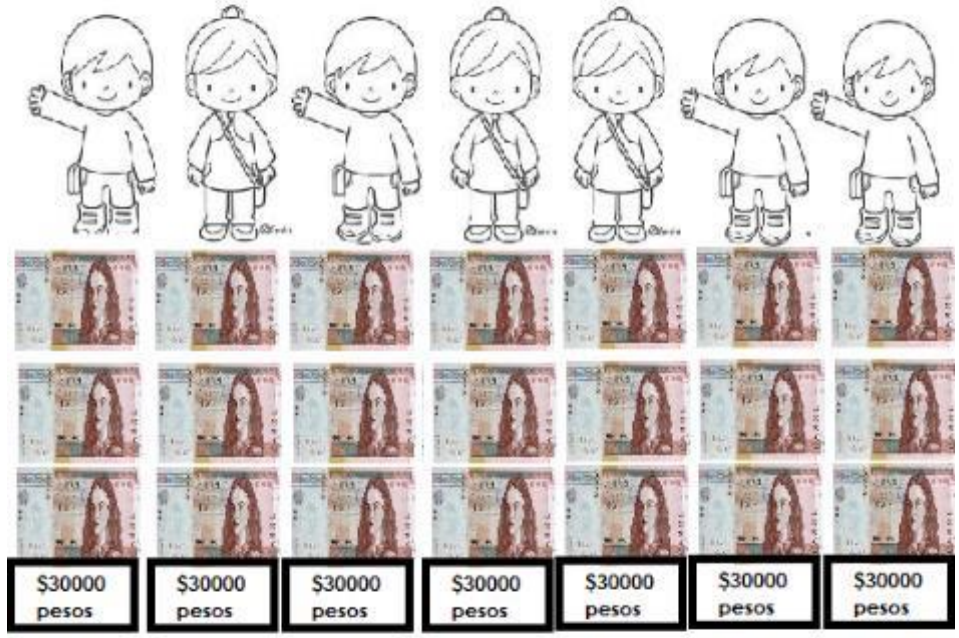
cajas	bombones
1	540
12	12

d. Ninguna de las anteriores

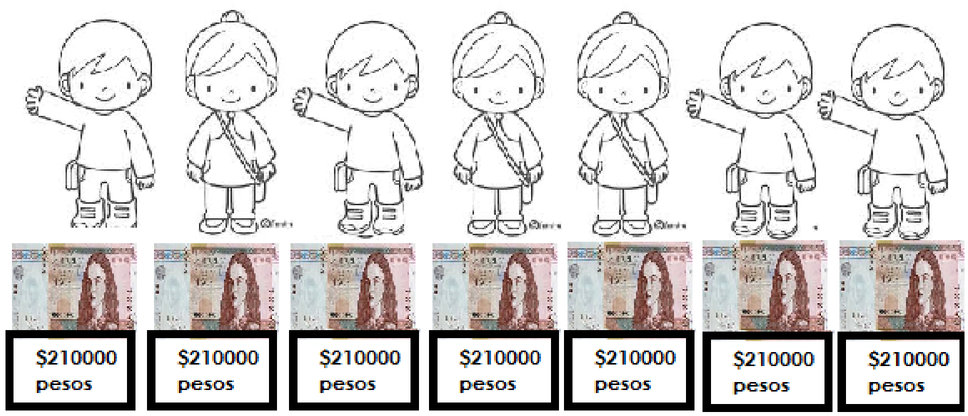
35. María puede adornarse de cincuenta y seis maneras diferentes con sus collares y pendientes. Si tiene siete collares. ¿Cuántas parejas de pendientes tiene?

Combinaciones	Collares	Parejas de Pendientes
		
a. 56	7	49
b. 56	7	8
c. 56	7	63
d. 56	7	392

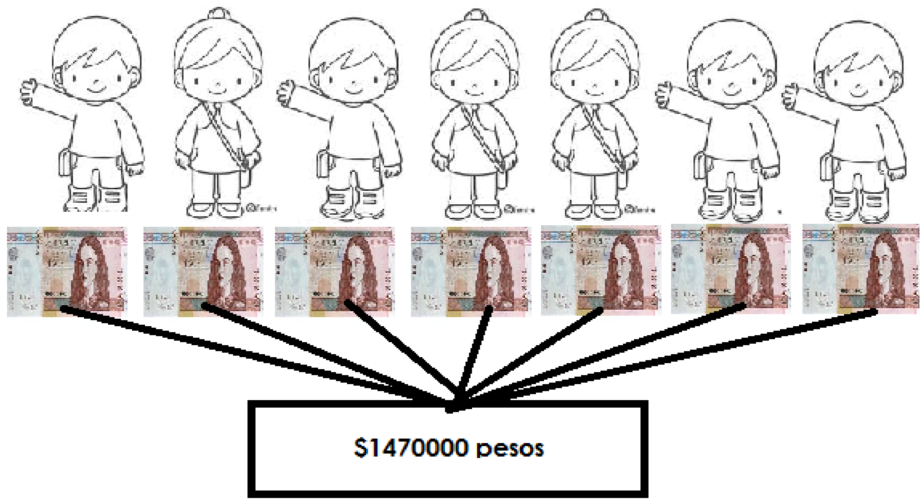
36. Mi abuelo ha repartido doscientos diez mil pesos entre sus siete nietos en partes iguales. ¿Cuánto dinero ha entregado a cada uno?



a.



b.



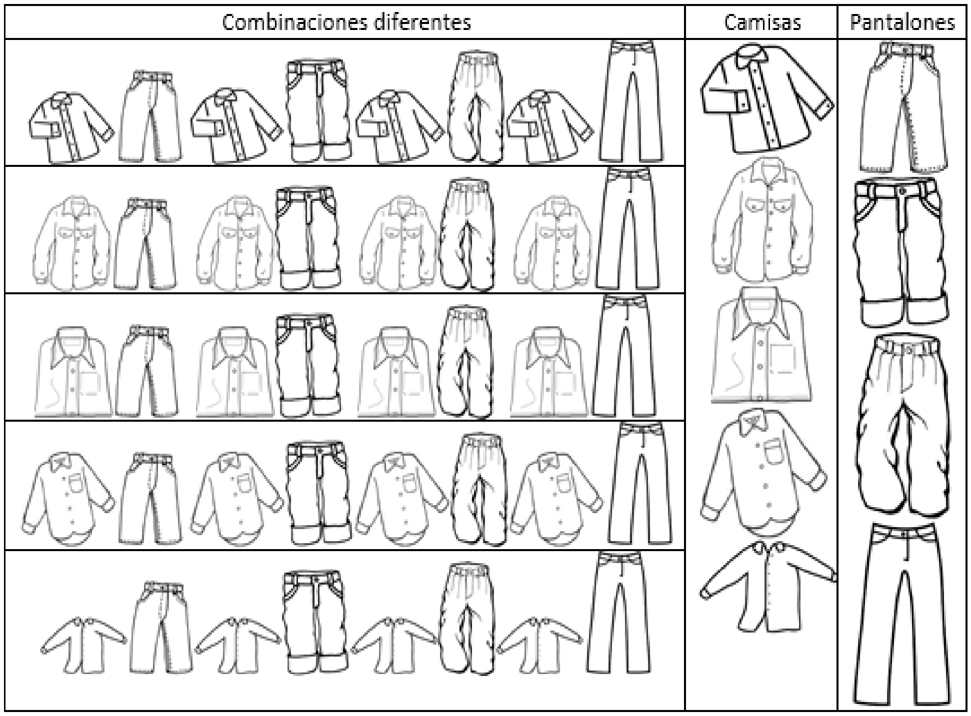
c.

d. Ninguna de las anteriores

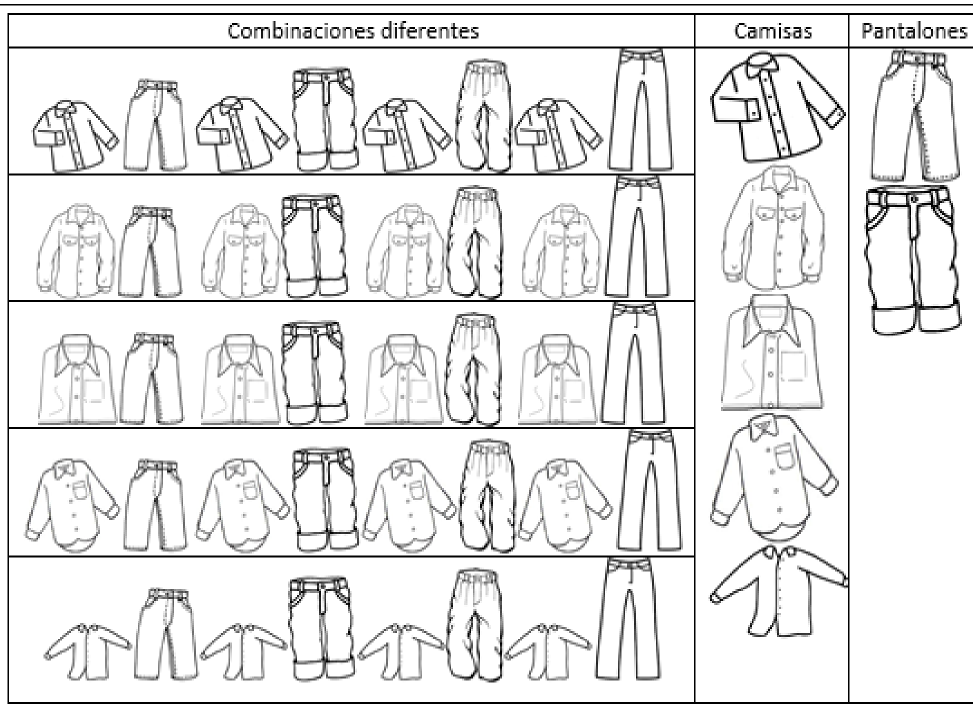
37. En fiesta de cumpleaños recogí $250000 pesos y voy a comprar unos pantalones, cada pantalón me costó $40000 pesos. ¿Cuántos pantalones compré?

a. $250000 X $40000
b. $250000 + $40000
c. $250000 ÷ $40000
d. Ninguno de los anteriores

38. Se pueden combinar de veinte formas distintas camisas y pantalones. Si hay cinco camisas, ¿Cuántos pantalones son necesarios?



a.



b.

c. Pantalones necesarios = 20 combinaciones diferentes – 5 camisas
d. Pantalones necesarios = 20 combinaciones diferentes x 5 camisas

39. En una pastelería hay mil trescientos cincuenta pasteles repartidos en vitrinas con cuatrocientos cincuenta pasteles cada una. ¿Cuántas vitrinas hay en la pastelería?

a. 1350 x 450
b. 1350 ÷ 450
c. 1350 – 450
d. 1350 + 450

40. María tiene nueve mil pesos y quiere comprar una manilla para cada una sus amigas. Cada manilla le valió $1500 pesos y no le sobró dinero ¿Cuántas amigas son?

a.

Manillas	Pesos
1	9000
1500	9000

b.

Manillas	Pesos
1	1500
10500	9000

c.

Manillas	Pesos
1	1500
9000	7500

d.

Manillas	Pesos
1	1500
6	9000

ANEXO NO. 3 EVALUACIÓN CUALITATIVA HECHAS POR LOS ESTUDIANTES

Finalmente, cabe resaltar también la opinión de los estudiantes de 601 y 602, quienes fueron durante algunas semanas los actores principales durante el uso del ambiente de aprendizaje web, y que al finalizar la aplicación brindaron su punto de vista. En las siguientes Figuras 122-129 se pueden apreciar algunas sus valiosas opiniones:

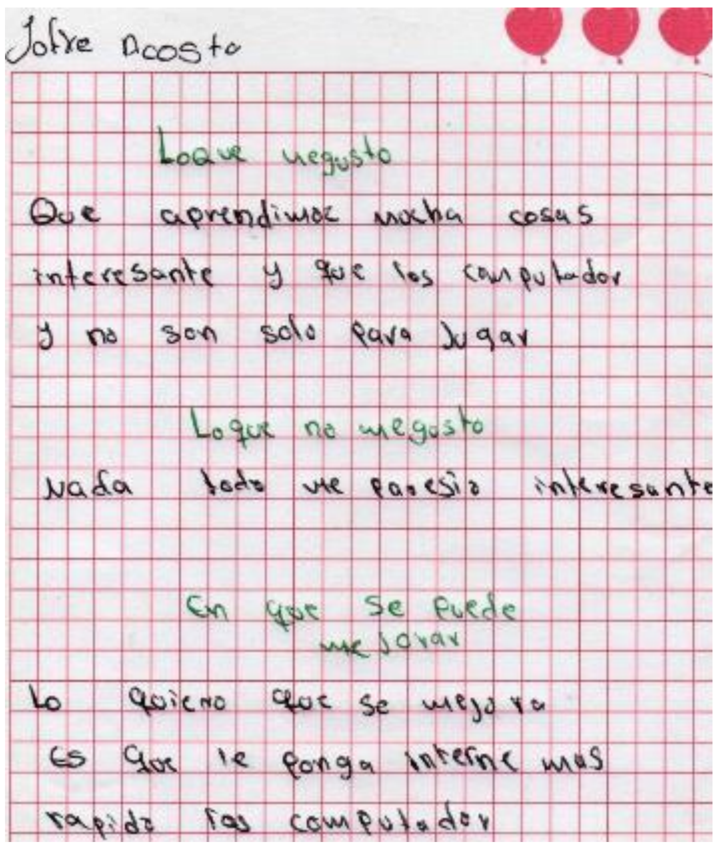
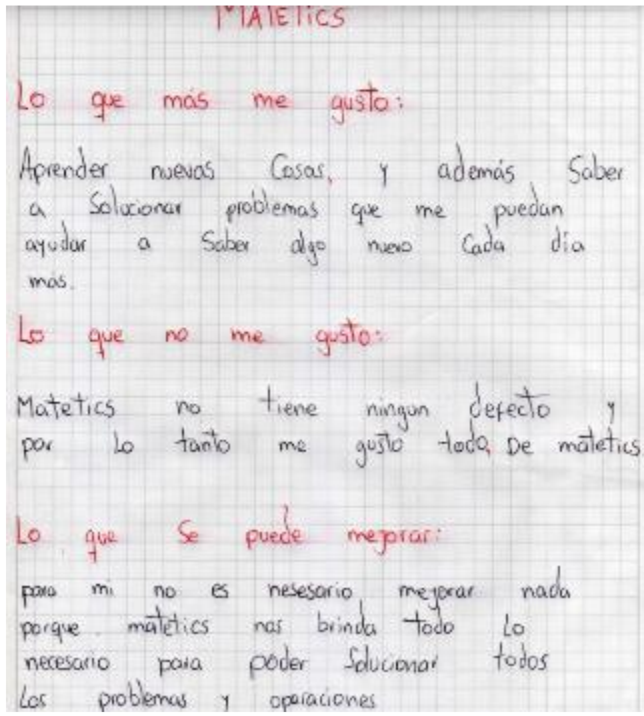


Figura 122 Opinión estudiante 1 Grupo 601

En la anterior figura 122, el estudiante opinó acerca de lo que le gusto del ambiente de aprendizaje web y fue que aprendió muchas cosas, que los computadores no son sólo para jugar, le pareció interesante la aplicación pero algo muy válido en sus opiniones es que por mejorar queda instalar internet más rápido en los computadores de la institución.

Así mismo en la figura 123 se observa que en la opinión del estudiante respecto a que le gusta fue el aprendizaje de nuevos temas y la solución de problemas, el ambiente para el estudiante no tuvo defectos y resalta que Matetics brinda todo para solucionar problemas.



MATETICS

Lo que más me gusto:

Aprender nuevas Cosas, y además Saber a Solucionar problemas que me puedan ayudar a Saber algo nuevo Cada día más.

Lo que no me gusto:

Matetics no tiene ningun defecto y por lo tanto me gusto todo De matetics

Lo que Se puede mejorar:

para mi no es nesesario mejorar nada porque matetics nos brinda todo lo necesario para poder Solucionar todos Los problemas y operaciones

Figura 123 Opinión estudiante 2 Grupo 601

También, otra estudiante evidencia en la figura 124 en sus opiniones que Matetics como herramienta le servirá en un futuro para entrar a la universidad de su elección y ayudar a sus hijos en solución de problemas matemáticos, así mismo opina que le gustó mucho el ambiente web.

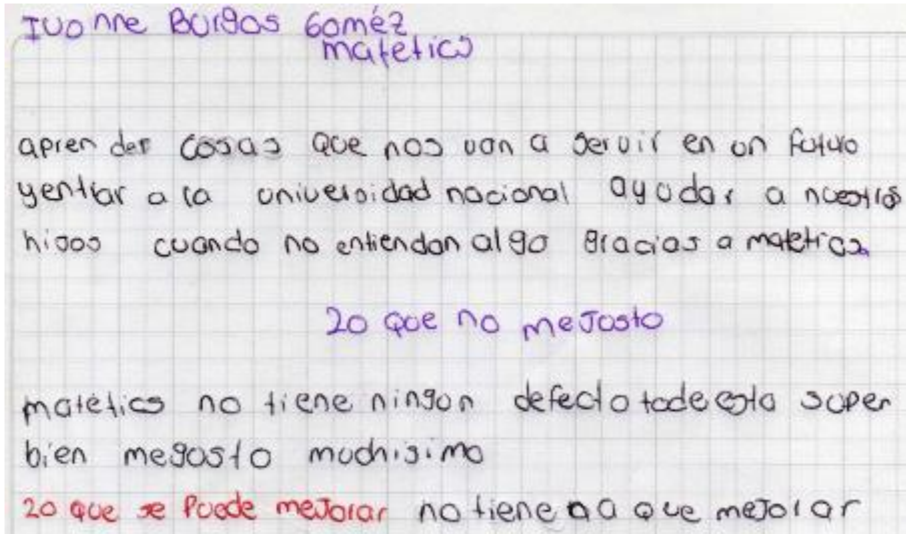
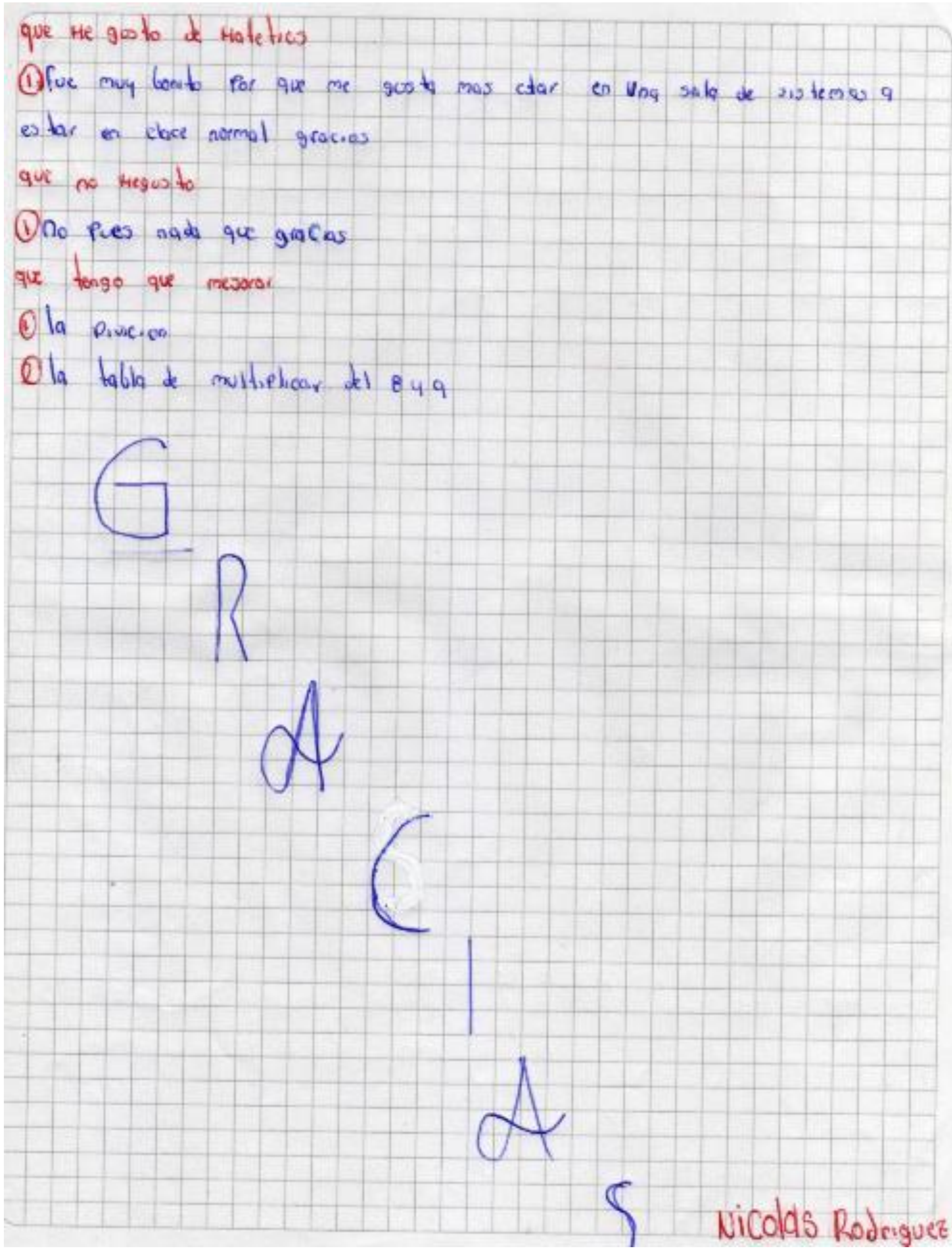


Figura 124 Opinión estudiante 3 Grupo 601

En la figura 125 el estudiante expresa las gracias, indica que es agradable el cambio de no recibir la clase de matemáticas en un aula sino en la sala de sistemas y también sus aspectos propios a mejorar.



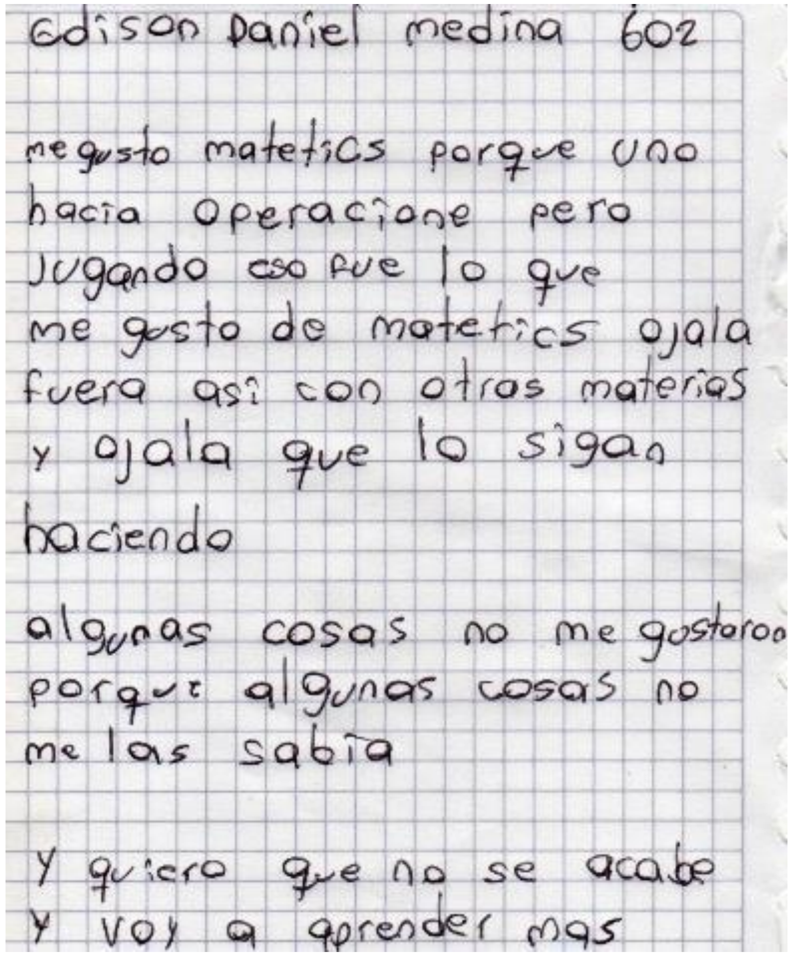
que Me gusto de Matematicas
① fue muy bonito por que me gusta mas estar en una sala de sistemas q estar en clase normal gracias
que no Megusto
① no pues nada que gracias
que tengo que mejorar
① la Division
② la tabla de multiplicar del 8 4 9

GRACIAS

Nicolas Rodriguez

Figura 125 Opinión estudiante 3 Grupo 601

Por otro lado, revisando los comentarios de 602, el estudiante en la figura 126 indica que le gustó hacer operaciones jugando y que esta estrategia se pudiese implementar en otras asignaturas y que no quería que finalizara la aplicación.



Edison Daniel medina 602

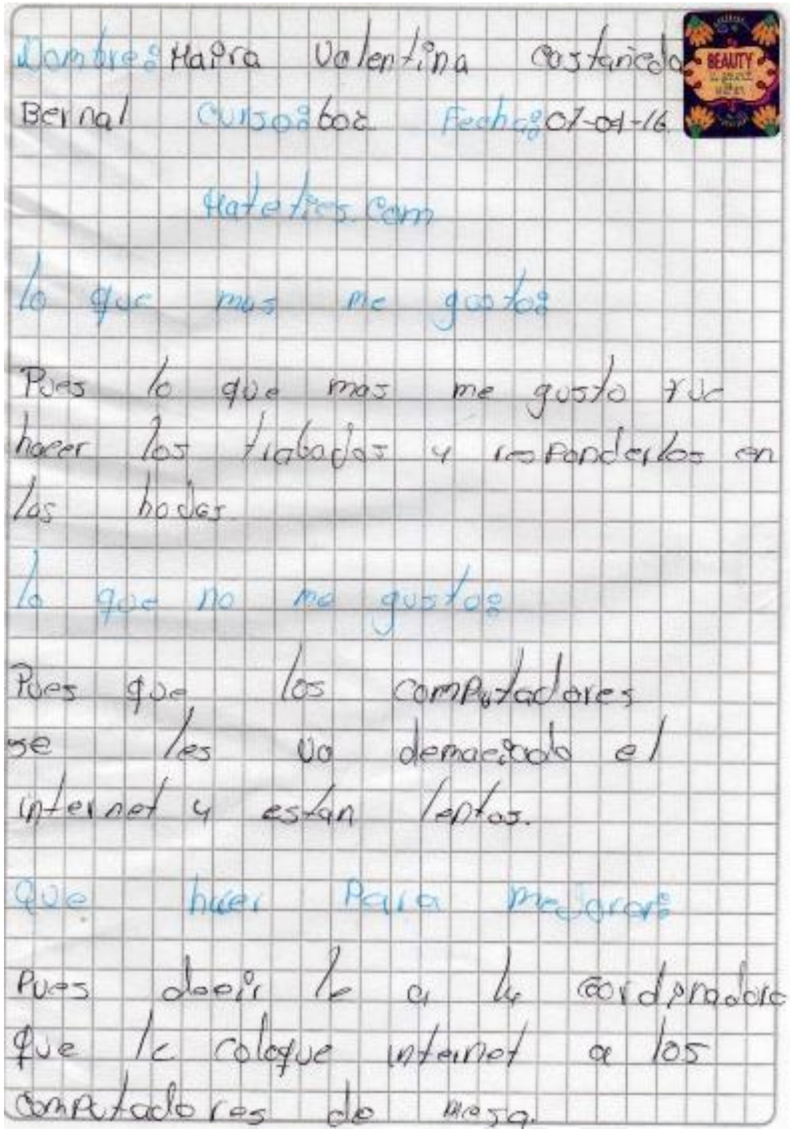
me gusto matetics porque uno
hacia operacione pero
jugando eso fue lo que
me gusto de matetics ojala
fuera así con otras materias
y ojala que lo sigan
haciendo

algunas cosas no me gustaron
porque algunas cosas no
me las sabia

y quiero que no se acabe
y voy a aprender mas

Figura 126 Opinión estudiante 1 Grupo 602

Otra opinión importante de este grupo se aprecia en la figura 127, fue que no le gustó que los computadores estuvieran lentos y en ocasiones sin internet, e insiste que es necesario instalar conexiones a internet en los computadores de mesa.



Nombre: Maira Valentina Castañeda Bernal Curso: 602 Fecha: 07-04-16

Matetics.com

lo que mas me gusto:

Pues lo que mas me gusto fue hacer los trabajos y responderlos en los hodes.

lo que no me gusto:

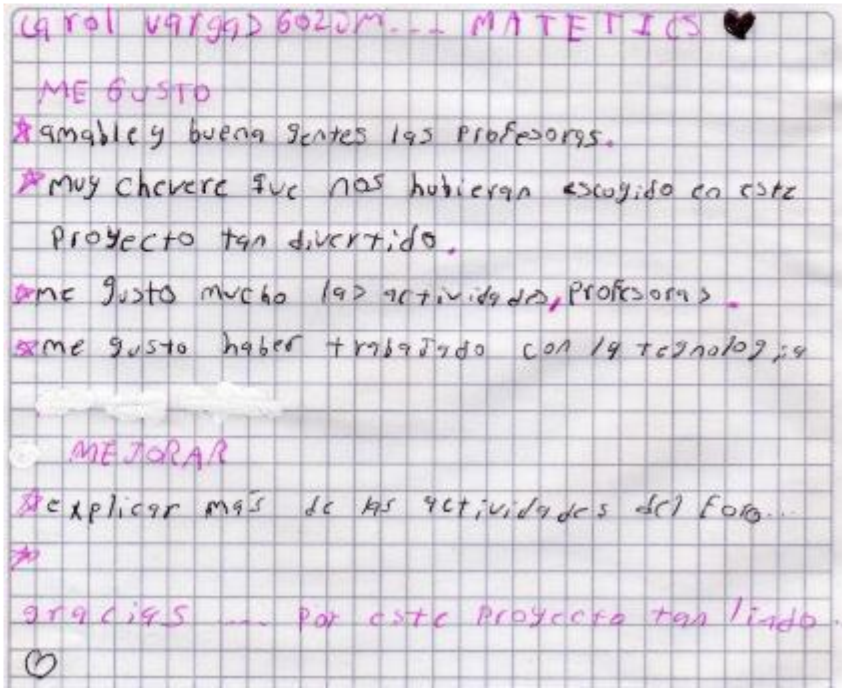
Pues que los computadores se les va demaciado el internet y estan lentos.

Que hacer para mejorar:

Pues decirle a la cordinadora que le coloque internet a los computadores de mesa.

Figura 127 Opinión estudiante 2 Grupo 602

Así mismo, en otra opinión que se muestra en la figura 128 se resalta la amabilidad de las profesoras que llevaron a cabo la aplicación, también se sintió a gusto y agradece de haber participado en el proyecto, las actividades de las profesoras y trabajado con tecnología y sugiere por mejorar explicar un poco más las actividades del foro.


Carol Vargas 602 JM... MATETICS

ME GUSTO

* amable y buena gentes las profesoras.
* muy chevere que nos hubieran escogido en este proyecto tan divertido.
* me gusto mucho las actividades, profesoras.
* me gusto haber trabajado con la tegnologia

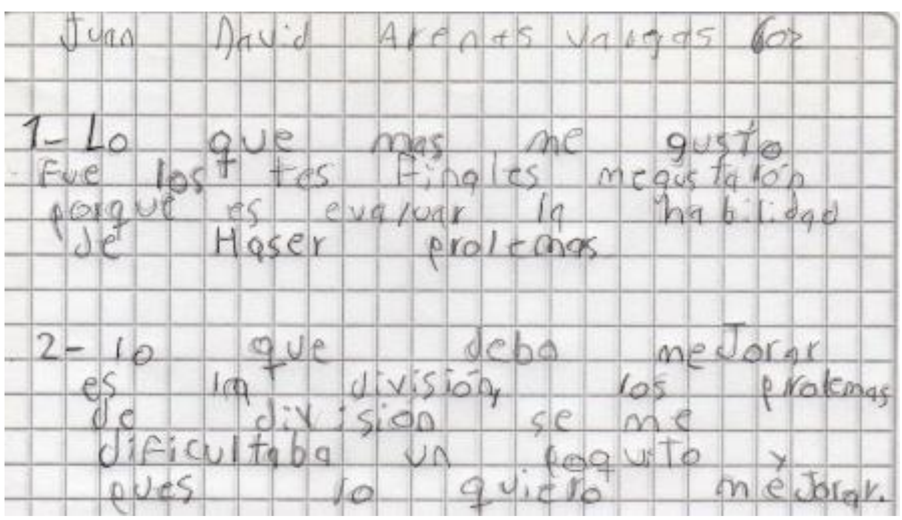
MEJORAR

* explicar más de las actividades del foro...
*

gracias ... por este proyecto tan lindo.

Figura 128 Opinión estudiante 3 Grupo 602

Por último, en los comentarios de la figura 129, el estudiante resalta que le gustó mucho los tests finales para evaluar la habilidad en la resolución de problemas e indica sus cuestiones personales por mejorar en multiplicación.


Juan David Arenas Vargas 602

1- Lo que mas me gusto Fue los tes Finales me gusto lo porque es evaluar la habilidad de Haser prolemas

2- lo que debo mejorar es la division los prolemas de division se me dificultaba un poquito y pues lo quiero mejorar.

Figura 129 Opinión estudiante 4 Grupo 602